Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften

zu München

1921. Heft II

Mai- bis Juli- und November- u. Dezembersitzung

München 1922
Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth)

Versuche über die Verdrehungssteifigkeit der Walzeisenträger.

Von **A. Föppl.**

Vorgetragen in der Sitzung am 12. November **1921.**

Im Jahrgang 1917, S. 5 dieser Sitzungsberichte habe ich eine Abhandlung über den elastischen Verdrehungswinkel eines Stabes veröffentlicht, in der eine neue Formel für die Berechnung des Drillungswiderstandes der Walzeisenträger vorgeschlagen wurde. Als vollkommen zuverlässig kann diese Formel zwar nur für solche Stabquerschnitte angesehen werden, die aus einer Zusammenfügung sehr schmaler Rechtecke bestehen. Als Näherungsformel läßt sie sich aber immerhin auch für die meisten der im Eisenbau verwendeten Walzträger verwenden.

Um die Fehler, die bei einer solchen Anwendung aus der mehr oder weniger mangelhaften Erfüllung der Voraussetzung sehr schmaler Rechtecke entstehen, für den weiteren Gebrauch der Formel unschädlich machen zu können, war es nötig, größere Versuchsreihen zur Prüfung der Formel durchzuführen. In meiner früheren Arbeit bemerkte ich schon, daß die damals gegebene theoretische Darlegung nur als die eine Hälfte der ganzen Arbeit angesehen werden könne, der die andere ebenso wichtige — nämlich die experimentelle Prüfung — erst noch folgen müsse. Ich stellte auch in Aussicht, daß diese Versuche in dem von mir geleiteten Laboratorium vorgenommen werden sollten.

Das ist inzwischen zum größeren Teile bereits geschehen. Die Versuche mußten sich nach verschiedenen Richtungen hin erstrecken, um das Verhalten der Stäbe beim Verdrehungsversuche nach allen Seiten hin klar zu stellen. Sie nahmen daher einen großen Umfang an und sind auch jetzt noch nicht vollständig abgeschlossen. So weit es sich aber nur um die Verdrehungssteifigkeit der Walzeisenträger unter den gewöhnlich vorauszusetzenden einfachsten Grenzbedingungen handelt, besonders also für den Fall, daß der Querschnittswölbung bei der Verdrehung kein Hindernis im Wege steht, darf die gestellte Frage durch meine Versuche schon jetzt als hinreichend geklärt angesehen werden.

Ich möchte daher nicht länger damit zögern, diesen für die praktischen Anwendungen besonders wichtigen Teil meiner Versuchsergebnisse einstweilen bekannt zu machen. Dabei muß ich mir jedoch vorbehalten, einen ausführlichen Versuchsbericht mit Angabe aller zur näheren Beurteilung erforderlichen Einzelheiten nach dem endgültigen Abschlusse der noch ausstehenden Teile des ganzen Versuchsplanes späterhin an geeigneter Stelle zu veröffentlichen. Hier werde ich mich daher bei der Beschreibung der Versuchseinrichtung und der Versuchsausführung nur auf das Nötigste beschränken und mich in der Hauptsache mit der Mitteilung der Versuchsergebnisse und der daraus zu ziehenden Schlußfolgerungen begnügen.

Die Versuche wurden unter meiner Oberleitung von Herrn Konservator Huber im mechanisch-technischen Laboratorium der Technischen Hochschule ausgeführt. Ihm und auch dem Hauptkonservater des Laboratoriums, Herrn Prof. Schmeer, der mich mit manchen wertvollen Ratschlägen unterstützte, möchte ich für ihre Mitwirkung und ihre Beihilfe bei der Durchführung der Versuchsarbeiten meinen Dank und meine Anerkennung aussprechen.

Für den Anfang standen uns als Versuchskörper eine Anzahl von Walzeisenstäben zur Verfügung, die unter den Beständen des Laboratoriums von früher her vorhanden waren. Nachdem wir die ersten Versuche mit diesen durchgeführt hatten und die Versuchseinrichtung dabei weiter ausgebildet und vollständig erprobt worden war, wendete ich mich an den

Verein Deutscher Eisenhüttenleute mit der Bitte, mich bei der Beschaffung weiteren Versuchsmaterials zu unterstützen. Dank der gütigen Vermittlung der Vereinsleitung stellte mir hierauf eine Reihe von Firmen, nämlich die Eisenhandlung von Kustermann in München, das Peiner Walzwerk, die Max-Hütte in Rosenberg und die Firma Röchling in München die gewünschten Probestäbe kostenlos zur Verfügung. Allen Herren, die hierdurch zum Gelingen der Versuche in dem wünschenswerten Umfange beigetragen haben, spreche ich hiermit den schuldigen Dank aus.

Hier soll es sich nur um die Hauptversuchsreihe handeln, die mit zahlreichen Probestücken in genau der gleichen Weise und in demselben Aufbau durchgeführt wurde. Als Hauptbestandteil dieser Versuchseinrichtung diente das Führungsgerüst eines 5 m hohen Schlagwerks. Bei der Ausführung des Versuchs standen die Probekörper in lotrechter Lage. Durch diese Anordnung wurden Störungen vermieden, die bei horizontaler Lage durch das Eigengewicht der Versuchskörper leicht herbeigeführt werden können. Die Stäbe wurden gewöhnlich in Längen von 3 m bis zu 5 m geprüft. Am oberen Ende wurde der Versuchskörper festgehalten, also mit dem Führungsgerüst des Schlagwerks verbunden. An dem frei herabhängenden unteren Ende wurde vermittelst einer Querstange in horizontaler Ebene das verdrehende Kräftepaar übertragen. An jedem Ende der Querstange war nämlich ein von da aus horizontal geführtes Drahtseil befestigt, das über eine Rolle ging und durch angehängte Gewichtstücke in Spannung versetzt wurde. Wegen aller Einzelheiten, die zugleich ein Urteil über die Fehlergrenzen gestatten, muß ich einstweilen auf die später zu erwartende ausführliche Veröffentlichung verweisen.

