VI. Die ältesten Rechentafeln der Welt.

Von Prof. Dr. R. Ebert.

Unter genannter Ueberschrift veröffentlichte Prof. Dr. Brugsch-Pascha in der Sonntagsbeilage Nr. 39 zur Vossischen Zeitung im Jahre 1891 folgenden Aufsatz, den ich mit Auslassung weniger, hier unwichtiger Partien wiedergebe.

„Es war im Monat April dieses laufenden Jahres, als während meines Aufenthaltes im Museum von Gizeh (gegenwärtig in Gezîreh) mein Blick zufällig auf zwei beschriebene Holztafeln fiel, die sich in einer der obersten Abtheilungen eines Kastens mit ägyptischen Antiken halb versteckt vorfanden. Jede der beiden Tafeln hat eine Länge von etwa einem Fusse, die Höhe eines halben Fusses, und auf beiden befindet sich an der oberen Längsseite eine kleine Oeffnung, als ob man ehemals eine Schnur dadurch gezogen habe, um sie mit Bequemlichkeit, etwa wie ein Schüler seine Rechentafel, zu tragen oder an einen Nagel aufzuhängen. Beide Tafeln sind mit einem Gipsstuck überzogen gewesen, der vollständig geglättet erscheint. Sie waren auf beiden Seiten beschrieben, wobei es sich mir bald herausstellte, dass die dick aufgetragenen Züge fast nur Ziffern in kolonnenartig angeordneten Berechnungen enthielten. Ein grosser Theil der Schrift erscheint verwischt, allein dieser Uebelstand ist nicht beklagenswerth, da derselbe Gegenstand meist drei- bis viermal wiederholt entgegentritt, so dass eine gegenseitige Prüfung die vollständige Herstellung der Grundrechnung gestattet. An dem Rande beider Tafeln befinden sich lange Namensverzeichnisse von Personen, die wie die Zahlzeichen in alterthümlicher Schrift ausgeführt sind und deren Ursprung nur der elften oder zwölften Dynastie, d. h. etwa der Mitte des 3. Jahrtausend angehören kann. Es kann somit über das Alter jener merkwürdigen Tafeln kein Zweifel obwalten.

Der Fundort der beiden Tafeln war ein Grab gewesen, und es lässt sich nach sonstigen Vorgängen und Beispielen mit zweifellosester Gewissheit annehmen, dass sie als Erinnerungen an einen theuren Todten der Mumie desselben beigegeben waren, um vielleicht an seine letzte Thätigkeit im Rechenfache auf Erden zu erinnern. Es war offenbar ein Schüler, der das Zeitliche gesegnet hatte, ohne seine Studien auf dem bezeichneten Gebiete vollendet haben zu können. Die kleinen Fehler und Irrthümer nämlich, welche in den einzelnen Kolonnen mit unterlaufen, die Wiederholungen der Abschrift derselben Rechnung und sonstige Indizien weisen darauf hin, dass der ehemals Lebende sich mitten in der Schulung befand, als er plötzlich seinem Leben Valet sagen musste.

Ein näheres Studium der Kolonnen, die ziemlich regellos und wild neben- und untereinander fortlaufen und die beiden Seiten jeder Tafel bedecken, lässt mit aller Bestimmtheit feststellen, dass es sich in sämmtlichen Rechnungen um die Proportion gewisser Zahlenreihen zu einander handelte. Als Anfangsproportionen erscheinen die folgenden fünf: $1:{}^1/_3$, $1:7$, $1:10$, $1:11$, $1:13$. Obgleich die Zahlen ohne besondere Rechnungszeichen neben- und untereinander geschrieben erscheinen, so lehrt doch der erste Blick, dass Zahlenverhältnisse vorliegen, die in fortlaufender Stufenfolge von den einfachen Zahlen bis zu den zusammengesetzten Brüchen hin entwickelt werden.

Ich führe als erstes, weil durchsichtigstes und einfachstes Beispiel, die Verhältnisse von 1 : 10 an, die ich in nachstehender Uebertragung nach dem Ziffernbilde der Tafeln wiedergebe. Vervollständigt ist dies Bild durch mich selbst nur durch das moderne Zeichen der Proportion :, um auch für das Auge die einzelnen Verhältnisse deutlicher hervortreten zu lassen.

