Lehrer G. Dutschmann Steingeräte und die Abbildung eines Hünengrabes von der Insel Sylt und zwei Steinbeilen ähnliche Geschiebe vor.

Dr. P. Menzel zeigt Photographien von Skelett- und Steinkistengräbern und darin gefundenen Tongefäfsen aus der Gegend von Stafsfurt.

Hofrat Prof. Dr. J. Deichmüller legt eine durchlochte Spitzhacke aus Gneis von Niederschöna bei Freiberg, ein bombenförmiges Tongefäfs aus einer steinzeitlichen Herdgrube in Glossen, Bez. Leipzig, und zahlreiche neue Funde aus der steinzeitlichen Siedelung an der Hamburger Strafse in Dresden-Cotta vor.

Derselbe berichtet weiter über Ausgrabungen auf einem Urnenfelde des Lausitzer Typus und der römischen Kaiserzeit von Piskowitz bei Meifsen, von Skelettgräbern der Stein- und frühesten Bronzezeit von Naundorf bei Zehren und von steinzeitlichen Hügelgräbern am Bienitz bei Leipzig.

V. Sektion für Physik, Chemie und Physiologie.

Dritte Sitzung am 8. November 1906. Vorsitzender: Geh. Hofrat Prof. Dr. W. Hempel. — Anwesend 66 Mitglieder und Gäste.

Prof. Dr. F. Förster spricht über die neueren Beobachtungen über elektrolytische Metallabscheidungen.

VI. Sektion für reine und angewandte Mathematik.

Vierte Sitzung am 12. Juli 1906. Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. — Anwesend 12 Mitglieder und Gäste.

Studienrat Prof. Dr. R. Heger gibt ergänzende Mitteilungen über die 8 Kugeln, die einem unebenen Viereck ABCD eingeschrieben sind.

Sind H_a und H_a' die Ebenen, die den Winkel bez. Aufsenwinkel bei A senkrecht hälften, so sind die Mitten der 8 Kugeln die gemeinsamen Punkte von

$$H_a H_b H_c,\ H_a' H_b H_c,\ H_a H_b' H_c,\ H_a H_b H_c',$$
$$H_a H_b' H_c',\ H_a' H_b H_c',\ H_a' H_b' H_c,\ H_a' H_b' H_c'.$$

Durch jeden dieser 8 Punkte geht entweder H_a oder H_a'; welcher von den beiden möglichen Fällen zutrifft, kann man dadurch erfahren, dafs man die Lage der Berührungspunkte auf den Seiten untersucht. Eine alle Möglichkeiten erschöpfende Untersuchung ergibt: Bei den acht Kugeln, die einem unebenen Viereck eingeschrieben sind, gehen im allgemeinen durch vier Mitten je drei senkrecht hälftende Ebenen von Innenwinkeln nebst der des vierten Aufsenwinkels, — und durch die andern vier gehen die senkrecht hälftenden Ebenen von drei Aufsenwinkeln nebst der des vierten Innenwinkels. — Ist die Summe zweier Nachbarseiten $AB + BC$ gleich der der beiden anderen, so haben die senkrecht hälftenden Ebenen der Winkel A und C und die der Aufsenwinkel B und D eine gemeinsame Gerade, und jeder Punkt der Geraden ist Mitte einer dem Vierseit eingeschriebenen Kugel. Aufser diesen Kugeln gibt es noch vier einzelne eingeschriebene, deren Mitten sind

$$H_a' H_b H_c H_d,\ H_a' H_b' H_c' H_d,\ H_a H_b H_c' H_d,\ H_a' H_b H_c' H_d'.$$

Ist die Summe zweier Gegenseiten AB und CD gleich der der beiden andern, so haben die Ebenen, die die Innenwinkel hälften, eine gemeinsame Gerade, und jeder Punkt dieser Geraden ist die Mitte einer dem Viereck eingeschriebenen Kugel. Aufserdem gibt es noch vier eingeschriebene Kugeln, in deren Mitten sich die senkrecht hälftenden Ebenen von drei Aufsenwinkeln mit der des vierten Innenwinkels schneiden.

Über denselben Gegenstand vergleiche man den Aufsatz von Vogt in Crelles Journal, Bd. 92, S. 328; die Untersuchung der Lage der Berührungspunkte ist hier nicht bis ins Einzelne durchgeführt.

