Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXIV. Jahrgang 1894.

München.
Verlag der K. Akademie.
1895.

In Commission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Ueber normale und anomale Dispersion elektrischer Wellen.

Von L. Graetz und L. Fomm.

(Eingelaufen 5. Mai.)

Vom Standpunkte der Maxwell'schen Theorie ist nicht zu erwarten, dass die Dielektrizitätsconstante eines Körpers eine durchaus constante Grösse sei. Denn da ihre Wurzel der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Verschiebung umgekehrt proportional sein soll (bei gleicher magnetischer Inductionsconstante) und da wir aus den optischen Messungen wissen, dass der Brechungsexponent mit der Wellenlänge variirt, so ist von vorn herein zu schliessen, dass sich die Dielektrizitätsconstante eines Körpers abhängig zeigt von der Wellenlänge der elektrischen Bewegungen, durch deren Hülfe sie gefunden wird. Ebensowenig ist aus der Maxwell'schen Theorie mit Nothwendigkeit der (gewöhnlich angeführte) Schluss zu ziehen, dass die Constante der Cauchyschen oder einer anderen Dispersionsformel (für normale Dispersion) der Wurzel aus der Dielektrizitätsconstante gleich sein muss, ein Schluss, der ja auch durch die Erfahrung nur in wenigen Fällen bestätigt wird. Vielmehr ist aus der Thatsache, dass die Dielektrizitätsconstante, in gewöhnlicher Weise bestimmt, sich meistens viel grösser ergiebt, als das Quadrat des auf unendlich lange Wellen reducirten Brechungsexponenten, consequent nur zu schliessen, dass im Gebiet der langen Wellen häufig Absorptionen und daraus folgende anomale

Dispersionen vorkommen, welche den Gang der Dispersionscurve wesentlich beeinflussen.

Von diesem Gesichtspunkte ausgehend, haben wir uns die Frage gestellt, ob eine Abhängigkeit der Dielektrizitätsconstante von der Wellenlänge der elektrischen Wellen experimentell zu constatiren ist. Man weiss von einer Reihe von Körpern, dass ihre Dielektrizitätsconstante, statisch gemessen, sich viel grösser ergiebt, als gemessen durch Schwingungen, auch wenn diese nur die langsamen Schwingungen eines Induktionsapparates sind. Man nahm an, dass man sich dabei durch Abkürzung der Ladungszeit dem wahren d. h. kleinsten Werth der Dielektrizitätsconstante nähert. Nach der obigen Darlegung giebt es aber gar keinen „wahren“ Werth der Dielektrizitätsconstante, vielmehr ist jeder durch einwurfsfreie Methoden sicher bestimmte Werth der Dielektrizitätsconstante als der wahre Werth für die zugehörige Wellenlänge anzusehen. Dass durch die Abkürzung der Ladungszeit man sich dem sogenannten wahren d. h. kleinsten Werth der Dielektrizitätsconstante nicht immer nähert, wird bewiesen durch die Versuche von Lecher[1]), welcher sogar bei raschen Hertz'schen Schwingungen ein Anwachsen der Dielektrizitätsconstante bei einigen Körpern constatirte, gegenüber den durch langsame Schwingungen bestimmten. Man wird vielmehr nach der Ausdrucksweise der Optik sagen müssen, dass, wenn sich die Dielektrizitätsconstante um so kleiner ergiebt, je grösser die angewendete Wellenlänge ist, dass man es dann mit einem Körper mit normaler Dispersion zu thun hat, dass dagegen, wenn umgekehrt die Dielektrizitätsconstante mit wachsender Wellenlänge selbst wächst, in dem hinter diesem Gebiet liegenden Theil der Wellenlängen (nach kürzeren Wellenlängen zu) anomale Dispersionen stattgefunden haben, und

1) Lecher Wied. Ann. 42 p. 142. 1891.

dass endlich, wenn man mit den Wellenlängen in ein Gebiet der anomalen Dispersion selbst kommt, die Dielektrizitätsconstanten mit abnehmender Wellenlänge zunehmen, dann bis zu einem Minimum abnehmen und dann wieder zunehmen müssen.