$1:\ 10$	$2:\dfrac{40+20+4}{320}\ (={}^1/_5)$
$10:100$	$4:\dfrac{80+40+5+3}{320}\ (={}^2/_5)$
$20:200$	$8:\dfrac{160+80+10+5+1}{320}\ (={}^4/_5)$
$2:\ 20$	
$1:\dfrac{20+10+2}{320}\ (={}^1/_{10})$	

Man überzeugt sich, auf welchem rationellen, wenn auch zeitraubenden Umwege mit Hilfe der Theilzahl 320, in ihrer fortschreitenden Entwicklung von Stufe zu Stufe, man es erreichte, die Bruchwerthe vollkommen zu beherrschen und ihre Multiplikation in leichtester Weise durchzuführen.

Noch viel beredter spricht ein anderer Ansatz dafür, in welchem die Verhältnisse nach der Proportion $1:{}^1/_3$ beginnen, und deren fortschreitendes Schema nach dem mir vorliegenden Texte die folgende Uebertragung zeigt:

$1:\ {}^1/_3$	$20:\ 5+\ 1^2/_3\ (=\ 6^2/_3)$
$2:\ {}^2/_3$	$40:10+\ 3^1/_3\ (=13^1/_3)$
$4:1^1/_3$	$80:20+\ 5+1^2/_3\ (=26^2/_3)$
$5:1^2/_3$	$160:40+10+2+1^1/_3\ (=\ 53^1/_3)$
$10:3^1/_3$	$320:80+20+5+1^2/_3\ (=106^2/_3)$

Das System der 320 begegnete nicht selten Schwierigkeiten, um Brüche auszudrücken, deren Nenner aus einer wenig oder gar nicht theilbaren Zahl bestand. In einem solchen Falle versuchte man mit Annäherungswerthen auszukommen, etwa nach Art unserer abgekürzten Dezimalbrüche. Ein lehrreiches Beispiel gewährt die dreimal auf den beiden Tafeln wiederholte Reihe der Proportion nach dem Grundschema 1 : 11, welche ich in nachstehender Umschrift wiedergebe:

$1:\ 11$	$1:\dfrac{20+5+4}{320}\ (={}^{29}/_{320})\ {}^1/_{11}$
$10:110$	$2:\dfrac{40+10+5+3}{320}\ (={}^{58}/_{320})\ {}^1/_6+{}^1/_{66}\ (={}^2/_{11})$
$20:220$	$4:\dfrac{80+20+10+5+1}{320}\ (={}^{116}/_{320})\ {}^1/_3+{}^1/_{33}\ (={}^4/_{11})$
$2:\ 22$	$8:\dfrac{160+40+20+10+2}{320}\ (={}^{232}/_{320})\ {}^2/_3\ {}^1/_{22}\ {}^1/_{66}\ (={}^8/_{11})$
$4:\ 44$	
$8:\ 88$	
$11:\ 1$	

In den letzten vier Zeilen sollten rechnungsmässig der Bruch ${}^1/_{11}$ und seine vielfachen ${}^2/_{11}$, ${}^4/_{11}$, ${}^8/_{11}$ das Ergebniss bilden. Thatsächlich führte aber das System auf den Hauptbruch $^{29}/_{320}$ an Stelle des erwarteten $^{29}/_{319} = {}^{1}/_{11}$. Man liess ihn unbeschadet des Fehlers stehen, wies jedoch durch ein dahingestelltes $^{1}/_{11}$ auf die Erkenntniss des Fehlers hin, eben so auch in den folgenden drei Zeilen, worin ausserdem die Brüche $^{2}/_{11}$, $^{4}/_{11}$, $^{8}/_{11}$ nach der üblichen Methode in solche mit dem Zähler 1 zerlegt sind.

