Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXI. Jahrgang 1891.

München.
Verlag der K. Akademie.
1892.

In Commission bei G. Franz.

Sitzungsberichte

der

königl. bayer. Akademie der Wissenschaften.

Mathematisch-physikalische Classe.

Sitzung vom 7. November 1891.

Herr H. SEELIGER legt den zweiten Band der neuen Annalen der Kgl. Sternwarte vor und macht hierauf zwei Mittheilungen:

1. „Notiz über die Strahlenbrechung in der Atmosphäre“;
2. „Ueber die Extinction des Lichtes in der Atmosphäre.“

Notiz über die Strahlenbrechung in der Atmosphäre.

Von H. Seeliger.

(Eingelaufen 7. November.)

Wenn eine Kugel von einer brechenden Atmosphäre umgeben ist, so wird dieselbe einem Beobachter ausserhalb einen grösseren scheinbaren Durchmesser zeigen als in dem Falle, wo kein brechendes Medium die Umhüllung bildet. Diese Vergrösserung des scheinbaren Durchmessers ergiebt sich in überaus einfacher Weise und völlig streng aus den allereinfachsten Sätzen der Refractionstheorie. Nimmt man, und dies ist die einzige erforderliche Voraussetzung, an, dass das die Kugel umgebende brechende Medium in concentrischen Schichten gleicher Dichtigkeit angeordnet ist und bezeichnet man mit μ den Brechungsexponenten in einer Entfernung r vom Centrum und mit i den Winkel, den die nach aussen gerichtete Tangente der Refractionscurve mit r in jenem Puncte bildet, so ist bekanntlich

$$\mu\ r \sin i = \text{Const.} \tag{1}$$

für alle Puncte der Refractionscurve. Wenn demnach ein Punct der Oberfläche einen Lichtstrahl unter einem Winkel z gegen den verlängerten Radius aussendet und dieser Strahl den Beobachter trifft, so muss zufolge (1) sein:

$$\mu_0\ a \sin z = \Delta \sin \sigma$$

und hierin bedeutet: μ_0 den Brechungsexponenten an der Oberfläche des Planeten, a seinen Radius, Δ die Entfernung des Beobachters vom Centrum und σ die scheinbare Entfernung des genannten Punctes vom Centrum der Planetenscheibe.

Nennt man nun σ_0 den scheinbaren Radius der Planetenscheibe, wie er ohne Atmosphäre erschiene, so ist

$$a = \Delta \sin \sigma_0$$

und demzufolge

$$\sin \sigma = \mu_0 \sin \sigma_0 \sin z.$$

Der Lichtstrahl, welcher in Betracht gezogen worden ist, wird gerade noch den Beobachter erreichen können, wenn $z = 90^0$ wird. Dann hat man also für den factisch stattfindenden scheinbaren Radius σ die Formel:

$$\sin \sigma = \mu_0 \sin \sigma_0$$

oder für astronomische Zwecke genügend genau

$$\sigma = \mu_0\ \sigma_0. \tag{2}$$

Diese Formel gilt ganz allgemein, gleichgiltig nach welchem Gesetze die Dichtigkeit des brechenden Mediums von der Entfernung vom Centrum der Kugel abhängt. Man sieht übrigens, dass einzig und allein der Brechungsexponent an der Oberfläche in Frage kommt. Ferner ergiebt sich aber auch, dass, falls das Mittel eine Dispersion aufweist, die in verschiedenfarbigem Lichte gemessenen Radien σ von verschiedenen Grössen ausfallen müssen. Betrachten wir z. B. die Erde vom Monde aus. Hier ist für die beiden Fraunhofer'schen Linien B und G, an welchen Stellen des Spectrums die optischen Strahlen noch keineswegs unwirksam sind

$$B \cdots \mu_0 = 1.000\,2935$$
$$G \cdots \mu_0 = 1.000\,2987$$

und mit der Mondparallaxe $57'2''$ findet man die Vergrösserung des Erddurchmessers für:

B . . .	$2''\cdot0087$
G . . .	$2''\cdot0443$
Differenz .	$0''\cdot036$

Ganz rein werden diese Differenzen in den Messungen nicht hervortreten, da durch die Absorption die brechbareren Theile des Spectrums etwas mehr geschwächt werden; auch werden die Ränder nicht mehr ganz scharf sich darstellen und schliesslich bewirkt die Diffraction der Lichtstrahlen an den Rändern des Fernrohrobjectives eine Verschiebung des scheinbaren Randes, welche wahrscheinlich von der Farbe abhängig ist. Im Allgemeinen ergiebt sich aber, dass die im blauen Lichte gemessenen Durchmesser grösser ausfallen müssen, als die im rothen und man wird berechtigt sein zu behaupten, dass bei dichteren Atmosphären von grösserer Dispersionskraft, die nicht nur denkbar sind, sondern gewiss vorkommen, die oben erwähnten Differenzen bis zu sehr bemerkbaren Beträgen wachsen können[1]). Es darf indessen

