Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXV. Jahrgang 1895.

München.
Verlag der K. Akademie.
1896.

In Commission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Ueber eine neue Bestimmung der Refractionsconstante auf astronomischem Wege.

Von J. Bauschinger.

(*Eingelaufen 4. Mai.*)

Die Bestimmung der Refractionsconstante, also physikalisch gesprochen des Brechungsexponenten der Luft gehört zu den schwierigsten und wichtigsten Aufgaben der praktischen Astronomie. Die Schwierigkeiten liegen einerseits in schwer zu bestimmenden Instrumentalfehlern, insbesondere den Biegungsverhältnissen des Fernrohrs, andererseits in der Complicirtheit der atmosphärischen Factoren, welche auf die Refraction von Einfluss sind und deren Wirkungen nur mit Mühe von einander zu trennen und zu bestimmen sind. Die Wichtigkeit einer möglichst genauen Erforschung aller auf die Refraction einwirkenden Umstände liegt darin, dass das ganze Declinationssystem der Gestirne, also die Hälfte der Coordinatenbestimmungen der messenden Astronomie, auf der Annahme über die Refractionsconstante beruht, und dass ein wirklicher Fortschritt in der Verfeinerung der absoluten Messungen erst dann constatirt werden kann, wenn er Hand in Hand geht mit einer genaueren Einsicht in die Refractionsverhältnisse.

Der schöne Repsold'sche Meridiankreis, welchen die Münchener Sternwarte im Jahre 1891 erhielt, zeigte bei den ersten Prüfungen so hervorragende Eigenschaften, dass der

Gedanke, dieselben zu einer neuen Untersuchung der Refraction auszunutzen, umsoweniger abzuweisen war, als in München eine derartige Untersuchung überhaupt noch nicht ausgeführt wurde, und als die mit diesem Instrument ersten Ranges in Aussicht genommenen fundamentalen Messungen ohne eine solche Untersuchung bei den möglicherweise vorhandenen localen Einflüssen einen bedenklichen Mangel der Fundirung aufweisen würden. Die ersten Jahre der Beobachtungsthätigkeit an diesem Instrument sind daher nach der Bestimmung des Herrn Professor H. Seeliger der Untersuchung der Refraction gewidmet worden. Eine demnächst im III. Bande der „Annalen der k. Sternwarte zu München" erscheinende umfangreiche Abhandlung gibt ausführliche Rechenschaft hierüber, während hier versucht werden soll, die wesentlichsten Resultate auszugsweise zusammenzustellen.

Die Methode der Untersuchung war die bekannte und mit dem Meridiankreis einzig mögliche durch Beobachtung der Circumpolarsterne in ihrer oberen und unteren Culmination. Ein Hauptaugenmerk wurde auf die Erlangung möglichst zahlreicher Messungen in geringen Höhen gerichtet, Beobachtungen, welche ebenso wichtig als schwierig zu erlangen sind und in dieser Menge, wie sie zu unserer Untersuchung verwendet werden konnten, auch kaum noch irgendwo vorliegen dürften. Die meteorologischen Elemente wurden an sorgfältig geprüften Instrumenten abgelesen und zwar sind nicht nur der Luftdruck und die äussere Lufttemperatur gemessen worden, sondern auch die Luftfeuchtigkeit und die Temperatur im Beobachtungsraume; letztere an fünf symmetrisch in der Beobachtungsspalte aufgehängten Thermometern. Die Fehler des Meridiankreises selbst sind genau untersucht worden, doch muss hierüber auf die Abhandlung verwiesen werden; hier sei nur angeführt, dass der mittlere Fehler der Theilung des Kreises bei Ablesung von vier Mikroskopen zu $\pm 0''.24$ gefunden wurde; da die Gestirne symmetrisch in

beiden Lagen des Kreises beobachtet wurden, so stellt sich also der von der Theilung herrührende Fehler im Mittel auf $\pm 0''.17$; ferner muss erwähnt werden, dass jener Fehler, der bisher am verhängnissvollsten auf die Messungen der Zenithdistanzen von Gestirnen in geringen Höhen und in Folge dessen auf die Bestimmung der Refractionsconstante eingewirkt hat, nämlich die Biegung des Fernrohres, beim Repsold'schen Instrument als unmessbar klein gefunden wurde, sich also sicher nicht über $0''.1$ erhebt.

Die Beobachtungen sind von vorneherein so angelegt worden, dass es möglich war, die Veränderlichkeit der Polhöhe unabhängig von anderen Beobachtungen zu bestimmen und in Rechnung zu ziehen; die gefundenen Variationen sind in guter Uebereinstimmung mit den anderwärts ermittelten. Die Genauigkeit der Beobachtungen ist aus der Uebereinstimmung der Einzelmessungen eines Gestirnes untereinander bestimmt worden; es fand sich der mittlere Fehler einer absoluten Beobachtung der Zenithdistanz (abgesehen vom Theilungsfehler) zu

$$\mu = \sqrt{0''.32^2 + 0''.23^2\, tg\, z^2} \qquad (z = \text{Zenithdistanz})$$

eine Zahl, die am besten geeignet ist, die Vortrefflichkeit des Instrumentes zu erweisen und das Vertrauen in die Sicherheit der erlangten Resultate zu befestigen.