Bei Körpern, wie Schwefel, Paraffin, Schellack, für welche die gewöhnliche Maxwell'sche Beziehung gilt, ist natürlich eine Abhängigkeit der Dielektrizitätsconstante von der Wellenlänge, wie sie herstellbar ist, nicht zu erwarten. Wohl aber konnte ein solcher Einfluss bei Körpern mit grosser Dielektrizitätsconstante erwartet werden, da die meisten bisher untersuchten Substanzen zu der zweiten der oben erwähnten Klassen zu gehören scheinen. Wir sind aber beim Beryll mit dem von uns benützten Intervall der Wellenlängen gerade in ein Gebiet hineingekommen, welches für die Dielektrizitätsconstante genau denselben Gang zeigt, wie er bei anomaler Dispersion für den Brechungsexponenten in solchen Fällen bekannt ist.

Zu den Messungen benutzten wir die Erscheinung, welche wir früher[1]) ausführlich dargelegt haben, dass dielektrische Ellipsoide in einem von elektrischen Schwingungen durchzogenen homogenen Feld Drehungsbewegungen ausführen, welche dem Quadrat der angewendeten elektrischen Kraft proportional sind. Bei dieser Methode liess sich die Wellenlänge der angewendeten Schwingungen leicht dadurch variiren, dass wir eine Reihe von Leydener Flaschen von verschiedener Capacität anwendeten. Die Entladungsfunken derselben zwischen den Kugeln eines Mikrometers gaben uns Schwingungen, deren Wellenlängen sich nach der Theorie wie die Wurzeln der Capacitäten verhalten, wenn, wie es der Fall war, der ganze übrige Stromkreis möglichst unverändert blieb. Ausserdem konnten wir sehr langsame Schwingungen mit derselben Anordnung dadurch hervorbringen, dass wir die Kugeln des Mikrometers so weit auseinanderzogen, dass keine Funken

1) Graetz und Fomm Sitzungsber. d. bayr. Akad. 23 p. 275. 1893.

übergingen. Dann folgten sich die Schwingungen nur in der Periode, welche der Unterbrecher des Induktionsapparates hatte, einige hundert in der Sekunde.

Die Anordnung war derartig, dass eine der Leydener Flaschen mit den beiden sekundären Polen eines Induktionsapparates verbunden und durch dessen Ströme geladen wurde. Die Entladung geschah durch das Funkenmikrometer, von dessen Kugeln aus zwei Drähte zu zwei parallel geschalteten Kohlrausch'schen Condensatoren führten. Zwischen den Platten derselben hingen an gefirnissten Glasstäbchen die zu untersuchenden Scheiben oder Stäbchen, die durch einen Tropfen Schellack an den Stäbchen befestigt waren. Die Stäbchen selbst hingen an einem Spiegel, dieser an einem feinen Metallfaden, der an einer Ebonitfassung innerhalb einer Glasröhre aufgehängt war. Wenn der Spiegel sorgfältig den Platten des Condensators parallel gestellt wird — was auf optischem Wege jedesmal controllirt wurde —, wird die ganze Aufhängung selbst von den Ladungen nicht beeinflusst. Die Stäbchen und Scheiben wurden sorgfältig so befestigt, dass sie genau unter 45° gegen den Spiegel und damit gegen die Condensatorplatten standen. In dem einen der Condensatoren, den wir als Standard bezeichnen, hing zunächst eine dünne Kreisscheibe aus Schwefel, deren Ausschläge uns das Mass für die vorhandene elektrische Kraft gaben. Später wurde für manche Körper ein Kupferstäbchen zum Vergleich genommen. Der Abstand der Condensatorplatten wurde bei beiden Instrumenten gewöhnlich gleich gross gemacht (25 mm, bei grossen Dielektrizitätsconstanten 35 mm).

Theorie der Versuche.

Ein dielektrisches Ellipsoid wird in einem homogenen elektrischen Felde gleichmässig polarisirt. Hat das Ellipsoid die Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

und wirken in der Richtung der $x\,y\,z$-Axe die inducirenden Kräfte $X\,Y\,Z$, so sind die dielektrischen Momente des Ellipsoids pro Volumeneinheit[1])

$$\alpha = \frac{\varkappa X}{1 + \varkappa A_0} \qquad \beta = \frac{\varkappa Y}{1 + \varkappa B_0} \qquad \gamma = \frac{\varkappa Z}{1 + \varkappa C_0}$$

wo $A_0\,B_0\,C_0$ von dem Verhältniss der Axen abhängige Constanten sind und $\varkappa$ die „Dielektrisirungsconstante" ist, entsprechend der Poisson'schen Magnetisirungsconstanten. Die Dielektrizitätsconstante D ist

