Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München

1933. Heft I

Januar-März-Sitzung

München 1933

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung

Über eine kovariante Kurve.

Von K. Petri.

Vorgelegt von G. Faber in der Sitzung vom 14. Januar 1933.

Für die ebene Kurve 3. Ordnung existiert bekanntlich eine Kontravariante π 3. Klasse und 9. Grades in den Koeffizienten, deren erstes Polarensystem mit dem der Grundkurve vereinigt liegt, so daß also:

$$a_\pi{}^2 u_\pi a_x = 0,$$

identisch in u und x. Sie gibt die 3. Potenz des Doppelpunktes, wenn ein solcher auftritt, und verschwindet identisch, wenn ein 2. Doppelpunkt oder eine Spitze auftritt.[1] Ich zeige im folgenden, daß eine solche Form π von der Klasse $3n-6$ und vom Grad $3n(n-2)$ in den Koeffizienten mit denselben Eigenschaften für die C^n existiert; mit ihrer Hilfe läßt sich die Diskriminante rein darstellen in der Form $\Delta_\pi{}^{3n-6}$, wenn Δ die Hessesche Form der Grundkurve bedeutet.

Eine analoge Form existiert für 3 Formen gleicher Ordnung, die mit Hilfe der Jacobischen Kurve zur Resultante führt.

Das wesentliche Hilfsmittel zum Beweis ist der Noethersche Satz über die Darstellung einer Form ψ in der Gestalt:[2]

$$\psi = Af + B\varphi.$$

§ 1. Die Diskriminante der C^n.

Die Sylvestersche Darstellung der Diskriminante geht von der Tatsache aus, daß in einem Doppelpunkt der C^n sowohl die ersten Polaren der Grundkurve wie die der Hesseschen Kurve verschwinden. Sind $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ beliebige Konstanten, A_i^{2n-6} beliebige Formen $2n$—6ten Grades in x, so werden also alle Kurven:

$$(1) \qquad \sum_i \alpha_i \Delta_i + \sum_i A_i^{2n-6} f_i$$

[1] Math. Enc. III C 5. 28; Clebsch-Lindemann, Vorl. I S. 581.

[2] Noether, Math. Ann. 6; Math. Enc. I B 1 c. 20.

von der Ordnung $3n-7$ im Doppelpunkt verschwinden; nimmt man nun an, daß in dieser Form für eine allgemeine C^n wirklich $[3n-7] = \frac{(3n-6)(3n-5)}{2}$ linear unabhängige C^{3n-7} enthalten seien, so besteht beim Auftreten eines Doppelpunktes eine lineare Relation obiger Art, und man erhält durch Elimination der Konstanten α_i und der Koeffizienten der A_i eine Determinante der Ordnung $[3n-7)$, die im Falle eines Doppelpunktes verschwinden muß.

Nun bestehen 3 Identitäten:

$$(2) \qquad \begin{aligned} I_1 &= f_2 f_1 - f_1 f_2 = 0, \\ I_2 &= f_3 f_1 - f_1 f_3 = 0, \\ I_3 &= f_3 f_2 - f_2 f_3 = 0, \end{aligned}$$

welche für $n > 4$ eine Reduktion der Koeffizienten in (1) herbeiführen; man hat dann:

$$3 + 3\,[2n-6] - 3[n-5] = [3n-7]$$

homogene Konstanten in (1). Besteht diese Abzählung zu Recht, so verschwindet die Determinante $[3n-7]$ter Ordnung nicht identisch und muß die Diskriminante zum Faktor haben. Da die Determinante in den Koeffizienten von f vom Grade $[3n-7] + 6$ ist, hat also für $n > 4$ die Determinante einen überzähligen Faktor vom Grade $3[n-5]$ in den Koeffizienten; denn die Diskriminante ist vom Grade $3(n-1)^2$. Solche überflüssige Faktoren sind immer festzustellen, wenn eine Invariante durch ein überzähliges Gleichungssystem festgelegt wird. Zur strengen Durchführung unserer Überlegung muß gezeigt werden,

daß die obigen Identitäten (2) auch wirklich $3[n-5]$ Gleichungen vorstellen und

daß abgesehen von den Identitäten (2) keine Identität der Form:

$$\sum \alpha_i \Delta_i + \sum A_i^{2n-6} f_i = 0$$

besteht. Zunächst kann für eine allgemeine C^n keine Relation bestehen, in der die α_i von 0 verschieden sind; man sieht dies an der speziellen Form:

$$f = x_1^n + x_2^n + x_3^n,$$

für die unsere Relation würde:

$$x_1^{n-3}x_2^{n-3}x_3^{n-3}(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2+\alpha_3 x_3)=A_1 x_1^{n-1}+A_2 x_2^{n-1}+A_3 x_3^{n-1}.$$