Die Untersuchung der auf die Refraction bezüglichen Verhältnisse wurde mit der Bestimmung des Ausdehnungscoefficienten der Luft begonnen. Den bei der ersten Reduction der Beobachtungen angewandten Refractionstafeln von Radau liegt der Regnault'sche Werth 0.003663 (für Centigrade) zu Grunde, der sich von den bisherigen sichersten astronomischen Bestimmungen

Bessel	0.003644
Gyldén	0.003689
Pond (Chandler)	0.003650

so wenig unterscheidet, dass eine irgendwie bedeutende Correction desselben ausgeschlossen erschien. Die trotz dieser Aussicht begonnene Untersuchung hat aber nach einer anderen Richtung zu einem ziemlich sicheren Resultate geführt, das nicht ohne Bedeutung zu sein scheint. Das eingeschlagene Verfahren war folgendes: Es wurden nur beigezogen die Sterne zwischen 60° und 85° nördlicher Zenithdistanz, indem jene mit geringerer Z.D. nur einen minimalen Beitrag zur Lösung der Aufgaben liefern können, jene mit grösserer aber anderweitigen Störungen in einem Maasse unterliegen, dass sie die Einflüsse einer geringen Aenderung des Temperaturcoefficienten verwischen müssen. Von jedem Sterne wurden die bei den vier höchsten und die bei den vier niedrigsten Temperaturen erhaltenen Zenithdistanzen in je ein Mittel vereinigt und die Differenz $z_1 - z_0$ der beiden Gruppen genommen, zugleich mit der Differenz der Mittel der Temperaturen $t_1 - t_0$; dieses Verfahren bewirkt, dass die erlangten Differenzen unabhängig werden von der Refractionsconstante selbst und von der noch ungelösten Frage über den Einfluss der Saalrefraction. Die Unterschiede der Temperaturen steigen bis zu 21° und liessen ein sicheres Resultat erwarten. Ist $\left(1 + \frac{i}{100}\right)$ der Factor, mit dem der Ausdehnungscoefficient 0,003663 multiplicirt werden muss, um den den Beobachtungen entsprechenden zu erhalten, und ist R die Refraction für die Temperatur 0° C und den mittleren Barometerstand 718 mm, dann werden die Bedingungsgleichungen, wenn die ganz belanglosen Glieder zweiter Ordnung vernachlässigt werden, von der Form:

$$(t_1 - t_0)\ 0.003663\ \frac{R}{100}\ i = z_1 - z_0.$$

Wider Erwarten fand sich aus 45 solchen Bedingungsgleichungen ein ungewöhnlich grosser Werth von i, nämlich $i = 3.19 \pm 0.91$, womit der Ausdehnungscoefficient wird

$$0.003663\,(1 + 0.0319) = 0.003780 \pm 0.000033.$$

Es ist kein Zweifel, dass diese Erhöhung des Ausdehnungscoefficienten um 3 Procent ganz unzulässig ist und zu unlösbaren Widersprüchen mit den physikalischen Bestimmungen führen würde. Es hat zwar Gyldén aus der Discussion von Sommerbeobachtungen einen ähnlichen Werth, nämlich 0.003769 gefunden und Mascart hat durch physikalische Methoden sogar noch einen grössern Werth, nämlich 0.00382 abgeleitet, allein diese Bestimmungen stehen vereinzelt und dürften nicht einwandfrei sein, ersterer schon desshalb, weil er eben nur für die Sommerbeobachtungen gilt, während die Winterbeobachtungen einen viel kleineren Werth ergeben; der Mascart'sche Werth aber ist durch neuere Versuche von Benoît widerlegt worden (siehe Kayser und Runge, Die Dispersion der Luft, Abh. der Berl. Akad. 1893).[1])

Es könnte die Ursache des grossen Unterschiedes zwischen dem oben gefundenen Werth und den früheren astronomischen Bestimmungen darin gesucht werden, dass bei ersterem der Dampfdruck in Rechnung genommen wurde, während dies bei den anderen nicht geschah, allein eine einfache Ueberschlagsrechnung zeigt, dass bei Nichtberücksichtigung des Dampfdruckes die Unterschiede $z_1 - z_0$ noch stärker positiv werden, also i noch grösser. Hierin liegt ein Beweis für die Nothwendigkeit, bei der Berechnung der Refraction den Dampfdruck beizuziehen, zugleich aber auch ein Hinweis auf eine andere mögliche Erklärung der durch die Beobachtungen gebotenen Differenzen $z_1 - z_0$. Ich suche deren Entstehung in der nicht ganz zutreffenden Inrechnungnahme

---

[1]) Nachträglich finde ich noch, dass Nyrén aus den Pulkowaer Vertikalkreisbeobachtungen 1882—1891 den Werth 0.003770 für 1° C abgeleitet hat, also einen mit dem von mir gefundenen fast identischen; er hat es aber ebenfalls nicht gewagt, denselben bei der Reduction der Beobachtungen zu benutzen.

