VI. Section für Mathematik.

Vierte Sitzung am 1. November 1883. Vorsitzender: Professor Dr. A. Voss.

Oberlehrer Dr. G. Helm spricht über „geometrische Optik“. Die Behandlung, welche in den physikalischen Lehrbüchern den Erscheinungen der Reflexion und Refraction an sphärischen Flächen zu Theil wird, ist weit zurückgeblieben gegen die schönen Ergebnisse, welche man auf diesem Gebiet der Anwendung der neueren geometrischen Methoden verdankt. Die Ursache davon ist, dass man schon bei der ersten Einführung in die geometrische Optik nicht ohne die Lehren der neueren Geometrie auszukommen meint, welche man doch andererseits nicht zu Voraussetzungen des physikalischen Studiums machen möchte.

Diese Schwierigkeit lässt sich aber überwinden. Es lässt sich zeigen, dass man mit sehr einfachen geometrischen Sätzen die Erscheinungen an einer sphärischen Fläche und an einer Linse mit verschwindender Dicke behandeln kann, ja, dass sogar der Existenzbeweis der Knotenpunkte und Hauptebenen beliebiger centrirter Systeme nur geringe Anforderungen stellt.

Die Methode, welche der Vortragende zu diesem Zwecke empfiehlt, wird auf Beispiele angewendet und in den Einzelheiten dargelegt. Die beiden Principien, auf welche sie sich stützt, sind folgende:

Das eine rührt von Reusch her. Es besteht darin, Constructionen im unendlich dünnen Strahlenbündel dadurch möglich zu machen, dass man alle Dimensionen senkrecht zur Hauptachse stark genug vergrössert, um zu erreichen, dass die sphärische Fläche, soweit sie spiegelt oder bricht, von einer Ebene nicht mehr unterschieden werden kann, während doch ihre Normalen nicht parallel werden, da der Krümmungsradius nicht mit vergrössert wurde.

Das zweite Princip ist folgendes. Die sphärische Fläche kann man sich aus kleinen ebenen Flächen zusammengesetzt denken. Für jede ebene Fläche lässt sich der Bildpunkt angeben, den sie zu einem leuchtenden Punkte liefern würde, falls sie allein ein von diesem Punkte kommendes unendlich dünnes Strahlenbündel spiegelte bez. bräche. Mit Hilfe der allen einzelnen Flächenelementen der sphärischen Fläche entsprechenden Bildpunkte gewinnt man dann alle einzelnen Austrittsstrahlen. Jene Bildpunkte, die als Hülfspunkte eingeführt werden, liegen nun in Reusch's Darstellung auf einer zur Grenzfläche der Medien parallelen Fläche, die als Ebene erscheint, wie jene Grenzfläche. Alle Hülfspunkte, die sich auf einer durch die Achse gelegten Zeichnungsebene vorfinden, bilden also eine Punktreihe senkrecht zur Achse. Mit deren Hülfe erkennt man leicht, dass die Austrittsstrahlen ein Büschel bilden. Auch die Lagenbeziehung des Mittelpunktes dieses Büschels, des eigentlichen Bildpunktes, zu dem leuchtenden Punkte, vor Allem die Collinearität des Gegenstands- und Bildraumes ergiebt sich aus der geometrischen Anschauung in der einfachsten Weise.

Professor Dr. R. Heger theilt einen einfachen Beweis des Satzes mit: Der Punkt, der von den entsprechenden Eckpunkten zweier im Raume verschieden liegender congruenter Dreiecke gleiche Abstände hat, bestimmt mit denselben zwei symmetrische Tetraëder, und geht dabei erschöpfend auf die möglichen Ausnahmen ein.

Fünfte Sitzung am 6. December 1883. Vorsitzender: Professor Dr. A. Voss.

Professor Dr. A. Voss spricht über parallel geordnete Orthogonalsysteme.

Wird durch Gleichungen von der Form $X_i = f_i (x_1 \dots x_n)$, $i = 1, 2 \dots n$, der Raum mit den Coordinaten X auf den Raum der x abgebildet, so existiren an jeder Stelle des letzteren im allgemeinen n Fortschreitungsrichtungen, denen parallele im ersteren entsprechen. Stehen diese überall senkrecht aufeinander, so sind sie auch stets reell, und die X_i müssen partielle Differentialquotienten einer Function φ sein. Diese Richtungen bestimmen ein Orthogonalsystem von Curven, welches zur Function φ gehört; die Abbildung desselben ist ein parallel geordnetes Orthogonalsystem. Und umgekehrt, sind zwei Orthogonalsysteme parallel geordnet, so giebt es noch ∞^1 andere und jedes derselben gehört zu einer gewissen Function.

Die Aufgabe, die Curven des Systems bei gegebenem φ zu bestimmen, lässt sich bei zwei Variabelen x_1, x_2 immer auf Quadraturen zurückführen, wenn zwischen $\Delta^2\varphi = \frac{d^2\varphi}{dx_1^2} + \frac{d^2\varphi}{dx_2^2}$ und der Hesse'schen Determinante am φ eine von den x unabhängige Relation stattfindet, wie nebst einigen Anwendungen auf Systeme von Orthogonalflächen im Vortrage weiter ausgeführt wird.