Keines der links stehenden Glieder kann rechts vorkommen; also muß für eine doppelpunktfreie Kurve eine solche Identität von der Form sein:

$$A_1 f_1 + A_2 f_2 + A_3 f_3 = 0,$$

wo die A von der Ordnung $2n-6$ in x sind. Abgesehen von den Identitäten (2) kann eine solche Relation weder für eine doppelpunktfreie Kurve noch für eine Kurve mit einem einfachen Doppelpunkt bestehen.

Bestünde eine solche Identität und wäre A_1 identisch null, so wäre die Relation:

$$A_2 f_2 + A_3 f_3 = 0.$$

Sie führt nur dann nicht auf die Relationen (2), wenn f_2 und f_3 einen gemeinsamen Faktor φ haben; dann sind die gemeinsamen Punkte von φ und f_1 singuläre Punkte der C^n; also hat man mehrere singuläre Punkte, was ausgeschlossen wurde.

Verschwindet A_1 nicht identisch und haben f_1, f_2, f_3 keinen gemeinsamen Punkt, so folgt aus dem Bestehen der Relation:

$$A_1 f_1 + A_2 f_2 + A_3 f_3 = 0$$

sofort:

$$A_1 = C_2 f_2 + C_3 f_3.$$

Die Gleichung besteht, da es bei Beurteilung ihrer Gültigkeit nur auf die gemeinsamen Punkte von f_2 und f_3 ankommt nach dem Noetherschen Satze, und da für $A_1 f_1$ diese Möglichkeit angenommen ist, f_1 aber gar nicht in den f_2, f_3 gemeinsamen Punkten verschwindet.

Hieraus folgt dann:

$$(C_2 f_1 + A_2) f_2 + (C_3 f_1 + A_3) f_3 = 0,$$

oder:

$$\begin{aligned} A_1 &= \quad C_2 f_2 + C_3 f_3, \\ A_2 &= -C_2 f_1 + K f_3, \\ A_3 &= -C_3 f_1 - K f_2, \end{aligned}$$

woraus: $A_1 f_1 + A_2 f_2 + A_3 f_3 = C_2(f_1 f_2 - f_2 f_1) + C_3(f_1 f_3 - f_3 f_1)$
$+ K(f_2 f_3 - f_3 f_2)$.

Haben f_1, f_2, f_3 einen einzigen Punkt gemeinsam, so verschwindet A_1 im Gesamtschnitt von f_2, f_3 abgesehen von P; man lege durch P eine Gerade, die in keinem weiteren Schnittpunkt von f_2 und f_3 verschwindet. [Für 2 unter den 3 Kurven f_1, f_2, f_3 muß der Punkt P einfach sein, als diese nehme man f_2 und f_3]; dann gilt nach dem Noetherschen Satz:

$$lA_1 = C_2 f_2 + C_3 f_3.$$

Für die übrigen Schnittpunkte von f_2 und f_3 gilt die Darstellung, da sie ja für $A_1 f_1$ gilt und f_1 zur Entwicklung in diesen Punkten gar nichts beiträgt, sie gilt weiter für den Punkt P, da l in ihm verschwindet; nun ist C_3 eine Form der Ordnung $n-4$, die für alle weiteren $n-2$ Schnittpunkte von l mit f_2 verschwindet, also den Faktor l vollständig enthält; damit folgt wieder:

$$A_1 = C_2' f_2 + C_3' f_3,$$

und unsere Identität ist auf die Identitäten (2) zurückgeführt.