$$D = 1 + 4\,\pi\,\varkappa.$$

In unserem Fall haben wir ein Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe die x-Axe sei. Die x- und y-Axe mögen in einer horizontalen Ebene liegen und es möge die elektrische Kraft unseres Feldes den Winkel φ mit der x-Axe bilden (φ ist bei uns nahezu $= 45^0$). Ist P die ganze elektrische Kraft, d. h. die Potentialdifferenz W der Platten dividirt durch ihren Abstand und verläuft P, wie in unserem Falle horizontal, so hat das dielektrische Moment unseres Ellipsoids die Grösse (wenn V das Volumen des Ellipsoids ist)

$$m = \varkappa\,P\,V \sqrt{\frac{\cos^2\varphi}{(1 + \varkappa A_0)^2} + \frac{\sin^2\varphi}{(1 + \varkappa B_0)^2}}\,.$$

und die dielektrische Axe bildet mit der x-Axe, der Rotationsaxe, einen Winkel ψ, so dass

$$\operatorname{tang}\psi = \frac{1 + \varkappa A_0}{1 + \varkappa B_0} \operatorname{tang}\varphi \quad \text{ist.} \qquad \ldots . 1)$$

Das Drehungsmoment, welches den Winkel φ zu vergrössern strebt, ist

1) Kirchhoff, Vorlesungen über Elektrizität S. 166.

$$D = -\frac{\varkappa^2 P^2 \sin 2\varphi (B_0 - A_0) V}{(1 + \varkappa A_0)(1 + \varkappa B_0)}$$

Bei unserer Aufhängung wird bei den Stäbchen der Winkel φ verkleinert, bei den Scheiben vergrössert.

Diesem Drehungsmoment wird, wenn der Winkel φ sich um α verkleinert hat, durch die Torsion des Drahtes das Gleichgewicht gehalten. Ist also M der Torsionscoefficient des Aufhängedrahtes und wird die Grösse $\frac{\alpha}{\cos 2\alpha}$ gleich p gesetzt und zugleich, wie bei unseren Versuchen $2\varphi = \frac{\pi}{2}$ angenommen, so wird

$$2) \ldots\ldots \qquad M p = \frac{\varkappa^2 P^2 (B_0 - A_0) V}{(1 + \varkappa A_0)(1 + \varkappa B_0)}$$

Werden die entsprechenden Grössen für die Standardscheibe mit γ, $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{A}_0$, $\mathfrak{B}_0$, $\mathfrak{V}$ bezeichnet und wird

$$\frac{\gamma^2 (\mathfrak{B}_0 - \mathfrak{A}_0)\mathfrak{V}}{(1 + \gamma \mathfrak{A}_0)(1 + \gamma \mathfrak{B}_0)} = s$$

gesetzt, vorausgesetzt, dass γ bekannt ist, so wird

$$3) \ldots \qquad \frac{\varkappa^2}{(1 + \varkappa A_0)(1 + \varkappa B_0)} = \frac{p}{\mathfrak{p}} \frac{M}{\mathfrak{M}} \frac{s}{V(B_0 - A_0)}$$

woraus $\varkappa$ zu bestimmen ist, wenn $\frac{p}{\mathfrak{p}}$, $\frac{M}{\mathfrak{M}}$, V gemessen, s, A_0, B_0 berechnet sind.

Die Grösse A_0 und B_0 ergeben sich [1])

1. für eine Scheibe, wenn a die halbe Rotationsaxe, b die andere Halbaxe ist und $\sqrt{\frac{b^2 - a^2}{a^2}} = \varepsilon$ gesetzt wird:

1) Kirchhoff Mechanik S. 131.

$$A_0 = 4\pi \frac{1+\varepsilon^2}{\varepsilon^3} \left\{ \varepsilon - arc\operatorname{tang} \varepsilon \right\}$$

$$B_0 = \frac{2\pi}{\varepsilon^3} \left\{ (1+\varepsilon^2)\, arc\operatorname{tang} \varepsilon - \varepsilon \right\}$$

2. für ein Stäbchen bei derselben Bezeichnung der Halbaxen, wenn $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}} = \eta$ gesetzt wird

$$A_0 = -4\pi \frac{1-\eta^2}{\eta^3} \left\{ \left(\log \operatorname{nat} \sqrt{\frac{1-\eta}{1+\eta}} \right) + \eta \right\}$$

$$B_0 = \frac{2\pi}{\eta^3} \left\{ (1-\eta^2) \left(\log \operatorname{nat} \sqrt{\frac{1-\eta}{1+\eta}} \right) + \eta \right\}$$

Die Messungen.

