

## I. Charles Hermite \*).

Von Martin Krause.

---

Am 14. Januar d. J. starb in Paris der Altmeister der französischen Mathematiker, Charles Hermite. Ein Leben, ausgefüllt von der reinsten und tiefsten Pflege unserer schönen Wissenschaft, reich an Erfolgen und Ehren, nahm damit sein schmerzliches Ende. Wie weit verbreitet und hochangesehen der Name Hermite war, wie einschneidend und mächtig seine Arbeiten auf den verschiedenen Gebieten unserer Wissenschaft gewirkt hatten, das zeigte sich vor allem an seinem 70. Geburtstage, den er am 24. December 1892 in voller geistiger und körperlicher Frische verleben durfte. Die gesammten Mathematiker Frankreichs vereinigten sich mit vielen Hunderten von Mathematikern aus der ganzen civilisirten Welt, darunter die besten Namen, um ihm ihre Huldigung und den Ausdruck ihrer Dankbarkeit darzubringen.

Wir Deutschen haben besonderen Grund, seiner mit Pietät zu gedenken. Als junger Student sandte er seine Erstlingsarbeiten an Jacobi, aus dessen Schriften sie hervorgegangen waren, und nahm von ihm die ersten Lorbeeren in seinem an Erfolgen so reichen Leben entgegen. Jacobi's Einfluss hat ihn sein Leben lang begleitet — die *Fundamenta nova* lagen stets auf seinem Arbeitstische — daneben aber verbanden ihn unausgesetzt enge wissenschaftliche und persönliche Beziehungen mit den besten unserer deutschen Mathematiker, mit Borchardt, Kronecker, Heine und vielen der jetzt noch Lebenden. In einer etwas dürren Zeit war es ihm beschieden, das Studium der Werke von Gauss und von Jacobi in Frankreich heimisch zu machen, und während seines ganzen wissenschaftlichen Lebens war er ein Vermittler der deutschen und der französischen Mathematik. Als Rosenhain, als Kronecker, Kummer und Weierstrass uns durch den unerbittlichen Tod entrissen wurden, da war er es, der ihren Verlust in der französischen Academie verkündigte und dem Schmerze um denselben beredten Ausdruck gab. Als die Universität Heidelberg im Jahre 1886 ihr fünfihundertjähriges Jubiläum feierte, da nahm er als Ehrengast und Vertreter der französischen Academie daran Theil, kurz, bei allen Gelegenheiten, wo er konnte, zeigte er sein Interesse und seine Sympathie für unsere deutsche Wissenschaft.

---

\*) Vortrag, gehalten in der mathematischen Section der naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis in Dresden am 18. April 1901.

Umgekehrt aber ist sein Einfluss auf die Entwicklung der mathematischen Studien in Deutschland in den letzten Jahrzehnten ein grosser und mächtiger gewesen. In erster Linie waren es naturgemäss seine Schriften, die sich hierbei wirksam zeigten, zumal ein wichtiger Theil derselben in deutschen Journalen veröffentlicht ist, daneben aber war es auch der Einfluss seiner ebenso liebenswürdigen, wie mächtigen Persönlichkeit, die sich in seinen Briefen an alle diejenigen aussprach, die sich ihm wissenschaftlich nahten. In seiner Begrüssungsrede am 24. December 1892 sagte Herr Darboux mit vollem Recht: „Accueillant avec bienveillance toutes les communications, M. Hermite n'a pas tardé à entrer en relations avec les étudiants et les géomètres du monde entier. Répondant à tous, au plus humble comme au plus illustre, sans mesurer son temps ni sa peine, que de fois il a su répandre d'une main libérale, et sans rien réclamer pour lui même, ces indications géniales, qui communiquées à un esprit bien doué, peuvent l'éclairir subitement, lui faire franchir le pas difficile et lui inspirer une longue suite d'excellents travaux.“

Unter diesem Briefwechsel nimmt der mit deutschen Mathematikern einen hervorragenden Platz ein. Selbstverständlich ist es nicht möglich, das von hier aus statistisch festzustellen, sicher aber hat Hermite durch seine stets anerkennende, aufmunternde und liebenswürdige Art auf viele unserer deutschen Fachgenossen in glücklichster Weise gewirkt.

Da ist es denn eine Pflicht der Pietät, wenn seiner auch bei uns in dankbarer und eingehender Weise gedacht wird.