Der durch die Belastung hervorgerufene Verdrehungswinkel wurde nur für ein dem mittleren Teile des Stabes angehörendes Stück der ganzen Stablänge, gewöhnlich für eine Versuchsstrecke von 1 m Länge gemessen. Hierdurch wurden die Störungen ausgeschaltet, die in der Nähe der Stabenden durch die besondere Art der Befestigung des oberen Stabendes am Führungsgerüst oder am unteren Stabende durch die besondere Art des Kraftangriffs hervorgerufen werden können. Besondere Versuche hatten nämlich gelehrt, daß sich solche Störungen auf so große Entfernungen hin im mittleren Stabteile, an dem die Messungen vorgenommen wurden, nicht mehr bemerklich machen können. Überdies wurde gewöhnlich auch noch die Messung des Verdrehungswinkels für eine kleinere Meßstrecke von $^1/_2$ m Länge wiederholt, um Gewißheit darüber zu erlangen, daß keinerlei Störungen der bezeichneten Art vorlagen. Innerhalb der Fehlergrenzen des Versuchs ergab sich dabei, daß der Verdrehungswinkel im mittleren Stabteile zwischen zwei aufeinander folgenden Querschnitten dem Abstande dieser Querschnitte voneinander verhältnisgleich war. Nur wenn diese Probe mit ausreichender Genauigkeit zutraf, wurde die Messung als brauchbar angesehen.

Jeder Querschnitt des Stabs dreht sich infolge der Belastung um die Stabachse um einen Winkel, der durch Spiegelablesung mit einem Fernrohr leicht festgestellt werden konnte. An jedem Ende der Meßstrecke war ein solcher Spiegel aufgekittet und die Drehung der Spiegelebene wurde durch die Verschiebung des Spiegelbildes eines feststehenden Maßstabes mit Hilfe eines gleichfalls feststehenden Fernrohres in der üblichen Weise beobachtet. Der Unterschied zwischen den Drehungswinkeln der an beiden Enden der Meßstrecke angebrachten Spiegel lieferte den auf die Meßstrecke entfallenden Verdrehungswinkel. An Einfachheit und klarer Durchsichtigkeit aller Bedingungen ließ die ganze Versuchseinrichtung überhaupt kaum etwas zu wünschen übrig und sie gestattete daher namentlich auch die Vornahme einer großen Zahl von Versuchen, die ohne allzu großen Zeitaufwand allen berechtigten Ansprüchen an die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Messungen zu genügen vermochten.

Bei jedem Versuche wurden die Verdrehungswinkel für eine Reihe aufeinander folgender Belastungsstufen gemessen. Die höchste Belastung wurde dabei so gewählt, daß die größte

Schubspannung an der meist beanspruchten Stelle des Stabquerschnitts die Proportionalitäts-Grenze nicht überschreiten konnte. Zur Berechnung dieser größten Schubspannung wurde die in der zuvor erwähnten theoretischen Abhandlung von mir aufgestellte Näherungsformel verwendet. Außerdem ließ sich die Erfüllung dieser Bedingung aber auch daraus beurteilen, daß der Verdrehungswinkel innerhalb der Fehlergrenzen des Versuchs bis dahin im gleichen Verhältnisse mit dem verdrehenden Kräftepaar anstieg.

Auf diese Weise bin ich in den Besitz einer großen Zahl von Versuchswerten für den Verdrehungswinkel gelangt. Praktisch nutzbar lassen sich, wie immer in solchen Fällen, die Versuchsergebnisse aber nur dadurch machen, daß man sie in geeigneter Weise verwertet, so nämlich, daß man dadurch in den Stand gesetzt wird, für einen neu vorkommenden Fall, der sich nicht mit einem der schon behandelten deckt, den Verdrehungswinkel mit hinreichender Genauigkeit vorauszusagen. Dazu verhilft uns im vorliegenden Falle die theoretische Bearbeitung der Frage in meiner früheren Veröffentlichung, die als die Vorstufe zu der jetzt durchgeführten experimentellen Ermittelung anzusehen ist.

Bezeichnet man den auf die Längeneinheit bezogenen Verdrehungswinkel (also den Verdrehungswinkel des Stababschnitts geteilt durch die Länge der zugehörigen Meßstrecke) mit ϑ, so kann man zunächst auf Grund einfacher Überlegungen

$$\vartheta = \frac{M}{GJ} \qquad 1)$$

setzen, wenn unter M das Verdrehungsmoment, unter G der Schubmodul und unter J eine nur von der Gestalt und den Abmessungen des Querschnitts abhängige Größe verstanden wird, die ich in meiner früheren Abhandlung als den „Drillungswiderstand" des Querschnitts bezeichnet habe. Damit die Gleichung in den Dimensionen richtig ist, muß die Einheit von J eine Länge zur vierten Potenz sein, d. h. J muß eine Größe von derselben Art wie das Trägheitsmoment einer Fläche sein. Für den Fall des kreisförmigen Querschnitts ist J in der Tat das polare Trägheitsmoment der Querschnittsfläche; sonst aber dürfen beide Größen nicht miteinander verwechselt werden.

