

# **Sitzungsberichte**

der

**mathematisch-physikalischen Klasse**

der

**K. B. Akademie der Wissenschaften**

**zu München.**

---

**Band XXXV. Jahrgang 1905.**

---

**München**

Verlag der K. B. Akademie der Wissenschaften  
1906.

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

## Die Seiches des Waginger-Tachingersees.

Von Anton Endrös.

(Eingelaufen 2. Dezember.)

(Mit Tafel III.)

Die Seichesforschungen am Chiemsee<sup>1)</sup>) hatten schon nach den ersten Untersuchungen eine deutliche Einwirkung der Beckenform, besonders der Unterteilung des Sees in mehrere nur durch Einengungen zusammenhängende Teilbecken auf die Dauer und die Zahl der Knoten einzelner Schwingungen ergeben. Da aber die Umrißform des Chiemsees so kompliziert ist und Schwingungen nach den verschiedensten Längs- und Querrichtungen zuläßt, so war die genaue Beobachtung solcher Einwirkungen, namentlich des „Aufzwingens einer Schwingung“, daselbst äußerst erschwert. Dieser Umstand veranlaßte mich noch vor Beendigung der Seichesuntersuchungen am Chiemsee den Waginger-Tachingersee als Parallel zu diesem auf seine Schwingungsbewegungen hin zu untersuchen, einen See, der durch zwei starke Einschnürungen in drei Teilbecken zerfällt, dabei aber doch eine ausgesprochene Längsrichtung besitzt, so daß im voraus nur Schwingungen nach dieser einen Achse in Betracht kommen konnten. Herr Professor Dr. Sigmund Günther in München hatte mich schon früher auf diesen See als ein besonders interessantes Objekt aufmerksam gemacht.

<sup>1)</sup> A. Endrös, Seeschwankungen (Seiches), beobachtet am Chiemsee. Doktor-Dissertation der K. Technischen Hochschule zu München. Traunstein 1903.

Der Waginger-Tachingersee oder kurz Wagingersee, wie er gewöhnlich genannt wird, ist hinreichend genau von A. Geistbeck ausgelotet worden, auf 1 qkm treffen 18 Lotungen.<sup>1)</sup> Die beiliegende Karte, vgl. Tafel III, in welche ich die Knotenlinien der wichtigsten von mir gefundenen Schwingungen eingezeichnet habe, stützt sich im wesentlichen auf seine Messungen.<sup>2)</sup> Wie man sieht, zerfüllt der See in drei Teile, den südlichen Teil, Weitsee genannt, den mittleren, den Fischingerwinkel, und den nördlichen, den Tachingersee. Der Weitsee ist ein vollkommen konkaves Becken mit einer maximalen Tiefe von 27,5 m ungefähr in der Mitte und hat einen Flächeninhalt von 6,30 qkm bei einer Länge von 5 km und einer größten Breite von 1,7 km. Derselbe verengt sich bei Horn von 1600 m rasch zu 270 m, der Seeboden erhebt sich bis 13 m unter Wasser. Diese Einschnürung teilt den Fischingerwinkel ab, der ein Becken von rund 94 ha Oberfläche und fast gleichmäßiger Tiefe von 13 m bildet. Bei Tettenhausen trennt eine abermalige Einschnürung von 100 m Breite und 5,0 m größter Tiefe den nördlichen Teil, den Tachingersee, ab. Diese Einschnürung wurde durch beiderseitige Auffüllung noch künstlich gesteigert (im Jahre 1864 nach der Tieferlegung des Seespiegels, welche 1 m betrug), so daß deren Breite jetzt nur noch 20 m beträgt, welche durch eine Brücke von 4 Jochen überbrückt ist. Der Querschnitt des verbindenden Wasserarmes ist hier fast rechteckig und hat nach meinen Lotungen eine Fläche von nur 90 qm. Der Tachingersee bildet infolge dieser starken Einschnürung einen See für sich; er ist ebenfalls ein vollständig konkaves Becken von 15,8 m größter Tiefe und einem Flächeninhalt von 2,41 qkm bei einer Achsenlänge von

<sup>1)</sup> A. Geistbeck, Mitteilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig 1884. Ein Teil der Zahlenangaben ist entnommen: W. Halbfass, Die Morphometrie der europäischen Seen. Zeitschr. d. Ges. f. Erdkunde zu Berlin 1903, 8. 9. 10, und 1904, 3.

<sup>2)</sup> Die Umrißform ist in Geistbecks Tiefenkarte nicht mehr genau, da sie wohl vor der Tieferlegung des Sees entworfen wurde. Dieselbe wurde daher den bayerischen Positionsblättern entnommen.

rund 4 km und einer größten Breite von 1000 m, welche sich in der Mitte bis 500 m verengt. Daß der Tachingersee ein See für sich ist, zeigt schon die vollständig verschiedene Färbung des Wassers; der Tachingersee ist hellgrün, der Wagingersee dagegen braunschwarz.<sup>1)</sup> Da der Abfluß, der Achenbach genannt, am Südende des Wagingersees sich befindet, von wo er sich nordwärts wendend in die Salzach ergießt, so bildet der Wasserarm bei Tettenhausen den Abfluß des Tachingersees. Es herrscht dort auch eine ständige Strömung gegen den Fischingerwinkel, wie der Verfasser selbst zu wiederholten Malen beobachten konnte, eine Strömung, die nach Aussage der Fischer nur selten umschlägt.

Zu den Beobachtungen der Seiche dieses Sees stand mir ein von mir selbst konstruiertes transportables Limnimeter<sup>2)</sup> zur Verfügung. Seine große Empfindlichkeit macht das Instrument zu Untersuchungen an kleineren Seen besonders geeignet, bei denen die Amplituden der Schwingungen gewöhnlich nur 1 bis 2 mm betragen; die große Handlichkeit desselben ermöglichte einen so raschen Wechsel der Beobachtungspunkte, daß die Periodendauer sowohl als auch die Lage der Knotenlinien fast aller nicht zu selten auftretenden Schwingungen in kurzer Zeit hinreichend genau festgestellt werden konnten. Um eine noch raschere Aufstellung zu ermöglichen, wurde eine Änderung insofern angebracht, als der ganze Apparat direkt auf dem Schutzzylinder befestigt und dieser am Ufer eingegraben wurde. Die Aufstellung war so gewöhnlich in 15 Minuten vollendet.

Dabei wurde so verfahren, daß das Limnimeter zuerst an den Enden eines der Becken aufgestellt wurde und dann dort so lange verblieb, bis größere Schwingungen aufgetreten waren. Gleichzeitig wurden an mehreren ausgewählten Punkten Aufzeichnungen des Wasserstandes mit dem von mir für solche

<sup>1)</sup> Seine größeren Zuflüsse kommen von den Mooren südlich des Sees.

<sup>2)</sup> Eine kurze Beschreibung des Limnimeter findet sich in der oben erwähnten Dissertation S. 33 sowie in der Zeitschrift für Instrumentenkunde 24, 180, 1904.

Vergleichsbeobachtungen konstruierten Zeigerlimnimeter<sup>1)</sup> gemacht, wodurch die Schwingungsphasen und Amplituden verglichen werden konnten. Alsdann wurde das Hauptlimnimeter in der Nähe der einzelnen Knotenlinien aufgestellt, um diese durch gleichzeitige Aufnahmen mit dem Zeigerlimnimeter in unmittelbarer Nähe genauer festzulegen und außerdem Schwingungen höherer Ordnung, die an den Enden nie rein auftreten, sowie eventuelle Querseiches aufzufinden. Das selbstregistrirende Limnimeter stand so an 8 verschiedenen Punkten des Sees und das Zeigerlimnimeter an 12 Punkten, welche z. T. mit den 8 Hauptstationen zusammenfallen. Letztere sind in der Karte mit den laufenden Nummern (I, II . . . VIII), die gleichzeitig sekundierenden Nebenstationen durch I<sub>1</sub> u. s. w. bezeichnet.

Die ganze Untersuchung am See selbst nahm nur etwas mehr als einen Monat Zeit in Anspruch. Dies zeigt zugleich, wie rasch mit dem genannten einfachen und leichten Instrumentarium (Gesamtgewicht 10 kg) eine solche Untersuchung ausgeführt werden kann. Ich glaube daher, dasselbe auch für Forschungsreisen empfehlen zu können.

Ich darf hier nicht übergehen, daß mir die Untersuchungen durch die bereitwillige Hilfe mehrerer Seeanwohner erleichtert wurden. Besonders erwähnen muß ich Herrn gepr. Lehramtskandidaten P. Gsöttner aus Waging, welcher in meiner Abwesenheit die Beaufsichtigung des Limnimeters übernahm; ferner wurde die rasche Versetzung des Instrumentes dadurch ermöglicht, daß mir die Herren Gebrüder Sager in Gessenberg ein Boot vollständig zur Verfügung stellten. Auch hier sei den genannten Herren bestens gedankt.