Ueber die äusseren Lebensschicksale Hermite's ist mir nur wenig bekannt geworden. Zu Dieuze in Lothringen im Jahre 1822 geboren, besuchte er nach einander das Lyceum von Nancy und die Lyceen „Henry IV“ und „Louis le Grand“ in Paris. Schon auf der Schule fesselte ihn die Lectüre mathematischer Werke, insbesondere der Algebra von Lagrange und der Zahlentheorie von Gauss. Er pflegte später öfters zu bemerken, dass es vor allem diese Werke gewesen seien, aus denen er Algebra gelernt habe. Ende 1842 bezog er die polytechnische Schule in Paris in der Absicht, Ingenieur zu werden. Hier fesselte ihn aber das Studium der reinen Mathematik in dem Grade, dass er die praktische Laufbahn aufgab und sich ganz der reinen Mathematik zuwandte. 1848 begann Hermite als Repetent für analytische Mathematik am Polytechnicum seine Lehrthätigkeit. Im Jahre 1856 wurde er zum Mitgliede der Pariser Academie der Wissenschaften gewählt, im Jahre 1862 schaffte man für ihn einen Lehrstuhl an der École Normale, nur wenig später wurde er zu gleicher Zeit Professor an der École Polytechnique und an der Sorbonne. Hier entfaltete er eine äusserlich und innerlich reich gesegnete und bedeutungsvolle Thätigkeit, unter anderem war es ihm vergönnt, jene hervorragenden jungen Männer zu seinen begeistertsten Schülern zu zählen, die jetzt den ersten Platz unter den Mathematikern Frankreichs einnehmen.

Bewunderungswürdig war die geistige Frische, die er sich bis an sein Ende bewahrte. Bis in die letzten Lebensjahre hinein noch schöpferisch thätig, beobachtete er die mathematische Entwicklung der neuesten Zeit mit Liebe und mit Interesse. Fand auch nicht jede Phase derselben seine Zustimmung, so schied er doch mit der Ueberzeugung und der Gewissheit aus dem Leben, dass der Mathematik im 20. Jahrhundert eine glückliche und grosse Zukunft gewiss sei.

Die Zahl der in vielen Zeitschriften der verschiedensten Länder zerstreuten Arbeiten von Hermite ist eine sehr bedeutende, die Arbeiten selbst erstrecken sich im wesentlichen auf drei Gebiete, die Analysis, die Algebra und die Zahlentheorie.

Es kann mir nicht beikommen, im Laufe einer kurzen Stunde eine eingehende und abgeschlossene Würdigung aller dieser vielen Arbeiten geben und damit den wissenschaftlichen Inhalt eines so überaus reichen und gesegneten Lebens erschöpfend darstellen zu wollen. Schon die Art seiner Arbeiten würde das unmöglich machen. Mit dem sicheren Blicke des Genies hat Hermite es verstanden, Probleme herauszufinden und zu bearbeiten, die den Keim einer grossen Entwicklung in sich trugen, und hat dieser Entwicklung die Wege gezeigt und geebnet. Unter solchen Umständen schliesst eine eingehende Darstellung seiner Arbeiten zu gleicher Zeit die Geschichte grösserer mathematischer Disciplinen in den letzten fünfzig Jahren in sich und würde mehr Zeit beanspruchen als mir zur Verfügung steht. Ich will mich daher damit begnügen, gewisse Arbeiten analytischen Charakters zusammen mit ihren Anwendungen auf Algebra und Zahlentheorie in etwas ausführlicherer Weise zu besprechen, die übrigen Arbeiten Hermite's dagegen nur kurz zu charakterisiren.

Eine überaus grosse Anzahl analytischer Arbeiten, die ihn vor allem in den späteren Jahren seines Lebens in Anspruch nahmen, fällt in das Gebiet der Differential- und Integralrechnung sammt deren mannigfachen Anwendungen und Beziehungen zu anderen Theorien, wie der Theorie der Fourier'schen Reihen, der elementaren, der Kugel, der Bernoulli'schen und der Gammafunctionen. Es sind vielfach kleinere Aufgaben, die hier behandelt werden. Hermite liebte es, einzelne specielle Probleme, auch solche, die schon von anderen Analytikern behandelt waren, herauszugreifen und in eigenartiger Weise zu Ende zu führen. Hierhin gehören Aufgaben aus der Theorie der höheren Differentialquotienten, der Mac-Laurin'schen Reihe, der Interpolationstheorie, der Partialbruch-Entwicklung gebrochener Functionen, der Auswerthung bestimmter und unbestimmter Integrale, Beziehungen zwischen der Integralrechnung und den Kettenbrüchen, Entwicklung wichtiger Eigenschaften der Gammafunctionen und ähnliche Probleme. Es sind nicht immer die höchsten Aufgaben, die sich hier darbieten, gleichbleibend ist aber das analytische Geschick und die Originalität in der Behandlung derselben. Es zeigt sich eine Meisterschaft und eine Feinheit in der Behandlung des Calcüls, wie sie vor ihm etwa Cauchy besessen hat und wie sie heute immer mehr und mehr im Verschwinden begriffen ist.