des Dampfdruckes bei den Radau'schen Tafeln. Radau hat zur Berechnung der sogenannten „optischen Dichtigkeit" der Luft vorgeschlagen den Ausdruck

$$\left(1 - \frac{1}{8}\,\frac{\pi}{760}\right) B \quad \text{statt } B \qquad \begin{cases} \pi \text{ Dampfdruck} \\ B \text{ Barometerstand} \end{cases}$$

zu benutzen, worin der Factor $\frac{1}{8}$ lediglich empirisch ist und aus den Experimenten von Fizeau und Jamin abgeleitet wurde. Die theoretische Berechtigung dieser Gegenüberstellung von optischer und physikalischer Dichtigkeit ist nun schwer einzusehen, während es viel näher liegt, die brechende Kraft der Luft proportional der physikalischen Dichtigkeit zu setzen, welche bekanntlich proportional

$$\left(1 - 0.378\,\frac{\pi}{760}\right) B \text{ oder nahe } \left(1 - \frac{3}{8}\,\frac{\pi}{760}\right) B$$

anzunehmen ist. Um die Frage, welche Dichtigkeit für die Refraction massgebend ist, objectiv zu entscheiden, ist es offenbar der sicherste Weg, den Factor, mit welchem π in Rechnung zu setzen ist, aus den Beobachtungen selbst abzuleiten; dieser Weg führt aber unmittelbar zu den Differenzen $z_1 - z_0$, da die Extreme der Temperatur im Allgemeinen mit den Extremen des Dampfdruckes zusammenfallen. Ist $\frac{k}{8}$ der zu bestimmende Factor, so werden die Gleichungen von der Form

$$0.12\, m\, (\pi_1 - \pi_0)\, (k - 1) = z_1 - z_0,$$

worin m die Aenderung der Refraction für 1 mm Quecksilberdruck bedeutet. Die Auflösung derselben ergab

$$k - 1 = 3.37 \pm 0.69.$$

Die Beobachtungen entscheiden also für die Anwendung der physikalischen Dichtigkeit. Die dann übrig bleibenden Fehler

$z_1 - z_0$ lassen weder in der Anordnung nach der Zenithdistanz, noch in jener nach der Rectascension ein systematisches Verhalten erkennen, womit zugleich der Nachweis gegeben ist, dass nach Einführung des neuen Factors von π die Beobachtungen eine Aenderung des angewandten Ausdehnungscoefficienten der Luft nicht erheischen.

Die Ermittelung der Refractionsconstante geschah durch Vergleichung der in der oberen und unteren Culmination erhaltenen Declinationen. Ist

δ die Declination aus den oberen Culminationen,
δ' „ „ „ „ unteren „
r die Refraction für die obere Culmination,
r' „ „ „ „ untere „
$\Delta\varphi$ die Correction der angewandten Polhöhe,
$(1+n)$ der Factor, mit dem die benutzte Refraction, welche hier auf den Radau'schen Tafeln, also der Bessel'schen Refractionsconstante (Tab. Reg.) beruht, zu multipliciren ist, um die den Beobachtungen entsprechende zu erhalten,

so hat man die Beziehung

$$\delta - \delta' = -2\Delta\varphi \mp rn - r'n \begin{cases} \text{obere Culm. nördl. v. Zenith} \\ \text{obere Culm. südl. v. Zenith} \end{cases}$$

oder wenn $-2\Delta\varphi = x$, $-100\,n = y$ gesetzt wird:

$$\delta - \delta' = x + y\,\frac{\pm r + r'}{100}.$$

Die hiesigen Beobachtungen gestatteten die Aufstellung von 76 solcher Gleichungen; die Zenithdistanzen in unterer Culmination geben von 43°6′ bis 88°49′, die Factoren $\pm r + r$ von 100″ bis 1420″. Die Auflösung ergab

$$x = -0.797, \qquad y = +0.510. \qquad (1)$$

Die starke Verminderung der Bessel'schen Refractionsconstante, die sich in diesem Werth von y ausspricht, ist zwar auch schon durch die Discussion anderer neuerer Beobachtungsreihen gefunden worden, muss aber doch mit grosser Vorsicht aufgenommen werden. Wenn man nämlich die Bedingungsgleichungen in zwei Gruppen theilt, von denen die erste bis 76° Z.D. reicht, die andere bis in die Nähe des Horizontes, so ergibt die Auflösung der ersten Gruppe

$$x = -0''.047, \qquad y = -0.028 \tag{2}$$

und die der zweiten

$$x = -0''.575, \qquad y = +0.483. \tag{3}$$

Da die Resultate dieser beiden Auflösungen auf keine Weise zu vereinigen sind, hätte man zu schliessen, dass bei den grösseren Zenithdistanzen noch andere Factoren wirksam sind, als die bisher in Betracht gezogenen. Man wird zunächst den Grund der Missstimmung in der nicht völlig zutreffenden Hypothese über die Temperaturabnahme in der Atmosphäre suchen, von der ausschliesslich die Beobachtungen von 76° Z.D. ab beeinflusst werden, während bekanntlich die Refractionen bis 76° Z.D. von jeder Annahme über die Constitution der Atmosphäre völlig unabhängig sind. Den Radau'schen Tafeln liegt die Ivory'sche Hypothese zu Grunde mit dem Factor $f = 0.2$; nimmt man den wahren Werth von f zu $\frac{2+z}{10}$ an, so wird die durch z herbeigeführte Aenderung der Refraction gleich $-\lambda z$, wo der Factor λ der Radau'schen Tafel V entnommen werden kann, und die Bedingungsgleichungen erhalten folgende Form:

$$\delta - \delta' = x + y\frac{+r+r'}{100} + \lambda z.$$

Werden sie neu aufgelöst, so ergibt sich

$$x = -0''.828, \quad y = +0.527, \quad z = -0.053, \tag{4}$$

woraus durch Vergleichung mit (1) zu erkennen ist, dass durch die Einführung von z eine wesentliche Verbesserung der Darstellung der Beobachtungen nicht erzielt wird, und zugleich, dass die Constante $f = 0.2$ der Ivory'schen Hypothese völlig den Beobachtungen entspricht. Also auch durch eine andere Annahme über f ist die Missstimmung zwischen den beiden Gruppen nicht zu beseitigen.