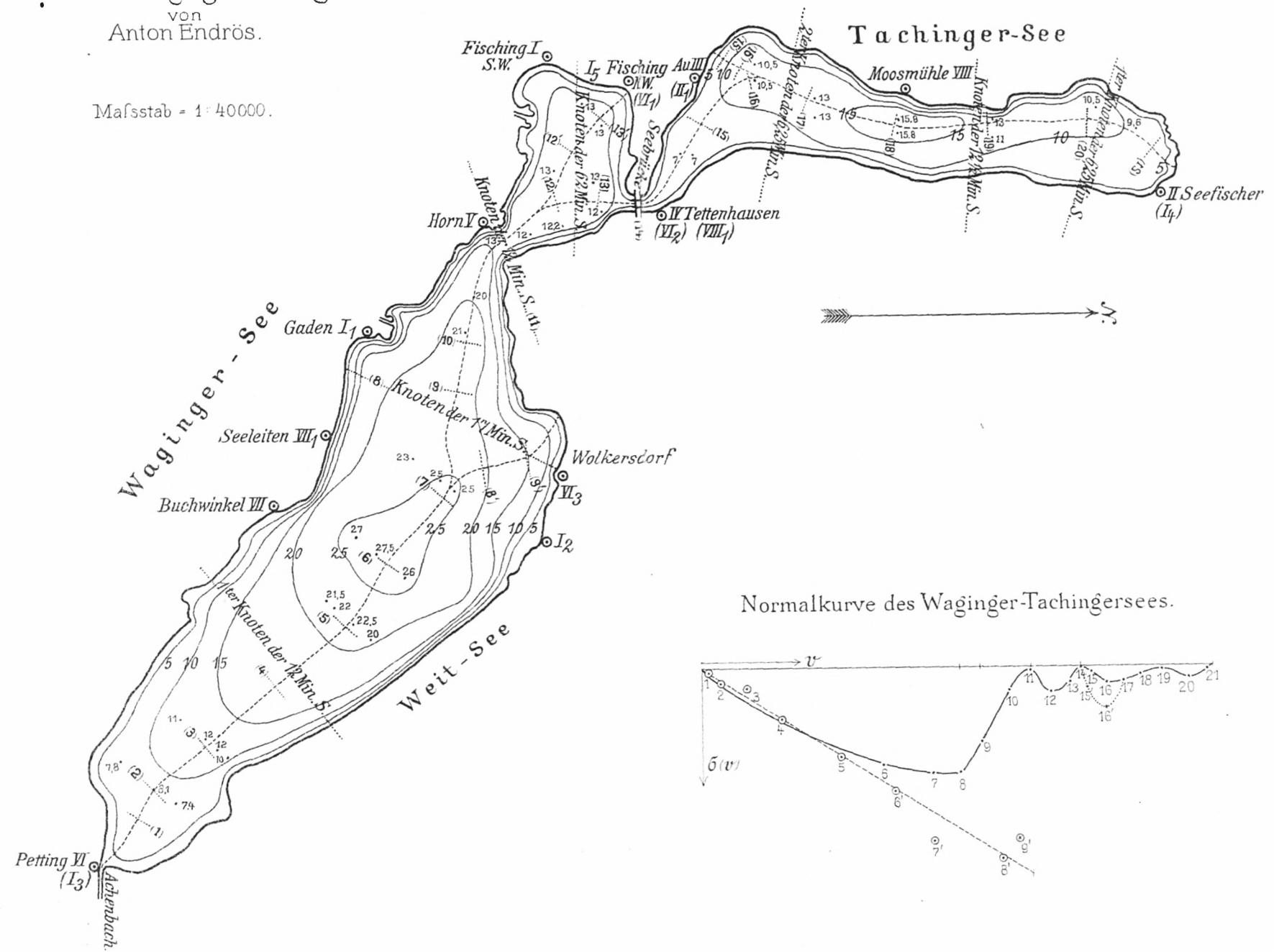
Besonderen Dank schulde ich Herrn Professor Dr. Hermann Ebert an der K. Technischen Hochschule in München, welcher wie meinen früheren Untersuchungen so auch diesen jegliche Förderung zuteil werden ließ.

---

<sup>1)</sup> Dissertation S. 7 und Petermanns Mitteilungen 1904, Heft XII.

Die Seiches des Waginger-Tachingersees  
von  
Anton Endrös.

Maßstab = 1 : 40000.





### Ergebnisse der Beobachtungen an den einzelnen Stationen.

Die Hauptstationen sind im folgenden in der Reihenfolge, in der sie zeitlich aufeinanderfolgend benutzt wurden, aufgeführt; bei jeder Station sind die Ergebnisse für die einzelnen Seiches, wie sie aus den Limnogrammen erhalten wurden, in Tabellen zusammengestellt worden, um den Gang der Untersuchungen im einzelnen verfolgen zu können. Aus der Häufigkeit des Auftretens einer Seiche, wie aus der Anzahl aufeinanderfolgender Schwingungen in demselben Limnogramme und der Größe der Amplituden kann gewöhnlich schon auf die Lage des Beobachtungspunktes zur Knotenlinie der entsprechenden Schwingung geschlossen werden. In den Tabellen selbst steht unter  $T$  die Dauer der gemessenen Seiche in Minuten, unter  $n$  die größte Anzahl Schwingungen, welche in einer Reihe gemessen werden konnten, und unter  $2a$  die größte Doppel-Amplitude der betreffenden Seiche in Millimetern.

I. Fisching SW., in der Südwestecke des Fischingerwinkels; vom 15.—19. April 1905.

Nr.	Seiche	$T$ in Min.	$n$	Auftreten	$2a$ in mm	Bemerkung
1	17 Min. S.	16,80	75	ständig	7	schöne Reihen
2	12 Min. S.	11,80	6	selten	2	in dikroter Form häufig
3	4 Min. S.	3,87	18	ofters	1	bei Ostwind
4	3 $\frac{1}{2}$ Min. S.	3,46	25	häufig	1	Schwebungen mit 3

Gleichzeitige Aufnahmen mit dem Zeigerlimnimeter:

Ort	Seiche	in Fisching	Bemerkung
1. Gaden, 2000 m südlich Fisching	17 Min. nicht 12 Min.; 1,5 mm 3,45 Min.; $\frac{1}{4}$ mm	$1\frac{1}{2}$ mm entg. Phase nicht	in dikroter Form

Ort	Seiche	in Fischung	Bemerkung
2. Wolkersdorf, am Nordufer des Weitsees	3,8 Min.; $\frac{1}{2}$ mm 7,5 Min.; $\frac{1}{2}$ mm	1 mm; entg. Ph. nicht	
3. Pettling, am Südende des Sees	17 Min.; 4 mm	4 mm; entgeg.	
4. Seefischer, am Nordende des Tachingersees	12 $\frac{1}{2}$ Min.; 6 mm	17 Min.; rein	12 $\frac{1}{2}$ Min. S. Eigen- schwingung des Tachingersees
5. Fischung, Nord- west	17 Min.; 2,5 mm	17 Min.; 2 mm	also Fischung NW. Ende der Achse

II. Seefischer, am Nordende des Tachingersees; vom  
19.—22. April 1905.

Nr.	Seiche	T in Min.	n	Auftreten	$2a$ in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	62,4	10	häufig	5	
2	17 Min. S.	16,82	25	einmal	2	kurze Reihen unregelmäßig
3	12 $\frac{1}{2}$ Min. S.	12,57	35	sehr häufig	8	
4	6,3 Min. S.	6,28	53	" "	3	
5	3 $\frac{1}{2}$ Min. S.	3,44	16	einmal	1	

Beobachtung mit dem Zeigerlimnimeter:

Ort	Seiche	in Seefischer	Bemerkung
A u., am Südende des Tachingersees	62 Min.; 2 mm 12 $\frac{1}{2}$ Min.; $\frac{3}{4}$ mm 6,3 Min.	gleiche Ph.; 3 mm entg. Ph.; 1 mm gleiche Phase	sehr kleine Amplitude

## III. Au, am Südufer des Tachingersees; vom 22.—25. April 1905.

Nr.	Seiche	$T$ in Min.	$n$	Auftreten	$2a$ in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	62,25	10	häufig	9	
	17 Min. S.			nie		
2	12 $\frac{1}{2}$ Min. S.	12,54	28	sehr häufig	13	schöne Reihen
3	6,3 Min. S.	6,27	20	häufig	4	
4	3 $\frac{1}{2}$ Min. S.	3,51	17	ofters	1	

## IV. Tettenhausen, 250 m nördlich der Seebrücke; vom 25.—26. April.

Nr.	Seiche	$T$ in Min.	$n$	Auftreten	$2a$ in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	—	2	ofters	5	am Anfang einer neuen Reihe
2	17 Min. S.	16,88	16	häufig	5	
3	12 $\frac{1}{2}$ Min. S.	—	8	ofters	3	
4	6,3 Min. S.	6,26	30	sehr häufig	10	
5	4 $\frac{1}{2}$ Min. S.	4,67	26	häufig	4	
6	3 Min. S.	3,0	22	einmal	1	

V. Horn, am Westufer der südlichen Einschnürung. Auf dem Transporte nach Petting am 26. April wurde das Instrument über Mittag hier aufgestellt und während 3 $\frac{1}{2}$  Stunden gemessen:

1. Die 17 Min. S., rein mit 2 mm Amplitude. Ein Vergleich mit Tettenhausen gibt eine Phasenverschiebung von 5 $\frac{1}{2}$  Min.
2. Die 3 $\frac{1}{2}$  Min. S. von sehr kleiner Amplitude.