Aehnlich verhält es sich mit der Proportionsreihe, an deren Spitze sich das Schema 7 : 1 befindet und die ich in genauer Umschrift wiedergebe:

$7 : 1$	$1 : \frac{40 + 5\,^{1}/_{2}}{320} \;(= {}^{91}/_{640})$
$^{1}/_{4} : {}^{1}/_{28}$	$2 : \frac{80 + 10 + 1}{320} \;(= {}^{91}/_{320})$
$^{1}/_{2} : {}^{1}/_{14}$	$4 : \frac{160 + 20 + 2}{320} \;(= {}^{182}/_{320})$

An Stelle des Bruches $^{91}/_{640}$ hätte man $^{91}/_{637}$ erwartet, um die Proportionszahl $^{1}/_{7}$ zu gewinnen. Der kleine Fehler blieb indess unbeachtet, sowohl hier als in den beiden darauf folgenden Stufen (in denen er sich verdoppeln und vervierfachen musste), um nicht unnöthige Rechnungsschwierigkeiten in das System hineinzutragen, in welchem 320 und die Unterabtheilungen nicht blosse Zahlen, sondern Massverhältnisse ausdrücken, mit welchen der Landmann gewohnheitsmässig vertraut war. Auch unsere Bauern reden von einer Metze, ohne dabei an den $^{1}/_{384}$ Theil eines Wispels zu denken.

Die 320 Theilstücke, aus welchen auf Grund der ältesten ägyptischen Vorstellungen ein Ganzes bestand und deren Haupteinheiten sich in der Reihenfolge 160 $(= {}^{1}/_{2})$, 80 $(= {}^{1}/_{4})$, 40 $(= {}^{1}/_{8})$, 20 $(= {}^{1}/_{16})$, 10 $(= {}^{1}/_{32})$, 5 $(= {}^{1}/_{64})$, 4, 3, 2, 1 darstellen, haben für das gesammte Rechenwesen der alten Aegypter eine weittragende Bedeutung gehabt, insoweit sich dasselbe zunächst auf die Berechnung hohler Räume bezog, ohne Rücksicht auf die verschiedenen Einheits-Grössen der Masse des Raumes.

Als lehrreiches Beispiel dafür dient ein in demselben Museum aufbewahrter Metallbecher aus einer der späteren Epochen des ägyptischen Alterthums, dessen Inhalt 0,23 Liter in sich fasst. Von oben nach unten fortlaufend und nach dem Boden zu immer kleiner werdend, befinden sich auf der Innen- und Aussenseite desselben Ringe eingegraben, zwischen welchen erklärende hieroglyphische Textworte und Bruchziffern deutlich lesbar sind. Sie lauten, in der angegebenen Reihenfolge, $^{1}/_{2}$, $^{1}/_{4}$, $^{1}/_{8}$, $^{1}/_{16}$, $^{1}/_{32}$, $^{1}/_{64}$ Hin, entsprechen also genau den oben angeführten Theilstücken. Mit dem Worte Hin bezeichnete man ein Grundhohlmass, das nach sehr genauen Untersuchungen darüber eine Fassung von 0,454 Liter besass. Die Hälfte desselben betrug mithin 0,227. Damit stimmt der oben besprochene geaichte Metallbecher wohl überein, dessen Inhalt auf Grund der eingegrabenen Inschriften die Hälfte eines Hin in sich fasste.

In allen Zeiten der ägyptischen Geschichte erscheint der Name Hin in Tausenden von Texten wieder, um die kleinste Grundeinheit aller räumlichen Masse zu bezeichnen, gerade wie wir in unseren Tagen das Litermass als eine solche auffassen. —

Das Mass Hin, das für sich allein nach dem allgemein eingeführten Rechnungssystem in 320 kleinste Theilstücke mit den Unterabtheilungen 160, 80, 40, 20, 10, 5, 4, 3, 2 und 1 zerfiel, wurde andererseits für sich allein als ein kleinstes Theilstück, d. h. als $^{1}/_{320}$ betrachtet, dessen Einheit somit das 320fache von 0,454 Liter in sich fassen musste. Die vollzogene Rechnung führt auf ein grösstes räumliches Mass, dessen Inhalt sich auf 145,35 Liter berechnet. Das ist aber genau die Fassung der altägyptischen Kubikelle, deren Theilstücke nach dem allgemeinen Schema die hauptsächlichsten Unterabtheilungen der ägyptischen Masse darstellten, d. h. $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$, $^1/_{32}$, $^1/_{64}$ Kubikelle oder mit anderen Worten 160, 80, 40, 20, 10 und 5 Hin.“ Soweit Brugsch-Pascha.