Weiter stellen die Gleichungen

$$B_1{}^{n-5} I_1 = 0, \quad B_2{}^{n-5} I_2 = 0, \quad B_3{}^{n-5} I_3 = 0$$

auch wirklich $3[n-5]$ unabhängige Beziehungen dar; wäre dies nicht der Fall, so wären B_1, B_2, B_3 Lösungen der Gleichungen:

$$\begin{aligned} B_1 f_2 + B_2 f_3 &= 0 \\ - B_1 f_1 + B_3 f_3 &= 0 \\ B_2 f_1 + B_3 f_2 &= 0, \end{aligned}$$

Beziehungen, die ausgeschlossen sind, da die B vom Grad $n-5$ sind.

§ 2. Aufstellung der Form π.

Wir nehmen eine C^n $f = a_x{}^n$, deren Koeffizienten wir als beliebig veränderlich denken, und suchen eine Form $\pi = u_\pi{}^{3n-6}$ so zu bestimmen, daß identisch in u und x:

$$(3) \qquad a_\pi{}^{n-1} u_\pi{}^{2n-5} a_x = 0$$

wird. Für die $[3n-6)$ homogenen Konstanten von π hat man $3[2n-5]$ lineare Gleichungen, $3[n-4]$ sind eine Folge der übrigen vermöge der Identitäten:

$$
\text{(4)}\qquad
\begin{aligned}
K^{n-4}(f_2 f_1 - f_1 f_2) &= 0\\
K^{n-4}(f_3 f_1 - f_1 f_3) &= 0\\
K^{n-4}(f_2 f_3 - f_3 f_2) &= 0;
\end{aligned}
$$

demnach hat man:

$$3[2n-5]-3[n-4]=[3n-6]-1$$

linear unabhängige Gleichungen und erhält π als Determinante $[3n-6]$ter Ordnung. Es ist der Nachweis zu erbringen, daß π nicht identisch verschwindet.

Zu dem Zwecke beweise ich: Haben f_1, f_2, f_3 keinen oder einen einzigen Punkt gemein, so verschwindet π nicht identisch; π verschwindet identisch, wenn f_1, f_2, f_3 2 und mehr Punkte gemein haben.

Zu dem Zwecke ist wie oben zu zeigen, daß keine identische Relation:

$$A_1 f_1 + A_2 f_2 + A_3 f_3 = 0$$

bestehen kann im ersten Falle, weiter daß eine und nur eine Relation dieser Art besteht, wenn die f_i 2 und nur 2 gemeinsame Punkte haben. Die A haben hierbei in x den Grad $2n-5$.

Unter den gemachten Voraussetzungen können Relationen:

$$A_2 f_2 + A_3 f_3 = 0$$

nur bestehen, wenn sie auf (4) zurückführbar sind. Ebenso beweist man wie oben, daß wenn f_1, f_2, f_3 keinen Punkt gemein haben, eine Relation obiger Art auf (4) zurückführbar ist. Unter Zuhilfenahme der Geraden l zeigt man dasselbe, wenn f_1, f_2, f_3 einen und nur einen Punkt gemein haben.

Haben weiter f_1, f_2, f_3 2 gemeinsame Punkte und nicht mehr, also f 2 Doppelpunkte oder einen Rückkehrpunkt, so besteht eine weitere Relation:

$$A_1 f_1 + A_2 f_2 + A_3 f_3 = 0.$$

Es besteht mindestens eine Relation, da alle Formen:

$$A_1 f_1 + A_2 f_2 + A_3 f_3$$

$[3n-6]-1$ Konstanten linear und homogen enthalten und es nur $[3n-6]-2$ lineare unabhängige solche Formen mit 2 Verschwindungspunkten geben kann. Um nachzuweisen, daß es auch nur eine solche Relation geben kann, bemerke man, daß beim Zusammenfallen dieser 2 Punkte eine der 3 Kurven, z. B. f_3, in diesem Punkte einen einfachen Punkt haben muß, daß also die Richtung der Verbindungsgerade als Tangente an f_3 bestimmt ist; von den übrigen 2 Kurven kann eine, z. B. f_2, höchstens einen Doppelpunkt haben, und l kann mit einer Tangente im Doppelpunkt nicht zusammenfallen, wenn die 3. Kurve f_1 eine höhere Singularität hat.