## VI. Petting, am rechten Ufer des regulierten Seeabflusses, 50 m flussabwärts; vom 26. April bis 6. Mai 1905.

Nr.	Seiche	$T$ in Min.	$n$	Auftreten	$2a$ in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	62,00	8	ofters	4	
2	17 Min. S.	16,90	26	häufig	18	
3	12 $\frac{1}{2}$ Min. S.	—	—	ofters	—	nur in der Form der Schwebung mit der 12 Min. S.

Nr.	Seiche	$T$ in Min.	$n$	Auftreten	$2a$ in mm	Bemerkung
4	12 Min. S.	11,78	54	sehr häufig	12	
5	9 Min. S.	8,5 bis 8,8	8	zweimal	2	kurze Reihen
6	7½ Min. S.	7,50	22	häufig	70	
7	6 Min. S.	6,0	5	ofters	1	nur ganz kurze Reihen
8	4,7 Min. S.	4,7	5	selten	1	
9	3,8 Min. S.	3,8	6	selten	1	
10	aperiodische Schwankungen (Windstau), häufig.					

Gleichzeitige Beobachtungen mit dem Zeigerlimnimeter.

Ort	Seiche	in Petting	Bemerkung
1. Fischling Nordwest und gleichzeitig <sup>1)</sup> in	17 Min.; 1½ mm 12 Min.; ½ mm	17 Min.; 1½ mm gleiche Ph.	kleine Amplitude
2. Tettenhausen	17 Min.; ½ mm 12½ Min.; (½ mm) 6,3 Min.; 1 mm	17 Min.; 2 mm nicht nicht	Phase nicht zu vergleichen
3. Wolkersdorf, gleichzeitig mit Fischling <sup>1)</sup>	17 Min.; nicht 11,7 Min.;	17 Min.; 2 mm entgeg. Ph.	und entg. Phase mit Fischling NW.

VII. Buchwinkel, ungefähr in der Mitte des Westufers des Wagingersees; vom 6.—10. Mai 1905.

Nr.	Seiche	$T$ in Min.	$n$	Auftreten	$2a$ in mm	Bemerkung
1	62 Min. S.	62,7	10	häufig	4	
2	17 Min. S.	16,9	24	,	1	
3	7½ Min. S.	7,50	5	zweimal	1	
4	4 Min. S.	4,0	6	selten	½	
5	3½ Min. S.	3,44	8	ofters	½	
6	3 Min. S.	3,0	5	einmal	1	

<sup>1)</sup> Herr Gsötzner beobachtete in Fischling 3 Stunden lang, während ich selbst gleichzeitig zuerst in Tettenhausen, dann in Wolkersdorf Aufzeichnungen machte.

Gleichzeitige Aufnahmen mit dem Zeigerlimnimeter in Seeleiten, 400 m nördlich:

In Seeleiten wurde die 12 Min.-Seiche mit 0,4 mm Doppelamplitude gemessen, in Buchwinkel dagegen war sie nicht zu erkennen, in Buchwinkel die 17 Min.-Seiche mit  $\frac{1}{2}$  mm Doppelamplitude, in Seeleiten dagegen nicht. Hierdurch waren die Knotenlinien beider Seiches ungefähr festgestellt.

VIII. Moosmühle, ungefähr in der Mitte des Westufers des Tachingersees; vom 10.—18. Mai 1905.

Nr.	Seiche	$T$ in Min.	$n$	Auftreten	$\frac{2a}{\text{in mm}}$	Bemerkung
1	62 Min. S.	61,5	10	häufig	8	
2	17 Min. S.	—	6	selten	1	
3	$12\frac{1}{2}$ Min. S.	(12,6)	9	ofters	2	
4	6,3 Min. S.	<b>6,25</b>	36	sehr häufig	4	schöne Reihen
5	$3\frac{1}{2}$ Min. S.	3,48	30	häufig	4	
6	$1\frac{1}{2}$ Min. S.	1,56	20	ofters	2	besonders bei Ostwind

Gleichzeitige Beobachtungen mit dem Zeigerlimnimeter wurden gemacht:

1. In Tettenhausen und gleichzeitig in Au:<sup>1)</sup>

a) Die  $12\frac{1}{2}$  Min.-S. an allen 3 Punkten mit gleicher Phase; die Amplituden verhielten sich: Moosmühle : Au : Tettenhausen = 1 : 7 : 3.

b) Die 6,3 Min.-S. hat in Au und Tettenhausen entgegengesetzte Phase zu Moosmühle und die Amplituden verhielten sich: Moosmühle : Au : Tettenhausen = 5 : 1 : 4.

c) 17 Min.-S. nur in Tettenhausen mit sehr kleiner Amplitude, in Au und Moosmühle nicht.

2. Eine Beobachtung 500 Meter nördlich Moosmühle fiel in eine Zeit, wo keine meßbare Schwingung auftrat.

1) Meine Frau beobachtete in Tettenhausen, während ich selbst in Au Aufzeichnungen machte.

Hiemit waren die Beobachtungen nach 5 wöchentlicher Dauer beendigt. Die Ergebnisse sind nun im folgenden für jede Seiche einzeln zusammengestellt, indem die Stationen von einem See-Ende ausgehend geordnet sind. Jeder Station ist das beobachtete Amplitudenverhältnis, umgerechnet auf die Amplitude 100 an einem Ende, beigefügt. Das Vorzeichen gibt Aufschluß über die Phase der Schwingungsbewegung.

### Das allgemeine Schwingungsbild des Sees.

#### 1. Die 62 Min.-Seiche.

Seefischer	+	100	
Moosmühle	+	70	
Au	+	50	
Tettenhausen	+	30	
Fischling NW		0	
Fischling SW		0	
Horn		0	Wolkersdorf
Gaden	—		
Buchwinkel	—	25	
Petting	—	50	

Die 62 Min.-Seiche ist darnach die uninodale Längsschwingung des vereinigten Waginger-Tachinger-Sees. Der Knoten befindet sich zwischen den beiden See einschnürungen (siehe Karte).

Eine Vorausberechnung der Periode nach der P. Du Boysschen Formel<sup>1)</sup> hatte 36,2 Min. ergeben; die Beobachtung ergab fast den doppelten Wert. Durch die Auffindung dieser großen Periode war daher deutlich die Unzulänglichkeit der P. Du Boysschen Formel erwiesen. Es war sofort klar, daß die starken Einschnürungen in der Mitte der Längsachse mitwirken müssen.

---

<sup>1)</sup> P. Du Boys; Essai theorique sur les seiches. Arch. Gen. III t. 25 S. 629 ff.

Das große Verdienst Professor Chrystals nun ist es, in einer neuen Theorie, seiner hydrodynamischen Theorie der Seiches,<sup>1)</sup> nicht nur die Unzulänglichkeit der alten P. Du Boysschen Theorie erwiesen zu haben, sondern alle bis jetzt unerklärten und z. T. sich widersprechenden Ergebnisse der Seichesforschung mit der Theorie in Einklang gebracht und zugleich eine exakte Methode zur Berechnung der Perioden und Lage der Knoten der einzelnen Seiches eines Sees entwickelt zu haben. Die P. Du Boyssche Formel hatte für die uninodale Längsschwingung vieler Seen zu große Werte ergeben, wie für die des Starnbergersees<sup>2)</sup> und Madüsees<sup>3)</sup> und des Loch Earn,<sup>4)</sup> von anderen wieder zu kleine Werte, wofür unser See ein sprechendes Beispiel ist. Chrystal nun hat Klarheit in diese Frage gebracht, indem er in den genannten Schriften nachweist, daß bei konkaven Seen die Periodendauer nach P. Du Boys zu groß und bei konvexen Seen zu klein wird, wobei der Querschnitt des Sees als Rechteck von konstanter Breite angenommen ist.

Der Waginger-Tachingersee ist nun ebenfalls ein konvexes Becken, da der Seeboden bei der Brücke sich bis 5 Meter unter Wasser erhebt, so daß also nach Chrystal schon hiedurch eine Vergrößerung der Periode begründet ist.