Zu den Messungen wurden 4 Leydener Flaschen benutzt, die wir, von der kleinsten angefangen, als IV, III, II und I bezeichnen. Die Capacitäten dieser Flaschen wurden direkt verglichen und ergaben, bezogen auf $C_{IV} = 100$, die Werthe $C_{IV} = 100$, $C_{III} = 151$, $C_{II} = 185$, $C_I = 396$. Da aber in unseren Beobachtungen zu den Flaschen noch die beiden Condensatoren parallel geschaltet waren, so sind die Verhältnisse kleiner. Die in Betracht kommenden Capacitäten lassen sich angenähert aus den Ausschlägen unseres Standardinstruments bei so grosser Entfernung der beiden Mikrometerkugeln, dass keine Funken mehr überspringen ($\tau = \infty$), vergleichen. Es waren z. B. diese Ausschläge α und die daraus berechneten Capacitäten C

Flasche	IV	III	II	I
α	644	431	380	199
C	100	149,6	170	324

Letztere Werthe von C sind für unsere Versuche massgebend.

Die entsprechenden Wellenlängen λ, die den Wurzeln aus den Capacitäten proportional sind, sind

$$\lambda_{IV} = 100 \quad \lambda_{III} = 122{,}3 \quad \lambda_{II} = 130{,}4 \quad \lambda_{I} = 180{,}0.$$

Die Wellenlängen umfassen also keine ganze Oktave. Ausserdem aber konnten wir, wie erwähnt, sehr grosse Wellenlängen anwenden, indem wir ohne Funken, bloss mit den Ruhmkorffschwingungen arbeiteten. Diese Wellenlänge wollen wir als λ_R bezeichnen.

Bei jeder Flasche wurden gewöhnlich 4 Messungen in der Art gemacht, dass die Funkenstrecke auf 3 verschiedene, jeweils passende Abstände gebracht wurde, bei denen continuirlich Funken übergingen und die wir von der grössten zur kleinsten mit τ_a, τ_b, τ_c bezeichnen, und eine vierte Messung ohne Funken, mit τ_∞ bezeichnet. Wir nehmen an, dass bei derselben Flasche die Schwingungsdauer sich nicht wesentlich ändert, wenn man der Funkenstrecke die Längen τ_a, τ_b, τ_c giebt, die höchstens um einige Millimeter differirten. Feddersen zeigte bereits, dass diese Veränderung ohne wesentlichen Einfluss ist.

Beobachtungen an Schwefel.

Um die Dielektrizitätsconstante des Schwefels für verschiedene λ zu messen und zugleich für unser Standardinstrument das γ zu bestimmen, welches in die weiteren Messungen eingeht, wendeten wir eine Scheibe und ein Stäbchen aus Schwefel an. Aus dem Verhältniss ihrer Drehungen lässt sich γ berechnen. Bezeichnen wir nämlich für die Scheibe alle Grössen mit deutschen, für das Stäbchen mit lateinischen Buchstaben, so ergiebt sich aus der obigen Formel 2)

$$\frac{(1+\gamma\mathfrak{A}_0)(1+\gamma\mathfrak{B}_0)}{(1+\gamma A_0)(1+\gamma B_0)} = \frac{p}{\mathfrak{p}}\,\frac{M}{\mathfrak{M}}\,\frac{\mathfrak{V}}{V}\,\frac{\mathfrak{B}_0-\mathfrak{A}_0}{B_0-A_0} = f.$$

Es ist dabei vorausgesetzt, dass die beiden Schwefelstücke dasselbe γ haben, eine Voraussetzung, die wohl unbedenklich ist, da Scheibe und Stäbchen gleichzeitig hergestellt waren.

Die Resultate der Messungen sind folgende, wobei jeder Werth von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ aus mindestens 3 durch Schwingungsbeobachtungen erhaltenen Einzelwerthen das Mittel ist.