Gäbe es nun 2 Identitäten:

$$A_1 f_1 + A_2 f_2 + A_3 f_3 = 0$$
$$A_1' f_1 + A_2' f_2 + A_3' f_3 = 0,$$

so verschwänden A_1 und A_1', die nicht identisch verschwinden können, in allen Schnittpunkten von f_2 und f_3 bis auf 2; dann läßt sich eine Zahl λ so bestimmen, daß:

$$l(A_1 + \lambda A_1') = C_2 f_2 + C_3 f_3$$

wird. Für diejenigen Schnittpunkte von f_2 und f_3, in denen f_1 nicht verschwindet, ist die Möglichkeit der Darstellung erwiesen, da sie ja für $A_1 f_1$ und $A_1' f_1$ gilt; fallen die beiden übrigen Schnittpunkte nicht zusammen, so ist sie ebenfalls evident, da l in ihnen verschwindet und man λ so bestimmen kann, daß $A_1 + \lambda A_1'$ in einem von ihnen verschwindet. Fallen die beiden übrigen Punkte in einen für f_3 einfachen Punkt P zusammen, und sei l die Tangente an f_3 in P, $A_1 + \lambda A_1'$ wieder so bestimmt, daß es in P verschwindet, dann verschwindet die linke Seite in P mindestens zweifach, und dies genügt nach dem Noetherschen Satz zur Darstellung in P, da ja f_3 einfach durch ihn geht, f_2 einen Doppelpunkt (höchstens) hat, dessen Tangenten mit l nicht zusammenfallen; die Darstellung ist also überhaupt möglich, da sie in allen Schnittpunkten richtig ist; dann verschwindet die C^{n-3} C_3 in den $n-3$ übrigen nicht mit P zusammenfallenden Schnittpunkten von l mit f_2, außerdem aber auch in P, da der Term links und der erste Term rechts zum mindesten Doppelpunkte in P haben, also auch $C_3 f_3$ einen solchen haben muß; C_3

muß also l als Faktor enthalten, woraus erwiesen ist, daß eine Kombination der beiden Identitäten auf die Identitäten (4) zurückführbar ist.

Von den vielen Eigenschaften der Form π erwähne ich nur die, daß sie im Falle eines Doppelpunktes in die $3n-6$te Potenz dieses Punktes übergeht. Es folgt dies aus der Gleichung:

$$a_\xi^{n-1}\, a_x\, u_\xi^{2n-5} = 0$$

und der Tatsache, daß es nur eine einzige solche Form $3n-6$ter Klasse π gibt, für welche:

$$a_\pi^{n-1} = 0,$$

wenn nur ein Doppelpunkt existiert.

§ 3. Abscheidung der überflüssigen Faktoren in π.

Die Form π wurde erhalten als Determinante $[3n-6]$ter Ordnung, also vom Grade $[3n-6]-1$ in den Koeffizienten von f; es handelt sich jetzt um den Nachweis, daß π einen Faktor vom Grade $3[n-4]$ in den Koeffizienten abscheidet.

Der Anschaulichkeit halber führe ich den Beweis zunächst für den niedersten Fall, wo die Relationen (4) eine Rolle spielen, $n = 4$.

Die $3 \cdot 10$ Gleichungen:

$$a_\pi^3\, u_\pi^3\, a_x = 0$$

zur Bestimmung der 28 homogenen Koeffizienten von u_π^6 sind überzählig, da 3 Gleichungen eine Folge der übrigen sind. Die Matrix der 30 Gleichungen sei:

$$\begin{matrix} c_{11}\, c_{12} \;\cdots\; c_{1\,28}, \\ c_{21}\, c_{22} \;\cdots\; c_{2\,28}, \\ c_{30\,1}\, c_{30\,2} \;\cdots\; c_{30\,28}. \end{matrix}$$

Diese Matrix zerfällt in 3 Gruppen zu je 10 Gleichungen, von denen je 2 Gruppen durch Identitäten (4) verbunden sind; unter Einführung der c_{ik} und der Koeffizienten f_{ik} der Polaren f_i in wohlgeordneter Folge können wir diese identischen Beziehungen schreiben:

$$\sum_{s=1}^{10} f_{2s}\, c_{sj} - \sum_{s=1}^{10} f_{1s}\, c_{10+sj} = 0$$

$$\sum_{s=1}^{10} f_{3s}\, c_{sj} - \sum_{s=1}^{10} f_{1s}\, c_{20+sj} = 0$$

$$\sum_{s=1}^{10} f_{3s}\, c_{10+sj} - \sum_{s=1}^{10} f_{2s}\, c_{20+sj} = 0.$$

Die Koeffizienten sind also selbst Koeffizienten von f, multipl. mit Zahlen.