Unter allen jenen vielen Arbeiten dürften nun wohl den ersten Platz diejenigen über die Kettenbrüche einnehmen, die ihn lange beschäftigten, ihn im Jahre 1873 zu der folgenschweren Untersuchung über die Zahl  $e$  führten und damit die Brücke zur Lösung des Quadraturproblems des Kreises abgaben. Jahrhunderte lang hatten sich Berufene und Unberufene damit beschäftigt, die Quadratur des Kreises mit Hülfe von Zirkel und Lineal durchzuführen, ohne weder dieses Problem lösen, noch die Unmöglichkeit seiner Lösung nachweisen zu können. Es ist das grosse Verdienst von Hermite, hier die Wege geebnet zu haben. Im Jahre 1873 erschien die schon angedeutete Arbeit über die Zahl  $e$ . In ihr wies er nach, dass  $e$  nicht Wurzel einer algebraischen Gleichung irgend welchen Grades mit rationalen Coefficienten sein kann und zwar geschah der Nach-

weis mit Hülfe gewisser Relationen zwischen bestimmten Integralen, die auf's engste mit der Theorie der Kettenbrüche zusammenhängen. Hermite konnte damals einen Zusammenhang zwischen seinen Theorien und dem Quadraturproblem nicht entdecken oder doch nicht durchführen — wenigstens schreibt er in demselben Jahre 1873 an Borchardt: „Je ne me hasarderai point à la recherche d'une démonstration de la transcendance du nombre  $\pi$ . Que d'autres tentent l'entreprise, nul ne sera plus heureux que moi de leur succès, mais croyez-m'en, mon cher ami, il ne laissera pas de leur coûter quelques efforts“.

Und doch bildeten seine Untersuchungen die wesentliche Grundlage für die Lösung des Problems, die im Jahre 1882 von Herrn Lindemann gegeben wurde und allen bisherigen Versuchen einen glänzenden Abschluss gab. Muss hiernach Herrn Lindemann schlechterdings die endgültige Lösung des berühmten Problems als grosses Verdienst zugeschrieben werden, so darf doch auch das Verdienst von Hermite hierbei nicht ausser Acht gelassen werden. Mit Recht bemerkt hierzu Herr Camille Jordan: „On se ferait une idée bien incomplète du rôle des grandes esprits en les mesurant exclusivement sur les vérités nouvelles qu'ils ont énoncées explicitement. Les méthodes qu'ils ont léguées à leurs successeurs, en leur laissant le soin de les appliquer à de nouveaux problèmes qu'eux-mêmes ne prévoyaient peut-être pas, constituent une autre part de leur gloire et parfois la principale, comme le montre l'exemple de Leibnitz“.

Wir kommen nunmehr zu einer zweiten grossen Kategorie von Arbeiten, die sich auf die Theorie der elliptischen und hyperelliptischen Transcendenten und deren mannigfache Anwendungen beziehen. Wie ein rother Faden ziehen sich diese Arbeiten durch das Leben von Hermite — sie beginnen mit dem Jahre 1843, werden zeitweise durch andere Arbeiten durchbrochen, kehren aber bis in sein spätes Alter immer wieder. In einer seiner ersten Arbeiten aus diesem Gebiete, die sich in einem Briefe an Jacobi aus dem Jahre 1844 befindet, wird schon jenes wichtige Princip entwickelt, welches unter dem Namen des Hermite'schen Transformationsprincipes bekannt geworden ist und eine überaus einfache Darstellung der überwiegenden Mehrzahl der Thetarelationen zulässt. Kurz skizzirt besteht der Inhalt jenes Theorems darin, dass alle ganzen transcendenten Functionen, die gewissen Functionalgleichungen Genüge leisten, sich aus einer bestimmten Anzahl bekannter Functionen linear zusammensetzen lassen.

Hermite giebt in der citirten Arbeit die ersten Anwendungen auf die Transformationstheorie — in späteren Jahren verwendet er sein Theorem in ausführlicher Weise für die Entwicklung der gesammten Theorie der elliptischen Functionen und zwar in dem Anhang zur sechsten Ausgabe von Lacroix's *Traité élémentaire de calcul différentiel et intégral*. Andere Autoren haben sich diesem Verfahren angeschlossen, insbesondere möge hier auf das bekannte Werk von Weber verwiesen werden. Die Vorzüge der hier vertretenen Auffassungsweise beruhen in der ungemainen Durchsichtigkeit, Klarheit und Allgemeinheit der Methoden, Vorzüge, vor denen die Nachtheile, die in der heuristischen Art des Vorgehens beruhen, zurücktreten müssen.

Auch sonst hat Hermite sich mit der Transformationstheorie vielfach beschäftigt. In das Jahr 1858 fällt die vollständige Bestimmung der Constanten für die lineare Transformation der Thetafunctionen mit Hülfe

der Gaussischen Summen und etwa in dieselbe Zeit gehört die Aufstellung der Transformationstabellen für die schon von Jacobi eingeführten achten Wurzeln der Moduln der elliptischen Functionen sowie einiger anderer Ausdrücke. Beide Untersuchungen haben auf das Wesentlichste zur Förderung der Transformationstheorie Anlass gegeben und eine weitere Anzahl wichtiger Arbeiten aus demselben Gebiete hervorgerufen, von denen hier nur an die Arbeiten der H. H. Weber und Koenigsberger erinnert werden möge.