Man wird weiter daran denken, dass bei den tieferen Culminationen das Sternbild in ein Spectrum auseinandergezogen erscheint, und dass man den Brechungsexponenten für weisses Licht, den die höheren Culminationen liefern, aus ihnen nur dann erhalten wird, wenn man eine ganz bestimmte Stelle des Spectrums einstellt. Um hier klar zu sehen, wollen wir die Brechungsexponenten aus den Auflösungen (2) und (3) ableiten. Dieselben finden sich, reducirt auf 760 mm Quecksilberdruck, 0° C Temperatur und 6 mm Dampfdruck zu

aus (2)	1.000 2933
aus (3)	1.000 2918

Vergleicht man damit die Resultate, welche Kayser und Runge (a. a. O.) aus physikalischen Bestimmungen für die hier in Betracht kommenden Fraunhofer'schen Linien erhalten haben (für denselben Luftzustand):

A	1.000 2902
B	2908
C	2911
D	2919
E	2930
F	2940

so erkennt man, dass der Werth aus (2) in Grün liegt; der Werth aus (3) dagegen würde darauf hindeuten, dass bei den Beobachtungen der tiefer culminirenden Sterne die Ein-

stellung an der Grenze zwischen Roth und Gelb erfolgte. Es würde dies im Einklang stehen mit der Wahrnehmung, dass die Sternspectra, wenn sie deutlich sichtbar waren, immer nur rothe und gelbe Strahlen zeigten; in den weitaus zahlreichsten Fällen, wo das Sternbild sich als verwaschener Fleck darstellte, würde also die Einstellung nicht auf Gelb, wie beabsichtigt war, sondern auf eine Stelle zwischen Roth und Gelb erfolgt sein. Der Unterschied zwischen den Auflösungen (2) und (3) liesse sich damit erklären, zugleich aber wäre damit der Nachweis erbracht, dass tiefer culminirende Sterne, sobald ihr Spectrum eine gewisse Ausdehnung erreicht, überhaupt nicht mehr zur Ermittelung der Refractionsconstante herbeigezogen werden dürfen, wenn man nicht etwa Mittel besitzt, ganz bestimmte Stellen des Spectrums einzustellen, was vielleicht durch Blendgläser von genau bestimmten Spectralfarben zu erreichen wäre. Lässt man diese Erklärung als stichhaltig gelten, so hängt die Ermittelung der bei astronomischen Beobachtungen zu gebrauchenden Refractionsconstante jetzt von der Bestimmung der grössten Zenithdistanz ab, die man noch beiziehen darf, ohne über die unbekannte Constitution der Atmosphäre eine Hypothese machen zu müssen und ohne durch die Ausdehnung des Spectrums in Unsicherheit über den eingestellten Punkt zu gerathen. Man leitet leicht ab, dass diese Grenze bei etwa 80° Z.D. liegt; zieht man aber dieser Ueberlegung folgend nur die Sterne bis 80° Z.D. zur Bestimmung der Refractionsconstante heran, so erhält man folgendes Auflösungssystem

$$x = -0''685, \qquad y = +0.442 \tag{5}$$

das so nahe mit (1) übereinstimmt, dass das Bedenken, das wir oben gegen (1) äusserten, nämlich dass gerade die genauesten Beobachtungen bis 76° Z.D. wesentlich besser durch die umgeänderte Bessel'sche Refractionsconstante dargestellt

werden als durch eine kleinere, fortbesteht und durch die eben versuchte Erklärung als nicht beseitigt gelten kann.

Wenn wir fortgesetzt die Ursache dieser Missstimmung in der Refraction suchen, so bleibt, so weit ich sehe, jetzt nur mehr die Refraction durch den Beobachtungsraum, herrührend von der Verschiedenheit der inneren und äusseren Temperatur übrig, deren Einfluss die widersprechenden Resultate beseitigen könnte. Dieselbe soll jetzt untersucht werden. Beachtet man, dass in dem Ausdruck der Refraction

$$R = \int_1^{\mu_0} \frac{\sin z}{\sqrt{\frac{\mu r}{\mu_0 r_0} - \sin z^2}} \cdot \frac{d\mu}{\mu} \quad \begin{cases} \mu = \text{Brechungsindex,} \\ r = \text{Abstand der Schicht} \\ \qquad\quad \text{vom Erdmittelpunkt} \end{cases}$$

der Quotient $\frac{\mu r}{\mu_0 r_0}$ so nahe gleich 1 ist, dass man ihn behufs Ermittelung eines ersten Näherungswerthes von R damit identificiren darf, so ergibt sich als solcher

$$(R) = tg\, z \int_1^{\mu_0} \frac{d\mu}{\mu} = tg\, z \text{ log. nat. } \mu_0$$

Hieraus ist ersichtlich, dass in der Hauptsache die Refraction lediglich von μ_0, d. h. von dem Zustande der Atmosphäre in der untersten Schicht abhängig ist. Dies weist darauf hin, dass gerade die Brechung in der letzten Schicht, wenn der Lichtstrahl in das Fernrohr eintritt, die massgebende ist, d. h. also die Schicht im Beobachtungsraum. Die Folge hievon wäre, dass man der Berechnung der Refraction die innere Temperatur zu Grunde legen muss und nicht die äussere. Natürlich kann dies nicht dadurch geschehen, dass man die innere statt der äusseren Temperatur setzt, weil durch die Begrenzung des Beobachtungsraumes der Parallelismus der Schichten gestört wird. Ich glaube, dass durch

die folgende Entwickelung wenigstens eine erste Näherung an die wahre Erscheinung angebahnt ist.