Weiter seien:

$$U_1,\ U_2,\ \ldots,\ U_{28}$$

die Potenzprodukte 6. Ordnung der u in wohlgeordneter Folge, multipl. mit den entsprechenden Binomialkoeffizienten; D_j^{ikl} sei die Unterdeterminante von U_j in obiger Matrix, wenn man die Reihen i, k, l unterdrückt. Eine erste Darstellung von π sei:

$$\pi_{ikl} = U_1 D_1^{ikl} + U_2 D_2^{ikl} + \ldots + U_{28} D_{28}^{ikl}.$$

Unterdrückt man an Stelle der Reihe l eine andere l', so erhält man:

$$\pi_{ikl'} = U_1 D_1^{ikl'} + U_2 D_2^{ikl'} + \ldots\ U_{28} D_{28}^{ikl'},$$

und es muß sein: $D_j^{ikl'} = \rho\, D_j^{ikl'}$.

Zur Bestimmung des Faktors ρ führen wir $D_j^{ikl'}$ über in D_j^{ikl}.

Die Elimination von c_{ij}, c_{kj} aus obigem Gleichungssystem führt zu einer Relation:

$$\sum_{s=1}^{30} E_s^{ik}\, c_{sj} = 0,$$

wo jetzt c_{ij}, c_{kj} nicht mehr vorkommen und E_s^{ik} gewisse Determinanten 3. Grades in den Koeffizienten f bedeuten. In $D_j^{ikl'}$ kommt nun $c_{l'j}$ nicht vor, dagegen c_{lj}; die Determinante E_l^{ik} kann nun nicht verschwinden, sonst könnten die Reihen i, k, l nicht gleichzeitig fehlen; multipliziert man nun in $D_j^{ikl'}$ die Reihe l mit E_l^{ik} und zählt die übrigen Reihen s mit $E_{l'}^{ik}$ multipl. hinzu, so bleibt nur übrig $-E_{l'}^{ik}\, c_{l'j}$; also erhält man:

$$E_l^{ik}\, D_j^{ikl'} = c \cdot E_{l'}^{ik}\, D_j^{ikl},$$

wo der Faktor c von den Indizes abhängig $+1$ oder -1 sein kann. Nun haben die Determinanten E_l^{ik} und $E_{l'}^{ik}$ sicher nicht alle einen Faktor gemeinsam; sie stimmen überein in den beiden ersten Spalten, während in der letzten Spalte andere und andere Koeffizienten von f eintreten; daraus folgt, daß D_j^{ikl} den Faktor E_l^{ik} abspaltet

$$D_j^{ikl} = c \cdot E_l^{ik}\, U_j^{ik},$$

wo c nur eine numerische Zahl sein kann, und da bis auf Zahlenfaktoren:

$$E_l^{ik} = E_k^{il} = E_i^{kl}$$

ist, folgt ebenfalls bis auf Zahlenfaktoren:

$$U_j^{ik} = U_j^{il} = U_j^{kl},$$

d. h. U ist auch von den Indizes ik ganz unabhängig, womit für $n = 4$ der Beweis geführt ist.

Demnach wird π vom 24. Grad in den Koeffizienten von f. Einen höheren Faktor kann aber π nicht abscheiden; denn da beim Auftreten eines Doppelpunktes π die 6. Potenz dieses Punktes u_z wird, muß Δ_π^6 die Diskriminante zum Faktor haben, welche vom 27. Grad in den Koeffizienten von f ist. Daß Δ_π^6 nicht identisch verschwindet, sieht man an der Form $f = x_1^4 + x_2^4 + x_4^3$, für welche $\pi = u_1^2\, u_2^2\, u_3^2$ wird. Δ_π^6 stellt also die Diskriminante rein dar.

