Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München

Jahrgang 1947

München 1949

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

In Kommission beim Biederstein Verlag München

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei in Nördlingen

Über die Kongruenz $2^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$.

Von Rudolf Steuerwald in München.

Vorgelegt von Herrn O. Perron am 5. Dezember 1947.

Satz 1. Besteht für eine natürliche Zahl n_0 die Kongruenz

$$2^{n_0-1} \equiv 1 \pmod{n_0}, \tag{1}$$

dann besteht auch für die Zahl $n_1 = 2^{n_0} - 1$ die Kongruenz

$$2^{n_1-1} \equiv 1 \pmod{n_1}.$$

Beweis: Ist $2^{n_0-1} - 1 = q n_0$, so ist $\frac{2^{n_1-1}-1}{n_1} = \frac{2^{2qn_0}-1}{2^{n_0}-1}$ ganz rational.

Man kann also aus einer beliebig gewählten Zahl $n_0 > 1$ mit der Eigenschaft (1) eine unendliche Folge $n_{k+1} = 2^{n_k} - 1$ verschiedener solcher Zahlen rekursiv herleiten. Ist nun n_0 zusammengesetzt (und solche Zahlen kennt man; die kleinste ist $341 = 11 \cdot 31$), so sind auch alle Zahlen der Folge zusammengesetzt. So erhält man wieder den bekannten

Satz 2. Es gibt unendlich viele zusammengesetzte natürliche Zahlen n, für welche die Kongruenz $2^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ gilt.

Zusatz bei der Korrektur:

Satz 1 verallgemeinert ein Ergebnis von E. Malo (vgl. Dickson, History I, S. 93).