Nach der bisher gewöhnlich gebrauchten Näherungsformel für den Verdrehungswinkel, die von de Saint-Venant aufgestellt wurde, hat man in Gl. 1) an Stelle von J den Wert J_1

$$J_1 = \frac{F^4}{40\,\Theta_p} \tag{2}$$

zu setzen, worin F den Inhalt und Θ_p das polare Trägheitsmoment der Querschnittsfläche bedeutet. Diese Formel stimmt in der Tat, wie auch meine Versuche wieder gelehrt haben, in vielen Fällen ganz gut mit der Wirklichkeit überein. Aber schon aus theoretischen Überlegungen ließ sich voraussehen, daß sie nicht immer zuverlässig sein kann. Ich habe ihr deshalb in meiner früheren Abhandlung eine andere zur Seite gestellt, von der sich erwarten ließ, daß sie sich bei den Walzeisenträgern besser bewähren dürfte. Nach dieser Formel, die ich hier als die „neue“ bezeichnen will, ist für die aus schmalen Rechtecken zusammengesetzten Querschnittsflächen der Walzeisenträger für J der Näherungswert

$$J_2 = \tfrac{1}{3} \Sigma l\, d^3 \tag{3}$$

anzunehmen, worin l und d die Längs- und Schmalseiten der einzelnen Rechtecke bedeuten und die Summe über alle Rechtecke zu erstrecken ist, aus denen sich der Querschnitt zusammensetzt.

Hiermit stehen uns nun gleich zwei Formeln zur Verfügung, die beide dazu dienen können, um die Versuchsergebnisse auf eine leicht verwendbare Form zu bringen. Am einfachsten wäre es, wenn sich eine der beiden Formeln genau mit den Versuchsergebnissen deckte. Das war aber nicht zu erwarten und das trifft auch nicht zu. Beide Formeln, namentlich aber die neue Formel, schließen sich indessen wenigstens so weit den Versuchsergebnissen an, daß sie unter Beifügung eines Berichtigungsfaktors, der bei gleichartigen

Profilen nur innerhalb ziemlich enger Grenzen veränderlich ist, recht gut zur Vorausberechnung des Verdrehungswinkels in allen Fällen der praktischen Anwendung von Trägern mit diesen Profilen benutzt werden können. An Stelle der Gleichungen 2) und 3) ist daher jetzt

$$J = \eta_1 \cdot \frac{F^4}{40\,\Theta_p} \tag{4}$$

$$J = \eta_2 \cdot \tfrac{1}{3}\,\Sigma\, l\, d^3 \tag{5}$$

zu schreiben und die Verwertung der Versuchsergebnisse kommt dann auf die Ermittelung der Berichtigungszahlen η_1 und η_2 für die verschiedenen Profile hinaus.

Um diese Umrechnung von den Versuchswerten auf die Berichtigungszahlen vornehmen zu können, bedurfte man in jedem Falle außerdem noch die Kenntnis des Schubmoduls G, der in der Formel 1) für den Verdrehungswinkel ϑ enthalten ist. Dieser Schubmodul wurde ebenfalls für die meisten Fälle, wie aus der nachfolgenden Zusammenstellung hervorgeht, besonders ermittelt. Zu diesem Zwecke wurden kleine Rundeisenstäbchen aus den Versuchskörpern entnommen und einem gewöhnlichen Verdrehungsversuche unterworfen. Da für den kreisförmigen Querschnitt kein Zweifel über die genaue Gültigkeit von Gl. 1) mit J als polarem Trägheitsmoment der Querschnittsfläche bestehen kann, ließ sich G aus den Ergebnissen dieses Verdrehungsversuchs leicht berechnen. Der Wert von G schwankte übrigens in den meisten Fällen nicht viel. Wo er nicht besonders ermittelt wurde, nahm man dafür den Mittelwert von 830000 an.

Bei der Berechnung von J_2 nach Gl. 3) ist übrigens noch auf einen Umstand zu achten, dem zwar keine große Bedeutung zukommt, der aber doch besonders erwähnt werden muß. Die Gleichung setzt nämlich die Zerlegung der Querschnittsfläche in einzelne Rechtecke voraus, läßt aber dabei die Frage offen, wie die Zerlegung vorgenommen werden soll, wenn sie auf verschiedene Art möglich ist. Es ist selbstverständlich, daß man diese Zerlegung nicht beliebig weit treiben darf, sondern daß man dabei mit einer möglichst geringen Zahl von Rechtecken auskommen soll. Immerhin erscheint von vornherein zweifelhaft, ob man z. B. bei einem parallelflanschigen I-Träger den Steg, der jedenfalls das eine Rechteck zu bilden hat, nur zwischen den Flanschen oder über die ganze Trägerhöhe erstreckt anzunehmen hat. Im letzteren Falle würde der ganze Querschnitt in fünf Rechtecke zerfallen, im ersten Falle nur in drei. Es handelt sich also mit anderen Worten um die Frage, ob das nach beiden Richtungen hin sehr kleine Rechteck, das man ebensogut zum Steg wie zum Flansch rechnen könnte, dem einen oder dem anderen zugeteilt werden soll.