Werthe von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ für $\frac{\text{Schwefelstäbchen}}{\text{Schwefelscheibe.}}$

	λ_{IV}	λ_{III}	λ_{II}	λ_{I}	λ_{R}
$\tau = a$	0,5695	0,5568	0,5866	0,5509	0,5634 aus I
$\tau = b$	0,5683	0,5643	0,5602	0,5573	0,5687 „ II
$\tau = c$	0,5705	0,5691	0,5491	0,5686	0,5583 „ III
					0,5692 „ IV
Mittel	0,5694	0,5634	0,5653	0,5589	0,5649

Diese Zahlen weichen vom Mittel um nicht mehr als 1 % ab, so dass eine Abhängigkeit von der Wellenlänge nicht zu erkennen ist, sie zeigen zugleich, dass die Methode bis auf 1 bis 2 % übereinstimmende Zahlen ergiebt. Diese Fehlergrenze beruht hauptsächlich darauf, dass der Unterbrecher des Ruhmkorff nicht regelmässig funktionirt, ein Uebelstand, der durch die gleichzeitige Beobachtung an zwei Instrumenten wohl in seiner Wirkung reducirt, aber nicht ganz unschädlich gemacht werden kann.

Die zur Berechnung von γ nothwendigen Constanten sind

$$\mathfrak{A}_0 = 11{,}8432 \quad \mathfrak{B}_0 = 0{,}3616 \quad \mathfrak{M} = 4{,}4174 \quad \frac{\mathfrak{V}}{V} = \frac{621}{491}$$

$$A_0 = 0{,}6105 \quad B_0 = 5{,}9780 \quad M = 4{,}3400.$$

Aus dem Mittelwerth aller $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ ergiebt sich

$$\gamma = 0{,}24915$$
$$D = 1 + 4\pi\gamma = 4{,}131.$$

Dieser Werth für D liegt nahe an dem von Boltzmann gefundenen, welcher für die drei Hauptaxen die Werthe fand $D = 4{,}773$, $3{,}970$, $3{,}811$, im Mittel also $4{,}184$. Diese beiden Schwefelstücke wurden gleich nach der Herstellung (Guss) untersucht. Für andere, lange benützte Schwefelstücke fanden wir $\gamma = 0{,}24915$, woraus $D = 3{,}798$ sich ergiebt. Es ist bekannt, dass gegossener Schwefel beim Stehen spontan in eine andere Modifikation übergeht.

Beobachtungen an Paraffin.

Eine Paraffinscheibe von 20,9 mm Durchmesser und 1,2 mm Dicke wurde mit einer Schwefelscheibe verglichen, für welche $s = 54{,}855$ (s. p. 194) war. Es ergaben sich folgende

Werthe von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ für $\frac{\text{Paraffinscheibe}}{\text{Schwefelscheibe.}}$

	λ_{IV}	λ_{III}	λ_{II}	λ_{I}	λ_{R}
$\tau = a$	0,3239	0,3406	0,3115	0,3463	0,3492 aus I
$\tau = b$	0,3388	0,3507	0,3572	0,3375	0,3441 „ II
$\tau = c$	0,3532	0,3341	0,3531	0,3420	0,3327 „ III
					0,3434 „ IV
Mittel	0,3386	0,3418	0,3406	0,3419	0,3423

Auch hier lässt sich, wie zu erwarten, ein Gang der Dielektrizitätsconstante nicht erkennen. Aus dem Mittelwerth der $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ und den Constanten der Paraffinscheibe $A_0 = 11{,}5105$, $B_0 = 0{,}52788$, $V = 411{,}7$ ergiebt sich

$$\varkappa = 0{,}1162$$
$$D = 1 + 4\pi\varkappa = 2{,}20.$$

Boltzmann fand für Paraffin 2,32.

Beobachtungen an Wasser.

Um Körper mit grösserer Dielektrizitätsconstante auf ihre etwaige Dispersion zu untersuchen, gingen wir bald zum Wasser über, dessen Dielektrizitätsconstante die grösste bisher gemessene ist. Wir brachten das Wasser in eine kleine dünnwandige Ebonitröhre (20,1 mm Länge, 3,0 mm Durchmesser), welche an den beiden Enden durch Ebonitpfröpfchen verschlossen war. Die Messungen wurden erst an der leeren, dann an der mit Wasser gefüllten Röhre vorgenommen und die ersteren Ausschläge, auf gleiche Standardausschläge reducirt, von den letztern abgezogen. Diese Correktion betrug 2—3 %. Mit den Ruhmkorffschwingungen allein haben wir keine Messungen angestellt, weil bei unsern Potentialen dann die Ausschläge zu gross wurden, so dass merkbare Einwirkungen der Ladungen auf den Spiegel der Aufhängung stattfanden, die nur unsicher hätten eliminirt werden können. Wir beschränken uns also auf die Angabe der Resultate mit raschen Condensatorschwingungen. Die benützte Schwefelscheibe hatte ein $s = 43{,}610$.