<sup>1)</sup> Chrystal, on the hydrodynamical theory of seiches; with a bibliographical sketch. Transactions of the Roy. Soc. of Edinburgh. Juli 1905 S. 599 ff. im folgenden durch H. T. S. bezeichnet, und Some results in the mathematical theory of seiches. Proc. of the Roy. Soc. of Edinburgh. Juli 1904. Some further results in the mathematical theory of seiches. Proc. of the Roy. Soc. of Edinburgh. März 1905.

<sup>2)</sup> H. Ebert, Periodische Seespiegelschwankungen (Seiches), beobachtet am Starnbergersee. Sitz.-Ber. der math.-phys. Kl. d. K. Bayer. Ak. d. Wiss., Bd. XXX, 1900, Heft III.

<sup>3)</sup> W. Halbfass, Stehende Seespiegelschwankungen im Madüsee. Zeitschrift für Gewässerkunde, V. Bd., H. 1, 1902 u. VI. Bd., H. 2, 1903.

<sup>4)</sup> Chrystal and Machagan-Wedderburn. Calculation of the periods and nodes of Loch Earn and Treig. Transaction of Roy. Soc. of Edinburgh. Vol. XLI. III. 1905.

Nun wirken aber bei den Schwingungsverhältnissen eines Sees, wie Chrystal im Gegensatz zu P. Du Boys im einzelnen nachweist, noch wesentlich die Änderungen des Beckenquerschnitts mit. Durch Einführung von zwei neuen Variablen  $v$  und  $\sigma(v)$  kann die in Betracht kommende Differentialgleichung zweiter Ordnung auch bei komplizierteren Beckenformen von Seen annäherungsweise nach Chrystal gelöst werden. Hierbei bedeutet  $v$  die Oberfläche des Sees gerechnet von einem bestimmten Punkte aus. Also

$$v = \int b(x) \cdot dx \dots$$

wobei als X-Achse die geradlinig gedachte Richtung des Talweges des Sees gewählt ist und  $b(x)$  die Breite des Sees senkrecht zur X-Achse darstellt. Ferner stellt  $\sigma(v)$  das Produkt aus  $F(x)$ , dem Querschnitte des Sees an der betreffenden Stelle, multipliziert mit  $b(x)$ , der Oberflächenbreite, dar:

$$\sigma(v) = F(x) \times b(x) \dots$$

Die in Betracht kommende Differentialgleichung erhält dadurch die bekannte kanonische Form der Differentialgleichungen 2. Ordnung und lautet

$$\frac{d^2 P}{dv^2} + \frac{n^2 P}{g \sigma(v)} = 0 \dots$$

wobei  $P$  nur noch Funktion von  $v$  ist, und  $g$  die Erdbeschleunigung des betreffenden Ortes bedeutet. Aus  $v$  als Abszisse und  $\sigma$  als Ordinate kann die „Normalkurve“ des Sees, wie Chrystal sie nennt, gezeichnet werden. An derselben dürfen die Berechnungen ebenso vorgenommen werden, wie wenn die Kurve selbst der Längsschnitt unseres Sees wäre und derselbe konstante Breite und rechteckigen Querschnitt hätte (vgl. Chrystal, H. T. S. § 20).

Die auf der beigegebenen Tafel unter der Tiefenkarte des Sees gezeichnete Kurve ist in dieser Weise konstruiert; dazu wurden 21 Querschnitte des Sees in vergrößertem Maßstabe gezeichnet und ihre Flächen in Ermangelung eines Planimeters

durch Abteilen in Quadratmillimeter ermittelt.<sup>1)</sup> Die gefundenen Werte von  $F(x)$  wurden dann mit der Oberflächenbreite  $b(x)$  multipliziert. In gleicher Weise wurden die Werte für  $v$  d. i. die Oberfläche des Sees bis zu dem betreffenden Querschnitte ermittelt. Die  $\sigma_1, \sigma_2 \dots$  sind als Ordinaten nach unten hin aufgetragen, so daß also die Kurvenmaxima in Wirklichkeit je einem Minimum der dargestellten Größe  $\sigma$  entsprechen; die Abszissen  $v_1, v_2 \dots$  wachsen nach rechts hin, wobei 1 mm der Abszissen  $= 10^5$  qm und 1 mm der Ordinaten  $= 25 \times 10^5$  cbm bedeutet.

Die Kurve wurde, wie vorauszusehen war, ziemlich kompliziert. Sie hat 3 Maxima und 4 Minima. Das 1. Maximum entspricht der Einengung bei Horn, wo  $\sigma(v_{11}) = 0,22$  mm ist, das 2. der Einschnürung an der Seebrücke mit  $\sigma(v_{14}) = 0,01$  mm und das 3. der geringen Breite in der Mitte des Tachingersees mit  $\sigma(v_{19}) = 0,7$  mm. Eben diese Maxima mit dazwischen gelagerten Minimas erlauben nicht die Normalkurve des Waginger-Tachingersees annäherungsweise durch eine der einfachen Kurven zu ersetzen, für welche Chrystal die Lösungen der Differentialgleichung in den §§ 27 u. ff. mitteilt. Die Kurve gehört vielmehr zu dem Typus, wie ihn Chrystal in § 40 seiner H. T. S. behandelt; dort sind aber nur 1 Maximum und 2 Minima angenommen. Um die Seicheskstanten unseres Sees exakt zu finden, müßte also eine der Gleichung 49 S. 632 entsprechende aufgelöst werden. Einen Begriff von der Rechnungsarbeit, welche diese Auflösung erfordern würde, erhält man, wenn man berücksichtigt, daß schon die Probe, ob die aus den beobachteten Werten erhaltenen Wurzeln die Gleichung befriedigen, eine jedesmalige Auswertung von 48 Reihen, welche zum Teil langsam konvergieren, erfordert. Die

<sup>1)</sup> Die Umrissform des Waginger-Tachingersees ist in der S. 448 zitierten Geistbeckschen Tiefenkarte sehr ungenau und gibt zu große Werte für die genannten Variablen. Die angegebenen Werte für  $b(x)$  wurden daher, wie schon oben S. 448 bemerkt, den Bayer. Positionsblättern entnommen.

Kurve ist dabei aus 12 Stücken von Parabeln zusammengesetzt gedacht.

Freilich wird diese Rechnung für die von Chrystal entdeckten Funktionen der Seiches — Sinus  $S(c, v)$  und Seiche — Cosinus  $C(c, v)$  (H.T.S. § 24 S. 617 u. 618) wesentlich dadurch erleichtert, daß J. Halm<sup>1)</sup> für die Werte  $S'(c, 1)$  und  $C'(c, 1)$  derselben, die hierbei in Betracht kommen, geeignete Tafeln berechnet hat (a. a. O. S. 671). Dieselben standen mir leider bei dieser meiner Bearbeitung noch nicht zur Verfügung.

Bereits ohne alle Rechnung ersieht man aus der Normalkurve, daß die Einengungen am Knoten eine stark konvexe Form der Kurve erzeugen. Die anormal lange Dauer der unnninodalen Seiche steht somit ganz im Einklange mit der Chrystalschen Theorie.

Daß trotz der beiden Einschnürungen eine Schwingung des ganzen Sees möglich ist, dürfte nur darin seinen Grund haben, daß das nördliche und südliche Becken bis zu den genannten Einschnürungen ungefähr gleiche Dauer ergeben.<sup>2)</sup> Wir dürfen zu einer solchen vergleichenden Berechnung nach Chrystal die Du Boysche Formel benützen, welche wirklich für beide Becken fast genau 16 Minuten ergibt. Die beiden Einschnürungen liegen also symmetrisch zum Knoten, wie ja auch die Beobachtung ergeben hat.

Die Amplituden der 62 Minuten-Seiche waren während der ganzen Beobachtungszeit nur klein (größte Amplitude 10 Millimeter) und die Dämpfung sehr stark, so daß die längste Reihe nur 10 Schwingungen zählte. Jedenfalls wirkt die ungleich starke Einengung an der Seebrücke von nur 90 qm Querschnittsfläche gegenüber der südlichen bei Horn von noch rund 2000 qm störend. Aus

<sup>1)</sup> J. Halm, On a group of linear Differential Equations of the 2nd Order including Professor Chrystals Seiche-Equations. Transact. Roy. Soc. of Edinbourg, 41, Part III, No. 26, S. 651, 1905.

<sup>2)</sup> Hierauf hat mich Herr Professor Chrystal in einer gütigen brieflichen Mitteilung neben vielen anderen wertvollen Anregungen aufmerksam gemacht.

den kurzen Reihen konnte auch die Dauer der Schwingung nicht genau gemessen werden. Die Messungen schwanken zwischen 63,5 Min. und 60,4 Min. Ein Einfluß der Wassерstandsänderung, welche dazu nur 12 cm betrug,<sup>1)</sup> konnte deshalb nicht wahrgenommen werden.