Aus der in meiner früheren Abhandlung gegebenen Ableitung der Formel 3) ergibt sich aber sofort, daß J um so genauer gefunden wird, in je weniger Rechtecke man den Querschnitt zu zerlegen vermag. Das kleine Rechteck ist daher zum Flansch und nicht zum Steg zu rechnen. Dieselbe Bemerkung bleibt auch für einen ⊥-Träger gültig. Bei nach außen zu verjüngten Flanschen wurde für d der Mittelwert der Flanschdicke eingesetzt.

Ferner ist noch eine Entscheidung darüber nötig, wie man bei einem ungleichschenkligen L-Eisen zu verfahren hat, dessen beide Schenkel von verschiedener Stärke sind. Sind die Schenkel nur verschieden lang, aber gleich stark, so ist es gleichgültig, ob man das nach beiden Seiten hin sehr kleine Rechteck am Scheitel, das in diesem Falle ein Quadrat bildet, zum einen oder zum anderen Schenkel rechnet. Bei verschiedener Stärke beider Schenkel wird dagegen J_2 nach Gl. 3) etwas verschieden gefunden, je nachdem man das kleine Rechteck am Scheitel zum stärkeren oder zum schwächeren Schenkel rechnet. Dabei läßt uns die vorige Regel im Stich, daß man bei der Zerlegung mit einer möglichst kleinen Zahl von Rechtecken auskommen soll, denn in beiden Fällen erhält man nur zwei Teilstücke. Dagegen folgt aus der ursprünglichen Ableitung der Formel 3), daß man das streitige kleine Rechteck dem stärkeren Schenkel zuzurechnen hat, da der Kraftlinienverlauf im ganzen Querschnitt bei dieser Art der Teilung weniger gestört wird als im anderen Falle. Ebenso ist auch beim **E**-Querschnitt zu verfahren. — Nach diesen Grundsätzen wurde bei der Berechnung von J_2 nach Gl. 3) verfahren und hiermit beruht auch die Berechnung der Berichtigungsziffer η_2 nach Gl. 5) aus den Versuchswerten auf diesen Vorschriften.

Bei jedem Versuchsstück wurden alle im Querschnitte vorkommenden Rechteckseiten l und d besonders gemessen. Dabei ergab sich häufig, daß diese Werte an verschiedenen Stellen desselben Stabes merklich voneinander abwichen. In diesen Fällen wurden für die Berechnung von J_1 und J_2 die Mittelwerte der l und d innerhalb der für die Messung des Verdrehungswinkels benutzten Meßstrecke angenommen. Hiernach beziehen sich die nachfolgenden Angaben von J_1 und J_2 stets auf die tatsächlichen Querschnittsmaße der einzelnen Probekörper und nicht auf die Sollwerte, die dafür in der „Hütte“ oder anderen Hilfsbüchern dieser Art angegeben sind.

Diese Vorbemerkungen dürften genügen, um die nachfolgende Zusammenstellung verständlich zu machen, die alle wichtigeren Ergebnisse der Hauptversuchsreihe vor Augen führt.

Zusammenstellung der Versuchsergebnisse:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nr.	Querschnitt, Maße in cm	J_1 nach Gl. 2) in cm^4	J_2 nach Gl. 3) in cm^4	Schubmodul G in kg/cm^2	Höchstlast M beim Versuche in cmkg	ϑ in Bogenmaß gemessen und umgerechnet auf 1 cm Länge für ein Moment von **1000** cmkg	η_1	η_2
	Gleichschenklige Winkeleisen NP.							
1	**L** 5/0,5	0,534	0,372	843000	528	2910.10^{-6}	0,76	1,10
2	**L** 5/0,7	1,49	1,05	825000	1320	1070. „	0,76	1,08
3	**L** 7/0,9	4,94	3,62	*)	3300	347. „	0,70	0,96
4	**L** 10/1,0	8,92	6,17	821000	5500	200. „	0,68	0,99
5	**L** 10/1,2	13,93	9,82	826000	7700	125. „	0,72	0,99
6	**L** 12/1,3	24,5	17,2	822000	11000	66. „	0,75	1,06

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nr.	Querschnitt, Maße in cm	J_1 nach Gl. 2) in cm^4	J_2 nach Gl. 3) in cm^4	Schubmodul G in kg/cm^2	Höchstlast M beim Versuche in cmkg	ϑ in Bogenmaß gemessen und umgerechnet auf 1 cm Länge für ein Moment von 1000 cmkg	η_1	η_2
	Gleichschenklige Winkeleisen, scharfkantig.							
7	L 4,5/0,5	0,447	0,334	831000	440	4190.10^{-6}	0,64	0,86
8	L 7/0,6	1,38	0,964	843000	1320	1358. „	0,63	0,91
	Ungleichschenklige Winkeleisen NP.							
9	L 4/8; 0,6	1,064	0,867	834000	880	1379. „	0,82	1,00
10	L 5/10; 0,8	3,32	2,66	836000	2640	449. „	0,81	1,00
11	L 8/12; 1,0	7,86	5,62	828000	5500	225. „	0,68	0,96
	E Eisen NP.							
12	E 8	2,95	1,98	821000	2200	566. „	0,73	1,09
13	E 10	2,66	2,22	827000	2640	492. „	0,92	1,10
14	E 10½ für Eisenbahnwagenbau	5,88	3,65	825000	3520	282. „	0,73	1,18
15	E 12	4,69	4,27	*)	4400	289. „	0,89	0,98
16	E 20	11,3	10,83	826000	8800	893. „	1,20	1,25
17	E 30	33,0	35,06	823000	17600	30. „	1,21	1,14
	E Eisen annormal.							
18	E 4/3,5; 0,5; 0,7	1,58	0,852	*)	1100	1309. „	0,58	1,08
	Z Eisen.							
19	Z NP 14	7,58	5,92	*)	5500	180. „	0,88	1,13
20	Z 6/5; 0,7; 0,8; annormal.	3,26	2,24	*)	2750	446. „	0,83	1,20
	⊥ Eisen NP.							
	a) Hochstegig.							
21	⊥ 6/6	2,59	1,34	854000	1760	808. „	0,56	1,09
22	⊥ 7/7	6,09	3,18	828000	3300	341. „	0,58	1,12
23	⊥ 8/8	7,63	4,13	836000	3960	245. „	0,64	1,18
24	⊥ 10/10	16,35	9,11	823000	6600	107. „	0,69	1,25