Die Beobachtungen ergaben folgende

Werthe von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ für $\frac{\text{Wasserröhrchen}}{\text{Schwefelscheibe.}}$

	λ_{I}	λ_{II}	λ_{IV}
$\tau = a$	4,1812	4,1823	4,1324
$\tau = b$	4,1577	4,1326	3,9869
$\tau = c$	4,1117	4,0481	4,0802
Mittel	4,1502	4,1210	4,0665

Es scheint hier ein Gang der Dielektrizitätsconstante in der Weise vorzuliegen, dass mit wachsender Wellenlänge auch die Dielektrizitätsconstante grösser wird. Da jedoch die Differenzen der $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ 2 % nur wenig übersteigen, so ist das

Resultat nicht sicher. Aus dem Mittelwerth der $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ und $A_0 = 0{,}45998$, $B_0 = 6{,}05330$, $V = 140{,}00$ ergiebt sich

$$\varkappa = 5{,}8324$$
$$D = 73{,}54$$

ein Werth, der mit den bisher bekannten gut übereinstimmt. Es ist jedoch dieses Resultat bei so grossen Werthen von D nur durch aussergewöhnliche Sorgfalt zu erreichen und zwar desshalb, weil eben der Werth von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ so gross ist, dass kleine Aenderungen in ihm und kleine Ungenauigkeiten in der Bestimmung der Dimensionen des Röhrchens schon grosse Aenderungen von D hervorbringen.

Um diesen Uebelstand, der auch bei anderen Substanzen sich zeigte, zu vermeiden, haben wir versucht, ob wir nicht derartige Körper mit grossem D mit Metallen vergleichen können.

Beobachtungen an Kupfer.

Wendet man die Mosotti-Poisson'sche Theorie auf Metalle an, so ist, weil für diese bei statischen Zuständen das Potential constant sein muss, die Dielektrisirungsconstante $\varkappa = \infty$ zu setzen. Es war die Frage, ob bei unsren, immerhin raschen Schwingungen die Ladungen den Metallen gegen über noch als statische oder besser quasistatische anzusehen wären. War das der Fall, dann musste ein Kupferstäbchen den Werth $D = \infty$ ergeben. Dabei ist zu bedenken, dass die oben entwickelte Formel 3, durch welche man D aus $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ bestimmt, eine Curve von folgendem Verlauf giebt. Trägt man die $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ als Abscissen auf, so steigt die Curve von D erst langsam, dann rascher an und geht endlich steil bis $+\infty$, um dann nach $-\infty$ zu springen und mit weiter wachsendem $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ allmählich kleinere negative Werthe von D zu liefern.

Wenn also die Beobachtungen einen sehr grossen positiven oder negativen Werth von D ergeben, so ist dies ein Beweis für $\varkappa = \infty$. Die Beobachtungen ergaben für ein Kupferstäbchen von 23 mm Länge und 2,94 mm Durchmesser (an den Enden abgerundet) folgende

Werthe von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ für $\frac{\text{Kupferstäbchen}}{\text{Schwefelscheibe.}}$

	λ_{I}	λ_{II}	λ_{IV}
$\tau = a$	7,971	8,008	8,004
$\tau = b$	8,153	7,823	8,053
$\tau = c$	7,983	8,085	8,017
Mittel	8,0357	7,9720	8,0280

Mit dem kleinsten Werth 7,9720 ergiebt sich $D = + 7445$, mit dem grössten 8,0357, der nur um 0,75 % grösser ist, $D = - 9120$, so dass damit der Werth von $\varkappa = \infty$ für unsre Schwingungen als gültig bewiesen ist.

Wenn das Kupferstäbchen als Standard genommen wird, so ist der Werth der Grösse s (p. 194).

$$s = \frac{(\mathfrak{B}_0 - \mathfrak{A}_0)\,\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}_0\,\mathfrak{B}_0} = 397{,}7.$$

Beobachtungen an Bromblei.