Ganz in der gleichen Weise führt man den Beweis für höheres n; für $n = 5$ wird π von der Klasse 9 und zunächst vom Grad 54 in f, es scheiden sich Faktoren 9. Grades ab vermöge der Relationen (4), die sich hier folgendermaßen schreiben lassen:

$$\begin{array}{rll}
\text{I.} & f_{21}c_{1j}+f_{22}c_{2j}+f_{23}c_{3j}+\cdots & -f_{11}c_{22j}-f_{12}c_{23j}-f_{13}c_{24j}-\cdots=0\\
\text{II.} & f_{21}c_{2j}+f_{22}c_{4j}+f_{23}c_{5j}+\cdots & -f_{11}c_{23j}-f_{12}c_{25j}-f_{13}c_{26j}-\cdots=0\\
\text{III.} & f_{21}c_{3j}+f_{22}c_{4j}+f_{23}c_{6j}+\cdots & -f_{11}c_{24j}-f_{12}c_{26j}-f_{23}c_{27j}-\cdots=0;
\end{array}$$

das sind die 3 der ersten Identität entsprechenden Gleichungen, die weiteren 6 Gleichungen entsprechen der 2. und 3. Identität; allgemein hat man $3[n-4]$ Gleichungen, die Koeffizienten sind die Faktoren der wohlgeordneten Potenzprodukte in den 3 ersten Polaren f_1, f_2, f_3 in der Folge:

$$f_{i1}, f_{i2}, f_{i3}, f_{i4}, \ldots;$$

die $[n-1]$ Faktoren des Koeffizientensystems c_{ij} sind in den zur 1. Identität gehörigen Relationen, wenn wir den Index j weglassen:

$$c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}, \ldots$$

$$2\text{ Rel.}\begin{cases} c_2, c_4, c_5, c_7, c_8, c_9, c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, \ldots \text{ (Indizes } \frac{i(i+1)}{2} \text{ fehlen)} \\ c_3, c_5, c_6, c_8, c_9, c_{10}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{15}, \ldots \text{ (Indizes } \frac{i(i-1)+1}{2} \text{ fehlen)} \end{cases}$$

$$3\text{ Rel.}\begin{cases} c_4, c_7, c_8, c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{16}, c_{17}, c_{18}, c_{19}, \ldots \\ c_5, c_8, c_9, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{17}, c_{18}, c_{19}, c_{20}, \ldots \\ c_6, c_9, c_{10}, c_{13}, c_{14}, c_{15}, c_{18}, c_{19}, c_{20}, c_{21}, \ldots \end{cases}$$

$$4\text{ Rel.}\begin{cases} c_7, c_{11}, c_{12}, c_{16}, c_{17}, c_{18}, c_{22}, c_{23}, c_{24}, c_{25}, \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Hieraus ist das Bildungsgesetz zur Genüge ersichtlich; für $n = 6$ hat die erste Gruppe $1 + 2 + 3$, für $n = 7$ $1 + 2 + 3 + 4$ Relationen, allgemein $[n-4]$ Relationen.

Ersetzt man in einer ersten Darstellung:

$$\pi = \Sigma D'_j U_j$$

eine der unterdrückten $3[n-4]$ Reihen durch eine andere mögliche, so erhält man:

$$\pi' = \Sigma D_j U_j,$$

und es ist:

$$E' D_j = E D'_j,$$

wo E' und E nicht verschwindende Determinanten der Ordnung $3[n-4]$ sind, die sich aus 3 Gruppen zusammensetzen, die erste von $[n-4]$ Reihen enthält nur Koeffizienten f_{1j}, die zweite Koeffizienten f_{2j}, die dritte Koeffizienten f_{3j}; zudem unterscheiden sich diese Determinanten nur in einer Vertikalen, welche die Koeffizienten von f mit Binomialkoeffizienten multipliziert als Glieder enthalten, und je nach der Auswahl in anderer und anderer Folge; da diese Determinanten sicher nicht einen gemeinsamen Faktor haben, folgt, daß die Determinanten D_j alle den gleichen Faktor des Grades $3[n-4]$ haben.

Aus der Art der Beweisführung ersieht man, daß dieselbe Schlußweise ihre Gültigkeit behält, wenn man an Stelle von f_1, f_2, f_3 3 Formen f, φ, ψ gleichen Grades setzt. Ebenso sind die Resultate leicht auf höhere Dimensionen auszudehnen.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München

Jahr/Year: 1933

Band/Volume: 1933

Autor(en)/Author(s): Petri Karl

Artikel/Article: Über eine kovariante Kurve 49-59