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nr.	Querschnitt, Maße in cm	J_1 nach Gl. 2) in cm⁴	J_2 nach Gl. 3) in cm⁴	Schubmodul G in kg/cm²	Höchstlast M beim Versuche in cmkg	ϑ in Bogenmaß gemessen und umgerechnet auf 1 cm Länge für ein Moment von 1000 cmkg	η_1	η_2
	b) Breitflanschig.							
25	⊥ 9/4,5	4,02	2,04	851000	2200	463.10^{-6}	0,63	1,24
26	⊥ 12/6	9,04	4,81	837000	4400	197. „	0,67	1,25
27	⊥ 7,5/6	2,42	1,35	*)	880	975. „	0,51	0,92
	I Eisen NP.							
28	I 10	1,52	1,09	835000	1650	948. „	0,83	1,16
29	I 14	4,44	3,56	*)	3300	235. „	1,16	1,44
30	I 20	12,19	10,99	829000	8800	83. „	1,18	1,32
31	I 30	55,37	46,66	*)	27500	19. „	1,15	1,37
32	[I 30]**)	49,9	43,4	*)	5840	22. „	1,08	1,24
	Breitflanschige I Eisen, System Grey.							
33	I 22 Grey	93,6	42,5	*)	16500	22. „	0,58	1,28
34	I 24 Grey.	165,3	74,4	820000	33000	11,2. „	0,66	1,47
	Parallelflanschige Peine I Eisen.							
35	I 16	73,0	33,6	835000	22000	28. „	0,58	1,27
36	I 20	149,8	66,7	815000	33000	15. „	0,55	1,23
37	I 24	223,2	98,3	819000	44000	10. „	0,53	1,21

*) Schubmodul nicht besonders gemessen; angenommen zu 830000 kg/cm².

**) [I 30] war für den Versuch zur Feststellung noch anderer Eigenschaften nicht vertikal gestellt, sondern horizontal gelagert.

Bei der Durchsicht dieser Zahlenreihen bemerkt man zunächst, daß die Berichtigungsziffer η_1, die man der alten Formel von de Saint-Venant beizusetzen hat, um sie mit den Beobachtungswerten zur Übereinstimmung zu bringen, zwischen den Grenzen 0,51 und 1,21 schwankt, während die der neuen Formel zugehörige Berichtigungsziffer η_2 zwischen 0,86 und

1,47 liegt. Von diesem Gesichtspunkt aus gesehen, läßt sich daher nicht behaupten, daß die neue Formel der alten wesentlich überlegen wäre. Aber das ist nur ein oberflächlicher Vergleich und bei eingehender Betrachtung kommt man zu ganz anderen Ergebnissen.

Um die Zuverlässigkeit der beiden Formeln gegeneinander abwägen zu können, ist es vielmehr nötig, die Durchschnittswerte miteinander zu vergleichen, die nach beiden Formeln zu Profilen von der gleichen Art gehören. In diesen Durchschnittswerten gleichen sich zum großen Teile die Zufälligkeiten gegeneinander aus, die den Versuchsergebnissen für die einzelnen Probestücke unvermeidlich anhaften und sie sind daher besser geeignet, die Leistungsfähigkeit der Formeln selbst einzuschätzen.

Zu diesem Zwecke vereinigen wir zunächst die 11 Versuche, die mit verschiedenen L-Eisen durchgeführt wurden zu einer Gruppe und erhalten für die beiden Berichtigungsziffern η_1 und η_2 in dieser Gruppe die Mittelwerte

$$\eta_1 = 0{,}72; \quad \eta_2 = 0{,}99.$$

Eine zweite Gruppe bilden wir aus den E-Eisen, von denen 7 Stück geprüft wurden und wofür sich die Mittelwerte ergeben zu

$$\eta_1 = 0{,}89; \quad \eta_2 = 1{,}12.$$

Daß in diesen beiden Gruppen die neue Formel der alten erheblich überlegen ist, kann nicht zweifelhaft sein. Bei den L-Eisen weicht der Mittelwert von η_2 kaum von der Einheit ab und auch die Einzelwerte schwanken nicht mehr um diesen Mittelwert, als man bei solchen Versuchen von vornherein auch bei der best begründeten Formel infolge der dem einzelnen Versuchskörper anhaftenden besonderen Eigentümlichkeiten zu erwarten hat. Bei den E-Eisen weicht zwar im Mittel η_1 auch kaum mehr von der Einheit ab als η_2. Dagegen schwanken die Einzelwerte von η_1 zwischen 0,58 und 1,21, während die von η_2 in den viel engeren Grenzen von 0,98 und 1,25 enthalten sind. Es kann daher kein Zweifel darüber bestehen, daß auch in diesem Falle die neue Formel zuverlässiger ist als die alte.