Ein Stäbchen aus Bromblei von 21,6 mm Länge und 3,9 mm Dicke ergab mit Kupfer verglichen folgende

Werthe von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ für $\frac{\text{Bromb leistäbchen}}{\text{Kupferstäbchen.}}$

	λ_{I}	λ_{II}	λ_{III}	λ_{IV}
$\tau = a$	0,8767	0,7828	0,8355	0,8223
$\tau = b$	0,8573	0,8486	0,7929	0,7884
$\tau = c$	0,8437	0,8141	0,7956	0,7760
Mittel	0,8592	0,8152	0,8080	0,7956

Hier zeigen die Zahlen $\frac{p}{\mathfrak{p}}$, von denen die Dielektrizitätsconstante abhängt, einen ausgesprochenen Gang mit der Wellenlänge und zwar so, dass die Dielektrizitätsconstante mit wachsender Wellenlänge selbst wächst. Die Berechnung ergiebt für die Dielektrizitätsconstante

	λ_{IV}	λ_{III}	λ_{II}	λ_{I}
$D=$	41,792	42,938	43,692	48,643

Dieser Gang zeigt an, dass bei kürzeren Wellen als λ_{IV} Absorptionen und anomale Dispersionen stattgefunden haben und dass die Dispersionscurve in unserem Intervall noch in aufsteigendem Gang ist.

Beobachtungen an Jodblei.

Denselben Gang ergaben die Beobachtungen an einem Jodbleistäbchen von 21,7 mm Länge und 3,60 mm Dicke. Es ergaben sich folgende

Werthe von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ für $\frac{\text{Jodbleistäbchen}}{\text{Kupferstäbchen.}}$

	λ_{I}	λ_{II}	λ_{IV}
$\tau = a$	0,8178	0,8030	0,8243
$\tau = b$	0,9303	0,9191	0,8544
$\tau = c$	0,9355	0,8977	0,8158
Mittel	0,8946	0,8733	0,8315

Die Differenz der äussersten Werthe ist 7 %. Die daraus berechneten Werthe der Dielektrizitätsconstanten, die grössten bisher bekannten, sind

	λ_{IV}	λ_{II}	λ_{I}
D	113,2	147,7	172,8

Wenn nun auch der Gang der Dielektrizitätsconstante bei diesen beiden Körpern die frühere Ansicht zu bestätigen scheint, dass mit Abkürzung der Ladungszeit die Dielektrizitätsconstanten kleiner werden, weil die Leitung sich dann nicht voll entwickeln kann, so scheinen uns gegen diese Erklärung die Gründe zu sprechen, dass erstens bei unserem Wasser (Wasserleitungswasser, nicht destillirtes Wasser), welches ein besserer Leiter als Jodblei und Bromblei bei diesen Temperaturen ist, ein so erhebliches Anwachsen von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ mit waschsender Wellenlänge sich nicht zeigt, sondern nur ein noch in die Beobachtungsfehler fallendes und zweitens, dass unsere nun anzuführenden Beobachtungen an Beryll ein ganz anderes, anomales Verhalten zeigten.

Beobachtungen an Beryll.

Wir hatten eine senkrecht zur Axe geschnittene Beryllscheibe, welche wir der Freundlichkeit des Herrn Prof. Groth verdanken. Ihr Durchmesser ist 15,5 mm, ihre Dicke 0,44 mm. Daraus ergeben sich ihre Constanten

$$A_0 = 12{,}0254 \qquad B_0 = 0{,}27038 \qquad V = 83{,}025$$

Folgendes ist das Resultat einer ersten Messungsreihe:

Werthe von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ für $\frac{\text{Beryllscheibe}}{\text{Schwefelscheibe.}}$

	λ_{IV}	λ_{II}	λ_{I}	λ_{R}
$\tau = a$	1,0246	0,7836	1,1270	0,6935 aus I
$\tau = b$	1,1027	0,7149	0,9531	0,7185 „ II
$\tau = c$	0,9410	0,7767	1,0698	0,6735 „ IV
Mittel	1,0228	0,7584	1,0499	0,6952

Die Zahlen zeigen deutlich ein Minimum von $\frac{p}{\mathfrak{p}}$ und daher auch ein Minimum der Dielektrizitätsconstante für die

Wellenlänge λ_{II}. Die Dielektrizitätsconstanten ergeben sich aus diesen Zahlen:

	λ_{IV}	λ_{II}	λ_{I}	λ_{R}
$D=$	8,503	6,580	9,207	5,943

Der Verlauf dieser Zahlen, die hier von der kürzesten zur längsten Wellenlänge fortschreitend geordnet sind, ist genau derselbe, wie der für den optischen Brechungsindex bei anomaler Dispersion. Es sind z. B. für Fuchsin die Zahlen von Wernicke für die

Linie	H	G	C	A
$n=$	1,54	1,31	1,90	1,73.