Das Verhältnis der Amplituden in Petting und Seefischer ist ungefähr 1:2 und stimmt mit dem Verhältnis der Seefläche nördlich des Knotens von 300 ha zu der südlich des selben gelegenen von rund 640 ha ungefähr überein.

## 2. Die 17 Min.-Seiche.

Die Beobachtungsergebnisse seien auch hier ebenso, wie oben, zusammengestellt:

Petting	+	100
Buchwinkel	+	10
Seeleiten		0
Gaden		0 (0) Wolkersdorf
Horn	—	50
Fisching SW.	—	90
Fisching NW.	—	110

Die Seiche von 16,80 Min. mittlerer Dauer ist somit die uninodale Längsschwingung des eigentlichen Wagingersees mit den beiden Schwingungsbäuchen in Petting bzw. Fisching Nordwest und der Knotenlinie zwischen Seeleiten und Gaden (s. Karte).

Um die Chrystalsche Theorie auf dieses Teilbecken anzuwenden, dürften wir den Zweig der Normalkurve bis zum Punkte 14 benützen. Die Kurve ließe sich aus 6 Parabeln zusammensetzen, so daß wir genau den Seentypus hätten, wie ihn Chrystal in dem schon erwähnten § 40 seiner H. T. S. behandelt. Aus dem gleichen Grunde wie bei der 62 Min.-Seiche muß ich aber auch hier auf eine genaue Berechnung

<sup>1)</sup> Dem Vorstande des K. Bayer. Hydrotechnischen Bureaus, Herrn Oberbaurat Hense, sei auch an dieser Stelle für die gütige Übersendung der Pegelaufzeichnungen an der Seebrücke ergebenst gedankt.

der Seichekonstanten zunächst verzichten; dazu kommt hier noch der Umstand, daß das Ende der X-Achse noch nicht sicher genug bekannt ist. Die Schwingungsachse kann nämlich einmal abzweigen nach Fisching Nordwest oder sich in den Tachingersee hinein erstrecken.

Auf einen anderen Weg, bei Seen von so komplizierter Normalkurve die exakte Theorie zu prüfen, möchte ich hier aufmerksam machen. In Fällen, wo der eine Teil der Normalkurve bis zu dem durch Beobachtung gefundenen Knoten regelmäßig verläuft, so daß er durch eine Parabel, eine Quartikurve oder eine gerade Linie ersetzt werden kann, muß die Dauer der Hauptschwingung mit derjenigen eines symmetrischen Sees übereinstimmen, der eine Länge gleich dem doppelten Knotenabstand hat. So stimmt die Dauer der Hauptschwingung bei einer Normalkurve von der Form einer geneigten Geraden (vgl. Chrystal S. 641 § 51) mit derjenigen eines Sees mit 2 symmetrisch gegen die Mitte geneigten Geraden (vgl. § 49) von der Länge  $2 \times 0,3943 l$  und Tiefe  $0,3943 h$  überein. Nämlich

$$T_1 = \frac{4\pi l}{3,832 \sqrt{gh}} = T'_1 = \frac{2\pi l'}{2,405 \sqrt{gh'}} = 1,043 \frac{\pi l}{\sqrt{gh}}$$

Aus der Beobachtung hat sich nun der Knoten der 17 Min.-Seiche ziemlich sicher bei Punkt 8 der Normalkurve ergeben. Der Teil von 0 bis 8 lässt sich annäherungsweise durch eine Parabel ersetzen, wie es in der Zeichnung geschehen ist. Die Dauer eines symmetrisch parabolischen Sees von der Länge 93,75 und der Tiefe 18,75<sup>1)</sup> ergibt nach Chrystal S. 622 § 28:

$$T_1 = \frac{\pi l}{\sqrt{2gh}};$$

für  $l = 93,75 \times 10^5 \text{ m}^2$  und  $h = 18,75 \times 25 \times 10^5 \text{ m}^3$  und  $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$   $\pi = 3,14$  gesetzt, erhält man 966,2 sec = 16,1 Min., welcher Wert mit dem beobachteten von

<sup>1)</sup> Da der Maßstab der Kurve verkleinert wurde, müssen die ursprünglich ganzzahligen Maße umgerechnet werden.

16,80 Min. tatsächlich auf 4% genau übereinstimmt. Da die Lage des Knotens gewöhnlich nur angenähert durch Beobachtung bestimmt werden kann, so kann man auch nur eine erste Annäherung erwarten. In unserem Falle aber dürfte der Knoten ziemlich genau gefunden sein, wie aus den Beobachtungen in Seeleiten und Gaden geschlossen werden kann, und es kann daher diese gute Übereinstimmung als eine Bestätigung der Chrystalschen Theorie gelten.

Der Rest der Normalkurve (von Punkt 8—14) gibt also die gleiche Dauer wie ein Seebecken von  $2\frac{1}{2}$  mal so langer parabolischer Normalkurvenlinie. Daß die Einengung bei Horn allein die starke Verlängerung verursacht, ist unwahrscheinlich, weil sie näher dem Schwingungsbauche als dem Knoten liegt. Chrystal wiederum gibt uns einen klaren Einblick auch in so komplizierte Schwingungszustände. Er vergleicht nämlich die Seiches mit den Schwingungen einer vertikal aufgehängten Saite, welche an ihren Enden befestigt ist, zwei Vorgänge, welche wegen der Analogie der zugrunde liegenden Differentialgleichungen vollständig übereinstimmen, nur sind die Längs- und Querbewegungen zu vertauschen. Wie nämlich eine Vergrößerung der Dichtigkeit am Schwingungsbauche der Saite die Schwingungsdauer verlängert, näher dem Knoten aber nur einen geringen Einfluß ausübt, so vergrößert auch eine Einengung nahe dem Knoten die Periode einer Seiche, beeinflußt sie aber wenig, wenn sie nahe dem Bauche liegt. Es liegt daher die Vermutung nahe, daß noch ein Umstand verlängernd mitwirkt; als solchen sehe ich die Kommunikation mit dem Tachingersee an, wohin sich die Schwingung, wie wir weiter unten sehen werden, in der Tat fortsetzt. Nehmen wir eine symmetrische Normalkurve von der gleichen Länge und maximalen Tiefe wie die vorliegende an, so stimmt die Dauer auffällig mit der von Chrystal als „Anomalous Seiche“ bezeichneten Schwingung einer vollständigen, konkaven Quartic-Kurve überein.<sup>1)</sup> Nach Chrystal ist

<sup>1)</sup> Chrystal H. T. S., § 52, S. 643 und Some furthers Resultats . . . , S. 646, zit. S. 457.

$$T = \frac{\pi l}{Vgh};$$

für  $l = 68,44 \times 10^5 \text{ m}^2$  und für  $h = 18,75 \times 25 \times 10^5 \text{ m}^3$  gesetzt,  $T = 1002,1 \text{ sec} = 16,7 \text{ Min.}$  (gefunden wurde 16,8), also ein merkwürdig gut stimmender Wert. Chrystal selbst weist darauf hin, daß diese Seiche da vorkommen kann, wo ein See durch einen engen Kanal mit einem anderen kommuniziert, wie es beim Wagingersee der Fall ist. Wenn wir daraus auch nicht schließen dürfen, daß wir die Normalkurve als Quartickurve ansehen dürfen, so müssen wir doch der Kommunikation eine verlängernde Wirkung zuschreiben.

Nach P. Du Boys's Formel würde man 22,0 Min. Dauer für die uninodale Seiche des Wagingersees erhalten, einen Wert, der wieder wie bei allen konkaven Seen zu groß ist. Die Lage des Knotens ergibt sich nach P. Du Boys etwa 100 m nördlich der tiefsten Stelle des Sees, stimmt also gut mit der Beobachtung überein und spricht für die Brauchbarkeit der Formel für diesen speziellen Zweck der Knotenauffindung, wie auch Chrystal hervorhebt (H. T. S. S. 611).