In eingehender Weise hat sich sodann Hermite mit den allgemeinen doppelt periodischen Functionen beschäftigt, die er in drei Arten eintheilt. Für die Functionen erster und zweiter Art giebt er eine Zerfällung in gewisse Elementarfunctionen und auch bei den Functionen dritter Art, die er vielfach in den Kreis seiner Betrachtungen zieht, ist ihm die Elementarfunction bekannt, auf welche Herr Appell in seinen grundlegenden Arbeiten über diese Functionen geführt wird. Diese Elementarfunctionen sowie andere einfache doppelt periodische Functionen der verschiedenen Arten sucht Hermite auf mannigfachen Wege durch unendliche Reihen, seien es Potenz oder Fourier'sche Reihen, darzustellen. Er kommt hierbei in glücklichster Weise zu neuen Resultaten, die befruchtend und anregend auf die spätere Entwicklung der genannten Disciplinen gewirkt haben und zu dem eisernen Bestand der heutigen Theorie der elliptischen Functionen gehören.

Mit den angedeuteten Arbeiten ist der Kreis der Hermite'schen Untersuchungen aus der Theorie der elliptischen Transcendenten aber noch keineswegs abgeschlossen. Es finden sich noch Arbeiten über die verschiedensten Theile derselben, über das Additionstheorem, über die Reihenentwicklungen für den Modul der elliptischen Functionen, über die Integraltheorie, weitere specielle Fragen der Transformationstheorie u. s. f., so dass man füglich sagen kann, dass es nur wenige Theile dieser weitverzweigten Wissenschaft geben dürfte, die von ihm nicht wesentlich gefördert sind. Die Arbeiten reichen bis in sein Alter — es finden sich in ihnen eine Fülle von Keimen, die noch der Entwicklung harren.

Neben der Pflege der eigentlichen Theorie hat Hermite es sich angelegen sein lassen, Beziehungen zu andern Disciplinen herzustellen und zwar zu der Algebra, der Zahlentheorie und der Theorie der Differentialgleichungen.

Nachdem Abel im Jahre 1824 die Unmöglichkeit nachgewiesen hatte, allgemeine algebraische Gleichungen vom 5. Grade mit Hülfe von Irrationalitäten zu lösen, handelte es sich darum, Kategorien von Gleichungen herausgreifen, die algebraisch lösbar sind. Es war Galois beschieden, auf diesem Gebiete bahnbrechend vorzugehen. Seine erste Arbeit über die algebraische Auflöser der Gleichungen stammt aus dem Jahre 1830, seine letzten Betrachtungen finden sich in einem Schreiben, das er einen Tag vor seinem im Jahre 1832 im Duell erfolgten Tode an seinen Lehrer Chevalier gerichtet hat. Galois stellt den so folgenschwer gewordenen Begriff der Gruppe einer algebraischen Gleichung auf und wendet denselben auf die Modulargleichungen an, die vor allem von Jacobi in die Theorie der elliptischen Functionen eingeführt worden sind. Es gelingt ihm die Gruppe derselben zu bestimmen, er giebt ferner an, dass die zu den Transformationsgraden 5, 7, 11 gehörenden Modulargleichungen erniedrigt werden können. An diese letzten Resultate von Galois knüpft Hermite an. In einer berühmt gewordenen Arbeit vom April 1858 führt er die Reduction

für den 5. Transformationsgrad wirklich durch. Die Modulargleichung ist vom 6. Grade, nennt man ihre Wurzeln in bestimmter Reihenfolge  $v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_\infty$  und setzt  $y = (v_0 - v_\infty)(v_1 - v_4)(v_2 - v_3)$ , so leistet  $y$  einer Gleichung 5. Grades Genüge, die unmittelbar auf die bekannte Jerrard-Bring'sche Form zu reduciren ist. Damit war das lange vergeblich untersuchte Problem gelöst, die Auflösung der allgemeinen Gleichung 5. Grades in glänzender Weise zu Ende geführt. Die Hermite'sche Entdeckung traf sich mit einer von Kronecker. Schon im Juni desselben Jahres theilte letzterer Hermite mit, dass er sich vor zwei Jahren mit ähnlichen Untersuchungen beschäftigt habe und gab eine zweite Lösung desselben Problems. Mit diesen beiden Arbeiten, denen sich sehr bald solche von Brioschi anschlossen, war der Weg für die mächtige Entwicklung ebnet, welche die Theorie der Gleichungen 5. Grades seither gefunden hat.