Der Lichtstrahl trifft in einer gewissen Richtung, die abhängig ist von der Temperatur im Freien, an der Grenzfläche ein, in der die äussere Temperatur in die innere übergeht. An dieser Grenzfläche findet eine neue Brechung statt, deren Betrag zu rechnen ist. Hiezu ist die Kenntniss der Grenzfläche nothwendig; dieselbe wird sich mehr oder minder der Begrenzung des Beobachtungsraumes anschliessen, da man annehmen muss, dass durch die Ausstrahlung der Wände die innere Temperatur bedingt ist. Jedenfalls kann man zur Durchführung einer ersten Näherung eine andere Annahme gar nicht machen, da die im Saal vertheilten 5 Thermometer innerhalb sehr enger Grenzen übereinstimmten. Legt man also diese Hypothese zu Grunde, so ist zu unterscheiden, ob der Strahl auf die obere Begrenzungsebene oder auf eine Seitenebene fällt. Die obere kann als parallel der allgemeinen Schichtung angenommen werden und die Brechung wird sich hier also nach demselben Gesetz vollziehen, wie an den anderen Schichten. Sind z' und z_0 die Zenithdistanzen des äusseren und des gemessenen Strahles, μ' und μ_0 die Brechungsindices der äusseren und der inneren Luft, ϱ' und ϱ_0 deren Dichtigkeiten, so ist nach dem Snellius'schen Gesetz

$$\frac{\sin z'}{\sin z_0} = \frac{\mu_0}{\mu'} = \sqrt{\frac{1+2c\varrho_0}{1+2c\varrho'}}$$

oder

$$\frac{\sin z_0^2 - \sin z'^2}{\sin z_0^2} = 2a'\left(1 - \frac{\varrho_0}{\varrho'}\right),$$

wenn mit a' die Refractionsconstante $\frac{c\varrho'}{1+2c\varrho'}$ bezeichnet wird. Setzt man ferner

$$z_0 - z' = R_s$$

und

$$1 - \frac{\varrho_0}{\varrho'} = \frac{m\,(t_0 - t')}{1 + m\,t_0} \quad \begin{cases} m = \text{Ausdehnungscoefficient d. Luft,} \\ t_0 = \text{innere Temperatur,} \\ t' = \text{äussere Temperatur,} \end{cases}$$

so wird mit Vernachlässigung der zweiten Potenzen von R_s

$$R_s = \left(\frac{m\,a'}{1 + m\,t_0}\, tg\, z_0\right)(t_0 - t')$$

Da die erste Klammer der Temperaturcoefficient ist, so ist ersichtlich, dass man die Brechung im Beobachtungsraum einfach dadurch berücksichtigen kann, dass man statt der Aussentemperatur die innere nimmt. Anders gestaltet sich der Ausdruck für eine Seitenwand; hier findet die Brechung senkrecht zur bisherigen Richtung statt und der Ansatz wird

$$\frac{\cos z'}{\cos z} = \frac{\mu_0}{\mu'},$$

aus dem sich ebenso wie oben der Ausdruck

$$R_s = -\left(\frac{a'\,m}{1 + m\,t_0}\, tg\, z_0\right) cotg\, z_0^2\,(t_0 - t')$$

ableitet. Die Brechung hat aber hier ihr Maximum oben und gegen den Horizont zu wird sie verschwindend. Ist

z die wahre Zenithdistanz, also jene Grösse, die in letzter Linie gesucht wird,

z' die scheinbare Z.D., mit der der Strahl an der Begrenzungsebene des Spaltes ankommt,

R die Refraction gerechnet mit der äusseren Temperatur,

z_0 die gemessene Zenithdistanz,

R_s die durch die eben abgeleiteten Formeln gegebene Refraction im Beobachtungsraum,

so hat man
$$z = z' + R$$
$$z' = z_0 - R_s$$
und daher
$$z = z_0 + R - R_s$$

$z_0 + R$ sind die wahren Zenithdistanzen, aus denen wir bis jetzt die Declinationen abgeleitet haben; von ihnen müssen also, um sie von dem Einfluss der Saalrefraction zu befreien, noch die R_s subtrahirt werden. Geschieht dies für unsere Beobachtungen, so erhält man neue $\delta - \delta'$ und damit neue Bedingungsgleichungen, deren Auflösung jetzt ergibt:

$$x = -1''.018, \quad y = +0.553, \quad z = +0.033, \tag{6}$$

während, wenn nur die Sterne bei 76° Z.D. behandelt werden,

$$x = -0''.912, \quad y = +0.445 \tag{7}$$

erfolgt.

Man erkennt, dass jetzt ein Widerspruch zwischen den Resultaten aus den kleineren und den grösseren Zenithdistanzen nicht mehr besteht. Ein zwingender Beweis dafür, dass unsere Behandlung der Saalrefraction die sachgemässe ist, ist zwar damit nicht erbracht, allein da eine andere Möglichkeit, den genannten Widerspruch zu beseitigen, nicht mehr ersichtlich ist und eine andere Behandlung der Saalrefraction mit den vorliegenden Mitteln nicht durchführbar ist, so denke ich, dass man sich mit dem erhaltenen Resultat beruhigen kann.