Diese 17 Minuten-Seiche tritt, wie eben erwähnt, auch im nördlichen Becken, dem Tachingersee auf und zwar wurde beobachtet:

Tettenhausen	+	50
Au		0
Moosmühle	—	10
Seefischer	—	40,

wobei die Phasen nur für den Tachingersee gelten, die Amplituden dagegen mit denjenigen im Wagingersee verglichen sind. Das nördliche Becken schwingt also in dem Tempo der 17 Min.-Seiche mit, so daß nördlich Au wieder ein Knoten entsteht. Ein Phasenvergleich liegt nur einmal vor.<sup>1)</sup> Das Limnimeter wurde nämlich von Tettenhausen

<sup>1)</sup> Die zwei Aufnahmen mit dem Zeigerlimnimeter (S. 454 und 455) lieferten für Tettenhausen zu komplizierte Kurven; die 17 Min.-Seiche ist wohl vorhanden, aber hat geringe Amplitude gegen Fisching, nämlich die Hälfte. Die Phasen sind nicht genau zu vergleichen.

nach Horn gebracht (s. Seite 453), wo es nach 1 Stunde 4 Min. bereits wieder in Tätigkeit war. In Tettenhausen war eine deutliche 17 Min.-Seiche verzeichnet und in Horn ebenfalls. Da ruhiges Wetter war, darf angenommen werden, daß keine merkliche Phasenverschiebung in dieser kurzen Zeit von 1 Stunde eingetreten ist und daß daher die Phasen dieser Kurvenzüge verglichen werden dürfen. Es ergibt sich hieraus eine Phasenverschiebung von  $5\frac{1}{2}$  Min. Wenn der See also in Fisching zu steigen beginnt, fällt derselbe nach etwa 3 Min. in Tettenhausen. Ich stelle mir den Vorgang so vor, daß vom Fischingerwinkel Wasser gegen Tettenhausen abfließt und dort infolge des Überdruckes gegen Seefischer zu fallen beginnt, während es in Seefischer selbst steigt. Die im Tachingersee aufgefundenen Kurvenzüge sind außerdem stets unregelmäßig. Jedenfalls zeigt das ganze Auftreten, daß die 17 Min.-Seiche keine freie Schwingung des Tachingersees ist, sondern durch den Wasserarm an der Seebrücke hindurch dem nördlichen Becken aufgezwungen wird.

### 3. Die $12\frac{1}{2}$ Min.-Seiche.

Die gleiche Zusammenstellung ergibt:

Seefischer	+	100
Knoten		
Moosmühle	-	10
Au	-	75
Tettenhausen	-	30

Die Seiche von 12,56 Min. mittlerer Dauer ist sonach die uninodale Längsseiche des Tachingersees mit der Knotenlinie etwa 400 m nördlich Moosmühle. Da die Amplitude in Tettenhausen bedeutend geringer ist als in Au, so ist die Achse sehr wahrscheinlich gegen Au gerichtet. Bei Tettenhausen findet jedenfalls ein verstärktes Abfließen des Wassers gegen den Wagingersee statt, wodurch die Amplituden dort verringert werden. Daher röhrt wohl auch das Auftreten dieser Seiche am Abfluß des Sees bei Petting, wohin

die Gleichgewichtsstörung vom Fischingerwinkel aus sich fortsetzt. Es dürfte daher auch diese Seiche von  $12\frac{1}{2}$  Min. nur eine vom Tachingersee her erzwungene Schwingung sein.

Die Normalkurve des Tachingersees ist in derjenigen des ganzen Sees enthalten. Da aber das Ende der Schwingungsrichtung in Au und nicht in Tettenhausen gefunden ist, so verzweigt sich die X-Achse und die Normalkurve erhält gegen Au die Gestalt der punktierten Linie (Punkt 15' und 16'). Die Anwendung der exakten Theorie würde wieder die Behandlung des gleichen Seentypus wie beim Wagingersee erfordern (Chrystal H. T. S. § 40). Eine Annäherung etwa an 6 Stücke von Parabeln wird aber hier ungenau, weil die Ordinaten infolge der geringen Breite des Sees nur klein sind. Es dürfte daher hier die genaue Berechnung der Seicheskonstanten keine besonders gute Übereinstimmung ergeben und eine Vorausberechnung der Perioden, wie sie bei regelmäßigen Seen möglich ist und wie sie Chrystal und M. Wedderburn für den Loch Earn und Treig als Muster für derartige Berechnungen durchgeführt haben,<sup>1)</sup> würde eventuell nutzlos sein.

Eine gute Übereinstimmung mit der Beobachtung liefert hier die Du Boys'sche Formel, nämlich 12,4 Min. Periodendauer und dies Ergebnis steht ganz im Einklang mit der Chrystalschen Theorie, da unser Tachingersee, obwohl vollständig konkav, eine z. T. konvexe Normalkurve hat, und in konvex-konkaven Seen, wie es der Genfersee und Loch Ness sind, wozu auch der Tachingersee wegen seiner Normalkurve gehört, gibt die Du Boys'sche Formel gute Resultate für die Periodendauer der uninodalen Seiche, wie Chrystal ausdrücklich erwähnt.<sup>2)</sup>

Statt einer binodalen Seiche haben wir also am Waginger-Tachingersee 2 uninodale Teilschwingungen. Es mag hier besonders nochmal darauf hingewiesen sein, daß die Summe

<sup>1)</sup> Zit. S. 457.

<sup>2)</sup> Proc. R. S. 1905 S. 645, zit. S. 457.

der Perioden der beiden Teilschwingungen nur 16,8 Min. + 12,56 Min. = 29,36 Min. ergibt, also unter der halben Dauer der uninodalen Seiche des ganzen Sees zurücksteht (= 31 Min.), ein Ergebnis, das ganz im Einklang mit der Chrystalschen Theorie steht, der P. Du Boysschen Theorie aber vollständig widerspricht.

#### 4. Die 12 Min.-Seiche.

Die Beobachtungen für diese Seiche, welche nur im Wagingersee auftrat, seien wieder zusammengestellt:

Petting	+	100
Buchwinkel		0
Seeleiten	—	10
Gaden	—	40 — 50 Wolkersdorf
Horn		0
Fischling SW.	+	30
Fischling NW.	+	40

Die Schwingung von 11,78 Min. mittlerer Dauer ist also die binodale Seiche des eigentlichen Wagingersees mit den Schwingungsbäuchen in Petting, Wolkersdorf und Fischling Nordwest und der einen Knotenlinie etwas südlich Buchwinkel und der zweiten an der Einschnürung bei Horn.

Die 11,78 Min.-Seiche ist sonach die nächste Oberschwingung zu der 16,8 Min.-Seiche. Das Verhältnis von  $T_2 : T_1$  ist 0,70. Dasselbe sollte nach P. Du Boys 0,5 sein. Das erste derartig stark abweichende Verhältnis hatte H. Ebert am Starnbergersee gefunden, nämlich 0,63,<sup>1)</sup> dann Halbfäß am Madüsee 0,57,<sup>2)</sup> also Werte größer 0,5, während am Genfersee 0,48<sup>3)</sup> und am Hakonesee in Japan 0,44,<sup>4)</sup> also Werte

<sup>1)</sup> H. Ebert, Period. Seespiegelschwankungen, zit. S. 457.

<sup>2)</sup> W. Halbfäß, Period. Seespiegelschwankungen, zit. S. 457; Seiches oder stehende Seespiegelschwankungen. Naturwissenschaftl. Wochenschr. Gustav Fischer in Jena, 23. Okt. 1904, S. 887.

<sup>3)</sup> F. A. Forel, Le Léman II. Lausanne 1895.

<sup>4)</sup> H. Ebert, Über neuere japanische Seenforschungen. J. Springer, Berlin. XXIII, 1903.

kleiner 0,5 gefunden worden waren. Der Chiemsee<sup>1)</sup> nun hatte mit seinem Verhältnis  $T_2 : T_1 = 0,67$  alle anderen übertroffen und ihn übertrifft jetzt noch der Wagingersee. Forel glaubte auf Grund der ungefähr gleichen Werte an mehreren Seen darin eine neue Art Schwingungen erblicken zu dürfen und hat dieselben „Seiches à la quinte“, Quintenschwingungen<sup>2)</sup> genannt.

Es ist wiederum Chrystals großes Verdienst, diese Frage vollständig geklärt zu haben, indem er in den mehr erwähnten Schriften<sup>3)</sup> nachweist, daß in Seen mit konkaver Normalkurve  $T_2 : T_1 > 0,5$  und in konvexen Seen  $< 0,5$  sein muß. Auch das große Verhältnis  $T_1 : T_2 = 1 : 0,70$  ist nach seiner Theorie möglich und zwar in Seen, deren Normalkurve ein Teil einer Quartickurve ist. Chrystal gibt zugleich auf S. 603 und 604 seiner H. T. S. einen Weg an, wie aus dem Verhältnis der beiden Hauptschwingungen  $T_2 : T_1$  in Seen mit quarticähnlichen Normalkurven die Periodendauer der übrigen mehrknotigen Seiches gefunden werden können; er nennt diese seine Methode „Quartic Approximation“. In folgender Tabelle füge ich in der 1. Zeile die hiernach berechnete Dauer, in der 2. die angenähert beobachtete und in der 3. die nach Du Boys bestimmte Dauer an.

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$
Nach Chrystal berechnet	—	—	7,56	5,88	4,71	3,36	3,02
Beobachtet	16,8	11,78	7,5	6,0	4,7	3,5	3,00
Nach P. Du Boys berechnet	22,0	11,0	7,3	5,4	4,5	3,67	3,14

Nach Chrystal sollte sich die Dauer jeder Oberschwingung eines Sees mit vollständiger Quartickurve als Normalkurve dem Grenzwerte  $T = \frac{\pi l}{Vgh}$  nähern.<sup>4)</sup> Bei dem Wagingersee

<sup>1)</sup> A. Endrös, Seeschwankungen etc., zit. S. 447.