Auch nach anderer Richtung hin zeigte sich die Beschäftigung mit den Modulargleichungen für die Algebra von grosser Bedeutung. Es gelang Hermite im Jahre 1859 die Discriminantengleichungen derselben wirklich aufzulösen und damit eine neue Kategorie von Gleichungen höheren Grades der Rechnung zugänglich zu machen. Der Grundgedanke dieser Auflösung beruht darin, dass zu gleichen Moduln der elliptischen Functionen Werthe der Thetaparameter gehören, die in einer linearen Beziehung zu einander stehen. Hermite hat diesen Satz seiner Arbeit aus dem Jahre 1859 stillschweigend und ohne Beweis zu Grunde gelegt, im Jahre 1877 kommt er in einem Briefe an Herrn Fuchs auf denselben zurück und zwar mit folgenden Worten: „N'y aurait il point lieu d'observer qu'en faisant  $x^2 = f(H)$ , il résulte de votre analyse que toutes les solutions de

l'équation  $f(H) = f(H_0)$  sont données par la formule  $H = \frac{\nu i + \varrho_1 H_0}{\lambda + \mu i H_0}$

en insistant sur l'extrême importance de ce résultat, pour la détermination des modules singuliers de M. Kronecker, et en remarquant que les belles découvertes de l'illustre géomètre, sur les applications de la théorie des fonctions elliptiques à l'arithmétique paraissent reposer essentiellement sur cette proposition, dont la démonstration n'avait pas encore été donnée?“

Wir stehen hier bei einem der folgenschwersten Punkte in der Entwicklung der heutigen Functionentheorie. Noch in demselben Jahre 1877 erklärte Herr Dedekind in seiner fundamentalen Arbeit über die Modulfunctionen jenen Satz als die Grundlage seiner Theorie. Sie alle wissen, welchen grossartigen Aufschwung diese und ähnliche Theorien in den Händen der ersten Mathematiker unserer Zeit sowie ihrer Schüler genommen haben und da dürfte es von Interesse sein hervorzuheben, dass Hermite den fundamentalen Lehrsatz unabhängig von Kronecker schon im Jahre 1859 benutzt und im Jahre 1877 zuerst auf seine Bedeutung öffentlich aufmerksam gemacht hat.

Weitere Anwendungen der elliptischen Functionen beziehen sich auf die Zahlentheorie. Auf derartige Anwendungen hatte schon Jacobi in den Fundamenten und später in einer Arbeit im 37. Bande des Crelle'schen Journals aus dem Jahre 1848 hingewiesen.

Im Jahre 1859 eröffnete Kronecker ein neues Gebiet unerwarteter Beziehungen und erweiterte dasselbe in den Jahren 1862 und 1875. Er zeigte nämlich, dass mit Hülfe der complexen Multiplication der elliptischen

Functionen eine Reihe merkwürdiger Beziehungen, zwischen den Classenzahlen gewisser quadratischer Formen hergestellt werden können und gab eine eigenartige Darstellung von drei Producten von je drei Thetafunctionen mit Hülfe der unendlichen Reihen. An diese Arbeiten von Kronecker knüpfen eine Anzahl von Arbeiten von Hermite an, und zwar stammen die ersten aus den Jahren 1861 und 1862, während die letzten in das Jahr 1884 und später fallen. Die Grundlage von Hermite ist eine wesentlich andere als bei Kronecker. Er legt die Theorie der doppelt periodischen Functionen dritter Art zu Grunde und zwar insbesondere die Entwicklung in Fourier'sche Reihen. Indem er eine und dieselbe Function auf mehrfachem Wege darstellt und die Integraltheorie hinzunimmt, erhält er durch einige wenige geschickte Operationen die vorhin genannten Kronecker'schen Resultate. Hermite geht aber noch über 'dieselben hinaus. Er zieht auch weitere Producte von Thetafunctionen in Betracht und zwar von drei und fünf Factoren und bestimmt mit ihrer Hülfe, wie oft eine ganze Zahl als Summe von drei und von fünf Quadraten dargestellt werden kann. Auch sonst enthalten die diesbezüglichen Arbeiten noch viele neue Resultate zahlentheoretischer Natur. Bei allen diesen Arbeiten sind vor allem die schönen und durchsichtigen Methoden zu bewundern, welche die neuen arithmetischen Sätze von vorneherein in ein eigenartiges und helles Licht setzen.

Die dritte Anwendung der elliptischen Functionen bezieht sich auf die Theorie der Differentialgleichungen. Aufgaben aus der Wärmelehre führten Lamé zu einer Differentialgleichung zweiter Ordnung, die neben einer ganzen positiven Zahl  $n$  noch einen willkürlichen Parameter  $h$  enthielt. Es gelang Lamé ein Integral dieser Gleichung zu finden, wenn  $h$  in bestimmter Weise gewählt wird, Liouville und unabhängig von ihm Heine haben für dieselben Werthe von  $h$  das zweite Integral bestimmt.