Zur endgiltigen Ermittelung der Refractionsconstante ist nun an die Beobachtungen noch die Correction anzubringen, die wir oben als nothwendig erkannten, nämlich wir haben statt mit der optischen mit der physikalischen Dichtigkeit der Luft zu reduciren. Geschieht dies, so ergiebt die Auflösung aller Gleichungen zusammen

$$x = -1''.036, \quad y = +0.563 \tag{8}$$

und jener bis 76° Zenithdistanz

$$x = -0''.952, \qquad y = +0.491 \tag{9}$$

Wir betrachten die Auflösung (8) als die definitive und ziehen aus ihr nunmehr die Resultate. Für 718 mm (bei 0° C) Quecksilberdruck, + 5° C Temperatur und 6 mm Dampfdruck wird die den Radau'schen Tafeln zu Grunde liegende Bessel'sche Refractionsconstante: 56''.076; diese Zahl erheischt die Correction $-56''.076 \times 0.00563 = -0''.315$ und es wird daher aus ihr 55''.761; das gibt für 760 mm Quecksilberdruck (bei 0° C Quecksilbertemperatur), 0° C Lufttemperatur und 6 mm Dampfdruck:

$$60''.104.$$

Den mittleren Fehler dieser Grösse habe ich zu $\pm 0''.025$ ermittelt. Ihr entspricht der Brechungsindex für denselben Luftzustand:

$$1.00029152 \pm 0.00000012$$

Die Correction der Polhöhe, die natürlich fast ausschliesslich von der Correction der Refractionsconstante abhängig ist, wird

$$\Delta\varphi = +0''.518 \pm 0''.056$$

und da wir als mittleren Werth der Polhöhe $+48°8'45''.05$ der Rechnung zu Grunde legten, so wird der definitive Werth

$$+48°8'45''.57.$$

Es ist versucht worden, die angestellten Refractionsbeobachtungen in sehr geringen Höhen noch nach einer anderen Richtung hin nutzbar zu machen. Man begegnet nämlich nicht selten der Meinung, dass man durch astronomische Refractionsbeobachtungen Aufschluss über die Temperaturvertheilung in den obersten Schichten der Atmo-

sphäre erhalten könne. Es ist dies nur sehr beschränkt der Fall. Denn der Einfluss des Gesetzes der Temperaturvertheilung auf die Refraction wird weit überwogen durch andere Factoren, deren genaueste Kenntniss vorausgehen müsste, ehe man sich mit einiger Sicherheit über jenes Gesetz aussprechen könnte; solche Factoren sind die Refractionsconstante selbst und ihre Abhängigkeit vom eingestellten Punkt des Sternspectrums, der Ausdehnungscoefficient der Luft, die Luftfeuchtigkeit und vor Allem die Temperatur der untersten Luftschichten. Aber auch, wenn es gelungen ist, die Einflüsse dieser Factoren zu trennen und zu bestimmen, bleibt der Spielraum, den die Refractionsbeobachtungen jenem Gesetz gestatten, noch ein weiter. Die vielen Rechnungen, die Herr Radau hierüber mitgetheilt hat, setzen dies ausser allen Zweifel; ich habe trotzdem anfangs geglaubt, durch recht zahlreiche und scharfe Beobachtungen in niederen Höhen, einigen Aufschluss zu erlangen; es ist dies aber nicht in Erfüllung gegangen. Man kann mit sehr verschiedenen Gesetzen die Beobachtungen noch darstellen, wenn man entsprechende Aenderungen an der Refractionsconstante vornimmt. Von den vielen Versuchen mit negativem Resultat ist in der Abhandlung jener ausführlicher dargestellt, der eine Entscheidung bringen sollte, ob die Ivory'sche oder die Gyldén'sche Ansicht über die Constitution der Atmosphäre den Wahrnehmungen besser entspreche. Es war aber nicht möglich, sich zu Gunsten einer derselben auszusprechen, obwohl die Verschiedenheit zwischen beiden nicht unbeträchtlich ist; stellt man beide Gesetze in derselben Form dar, so ist nach der Ivory'schen Hypothese $t_0 - t = 5^0\!.69\, h - 0^0\!.19\, h^2$ und nach der Gyldén'schen Hypothese $t_0 - t = 5^0\!.10\, h - 0^0\!.025\, h^2$, wo h die Höhe in Kilometern über dem Boden, t_0 und t die Temperaturen in den Höhen 0 und h bezeichnen. Betreff des Gesetzes der Temperaturabnahme wird man also immer auf meteorologische