Den ältesten Spuren rechnerischer Thätigkeit nachzugehen, ist gewiss keine unnütze Beschäftigung; ich sah mir deshalb auch die Rechentafeln, soweit sie in dem erwähnten Aufsatze wiedergegeben sind, etwas näher an und gelangte dadurch zu folgender Ansicht, die ich am 13. Juni 1892 Sr. Excellenz zu unterbreiten mir gestattete:

„Die Rechentafeln sind Anweisungen, wie die selteneren Bruchtheile des Grundmaasses Hin, für die bestimmte Maasse nicht vorhanden sind, durch die vorhandenen im Kleinhandel ausgedrückt werden können; also vielleicht Vorschriften in einem Detailgeschäft, wie allen möglichen Forderungen der Kunden mit Hilfe der vorhandenen Maasse Rechnung getragen werden kann, oder, da die Tafeln nicht den Eindruck einer übersichtlichen Anordnung machen, zunächst nur Untersuchungen, wie man die seltener vorkommenden Bruchtheile des Grundmaasses mit den vorhandenen ausdrücken kann.

Zur Begründung dieser Ansicht führte ich im wesentlichen Folgendes an:

Nach den beigefügten Erläuterungen über ägyptische Maasse nehme ich an, dass es ausser dem Grundmaasse Hin noch Theilmaasse desselben, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 40, 80 und 160 Dreihundertzwanzigstel Hin gab, dass man also $^1/_{320}$, $^1/_{160}$, $^1/_{80}$, $^1/_{64}$, $^1/_{32}$, $^1/_{16}$, $^1/_8$, $^1/_4$ und $^1/_2$ Hin direct durch Maasse ausdrücken konnte, nicht aber $^1/_3$, $^1/_5$, $^1/_6$, $^1/_7$, $^1/_9$, $^1/_{10}$, $^1/_{11}$ u. s. w., die im Kleinhandel wohl auch verlangt wurden, und deren Abmaass daher auch wünschenswerth war. Die Rechentafeln zeigen nun, wie mit den vorhandenen Maassen das geschehen kann.

Um $^1/_5$ Hin abgeben zu können, muss man den Inhalt eines 40, eines 20 und eines 4 320stel Hin haltenden Maasses verabreichen; um $^2/_5$ geben zu können, natürlich das Doppelte und um $^4/_5$ wieder das Doppelte des vorhergehenden. Durch die Deutung der Angaben auf ihre praktische Verwendbarkeit erklärt es sich auch, warum bei der Multiplication von 2 und 4 nicht 8, sondern $5 + 3$ herauskommt, und warum 2×3 nicht 6, sondern $5 + 1$ ist. Denn da es kein Maass für 8 und 6 320stel Hin gab, so nützte auch diese Angabe als Produkt von 4 und 2, bez. von 3 und 2 für die praktische Verwerthung nichts, wohl aber 5 und 3, bez. 5 und 1, wovon Maasse vorhanden waren.

Schwierigkeiten begegnet diese Deutung nur insofern, als der Rechenkünstler auch $^1/_2$, $^1/_3$ und $^2/_3$ 320stel Hin verwendet, für die es nach obiger Annahme kein Maass gab. Aber möglicherweise getraute man sich dieselben mit dem kleinsten Maasse durch Schätzung auszudrücken. Was übrigens hier vom Grundmaasse Hin angenommen wird, gilt natürlich auch von dem grösseren Raummaasse, das das 320fache eines Hin fasste.