Um die Werthe von D sicherer zu bestimmen, haben wir eine zweite Versuchsreihe mit einer andern Schwefelscheibe als Standard angestellt, indem wir noch die Flasche III, die eine Wellenlänge zwischen II und IV ergiebt, hinzunahmen.

Folgendes sind die

$$\text{Werthe von } \frac{p}{\mathfrak{p}} \text{ für } \frac{\text{Beryllscheibe.}}{\text{Schwefelscheibe II.}}$$

	λ_{IV}	λ_{III}	λ_{II}	λ_{I}	λ_{R}
$\tau=a$	0,6274	0,5042	0,5407	0,6233	0,5217 aus I
$\tau=b$	0,6146	0,5189	0,5426	0,6008	0,4885 „ II
$\tau=c$	0,5738	0,4775	0,5360	0,6572	0,5140 „ III
					0,4876 „ IV
Mittel	0,6053	0,5002	0,5398	0,6271	0,5029

Es ist also hier der Gang der Zahlen genau derselbe, nur zeigt sich das Minimum noch bei kürzeren Wellen als früher, nämlich schon bei der Wellenlänge λ_{III}.

Die hieraus berechneten Werthe von D sind, zusammengestellt mit den aus den vorigen Beobachtungen, folgende:

	λ_{IV}	λ_{III}	λ_{II}	λ_{I}	λ_{R}
Beob. I	8,50		6,58	9,21	5,94
Beob. II	7,80	6,60	7,08	8,04	6,68
Mittel	8,15	6,60	6,83	8,62	6,31

Die aus der Formel $n^2 = D$ berechneten Brechungsexponenten sind folgende:

$$n = 2{,}846 \quad 2{,}588 \quad 2{,}613 \quad 2{,}936 \quad 2{,}512.$$

Curie[1]) fand für Beryll in der Richtung der optischen Axe $D_c = 6{,}24$, senkrecht zur optischen Axe $D_a = 7{,}58$.

Die Dispersionscurve verläuft übrigens bei Beryll lange nicht so scharf, wie sie es bei Fuchsin thut.

Wir beabsichtigen diese Erscheinungen bei Beryllstäbchen anderer Provenienz und verschiedener Orientirung der Axe weiter zu untersuchen und die Wellenlängen, bei denen die anomale Dispersion stattfindet, absolut zu bestimmen. Aus der Thatsache der anomalen Dispersion lässt sich auch erkennen, warum die Einzelbeobachtungen beim Beryll nicht denselben Grad der Uebereinstimmung zeigen, wie bei anderen Substanzen. Wir haben es ja sicher nicht mit ganz reinen Wellen zu thun, sondern jedenfalls mit etwas gemischten, zum mindesten schon dadurch, dass die Ruhmkorffschwingungen sich den Funkenschwingungen überlagern.

Wenn man die oben unter 1 angegebene Formel betrachtet, so erkennt man, wie sich in unserem Falle das Analogon zu der prismatischen Trennung der Farben ergiebt. Denn der Winkel, den die dielektrische Axe des polarisirten Körpers mit der Rotationsaxe bildet, ist, wenn $\varphi = 45^0$ ist,

$$\operatorname{tang} \psi = \frac{1 + \varkappa A_0}{1 + \varkappa B_0}$$

1) Curie Ann. chim. et phys. (6) 17. p. 385. 1889.

Hat also $\varkappa$ für verschiedene Längen der Wellen verschiedene Werthe, so ist die Richtung der dielektrischen Axe im Körper jedesmal verschieden und ein System von verschiedenen gleichzeitig ankommenden Wellen giebt eine Reihe von fächerartig auseinandergehenden dielektrischen Axen.

Da die Absorption der elektrischen Strahlen, die die Dispersion bedingt, von der Leitung abhängt, so folgt aus unseren Versuchen auch, dass die Leitungsfähigkeit solcher Körper bei verschiedenen Wellenlängen verschieden sein muss und allgemein, dass Dielektrizitätsconstante und Leitungsfähigkeit nicht vollständig von einander unabhängige Grössen sind, sondern dass sie in ähnlicher Weise durch die Constitution des Körpers zusammenhängen, wie in der Optik absorbirender Körper die Brechung und die Absorption.

München, Physik. Institut d. Univers., Mai 1894.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: 1894

Autor(en)/Author(s): Graetz Leo, Fomm Ludwig

Artikel/Article: Ueber normale und anomale Dispersion elektrischer Wellen 189-206