---

1) Die im Vorigen dargelegten höchst elementaren Ueberlegungen begründen die Ansichten, welche ich über diese Frage seit Jahren in meinen Vorlesungen auszusprechen pflege und auf welche sich Herr Dr. Wellmann in den „Astron. Nachrichten“ Bd. 119, S. 241 bezieht.

hierbei ein Umstand nicht ausser Acht gelassen werden, dessen Nichtberücksichtigung zu den allergröbsten Irrthümern veranlassen kann. Die Formel (2) erleidet nämlich eine sehr wichtige Beschränkung, weil sie, obgleich dies aus der obigen Aufstellung nicht hervorgehen konnte, doch über die Constitution des brechenden Mediums eine gewisse Voraussetzung macht. Diese besteht darin, dass die Refractionscurve ohne Unterbrechung durch die Gleichung (1) definirt ist. Dies findet aber nicht statt, wenn totale Reflexionen eintreten. Solche totale Reflexionen sind aber bei dem Uebergange eines Lichtstrahls von dichteren Theilen des brechenden Mediums in weniger dichte unter gewissen Bedingungen möglich und da die Atmosphären der Himmelskörper unter normalen Verhältnissen mit zunehmender Höhe an Dichtigkeit abnehmen, so müssen diese Verhältnisse näher betrachtet werden. Aehnliches gilt auch, wenn ein homogenes Medium den Planeten umgiebt und in der Höhe h unstetig an den leeren Raum grenzt. Hier muss an der Grenze zufolge (1) die Gleichung stattfinden

$$\sin i = \frac{\mu_0 \, a \sin z}{a + h}$$

und die obigen Betrachtungen erfahren keinen Widerspruch nur dann, wenn unter allen Umständen $\sin i < 1$ ist, also:

$$\frac{\mu_0 \, a}{a + h} < 1$$

d. h.

$$h > (\mu_0 - 1) \, a.$$

Ist h weniger bedeutend, dann finden totale Reflexionen an der Grenze statt. Die Verfolgung dieser in photometrischer Beziehung ist verwickelt man sieht aber sofort ein, dass unter keinen Umständen der Planet grösser erscheinen kann, als wenn die Atmosphäre zu ihm als fester Bestandtheil gehörte, weil von der Grenze dieser alle den Beobachter erreichenden Lichtstrahlen gradlinige Wege beschreiben. Um den allgemeineren Fall in Betracht zu ziehen, muss man selbstverständlich das Gesetz der Abnahme der Dichtigkeit des brechenden Mediums kennen. Dann lässt sich die Bedingung für das Nichtzustandekommen totaler Reflexionen aus der Bedingung

$$\sin i < 1$$

stets ableiten. Es soll für die Erdatmosphäre diese Bedingung aufgestellt werden. Es würde hierbei voraussichtlich genügen von den Temperaturabnahme mit der Höhe abzusehen. In gleich einfacher Weise, wie für diese Annahme, lässt sich aber die Betrachtung nach der Bessel'schen Refractionstheorie erledigen, die freilich bekanntlich den thatsächlichen physikalischen Verhältnissen nur sehr roh Rechnung trägt. Nach dieser Theorie sind die Dichtigkeit ϱ in der Entfernung r vom Mittelpunkte der Erde und die Dichtigkeit ϱ_0 an der Oberfläche durch die Gleichung verbunden

$$\varrho = \varrho_0 \, e^{-\beta \frac{r-a}{r}}$$

wo β eine empirisch bestimmte Constante ist. Da die Brechungsexponenten der Luft sehr wenig von 1 verschieden sind, darf auch bei Aufrechterhaltung der älteren Annahmen stets gesetzt werden

$$\mu = 1 + c\varrho_0 e^{-\beta \frac{r-a}{r}}$$

$$\mu_0 = 1 + c\varrho_0 .$$

Totale Reflexionen werden nun jedenfalls ausgeschlossen sein, wenn

$$\mu \, r > \mu_0 \, a.$$

Setzt man zur Abkürzung $s = \frac{r-a}{r}$ so kann man diese Bedingung schreiben