Dass der praktische Rechner aber ein Geschäftsmann war, scheint mir daraus hervorzugehen, dass er nach seiner Methode niemals zu kurz kommt. Die von ihm empfohlenen Näherungswerthe bleiben immer etwas hinter den wahren zurück. Denn was er z. B. für $^1/_7$ Hin empfiehlt, ist etwas weniger als $^1/_7$. Bei $^2/_7$ wird der Fehler, da einfach die Maasse von $^1/_7$ verdoppelt werden, zu seinen Gunsten noch grösser und bei $^4/_7$ bereits so gross, dass er mit 183 320 stel den Werth besser ausgedrückt haben würde als mit 182, wie er angiebt. Denn $^{183}/_{320}$ ist $= {}^{1281}/_{2240}$ und steht $^4/_7 = {}^{1280}/_{2240}$ viel näher als $^{182}/_{320}$, das nur $^{1274}/_{2240}$ giebt. Aber $^{183}/_{320}$ würde zu seinen Ungunsten ausschlagen, und daher ist es für ihn vortheilhafter, einfach durch Multiplication der Maasse von $^1/_7$, bez. $^2/_7$ zu denen von $^4/_7$ zu gelangen, als ein neues Verfahren einzuschlagen, das einen besseren Näherungswerth gegeben haben würde. Dasselbe begegnet uns bei $^8/_{11}$. $^1/_{11}$ lässt sich durch die vorhandenen Maasse nicht besser ausdrücken, als es geschehen ist, und ebenso $^2/_{11}$ und $^4/_{11}$. Bei $^8/_{11}$ aber wird durch die Multiplication der Fehler so gross, dass $^1/_{320}$ mehr den Bruch genauer bezeichnet haben würde. Denn $^8/_{11}$ ist $= {}^{2560}/_{3520}$; $^{232}/_{320}$ aber, das er herausrechnet, nur $^{2552}/_{3520}$, während $^{233}/_{320} = {}^{2563}/_{3520}$ dem wahren Werthe um $^5/_{3520}$ näher liegt als $^{232}/_{320}$; aber es würde zu Ungunsten des Kaufmanns sein.

Der sehr geschickte Rechner würde sicher den der Wahrheit am nächsten kommenden Werth gefunden haben, wenn er die Rechnung nur aus theoretischem Interesse, nicht zu einem praktischen Zwecke gemacht hätte; er kam hierdurch seinen Kunden entgegen und sicherte sich doch zugleich auch einen kleinen Vortheil.

Das hier vom alten Rechenkünstler eingeschlagene Verfahren hat übrigens die grösste Aehnlichkeit mit dem in unseren Tagen geübten, die alten Maasse in Decimalmaasse umzurechnen, wobei man sich ja oft auch mit einem Näherungswerthe zufrieden geben muss. Während bei uns aber 10 und die Potenzen dieser Zahl den Nenner des Bruches bilden, war es bei dem alten Aegypter 320."

Da ich durch keine Rückäusserung von Seiten des berühmten Aegyptologen auf meine etwaigen Fehlschlüsse aufmerksam gemacht wurde, so waren die Rechentafeln hiermit für mich abgethan, und vollends nach dem Hinscheiden des grossen Gelehrten konnte ich keine Veranlassung finden, nun gar steuerlos mich mit ihnen beschäftigen zu wollen. Da erinnerte mich eine Abhandlung über die Elemente der ägyptischen Theilungsrechnung vom Oberschulrath Dr. Hultzsch, in der öffentlichen Gesammtsitzung der Königl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zur Feier des Geburtstages Sr. Majestät des Königs Albert, den 23. April 1895, mitgetheilt, wieder an die alte Arbeit.

Jetzt war es besonders die scheinbar planlose Aneinanderreihung gleichwerthiger Brüche, die meine Aufmerksamkeit in Anspruch nahm; in ihr musste die Methode der Rechnung erkannt werden können. $^1/_{10}$, $^{10}/_{100}$, $^{20}/_{200}$ und $^2/_{20}$ sind gleichwerthig (s. Schema 1); im ersten Bruche glaubte ich die Aufgabe, in den 3 folgenden die Vorbereitung zur Lösung und in dem ihnen ebenfalls gleichwerthigen Bruche $\frac{20+10+2}{320}$ die Lösung selbst erblicken zu dürfen; oder drücke ich mich deutlicher aus: In diesem Schema stellt sich der alte Rechner die Aufgabe, $^1/_{10}$, bez. $^1/_5$, $^2/_5$ und $^4/_5$ Hin durch die vorhandenen Maasse auszudrücken. Er sucht Brüche auf, die $^1/_{10}$ gleichwerthig sind, nimmt aber nur solche, deren Nenner zusammen 320 geben, addirt hierauf die Zähler, die sämmtlich gegebenen Maassen entsprechen und hat die Aufgabe gelöst. Er weiss also bereits, dass die Summen der Zähler und der Nenner gleichwerthiger Brüche einen