An diese Arbeiten knüpft Hermite an und findet im Jahre 1872 für einen beliebigen Werth von  $h$  die beiden Integrale der vorgelegten Gleichung und zwar mit Hülfe der von ihm eingeführten doppeltperiodischen Functionen zweiter Art. Hermite hat seine Resultate im Jahre 1872 zunächst nur einem kleineren Kreise zugänglich gemacht, erst im Jahre 1877 wurden sie durch Veröffentlichung in den Comptes Rendus weiteren Kreisen bekannt. Auch hier begegnet er sich mit den Arbeiten eines deutschen Mathematikers und zwar von Herrn Fuchs. Letzterer legte in demselben Jahre 1877 seinen diesbezüglichen Untersuchungen die Theorie gewisser allgemeiner Differentialgleichungen zweiter Ordnung zu Grunde, mit denen er sich schon früher beschäftigt hatte und gelangte durch Umkehrung der Integrale zur Integration der Lamé'schen Differentialgleichung im Hermite'schen Sinne. Mittlerweile hatten auch andere Mathematiker diesem interessanten Gegenstand ihre Aufmerksamkeit zugewandt, vor allem war es wieder Brioschi, neben ihm die Herren Mittag-Leffler und Picard. In enger Fühlung mit ihnen gelang es Hermite noch weitere Differentialgleichungen mit doppeltperiodischen Coefficienten der Integration zugänglich zu machen.

Alle die soeben skizzirten Hermite'schen Untersuchungen, die im Jahre 1885 in einem eigenen Werke zusammengefasst wurden, sind verwoben mit der Lösung einiger mechanischer Probleme und zwar des Jacobi'schen Rotationsproblem, des Problem der Gleichgewichtsfigur einer elastischen Feder und des sphärischen Pendels, die alle drei mit Hülfe der doppeltperiodischen Functionen zweiter Art zu Ende geführt werden. Das ge-

nannte Werk gehört zu den schönsten Erzeugnissen unserer mathematischen Litteratur. Es zeichnet sich ebenso durch Gedankenreichthum wie durch Eleganz der Darstellung aus und hat Anregung zu einer grossen Reihe weiterer Arbeiten über dasselbe Gebiet gegeben, von denen nur nochmals auf die geistvollen Arbeiten von Herrn Picard hingewiesen werden möge. — Mit der Theorie der elliptischen Functionen ist die der hyperelliptischen enge verbunden. In ihr Gebiet fällt eine der ersten Arbeiten von Hermite. In einem Briefe an Jacobi vom Januar 1843 giebt der zwanzigjährige Student die Lösung des Divisionsproblems der hyperelliptischen Functionen erster Ordnung und zwar sowohl für beliebige Werthe des Argumentes, wie für die Nullwerthe derselben. Jacobi erkannte sofort die hohe Bedeutung der Arbeit, die ihren Verfasser mit einem Schlage den Mathematikern ersten Ranges gleichstellte. Er antwortete ihm mit den Worten: „Je vous remercie bien sincèrement de la belle et importante communication que vous venez de me faire, touchant la division des fonctions abéliennes. Vous vous êtes ouvert par la découverte de cette division un vaste champ de recherches et de découvertes nouvelles qui annoncent un grand essor à l'art analytique. Je vous prie de faire mes compliments à mon illustre ami M. Liouville. Je lui sais bon gré d'avoir bien voulu me procurer le grand plaisir que j'ai ressenti en lisant le Mémoire d'un jeune géomètre, dont le talent s'annonce avec tant d'éclat dans ce que la science a de plus abstrait.“ Lamé und Liouville erstatteten der französischen Academie über die Arbeit Bericht und veranlassten ihre Aufnahme in den Recueil des Savants étrangers.

In das Jahr 1855 fällt die classische Arbeit über die Transformation der Abel'schen Functionen. Wer immer sich auf diesem schwierigen Gebiet bethätigen will, wird zu derselben als dem Quell und dem Ausgangspunkt aller weiteren Untersuchungen zurückgehen müssen. Was Göpel und Rosenhain für die allgemeine Theorie der hyperelliptischen Functionen geleistet haben, das hat Hermite für die Transformationstheorie geleistet — er hat das Fundament gegeben, auf welchem mit Sicherheit weiter gebaut werden kann.

Neben all' diesen vielen speciellen Functionen blieb Hermite auch der Theorie der analytischen Functionen nicht ferne. In einem Alter, in dem es im Allgemeinen schon schwer wird, sich in neue fremdartige Ideenkreise hereinzudenken, widmete er sich dem Studium der Weierstrass'schen und Mittag-Leffler'schen Arbeiten und kam hierbei zu neuen selbstständigen Methoden, sowie zahlreichen Anwendungen, die er in mehreren Arbeiten aus dem Jahre 1880 und später niederlegte. Daneben liess er sich angelegen sein, das Studium der Weierstrass'schen Arbeiten in Frankreich einzubürgern, mit welchem Erfolge, das lehren die schönen Arbeiten der jungen französischen Mathematiker auf diesem Gebiet.