<sup>2)</sup> F. A. Forel, Soc. vaud., Sc. Nat. XI, S. 149, 3. fevrier 1904.

<sup>3)</sup> Zit. S. 457.

<sup>4)</sup> Chrystal, some further results S. 646 u. H.T.S. Seite 643, zit. S. 457.

aber trifft die Bedingung, daß sich die Kurve an die  $V$ -Achse anschmiegt, nur am Nordende zu. Außerdem ist sehr wahrscheinlich, daß die Schwingungsachse der 11,78 Min.-Seiche gegen Fischling Nordwest gerichtet ist, also mit derjenigen der 17 Min.-Seiche nicht zusammenfällt. Die gute Übereinstimmung der durch die Quartic-Approximation gefundenen Werte mit den beobachteten erlaubt daher bei unregelmäßigen Seen noch nicht den Schluß, daß die Normalkurve wirklich einer Quartickurve nahe kommt. Es ist am Wagingersee im Gegen teil sehr wahrscheinlich, daß die große Dauer der binodalen Seiche durch die Einengung bei Horn verursacht wird, welche, wie die Beobachtung ergab, mit dem Knoten zusammenfällt. An dem Beispiel einer schwingenden Saite wiederum können wir ersehen, daß solche Unregelmäßigkeiten auf die Haupt schwingung weniger einwirken als gerade auf diejenigen Ober schwingungen, welche dort ihren Knoten haben. Solche Un regelmäßigkeiten können daher bei der angennähernten Berech nung der uninodalen Seiche außer acht gelassen werden, sind aber bei der Bestimmung der betreffenden Oberschwingungen wesentlich.

Es läge nahe, die Periodendauer der binodalen Seiche des Wagingersees ebenfalls direkt aus der Normalkurve zu berechnen, ähnlich wie die uninodale (auf S. 462). Nur die Mitte des Schwingungsbauches muß genau bekannt sein; sie fällt nämlich bei asymmetrischen Seen gewöhnlich nicht mit dem Knoten der uninodalen Seiche zusammen, wie dies die neue Theorie uns lehrt.<sup>1)</sup> Hiefür habe ich schon am Chiemsee ein deutliches Beispiel gefunden, wo der Knoten der 43 Min.-Seiche und der mittlere Bauch der 28 Min.-Seiche  $3\frac{1}{2}$  km von ein ander entfernt liegen.<sup>2)</sup> Auch am Wagingersee hat die Be obachtung ergeben, daß der mittlere Schwingungsbauch in der Richtung Gaden—Wolkersdorf liegt, also ungefähr bei Punkt 9 der Normalkurve. Doch ist die Kurve nicht durch einen Zweig

<sup>1)</sup> Chrystal H. T. S. S. 606, § 11.

<sup>2)</sup> Seeschwankungen S. 51, zit. Seite 447.

einer einfachen Kurve zu ersetzen, so daß die Berechnung in diesem Falle sich nicht verlohnt, in anderen Fällen aber eine gute Gelegenheit sein kann, die Theorie ohne viel Mühe zu prüfen.

### 5. Die übrigen Seiches des Wagingersees.

Die  $8\frac{1}{2}$  Min.-Seiche. Diese Schwingung von ungefähr 8,6 Min. mittlerer Dauer war nur aus dem Limnogramme in Petting gefunden worden und da nur in wenigen Schwingungen von kleiner Amplitude. Doch trat sie immerhin deutlich als eigene Schwingung auf. Um zu untersuchen, ob diese und andere der folgenden Seiches nicht Partialschwingungen des Weitsees in der Richtung Petting—Wolkersdorf sind, habe ich die Normalkurve des Weitsees in genannter Richtung gezeichnet. Sie ist fast genau eine gegen Wolkersdorf geneigte Gerade und hat daher die typische Form, wie sie Chrystal in § 51 der H. T. S. behandelt. Hiernach ist

$$T_1 = \frac{4\pi l}{3,832\sqrt{gh}} \dots;$$

für  $l = 59,37 \cdot 10^5 \text{ m}^2$  und  $h = 37,5 \times 25 \times 10^5 \text{ m}^3$  ergibt sich  $T_1 = 10,7 \text{ Min.}$ , ein Wert, der von 8,6 Min. stark abweicht, so daß auch die Berechnung keinen Aufschluß gibt.

Die 7,5 Min.-Seiche wurde in Petting häufig beobachtet, ferner in Buchwinkel, aber dort selten. Nach der Quartic-Approximation (s. Tabelle S. 28) stimmt sie auffallend genau mit der trinodalen Seiche des Wagingersees überein. Doch ist dieses Ergebnis durch die Beobachtung nicht erwiesen, da die  $7\frac{1}{2}$  Min.-Seiche im Fischingerwinkel nie beobachtet wurde und auch für die anderen Punkte keine Phasenvergleichungen vorliegen. Doch muß der nördliche Knoten in den Fischingerwinkel hineinfallen, da der binodale Knoten bereits bei Horn liegt. Das Limnimeter in Fischling Südwest stand somit nahe am Knoten und von Fischling Nordwest liegen nur Aufzeichnungen während weniger Stunden vor. So wäre es möglich, daß sie in dem genannten Winkel doch auftritt. Die Ampli-

tuden dieser Seiche sind in Petting zeitweise sehr groß, doch ist die Dämpfung eine rasche. Jedenfalls wirkt die Einschnürung bei Horn störend.

Die Seiche von 6,0 Min. wurde ebenfalls nur in Petting beobachtet. Sie kann die 4-knotige Seiche des Wagingersees sein, wie wir aus der Tabelle S. 468 ersehen, welche vielleicht infolge der Einschnürung selten auftritt. Die Seiche kann aber ebenso Partialschwingung des Weitsees sein und zwar binodale Schwingung Petting—Wolkersdorf. Aus dem oben berechneten Werte von 10,7 Min. für die unimodale Seiche gibt nämlich die Chrystalsche Quartic-Approximation für die binodale 5,8 Min. Wir sehen hieraus, daß die Theorie in Seen mit Teilbecken mit Vorsicht angewendet werden muß.

Die Seiche von 4,67 Min. wurde in Petting und Tettenhausen beobachtet; sie kann mehrknotige Schwingung eines der beiden Teilbecken oder beider sein. Nach der Tabelle S. 468 stimmt die Dauer auffallend mit der 5-knotigen Seiche des Wagingersees überein.

Die 3,87 Min.-Seiche konnte in Fisching, Wolkersdorf und Petting mit gleicher Dauer gemessen werden. Sie ist also jedenfalls eine mehrknotige Seiche des Wagingersees. Über die Knotenzahl gibt auch die Quartic-Approximation keinen Aufschluß.

Eine Seiche von 3,0 Min. wurde nur in Buchwinkel gefunden und kann ebenso mehrknotige Schwingung des Wagingersees oder des Weitsees oder Querseiche sein.

## 6. Die übrigen Seiches des Tachingersees.

Die 6,25 Min.-Seiche wurde nur im Tachingersee beobachtet. Die Zusammenstellung ergibt:

Seefischer	+	100
1. Knoten		
Moosmühle	—	100
2. Knoten		
Au	+	20
Tettenhausen	+	80

In dieser Seiche ist also die binodale Schwingung des Tachingersees gefunden. Der 1. Knoten liegt zwischen Seefischer und Moosmühle, der 2. etwas nördlich Au. Diese Schwingung setzt sich, wie die Amplituden deutlich ersehen lassen, bis Tettenhausen fort und die Schwingung wird weniger beeinflußt durch die Kommunikation mit dem Wagingersee. Auf das Verhältnis der uninodalen zur binodalen Seiche, nämlich  $12,56 : 6,25 = 1 : 0,49$  sei noch besonders aufmerksam gemacht. Obwohl die Achse der binodalen Seiche länger ist als die der uninodalen, bleibt das Verhältnis doch noch unter 0,5. Der Grund hiefür ist nur in der konvexen Form der Normalkurve des Sees zu suchen. Wir haben somit an unserem See auch eine Bestätigung der Chrystalschen Theorie für konvexe Seen gefunden.

Die Seiche von 3,5 Min. Dauer trat häufig in Seefischer, Moosmühle und Au auf, nicht aber in Tettenhausen. Wenn ich sie für eine 4-knotige Seiche des Tachingersees halte, so ist das nur eine Vermutung. Sie setzt sich auch in den Wagingersee hinein fort, wie die Beobachtung in Fischling und Horn ergab.