Bruch geben, der jenen ebenfalls gleichwerthig ist. Addirt man in den Brüchen $^{20}/_{200} = ^{10}/_{100} = ^{2}/_{20}$ die Zähler und die Nenner, so erhält man $\frac{20 + 10 + 2}{200 + 100 + 20} = ^{32}/_{320}$, also wieder einen Bruch, der $= ^{1}/_{10}$ ist. Diese Art der Erweiterung von Brüchen wird in unseren Schulen nicht geübt und empfiehlt sich auch schon deswegen nicht, weil man dem Fehler nicht Vorschub leisten darf, dem man nur zu häufig begegnet, dass die Schüler bei der Addition von Brüchen, anstatt die Brüche auf gleiche Benennung zu bringen und nun bei Belassung des Nenners die Zähler zu addiren, Zähler und Zähler und Nenner und Nenner addiren wollen. Sie ist aber begründet in der Proportionslehre und wird hier durch den Satz zum Ausdrucke gebracht, dass die Summe der Antecedenten zu der der Consequenten in demselben Verhältniss steht, wie die Glieder eines Verhältnisses selbst zu einander stehen. Aus der Proportion $a : b = c : d$ lässt sich durch Vertauschung der inneren Glieder die Proportion $a : c = b : d$ ableiten und hieraus wieder die neue Proportion $a : (a + c) = b : (b + d)$ oder $a : b = (a + c) : (b + d)$ gewinnen.

Im 3. Schema, das dem 1. am ähnlichsten gebildet ist, geben die vorhandenen Nenner nicht 320, da ja überhaupt keine Auswahl der Nenner von Brüchen, deren Werth $^{1}/_{11}$ entspricht, als Summe 320 geben kann; aber die Summe der 3 Nenner 220, 88 und 11 kommt der Zahl 320 wenigstens so nahe als möglich, sie beträgt ja 319, und sie muss dem Rechner genügen. (Die zwischenliegenden Nenner 110, 22 und 44 kommen hierbei nicht in Betracht; sie sind für den Rechner nur die Mittelglieder, um die brauchbaren Werthe zu erhalten.) Die zugehörigen Zähler sind 20, 8 und 1, oder, da es kein Maass für $8 + 1$, d. h. für $^{9}/_{320}$ Hin gab, 5 und 4. Statt 319stel, die der Bruch $^{1}/_{11}$ verlangt, können natürlich nur 320stel gegeben werden, weil eben andere Maasse nicht vorhanden sind; und eine Schädigung des Kaufmanns findet hierbei nicht statt.

Das 4. Schema giebt an, wie mit den vorhandenen Hohlmaassen $^{1}/_{7}$ Hin abgemessen werden kann. Der alte Rechenkünstler drückt zunächst das Verhältniss von $7 : 1$ durch $^{1}/_{4} : ^{1}/_{28}$ aus, verdoppelt sodann, wie in den vorhergegangenen Schematen, wiederholt den Antecedent, erhält also $^{1}/_{2}$, 1, 2 und 4, und thut dasselbe mit dem Consequent. Den Uebergang von $^{1}/_{2} : ^{1}/_{14}$ zu $1 : \frac{40 + 5\frac{1}{2}}{320}$ gewinnt er wieder durch Addition von Zähler und Nenner gleichwerthiger Brüche, nämlich aus den 2 Brüchen $^{40}/_{280}$ und $^{5\frac{1}{2}}/_{40}$, deren Angabe man zwar vermisst, die sich aber aus dem Vorhergehenden nothwendigerweise ergeben. Aus $^{1}/_{4} : ^{1}/_{28}$ folgt nämlich $^{1}/_{40} : ^{1}/_{280}$ oder $280 : 40$ und aus $^{1}/_{2} : ^{1}/_{14}$ $^{1}/_{6} : ^{1}/_{42}$ oder $42 : 6$. $280 + 42$ würde aber nicht die gesuchten 320stel, sondern 322stel bringen, und so ist, weil der Nenner auf 40 herabgemindert werden musste, auch der Zähler um $^{1}/_{2}$ vermindert worden, wobei der Handelsherr nicht eben zu kurz kommt. Die beiden folgenden Verhältnisse bedürfen keiner Erklärung.