Mit dem soeben Bemerkten dürfte der Kreis der Arbeiten einigermaßen umgrenzt sein, die entweder rein analytischen Charakters sind oder mit der Analysis in tieferer Beziehung stehen. Zu ihnen kommt eine grössere Anzahl von Arbeiten arithmetischen und algebraischen Inhalts, wobei freilich eine scharfe Umgrenzung nicht möglich ist, da auch in ihnen sich Untersuchungen rein analytischer Natur vorfinden. Alle diese Arbeiten fallen in sein kräftigstes Mannesalter. Die Erfindungsgabe zeigt sich in ihnen in bewunderungswürdiger Weise. Die neuen Ideen, die neuen Resultate und Sätze drängen einander, sie bringen den Namen Hermite in



immer weitere und weitere Kreise und eröffnen dem Vierunddreissigjährigen die Hallen der französischen Academie.

Die Arbeiten arithmetischen Charakters setzen ungefähr im Jahre 1850 ein. Ihr Zweck war es, zunächst die Annäherungsmethode schärfer zu untersuchen, die Jacobi in seiner bekannten Arbeit über die Unmöglichkeit von Functionen einer veränderlichen Grösse mit mehr als zwei Perioden aufgestellt hatte. Hermite überzeugte sich bald, dass diese Fragen, sowie eine grosse Anzahl ähnlicher von der Reduction der quadratischen Formen abhängig zu machen ist. „Mais une fois arrivé à ce point de vue“, so schreibt er im Jahre 1850 an Jacobi, „les problèmes si vastes que j'avais cru me proposer, m'ont semblé peu de chose à côté des grandes questions de la théorie des formes, considérées d'une manière générale.“ Auf diesem Wege gelangt er zu der arithmetischen Theorie der Formen und traf sich hierbei mit den Arbeiten von Gauss, Eisenstein, Jacobi und Anderen.

Hermite untersuchte zunächst die quadratischen Formen mit beliebig vielen Veränderlichen. Er führte sie auf gewisse reducirte Formen zurück und wies nach, dass die Classenzahl bei vorgelegter Determinante und ganzzahligen Coefficienten eine endliche ist. Für den Fall der indefiniten Formen war hierbei eine grosse Anzahl von Schwierigkeiten zu überwinden, die er in geistvollster Weise löste. Er führte dazu unter anderem den Begriff der continuirlichen Veränderungen in die Formentheorie ein und gab damit eine Reduction von Fragen über ganze Zahlen auf Fragen rein analytischen Charakters. Auch das Problem, die Transformationen einer Form in sich selbst zu finden, musste in Angriff genommen werden.

In ähnlicher Weise wird die Theorie der Formen von beliebigem Grade untersucht, welche in lineare Factoren zerfällt werden können. Hier findet Hermite jenen schönen Satz über die vertauschbaren ganzzahligen Transformationen einer Form in sich, welche die Theorie derselben auf die Potenzen von Transformationen zurückführt.

Auch die Hinzunahme complexer Grössen zeigt sich von schwerwiegender Bedeutung. Hermite führte zuerst die nach ihm benannten bilinearen Formen mit conjugirt complexen Veränderlichen ein und gab damit die Grundlage für weitgehende neuere Untersuchungen, unter denen vor allem diejenigen von Herrn Picard zu erwähnen sind. Daneben gelang es ihm, die schönen Sätze von Jacobi über die Zerlegung ganzer Zahlen in die Summe von vier Quadraten von neuem zu beweisen. Auch die Theorie der in Linearfactoren zerlegbaren Formen beliebigen Grades mit ganzen complexen Coefficienten wurde in den Bereich der Betrachtungen gezogen und gab Anlass zu dem berühmten Satze, dass die Wurzeln der algebraischen Gleichungen mit ganzen complexen Coefficienten und gleicher Discriminante sich durch eine begrenzte Anzahl von einander verschiedener Irrationalitäten ausdrücken lassen.

Glänzend waren die Anwendungen auf die Algebra. Es gelang ihm, das Sturm'sche Problem über die Anzahl der reellen Wurzeln einer algebraischen Gleichung zwischen vorgelegten Grenzen auf Grund des Trägheitsgesetzes der quadratischen Formen in einer eleganten Form zu lösen. Herr Weber hat diese Lösung in seiner Algebra dem deutschen Publicum allgemein zugänglich gemacht. Auch algebraische Gleichungen mit complexen Coefficienten werden betrachtet. Hermite associirt denselben gewisse quadratische Formen und kommt damit zu Resultaten,