Die Seiche von 1,56 Min. bei Moosmühle kann ebenso mehrknotige Seiche des Tachingersees als Querseiche sein. Der Umstand, daß sie nur in Moosmühle so häufig und mit so großer Amplitude auftritt, spricht für eine Querseiche. Darüber könnte natürlich nur eine gleichzeitige Beobachtung an diametral gegenüberliegenden Punkten Sichereres ergeben.

Die durch Chrystals Quartic-Approximation berechneten Werte können hier gar nicht mit den beobachteten verglichen werden, da die uninodale und binodale Seiche nicht Schwingungen ein und desselben Beckens sind; denn die beiden Normalkurven weichen stark von einander ab; vgl. oben S. 466.

Wir sehen überhaupt an unserem See, daß die Anwendung der exakten Berechnungsmethode für die Perioden und Knoten der Seiches eines unregelmäßigen Sees neben den Schwierigkeiten dazu noch zu ganz irrgigen Ergebnissen führen kann,

wenn nicht eine genaue Beobachtung vorausgegangen ist. Einmal kann sich die Achse verzweigen, wie wir es an unserem See einmal vor Wolkersdorf, dann im Fischinger Winkel und gegen Au gefunden haben, so daß besonders mehrknotige Schwingungen nach einer der Zweigrichtungen oder auch nach beiden Richtungen schwingen können, wie wir uns es an dem Beispiel einer schwingenden Seite mit einer Verzweigung klar machen können. Besonders deutliche Beispiele habe ich schon am Chiemsee gefunden, worauf ich bei der Veröffentlichung der weiteren Untersuchungen dieses Sees zurückkommen werde. Dann kommt speziell am Waginger-Tachingersee die Kommunikation der beiden Teilbecken noch dazu. Da nämlich durch den engen Kanal an der Seebrücke hindurch die Hauptschwingung des Sees möglich ist, wie wir oben S. 456 gesehen haben, können auch alle anderen Schwingungen sich in das andere Becken fortsetzen. Bei den Schwingungen von geringer Periodendauer ist die direkte Beobachtung, ob dieselben wirklich im Nachbarbecken auftreten, sehr erschwert, da die Dauer der verschiedenen mehrknotigen Schwingungen sich sehr nahe kommen und diese Oberschwingungen auch stärker gedämpft sind.

In der Strömung an der Seebrücke müssen sich dagegen alle Schwingungen nachweisen lassen. Wie schon einleitend erwähnt, herrscht dort eine ständige Strömung gegen den Wagingersee, weil der Kanal zugleich Abfluß des Tachingersees ist. Die Strömung ändert nun stets ihre Stärke, wie ich persönlich beobachten konnte. In 15 Minuten nahm die Strömung bei ruhigem See rasch von 4—18 m pro Minute zu und ging bis 6 m wieder zurück. Den Einfluß der Kommunikation auf die Seiches könnte man wohl nicht besser feststellen als durch vorübergehende Absperrung an der Seebrücke, worauf auch Herr Professor Chrystal mich aufmerksam machte. Es wäre sicher von großem Interesse, diesen gewaltigen Eingriff in die mächtigen Wasserbewegungen zu verfolgen, einen Eingriff, wie er schon seinerzeit durch die Tieferlegung des Seespiegels und noch mehr durch die künstliche Zusammen-

schnürung des Armes durch Aufführen eines 80 m langen Dammes vorgenommen wurde.

Zum Schlusse seien die Ergebnisse der Untersuchungen hier kurz zusammengefaßt:

1. Am Waginger-Tachingersee waren 13 Schwingungen verschiedener Dauer zu messen. Trotz der vielen Schwingungen war ein Aufdecken des Schwingungsbildes in der kurzen Beobachtungszeit von 5 Wochen möglich, weil der See bei seinen drei Teilbecken doch eine ausgesprochene Längsrichtung besitzt. Die Amplituden der Schwankungen waren in der Beobachtungszeit im Verhältnis zu anderen Seen klein. Wenn auch die größte Schwankung von 75 mm die einiger bis jetzt untersuchter Seen übertrifft, so blieb doch sonst die doppelte Amplitude immer unter 18 mm.

2. Der See besitzt ungeachtet der starken Einschnürung an der Seibrücke eine uninodale Längsschwingung von 62 Minuten mittlerer Dauer, deren Knoten zwischen den beiden See einschnürungen gefunden wurde. Die unverhältnismäßig lange Periodendauer steht ganz im Widerspruch mit dem nach der P. Du Boysschen Formel berechneten Werte von 36,2 Min., ist aber nach Prof. Chrystals neuer hydrodynamischer Theorie der Seiches sehr wohl verständlich, da die Normalkurve des Sees am Knoten konvex ist und eine geringe Ordinate aufweist. Eine binodale Seiche konnte nicht beobachtet werden.

3. Jeder der Teileen hat dafür seine eigene uninodale Seiche, der Wagingersee eine solche von 16,80 Minuten mittlerer Dauer, deren Knoten bei Seeleiten liegt, der Tachingersee von 12,56 Minuten mittlerer Dauer mit dem Knoten ungefähr 400 m nördlich Moosmühle. Die beiden Teilschwingungen geben also zusammen nur 29,36 Minuten Dauer gegenüber der Hauptschwingung von 62 Minuten Dauer.

4. Beide Hauptseiches der einzelnen Teilbecken setzen sich durch die starke Einschnürung an der Seibrücke in das andere Becken hinein fort, wobei die 17 Min.-Seiche eine Phasenverschiebung von  $5\frac{1}{2}$  Min. erleidet und einen weiteren

Knoten nördlich Au aufweist. Die Seiches sind hiebei keine „freien“ Schwingungen des Nachbarbeckens, sondern sogenannte „erzwungene“ Seiches.

5. Beide Seen haben auch ihre eigenen binodalen Seiches und zwar der Wagingersee eine solche von 11,78 Min. Dauer mit der einen Knotenlinie etwas südlich Buchwinkel und der zweiten an der Einschnürung bei Horn. Die binodale Seiche des Tachingersees hat 6,25 Minuten mittlere Dauer.

6. Das Verhältnis der Periodendauer von erster Oberschwingung zur Grundschwingung ist im Wagingersee 0,70 und im Tachingersee 0,49, das einmal ist also  $T_2 : T_1 > 0,5$ , in Übereinstimmung mit der Chrystalschen Theorie für konkav Seen, das anderemal  $< 0,5$ ; auch dieses letztere Verhältnis steht mit der neuen Theorie in Übereinstimmung. Freilich ist das Becken des Tachingersees selbst konkav, aber die Normalkurve des Sees ist in der Nähe des Knotens der uninodalen Seiche konvex.

7. Außerdem wurden mehrknotige Schwingungen gefunden. Eine häufige Seiche von 7,5 Min., eine zweite, seltener von 6,0 Min. und eine dritte von 4,67 Min. Dauer sind wahrscheinlich die 3- resp. 4- und 5-knotigen Seiches des Wagingersees; auch die 3,8 Min.-Seiche ist mehrknotige Seiche des südlichen Sees und eine seltene Seiche von 8,6 Min. scheint Partialschwingung des Weitsees zu sein. Eine häufig auftretende Seiche des Tachingersees hat 3,5 Min. Dauer und ist wahrscheinlich 4-knotige Seiche. Eine Schwingung von 3,0 Min. in der Mitte der Achse des Wagingersees und eine solche von 1,56 Min. in der Mitte des Tachingersees können ebenso gut mehrknotige Seiches als „Querseiches“ sein.

8. Der See erweist sich wegen der komplizierten Form seiner Normalkurve nicht gerade geeignet zur Prüfung der exakten Chrystalschen Theorie. Immerhin ergaben sich eine größere Reihe bedeutsamer Bestätigungen dieser Theorie im einzelnen. Die Anwendung der Theorie zur Bestimmung der mehrknotigen Seiches ist ohne vorausgegangene eingehende Beobachtung mit Vorsicht anzuwenden. Denn die Beob-

achtungen an unserem See haben ergeben, daß die Schwingungsachsen der mehrknotigen Seiches unter Umständen nicht die gleichen sind, wie die der uninodalen, weil die Achse sich verzweigen kann, was hier an drei Stellen der Fall war; besonders versagt dann die sog. Quartic-Approximation. Als weiterer erschwerender Umstand kommt hier die Kommunikation beider Teileen durch den Kanal an der Seebrücke dazu, dessen Einwirkung auf die mehrknotigen Seiches an der Hand der Theorie nicht zu verfolgen ist. Doch stehen die Ergebnisse im allgemeinen nicht nur vollständig im Einklange mit der neuen Chrystalschen Theorie, sondern werden durch dieselbe überhaupt erst verständlich.

Traunstein, Dezember 1905.

# ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München](#)

Jahr/Year: 1905

Band/Volume: [1905](#)

Autor(en)/Author(s): Endrös Anton

Artikel/Article: [Die Seiches des Waginger-Tachingersees 447-476](#)