Beobachtungen angewiesen sein und zwar hauptsächlich auf Beobachtungen im Luftballon. Die rege Thätigkeit der Luftschifffahrt-Vereine verspricht hier für die Zukunft gute Resultate; bis jetzt allerdings hat nur die ausserordentliche Veränderlichkeit des „Gesetzes" constatirt werden können, namentlich für die Schichten bis etwa 2 km Höhe. Einige Nachtfahrten der Herren Professoren Sohncke und Finsterwalder haben für Höhen zwischen 300 m und 2000 m eine adiabatische Temperaturabnahme, also eine solche von 10° für 1 km in heiteren Sommernächten constatirt. Diesen raschen Temperaturabnahmen stehen jedoch vielfach, für die Nachtzeiten fast immer Temperaturumkehrungen, d. h. Zunahmen, namentlich in den Bodenschichten bis zu 300 m, entgegen. Soweit sich aus den wenigen bis jetzt vorliegenden systematischen Bearbeitungen Schlüsse ziehen lassen, scheint jedoch im grossen Mittel die Ivory'sche Hypothese bis zu 10 km das Richtige zu treffen. Darüber hinaus deuten die neuesten Hochfahrten des deutschen Vereines für Luftschifffahrt, die namentlich mit dem Registrirballon in bedeutende Höhen geführt haben, starke Abweichungen vom Ivory'schen Gesetz an, wogegen das Gyldén'sche Gesetz in ziemlicher Uebereinstimmung bleibt. Trotzdem bleibt für die Berechnung der Refraction die Ivory'sche Hypothese völlig ausreichend, weil der Einfluss der obersten Luftschichten bis zu Zenithdistanzen von 88° ein nahezu verschwindender ist; für sie sind lediglich die unteren Schichten massgebend und in diesen genügt die Ivory'sche Formel.

Wie schon oben erwähnt, ist für heitere Nächte, also gerade für jene Zeiten, in denen die meisten astronomischen Beobachtungen angestellt werden, eine Temperaturumkehr d. h. ein Maximum der Temperatur in mässiger Höhe als fast regelmässig bestehend constatirt worden. Sowohl zahlreiche nächtliche Ballonfahrten, als auch namentlich die Beobachtungen am Eiffelthurm in Paris haben dieses Maxi-

mum auf rund 2° C in 200 m Höhe festgelegt. Es ist für die Bestimmung der Refractionsconstante von grösster Wichtigkeit, den Einfluss eines solchen Maximums auf die Refraction kennen zu lernen. Durch eine Art mechanischer Quadratur habe ich die Differenzen berechnet, um welche das Vorhandensein der Temperaturumkehr die Refractionen gegenüber den normal gerechneten vergrössert, und gefunden:

z	Δ
74° 2′	+ 0″.06
79 4	+ 0.23
82 16	+ 0.63
84 7	+ 1.32
86 22	+ 5.08
87 56	+ 16.36

Diese Tabelle lehrt: 1) dass bis etwa 80° Z.D. der Einfluss der gewöhnlich beobachteten Temperaturinversionen auf die Refraction ein verschwindender ist, sodass man in der astronomischen Praxis, wo man schon aus anderen Gründen 80° Z.D. nur im Nothfalle überschreiten wird, darauf keine Rücksicht zu nehmen braucht; 2) dass unsere früher aufgestellten Differenzen $\delta - \delta'$, aus denen wir die Correction der Refractionsconstante abgeleitet haben, noch grösser würden, also eine noch stärkere Verkleinerung der Bessel'schen Refractionsconstante erheischen würden, wenn man die regelmässige Einwirkung einer Temperaturinversion auf die Beobachtungen annimmt.

Diese letztere Thatsache setzt uns meines Erachtens über das letzte Bedenken hinweg, das gegen eine Verkleinerung der Bessel'schen Refractionsconstante noch vorgebracht werden könnte. Es erscheint mir jetzt erwiesen, dass keine mit den meteorologischen Beobachtungen im Einklang stehende Constitution der Atmosphäre angenommen werden kann, welche die Differenzen $\delta - \delta'$ zu erklären im

Stande wäre. Dann aber bleibt nichts übrig als die Besselsche Refractionsconstante um den oben gefundenen Betrag zu verringern. Man wird sich um so leichter dazu entschliessen, die solange gebrauchte Constante zu verlassen, als eine ganze Reihe ausgezeichneter Beobachtungen an anderen Sternwarten zu einem ähnlichen Resultate führte. Ich stelle in der folgenden Tabelle die wichtigsten Bestimmungen zusammen. Hiebei ist die Refractionsconstante definirt durch

$$a = \frac{c\varrho}{1+2c\varrho},$$

wo ϱ die Dichtigkeit der Luft und c eine Constante ist, die mit dem Brechungsindex μ der Luft in der Beziehung

$$\mu^2 = 1 + 2c\varrho$$

steht; ferner sind alle Zahlen reducirt auf einen Luftzustand, der einem Quecksilberdruck von 760 mm bei 0° C Quecksilbertemperatur und der Schwere unter 45° Breite und Seehöhe, einer Lufttemperatur von 0° C und einer mittleren Luftfeuchtigkeit von 6 mm Dampfdruck entspricht.

	a	a''	μ
1. Bessel, Fund. Astr.	0.00029244	60.320	1.00029257
2. Bessel, Tab. Reg.	29302	440	29315
3. Tab. Pulkov.	29219	268	29232
4. Fuss.	29148	122	29161
5. Greenwich 1857—1865	29147	120	29160
6. Pulk. 1865	29190	209	29203
7. Greenwich 1877—1886	29182	192	29195
8. Pulkowa 1885	29117	058	29130
9. München	29139	104	29152