Bei den Z-Eisen ist eine Gruppenbildung nicht wohl möglich, da nur zwei Versuchswerte vorliegen. Für die 7 Stück ⊥-Eisen, teils hochstegig, teils breitflanschig, die man zu einer Gruppe zusammenfassen kann, lauten die Mittelwerte

$$\eta_1 = 0{,}61; \quad \eta_2 = 1{,}15$$

und hier fällt wieder zu Gunsten der neuen Formel auf, daß die Berichtigungsziffer η_2 viel weniger von der Einheit abweicht als η_1. Die Einzelwerte von η_1 schwanken zwischen 0,51 und 0,69 und die von η_2 zwischen 0,92 und 1,25. In dieser Hinsicht besteht daher zwischen beiden Formeln kein wesentlicher Unterschied; beide lassen vielmehr zu wünschen übrig.

Eine für die praktischen Anwendungen besonders wichtige Gruppe bilden die I-Eisen, von denen im ganzen 10 Stück geprüft wurden, davon 5 mit Normalprofil und 5 mit Breitflanschprofil. Die neue Formel gestattet, diese beiden Fälle gleichmäßig zu umfassen. Die alte Formel liefert dagegen in beiden Fällen derart weit voneinander abweichende Werte, daß zu einem gerechten Vergleich nichts übrig bleibt, als zwei Untergruppen mit je 5 Probestücken zu bilden. Hierfür erhält man die Mittelwerte und zwar für

I NP.	$\eta_1 = 1{,}08;$	$\eta_2 = 1{,}31$
I Breitflanschig	$\eta_1 = 0{,}58;$	$\eta_2 = 1{,}29.$

Bei den Normalprofilen der I-Träger stimmt daher die alte Formel von de Saint-Venant ziemlich gut mit der Wirklichkeit überein und jedenfalls weit besser als die neue Formel, so lange sie noch nicht mit der für sie von vornherein in Aussicht genommenen Berichtigungsziffer versehen ist. Die Schwankung um den Mittelwert ist freilich nach der alten Formel auch bei den Normalprofilen etwas größer als nach der neuen Formel. Sobald man aber gar die breitflanschigen Profile mit einbezieht, erweist sich die alte Formel gerade für die I-Träger als ganz besonders unzuverlässig.

Ich erinnere hier daran, daß ich schon in meiner früheren Abhandlung die Vermutung ausgesprochen hatte, die alte Formel dürfte sich bei den Breitflanschträgern schlecht bewähren. Der von 1,0 stark abweichende Wert $\eta_1 = 0{,}58$ bestätigt dies vollkommen. Andererseits freilich weicht aber auch die neue Formel bei allen I-förmigen Profilen mit $\eta_2 = 1{,}30$ im Durchschnitt für alle 10 Fälle recht stark von dem Ausgangswerte $\eta = 1{,}0$ ab. Für die Folge aber läßt sich dieser Fehler dadurch unschädlich machen, daß man die Berichtigungsziffer $\eta_2 = 1{,}30$ weiterhin als notwendigen Bestandteil der Formel für den Drillungswiderstand von I-Profilen ansieht. Man darf dann erwarten, nach dieser Formel den Drillungswiderstand für alle vorkommenden I-Profile bis auf Fehler, die 10 % kaum wesentlich übersteigen können, richtig zu erhalten, während bei der alten Formel so starke Schwankungen zwischen den einzelnen Profilarten vorkommen, daß sich keine derartige feste Regel aussprechen läßt, um von den bis jetzt geprüften Profilen auf andere schließen zu können, die bisher noch nicht geprüft wurden.

Hierbei möge noch erwähnt werden, daß ich in meiner früheren Abhandlung einen mit ζ bezeichneten Berichtigungsfaktor bei der Formel für den Verdrehungswinkel eingeführt hatte, dessen Ermittelung die Aufgabe der in Aussicht gestellten Versuche bilden sollte. Jetzt entschloß ich mich dagegen, die Berichtigung schon in der Formel für den Drillungswiderstand vorzunehmen. Die früher mit ζ bezeichnete Größe ist der reziproke Wert des hier eingeführten Berichtigungsfaktors η und hiernach ist für die I-Träger in der früheren Schreibweise

$$\zeta = \frac{1}{1{,}30} = 0{,}77$$

zu setzen, womit der Anschluß an die frühere Darstellung bewirkt ist.

Meine Versuche lassen freilich noch manches zu wünschen übrig. Namentlich sind sie noch zu wenig zahlreich, um als irgendwie abschließend gelten zu können. Man muß daher wünschen, daß sie späterhin noch ergänzt werden und zwar sowohl durch Wiederholung der Versuche mit anderen Versuchskörpern von denselben Querschnittsformen, um daraus Mittelwerte bilden zu können, die von den besonderen Eigenschaften des einzelnen Versuchskörpers unabhängig sind, wie auch durch eine Ausdehnung der Versuche auf andere Profile oder andere Größennummern, die bisher noch nicht geprüft werden konnten. Unter der Voraussetzung, daß es gelingt, die dazu erforderlichen Probestücke ebenfalls kostenlos zu erlangen, wird im Laufe der nächsten Jahre in meinem Laboratorium hoffentlich noch manches geschehen können, um diese Wünsche zu befriedigen.