Im 2. Schema sind wie im 4. statt der steigenden fallende Verhältnisse genommen. Das erste $1 : ^{1}/_{3}$, oder kehren wir dasselbe in das steigende $^{1}/_{3} : 1$ oder $1 : 3$ um, ist als die hier gestellte Aufgabe zu betrachten. Es gilt also hier, $^{1}/_{3}$ Hin durch die vorhandenen Maasse auszudrücken. Durch Multiplication der 3 kann der alte Rechner aber niemals auf 320 kommen, sondern nur auf die nahe stehenden 318 und 321. Würde er die 320 am nächsten stehende 321 nehmen und dafür beim Verkaufe die ihm nur zu Gebote stehenden grösseren 320stel verabreichen, so würde er zu seinen eigenen Ungunsten den Verkäufer bedienen. Bei der Umrechnung der 11tel in 320stel, die ihn auf 319tel führte, also auf einen sogar noch etwas grösseren Fehler als hier, fanden wir ihn weniger ängstlich; aber dafür schlug der Fehler auch zu seinen Gunsten aus. Doch thuen wir ihm nicht Unrecht. Die Drittel in 318tel umzuwandeln und 106 derselben als $^1/_3$ Hin zu verabreichen, ist ihm ein zu grosser Gewinn, und so leistet er das grosse Kunststück, die Drittel auf einen Bruch zu bringen, dessen Nenner in 320 enthalten ist. Er wählt dazu die 5 und bringt die Ueberführung der 3tel in 5tel dadurch zu Stande, dass er sich 5 aus 4 und 1 zusammengesetzt denkt. Die Umwandlung von $^1/_3$ in 4tel vollzieht sich nach seiner Methode leicht, denn $^1/_3 : 1$ ist $= {^2/_3} : 2$ und $= 1^1/_3 : 4$. Um nun zu Fünfteln zu kommen, benutzt er das schon oben erwähnte Verfahren, die Zähler und die Nenner gleichwerthiger Brüche zu addiren; es giebt ihm also $\frac{1^1/_3}{4}$ und $\frac{^1/_3}{1}$ $\frac{1^1/_3 + {^1/_3}}{4+1} = \frac{1^2/_3}{5}$.

Von nun an führt ihn die mehrfache Wiederholung der einfachen Verdoppelung der immer vorher gewonnenen Resultate auf 320stel, und $^1/_3$ Hin lässt sich demnach durch die Maasse $\frac{80 + 20 + 5 + 1^2/_3}{320}$ ausdrücken. $\frac{1^2/_3}{320}$ lässt sich zwar nicht zuverlässig durch seinen Bestand an Hohlmaassen verabreichen, aber wohl abschätzen. Er hätte leicht einen kleinen Fehler machen und 2 anstatt $1^2/_3$ sagen können; aber derselbe hätte ihm gerade Schaden gebracht und daher die sorgfältige Vermeidung der sicheren 2 und die Benutzung der unsicheren $1^2/_3$.

Die hier angestellten Betrachtungen dürften sich in Folgendes zusammenfassen lassen:

Durch die dem altägyptischen Kaufmann zur Verfügung stehenden Maasse war er im Stande, direct halbe, viertel und achtel Hin abzumessen, durch die hier vorliegenden Rechnungen sollte er in den Stand gesetzt werden, auch die zwischenliegenden Drittel, Fünftel, Sechstel und Siebentel und selbst noch die darüber hinausgehenden Zehntel und Elftel abgeben zu können.

Sind die hier angestellten Betrachtungen richtig, so hat der Ausspruch von Hultzsch, dass die altägyptische Rechenkunst ganz im Dienste der Praxis gestanden, auch für die ältesten Zeiten rechnerischer Thätigkeit seine volle Berechtigung.