$$1 - e^{-\beta s} < \frac{\mu_0}{\mu_0 - 1} \cdot s \qquad (3)$$

Nun ist $\frac{d(1-e^{-\beta s})}{d s} = \beta e^{-\beta s}$ stets positiv und nimmt mit wachsendem s ab, während die rechte Seite von (3) ebenfalls positiv ist und gleichmässig wächst. Für $s = 0$ werden beide Seiten von (3) gleich Null. Wenn demnach für $s = 0$

$$\beta e^{-\beta s} < \frac{\mu_0}{\mu_0 - 1}$$

so wird diese Bedingung (3) auch für alle grösseren s erfüllt sein. Demnach werden totale Reflexionen nicht eintreten können, wenn:

$$\beta < \frac{\mu_0}{\mu_0 - 1} \tag{4}$$

Die Verhältnisse der Erdatmosphäre sind nun sehr weit von dieser Bedingung entfernt, denn es ist

$$\mu_0 - 1 \text{ nahe} = \frac{1}{3399}$$

und es müsste nach (4) sein

$$\beta < 3400.$$

In der That ist aber $\beta = 746$.

Wie sich die Sache auf einem physikalisch so total von der Erde verschiedenen Körper, wie es die Sonne ist, verhält, kann man nicht von vornherein wissen. Ich werde aber in einem andern Aufsatze zeigen, dass gewisse Wahrnehmungen dafür zu sprechen scheinen, dass dort wirklich totale Reflexionen stattfinden. Im anderen Falle müssten die in den verschiedenen Theilen des Spectrums gemessenen Sonnendurchmesser um so bedeutende Grössen verschieden sein, dass dies den Beobachtern nicht hätte entgehen können, obwohl ähnlichen Fragen bisher noch nicht die genügende Aufmerksamkeit geschenkt worden ist.

Die Dispersion des Lichtes in der Erdatmosphäre äussert sich in der Erscheinung, dass die einfachen Lichtpuncte der Fixsterne zu Spectren sich verlängern. Die Länge dieser Spectren $\delta\zeta$ lässt sich sehr leicht berechnen. Bis zu Zenithdistanzen von etwa 80° wird man mit genügender Genauigkeit ansetzen dürfen

$$\delta\zeta = 2\zeta \cdot \frac{\delta\mu_0}{\mu_0^2 - 1} \tag{5}$$

wo ζ die Refraction in Zenithdistanz und $\delta\mu_0$ die Differenz der an der Erdoberfläche stattfindenden Brechungsexponenten für die Farben des Spectrums, welche die Grenzen desselben angeben, bedeuten.

Herr Ketteler[1]) hat die Dispersion der Luft untersucht und gefunden:

Linie	λ	μ_0	Δ
B	0.687	1.000 29353	— 4
C	0.656	29383	— 1
D	0.589	29470	+ 2
E	0.527	29584	+ 2
F	0.486	29685	+ 3
G	0.431	29873	— 2
H	0.397	30026	— 1

Hier sind die Wellenlängen in $^1/_{1000}$ mm. angesetzt. Ich finde hieraus durch die Cauchy'sche Dispersionsformel

$$\mu = 1.000\,29010_5 + 159.9 \frac{1}{\lambda^2}$$

welche Formel die äusserst kleinen Fehler Δ im Sinne Rechnung-Beobachtung übriglässt.

Setzt man $\lambda_0 = 0.575$, ungefähr entsprechend dem hellsten Theile des Spectrums, so wird

1) U. A. Mousson, Lehrbuch der Physik. II S. 548.

$$\delta\,\zeta = 0.00542\,\zeta \cdot \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}\right)$$

und wenn nach der Bessel'schen Refractionstafel

$$\zeta = 57''.7 \operatorname{tg} z$$

gesetzt wird, so ergiebt sich:

$$\delta\,\zeta = A \operatorname{tg} z$$

$$A = \frac{0''\cdot 313}{\lambda^2} - 0''\cdot 946$$

Man findet hieraus für

$$\lambda = 0.400;\; A = +\,1''.01$$

$$\lambda = 0.700;\; A = -\,0''.31$$

Die Gesammtlänge des kleinen Spectrums innerhalb der angegebenen Grenzen ist also 1".32. Vor kurzer Zeit hat Herr P. Henry[1]) durch Versuche für dieselbe Grösse 1"·63 gefunden, was auf eine etwas grössere Dispersion hindeuten würde, als Herr Ketteler gefunden hat.

1) Compt. Rend. Band 112.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München

Jahr/Year: 1892

Band/Volume: 1891

Autor(en)/Author(s): Seeliger Hugo Johann

Artikel/Article: Notiz über die Strahlenbrechung in der Atmosphäre 239-246