Einstweilen aber glaube ich immerhin sagen zu dürfen, daß gegenüber dem bisherigen Zustande unseres Wissens auf diesem Gebiete die in der vorhergehenden Zusammenstellung mitgeteilten Versuchsergebnisse schon einen recht beachtenswerten Fortschritt bilden.

Zwei Richtungen, nach denen hin mir eine Erweiterung der Versuche augenblicklich besonders wünschenswert erscheint, mögen hier noch ausdrücklich angegeben werden. Bereits in meiner früheren Abhandlung habe ich voraus gesagt, daß ein besonders großer Fehler der alten Formel für den Verdrehungswinkel im Falle des kreuzförmigen Querschnitts zu erwarten sei. Leider war es mir aber bisher nicht möglich, diese Voraussage durch einen Versuch zu prüfen, da mir kein Walzeisenstab von diesem Querschnitt zur Verfügung stand. Diese Stäbe werden jetzt nicht mehr gewalzt und ein von früher her stammendes Probestück vermochte ich auch nicht aufzutreiben. Zum Ersatz dafür ließ ich einstweilen zwei breitflanschige ⊥-Eisen durch Vernieten zu einem Stab von kreuzförmigem Querschnitt verbinden und diesen Stab auf seine Verdrehungssteifigkeit prüfen. Über die Ergebnisse dieser Versuche behalte ich mir vor, in der von mir in Aussicht gestellten ausführlichen Veröffentlichung zu berichten. Wie sich hierbei ergab und wie sich auch von vornherein erwarten ließ, kann man niemals darauf rechnen, daß ein durch Vernietung zusammengesetzter Stab annähernd ebenso steif gegen Drillen sei, als wenn er bei gleichem Querschnitt aus einem Stück hergestellt wäre.

Hiernach erscheint es einerseits wünschenswert, diesen bereits ausgeführten Versuch durch einen anderen zu ergänzen, bei dem der Stab aus einem Stück besteht und andererseits erscheint es als eine dankbare Aufgabe, den Drillungswiderstand von genieteten Trägern ganz allgemein genauer zu erforschen. Bei zahlreichen Betrachtungen der Festigkeitslehre, insbesondere auch bei vielen Untersuchungen über das stabile elastische Gleichgewicht ist ja in der Tat der Drillungswiderstand eines genieteten Trägers ebenso wichtig wie der Biegungswiderstand. Den Biegungswiderstand kennt man schon längst viel besser und man weiß namentlich auch, daß er bei einem genieteten Träger annähernd ebenso groß ist, als wenn der Träger aus einem Stück von gleichem Querschnitt bestünde. Man ist daher leicht zu der Annahme geneigt, daß es bei der Beanspruchung auf Verdrehen ebenso wäre; aber darin dürfte man sich sehr täuschen. Jedenfalls bedarf es besonderer Versuche, um dies noch näher festzustellen.

Zum Schlusse lasse ich hier noch eine Zusammenstellung folgen, aus der man entnehmen kann, wie viel ungefähr die zufälligen Abweichungen in den Querschnittsmaßen der Walzeisenstäbe gegenüber den in den Normalprofiltabellen angegebenen Sollwerten bei der Verdrehungssteifigkeit ausmachen können. Wegen dieser tatsächlich manchmal recht erheblichen Unterschiede erforderte es der Zweck unserer Versuche, daß für die Berechnung von J_1 und J_2 die an jedem Versuchsstück durch Nachmessen festgestellten wirklichen Maße eingesetzt werden mußten. Wenn sie in verschiedenen Querschnitten verschieden waren, mußte man dafür den Mittelwert innerhalb jenes Stababschnitts nehmen, der zur Messung des Verdrehungswinkels benutzt wurde. Bei der Vorausberechnung der in einem praktischen Falle zu erwartenden Verdrehungssteifigkeit wird man dagegen in der Regel genötigt sein, die Querschnittsabmessungen so anzunehmen, wie sie in den Normalprofiltabellen aufgeführt sind. Ich ließ daher zum Zwecke des Vergleichs J_1 und J_2 auch hiernach ausrechnen und die Gegenüberstellung zeigt, auf welche Abweichungen in der Verdrehungssteifigkeit man aus dem Grunde der ungenauen Übereinstimmung der Querschnittsmaße mit den Sollwerten unter Umständen gefaßt sein muß. Dabei genügt es, wenn ich nur jene Fälle anführe, in denen die Abweichung im wirklichen Werte von J_2 mehr als 5 % von dem den Profiltabellen entsprechenden Werte ausmacht. Diese Fälle sind, wie man sieht, immer noch recht zahlreich. Weggelassen habe ich außerdem alle Profile, die nicht Normalprofile sind. Die Versuchsnummern beziehen sich auf dieselben Stäbe wie in der vorhergehenden Zusammenstellung.

Vergleich der den wirklichen Maßen entsprechenden Werte von J_1 und J_2 mit den nach den Maßen in den Normalprofiltabellen berechneten.