welche die Cauchy'schen Theoreme über die Anzahl complexer Lösungen in einem vorgeschriebenen Bereiche als unmittelbare Folgerung ergeben. Mittlerweile war eine neue Richtung in der Formentheorie hervorgetreten. Durch die Bemühungen von Boole und Cayley hatten sich in den vierziger Jahren des vorigen Jahrhunderts die ersten Keime der Invariantentheorie entwickelt. Auch hier war es Hermite beschieden, schöpferisch in die Entwicklung einzugreifen und neue Wege vorzuschreiben, die später von Anderen weiter verfolgt werden. Seine Arbeiten beginnen im wesentlichen im Jahre 1854 und berühren sich vielfach mit den Arbeiten von Cayley und Sylvester, so dass es, wie Herr Jordan sagt, schwer, ja kaum wünschenswerth ist, den Antheil eines Jeden an dem gemeinsamen Werke zu präcisiren. „Wir, Cayley, Hermite und ich“, so sagt Sylvester, „bildeten damals eine invariante Trinität“. Jedenfalls ist Hermite das berühmte Reciprocitätsgesetz zuzuschreiben, welches die invarianten Bildungen im binären Gebiete in einer merkwürdigen Art zu Paaren ordnet und eine überaus grosse Anzahl wichtiger Anwendungen zulässt. Indem Hermite ferner, wie H. F. Meyer bemerkt, im Falle einer binären Form ungerader Ordnung zwei lineare Covarianten als neue Veränderliche einführt, vermag er die erstere in eine „typische“ Gestalt zu bringen, in welcher die Coefficienten selbst Invarianten sind. Im unmittelbaren Zusammenhange damit stehen die Systeme „associirter Formen“, von denen jede weitere zur ursprünglichen Form gehörige Bildung in rationaler Weise abhängt. Eine überaus interessante Anwendung dieser Theoreme bezieht sich auf die Formen 5. Grades. Hier findet Hermite neben den drei von Sylvester entdeckten Invarianten eine vierte von der Eigenschaft, dass sich alle anderen Invarianten als ganze Functionen dieser vier fundamentalen Grössen darstellen lassen. Dieselbe bietet das erste Beispiel einer schiefen Invariante dar, d. h. einer solchen, die in sich selbst multiplicirt mit einer ungeraden Potenz der Substitutionsdeterminante übergeht. Die Coefficienten der typischen Form vom 5. Grade drücken sich rational durch diese Invarianten aus. Hieraus folgert Hermite, dass jede Gleichung 5. Grades so umgeformt werden kann, dass sie nur von zwei Parametern abhängt, die absolute Invarianten sind, und giebt Invariantenkriterien für die Realität ihrer Wurzeln.

„La lecture de ces beaux Mémoires“, so sagt Herr Picard, „laisse une impression de simplicité et de force; aucun mathématicien du XIX<sup>e</sup> siècle n'eut, plus qu'Hermite, le secret de ces transformations algébriques profondes et cachées qui, une fois trouvées, paraissent d'ailleurs si simples. C'est à un tel art du calcul algébrique que pensait sans doute Lagrange, quand il disait à Lavoisier que la Chimie deviendrait un jour facile comme l'Algèbre“.

Ich bin am Schlusse meiner Betrachtungen angelangt. Vieles habe ich nur andeuten und flüchtig berühren können, vielleicht aber dürften Sie doch aus dem Bemerkten entnommen haben, wie mächtig und umfassend der Geist war, der mit Hermite dahingegangen ist.

Ungezählte Jünger unserer Wissenschaft haben aus seinen Werken Weisheit und Belehrung gezogen. Wie aus einem tiefen unerschöpflichen Born, so strömen aus ihnen krystallhell eine Fülle neuer Gedanken und zwingen den Leser zur Mit- und Fortarbeit. Viele seiner Ideen und Resultate sind zum Gemeingut unserer Wissenschaft geworden, aber auch sie wird man in Zukunft gerne an der Quelle studiren wollen, viele andere

dagegen harren noch der Entwicklung. So hat sich denn Hermite in seinen Werken ein Monument gesetzt, welches die Zeiten überdauern wird und seinen Namen mit dem Zauber der Unsterblichkeit umgiebt. Wir aber, die wir ihm persönlich nahen durften, werden des grossen und gütigen Mannes nimmermehr vergessen!

### Litteraturangaben.

Ausser den Werken von Hermite habe ich benutzt:

1. Die Fortschritte der Mathematik.
2. Enneper: Elliptische Functionen. Theorie und Geschichte. Halle 1890.
3. Krause: Theorie der doppelperiodischen Functionen einer veränderlichen Grösse. Leipzig. Litteraturnachweise.
4. F. Klein: Vorlesungen über das Ikosaëder. Leipzig 1894.
5. Franz Meyer: Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie. Jahresbericht der deutschen math. Vereinigung 1892.
6. Vahlen: Arithmetische Theorie der Formen. Encyclopädie der math. Wissenschaften.
7. Jubilé de Hermite. Paris 1893.
8. Notice sur M. Ch. Hermite; par M. C. Jordan. Comptes Rendus 21. Janvier 1901.

Nach Fertigstellung des Manuscriptes wurde mir die Arbeit von Herrn Picard über Hermite aus dem letzten Hefte der Annales de l'École Normale bekannt. Ich konnte diese geistvolle und eingehende Untersuchung unter solchen Umständen nicht mehr in eingehender Weise berücksichtigen — immerhin sind einige Bemerkungen derselben in den Vortrag aufgenommen worden.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte und Abhandlungen der Naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis in Dresden](#)

Jahr/Year: 1901

Band/Volume: [1901](#)

Autor(en)/Author(s): Krause Mart.

Artikel/Article: [I. Charles Hermite 1003-1013](#)