Grosses Interesse bietet die Vergleichung des auf astronomischem Wege gefundenen Brechungsexponenten der Luft mit

dem durch physikalische Methoden ermittelten. Die neueste und wohl zuverlässigste Bestimmung, die auch betreff ihrer Resultate ziemlich in der Mitte liegt zwischen den früheren besten Bestimmungen von Ketteler, Lorenz und Mascart, ist die schon oben citirte von den Herren Kayser und Runge. Diese finden durch eine photographische Methode für μ den Ausdruck

$$10^7(\mu - 1) = 2878.7 + 13.16\lambda^{-2} + 0.316\lambda^{-4},$$

wenn λ die Wellenlänge in Tausendsteln des mm bedeutet. Das Mittel aus den obigen astronomischen Beobachtungen mit Ausschluss der beiden Bessel'schen Werthe gibt:

$$a = 0.00029163, \quad a'' = 60''.153, \quad \mu = 1.00029176$$

Dieser astronomische Werth würde hiernach der Wellenlänge $\lambda = 0.601$ entsprechen. Umgekehrt findet man aus der Formel für die Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien folgende Werthe von μ:

	λ	μ
A	0.760	1.0002902
B	0.687	2908
C	0.656	2911
D	0.589	2919
E	0.526	2930
F	0.486	2940
Maximalintensität	0.575	2921

Hieraus würde folgen, dass bei astronomischen Beobachtungen nicht auf die Stelle der Maximalintensität des Spectrums eingestellt wird, sondern auf eine mehr gegen roth zu gelegene Stelle, nämlich etwa auf die Mitte zwischen den Linien *C* und *D*, die an der Grenze von Gelb und Roth liegt. Ob die Ursache hievon in der selectiven Extinction des Lichtes in der Atmosphäre zu suchen ist, wonach besonders bei starkem Wasserdampfgehalt der Luft die

blauen Theile des Spectrums stärker absorbirt werden als die rothen, muss bei dem Mangel an exacten Messungen hierüber dahingestellt bleiben. Die hiesigen Wahrnehmungen würden dafür sprechen, denn das Spectrum der Sterne zeigte fast ausnahmslos nur Gelb und Roth.

Mit der gefundenen Refractionsconstante und der davon abhängigen Polhöhe ist das Declinationssystem der gemessenen Sterne aufgestellt worden. Die Eigenthümlichkeiten der Reduction desselben, nämlich die Anwendung der auf einer neuen Analyse beruhenden Radau'schen Tafeln, die Berücksichtigung der Luftfeuchtigkeit und der Temperatur des Beobachtungsraumes und insbesondere der Gebrauch einer neuen, sowohl gegen die Bessel'sche als gegen die Gyldén-sche stark verminderten Refractionsconstante lassen von vorneherein starke systematische Unterschiede desselben gegen die bereits bekannten erwarten. Dieselben verschwinden, wie leicht zu zeigen war, vollständig, wenn mit den alten Mitteln reducirt wird; eine Ausnahme hievon besteht nur für die auf der südlichen Halbkugel der Erde beobachteten Sternkataloge; die Differenzen mit diesen sind systematisch, gleichviel ob mit der Bessel'schen oder einer verringerten Refractionsconstante reducirt wird; falls sich dieses Resultat bestätigt, wird man auch aus der Vergleichung von Beobachtungen, die auf der nördlichen und südlichen Halbkugel angestellt wurden, kein Kriterium für die Wahl der richtigen Refractionsconstante ziehen können.

Von den durchgeführten Vergleichungen der beiden Münchener Systeme M und M', von denen das erstere auf den Radau'schen Tafeln, das letztere auf der neuen Refractionsconstante beruht, soll hier nur jene mit dem Auwers-schen Fundamentalkatalog (*F. C.*) auszugsweise angeführt werden, weil sie auch die charakteristischen Merkmale der anderen wiedergibt.

Grenzen der Decl.		Mittl. Decl.	$M - F.C.$	$M' - F.C.$	Anz. d. Sterne
+88° 43′ ...	+81° 48′	+85° 0′	−0″.19	−0″.11	5
+78 7 ...	+70 59	+74 38	+0.31	+0.56	7
+69 59 ...	+62 37	+66 40	+0.22	+0.40	7
+62 7 ...	+58 51	+60 31	−0.20	+0.15	7
+58 33 ...	+55 26	+57 4	+0.07	+0.54	9
+54 17 ...	+50 8	+52 10	−0.09	+0.47	10
+49 58 ...	+48 22	+49 10	−0.02	+0.49	10
+48 4 ...	+45 5	+46 37	+0.17	+0.69	10
+44 56 ...	+41 34	+43 18	+0.19	+0.73	15
+27 4 ...	+10 16	+14 42	−0.34	+0.58	9
+9 22 ...	+2 41	+5 42	−0.23	+0.85	11
−0 3 ...	−15 34	−8 9	−0.15	+1.15	10
−24 53 ...	−30 25	−28 21	−0.11	+1.64	6

Wie man sieht, würden die Differenzen $M - F.C.$ das jetzt als gesichert betrachtete Verhalten des $F.C.$, wonach seine südlichen Positionen vom Aequator ab, um 0″.50 — 0″.02 δ^0 zu südlich wären, nicht bestätigen, wogegen die Differenzen $M' - F.C.$ eine Verschiebung des Systems nach Norden in noch erhöhtem Maasse verlangen würden. Es ist hieraus deutlich ersichtlich, in wie hohem Grade ein Declinationssystem von der Refractionsconstante abhängig ist und dass es einen geringen Fortschritt bedeutet, einen Wechsel des Declinationssystems eintreten zu lassen, wenn er nicht auf Grund gesicherter Annahmen über die Refractionsverhältnisse geschehen kann.

München, April 1894.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: 1895

Autor(en)/Author(s): Bauschinger Julius

Artikel/Article: Ueber eine neue Bestimmung der Refractionsconstante auf astronomischem Wege 239-260