Versuchs-Nummer	Querschnitt (Normalprofile, Maße in cm)	J_1 nach Gl. 2) in cm^4 für		J_2 nach Gl. 3) in cm^4 für		Unterschied im Werte von J_2 in Hundertteilen des Normalwertes
		die wirklichen Maße	die Maße in den Normalprofiltabellen	die wirklichen Maße	die Maße in den Normalprofiltabellen	
1	L 5/0,5	0,534	0,603	0,372	0,396	— 6,1 %
3	L 7/0,9	4,94	4,77	3,62	3,18	+ 13,8 %
5	L 10/1,2	13,93	16,02	9,82	10,83	— 9,3 %
7	L scharfkantig 4,5/0,5	0,447	0,506	0,334	0,354	— 5,6 %
9	L ungleichschenklig 4/8; 0,6	1,064	1,071	0,867	0,821	+ 5,6 %
10	desgl. 5/10; 0,8	3,32	3,22	2,66	2,42	+ 9,9 %
11	desgl. 8/12; 1,0	7,86	8,90	5,62	6,33	— 11,2 %
13	E 10	2,66	3,53	2,22	2,64	— 15,9 %

Versuchs-Nummer	Querschnitt, (Normalprofile, Maße in cm)	J_1 nach Gl. 2) in cm^4 für die wirklichen Maße	J_1 nach Gl. 2) in cm^4 für die Maße in den Normalprofiltabellen	J_2 nach Gl. 3) in cm^4 für die wirklichen Maße	J_2 nach Gl. 3) in cm^4 für die Maße in den Normalprofiltabellen	Unterschied im Werte von J_2 in Hundertteilen des Normalwertes
14	E $10^1/_2$	5,88	6,42	3,65	3,46	+ 5,5 %
15	E 12	4,69	5,13	4,27	3,84	+ 11,2 %
19	Z 14	7,58	8,34	5,92	6,38	— 7,2 %
22	⊥ hochstegig*) 7/7	6,09	4,73	3,18	2,25	+ 41 %*)
23	desgl. 8/8	7,63	7,72	4,13	3,67	+ 12,5 %
24	„ 10/10	16,35	17,82	9,11	8,38	+ 8,7 %
25	⊥ breitflanschig 9/4,5	4,02	4,60	2,04	2,19	— 6,8 %
26	⊥ 12,6	9,04	11,93	4,81	5,66	— 15,0 %
28	I 10**)	1,52	1,72	1,09	1,31	— 16,8 %**)
32	[I 30] lang]	49,9	55,61	43,4	45,84	— 5,3 %
33	I breitflanschig Grey, 22***)	93,6	121,3	42,5	51,7	— 17,8 %***)
34	desgl. 24	165,3	165,0	74,4	68,5	+ 8,6 %

*) Flansch und Steg waren 9 mm dick anstatt 8 mm, wie in den Normalprofiltabellen angegeben ist.

**) Dieser Probestab war stark verrostet. Die Dicken waren merklich vermindert und auch an verschiedenen Stellen verschieden stark vermindert. Dadurch sind auch die Versuchsergebnisse für diesen Stab etwas unsicherer als bei den meisten anderen.

***) Auch dieser Stab war stark verrostet.

Aus der Zusammenstellung geht zugleich hervor, daß Abweichungen der Querschnittsmasse von ihren Sollwerten bei den Werten von J_1 und J_2 zu ganz entgegengesetzten Folgen zu führen vermögen, so nämlich, daß unter gewissen Umständen der eine dieser Werte dadurch vergrößert und der andere unter den gleichen Umständen verkleinert wird. Auf den ersten Blick mag dieses Ergebnis befremden. Aber eine einfache Überlegung läßt erkennen, daß der Unterschied auf den ganz verschiedenen Bau der alten und der neuen Formel für den Drillungswiderstand zurückzuführen und daher ganz wohl begründet ist.

Um sich dies an einem möglichst einfachen Beispiele klar zu machen, betrachte man irgend ein I-Profil und nehme an, daß bei einem bestimmten Probestück die Flanschen etwas dicker und der Steg etwas dünner ausgefallen seien, als im Normalprofilbuch vorgeschrieben ist, so jedoch, daß die Fläche des Querschnitts ihren vorgeschriebenen Wert behalten hat. Diese Abweichung vom Normalprofil hat nach Gl. 2) zur Folge, daß J_1 eine Verminderung erfährt, da F unverändert geblieben ist, während sich Θ_p offenbar vergrößert hat. Umgekehrt ist es dagegen mit J_2. Denn nach Gl. 3) wird J_2 stets vergrößert, wenn ein Teil der Querschnittsfläche, der zu einem dünneren Querschnittsteile (also hier zum Stege) gehört, von diesem fortgenommen und dafür in gleicher Größe einem dickeren Querschnittsteile (hier den Flanschen) zugelegt wird.

Aus dieser Überlegung geht auch hervor, wie wichtig es unter Umständen sein kann, ob man sich bei der Beurteilung des Drillungswiderstandes auf die alte oder auf die neue Formel stützt. Wer etwa die Absicht haben sollte, ein neues I-Profil aufzustellen, das bei gegebener Fläche einen möglichst großen Drillungswiderstand besitzen soll, würde zu ganz verschiedenen Folgerungen kommen, je nachdem er sich dabei von der alten oder von der neuen Formel leiten ließe.

Daß die neue Formel für die Entscheidung von Fragen dieser Art weit zuverlässiger ist und überall den Vorzug verdient, wo sie im Gegensatz zu der alten Formel steht, dürfte schon nach den bisher vorliegenden Versuchsergebnissen kaum noch zu bezweifeln sein.

Zusatz bei der Korrektur (Januar 1922): Die auf S. 310 als wünschenswert bezeichneten Versuche wurden inzwischen in Angriff genommen und haben bereits zu bemerkenswerten Ergebnissen geführt, worüber später berichtet werden wird.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München

Jahr/Year: 1921

Band/Volume: 1921

Autor(en)/Author(s): Föppl August

Artikel/Article: Versuche über die Verdrehungssteifigkeit der Walzeisenträger 295-313