Prof. Dr. A. Witting macht Bemerkungen zum isoperimetrischen Problem.

Im ersten Teile seines Vortrags leitet Redner einen Hilfssatz ab, welcher folgendermafsen lautet: „Ein im Endlichen gelegener geschlossener sich nicht durchsetzender Linienzug von der Eigenschaft, dafs durch jeden seiner Punkte eine Gerade gelegt werden kann, welche zugleich den Umfang und den Inhalt halbiert, ist eine Figur mit Mittelpunkt." — Der zweite Teil des Vortrags ist der Frage gewidmet, welche geschlossene ebene Figur bei gegebener Länge des Umfangs den gröfsten Flächeninhalt besitzt. Es wird zunächst gezeigt, dafs der Umfang überall konvex sein mufs, also keine einspringenden Ecken haben darf; ferner, dafs jede den Umfang halbierende geradlinige Transversale der Figur auch den Inhalt halbiert, dafs also — nach dem Hilfssatz — die Figur einen Mittelpunkt besitzen mufs; endlich, dafs jede Tangente der den Umfang bildenden Linien senkrecht stehen mufs auf dem Durchmesser des Berührungspunktes. Aus diesen Tatsachen aber folgt, dafs die gewünschte Figur nur ein Kreis sein kann.

Fünfte Sitzung am 11. Oktober 1906. Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. — Anwesend 14 Mitglieder.

Prof. Dr. M. Disteli spricht über die Raumkurven konstanten Abstandes ihrer Schmiegungsebenen von einem Fixpunkt.

Vortragender entwickelt zunächst eine Reihe von Formeln aus der analytischen Theorie der Raumkurven und beweist sodann mit Hilfe derselben, dafs jede eigentliche Raumkurve k_S, deren sämtliche Schmiegungsebenen von einem festen Punkt O den gegebenen Abstand e haben, folgende zwei Eigenschaften besitzt: Erstens ist die Kurve eine geodätische Linie desjenigen Kegels, der sie aus O projiziert, geht also beim Abwickeln dieses Kegels in eine Gerade über, und zweitens ist das Verhältnis der Torsion zur Krümmung proportional der von einem Scheitel der Kurve aus gerechneten Bogenlänge. (Unter einem Scheitel der Kurve wird hierbei ein Punkt verstanden, dessen Normalebene durch O geht.) — Im Anschlufs an diese Ergebnisse macht der Vortragende noch einige Mitteilungen über diejenigen Kurven k_R, deren rektifizierende Ebenen vom Fixpunkte O den gegebenen konstanten Abstand e haben, und über diejenigen Kurven k_N, von deren Normalebenen das Gleiche gilt. Jede Kurve k_R ist geodätische Linie auf einer abwickelbaren Fläche, die der mit dem Radius e um den Mittelpunkt O beschriebenen Kugel umgeschrieben ist; und das Verhältnis der Torsion zur Krümmung ist für jeden Punkt P einer solchen Kurve gleich dem Verhältnis der beiden Strecken $O'P$ und $O''P$, welche sich als orthogonale Projektionen des Radiusvektors OP auf die Tangente und auf die Binormale ergeben. Auch jede Kurve k_N steht zu einer der erwähnten Kugel umgeschriebenen abwickelbaren Fläche in naher Beziehung; sie ist Filarevolvente zu gewissen geodätischen Linien der Fläche und zugleich Planevolvente zur Rückkehrkurve der Fläche. Beim Abwickeln des Kegels, der eine Kurve k_N aus dem Punkt O projiziert, geht diese Kurve in eine Evolvente des um O mit dem Radius e beschriebenen Kreises über.

Sechste Sitzung am 22. November 1906. Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. — Anwesend 12 Mitglieder.

Prof. Dr. M. Toepler und Prof. Dr. A. Witting bringen kleinere Mitteilungen vor.

Zunächst spricht Prof. Dr. M. Toepler.

Bei Gelegenheit von Untersuchungen über Gleitfunkenbildung lag die Aufgabe vor, die durch einen Pol p auf eine beliebige ihn umgebende Fläche Φ geflossene Elektrizitätsmenge zu bestimmen. Hierbei sollte die Spannungsverteilung auf der Fläche derartig sein, dafs längs aller vom Rande nach dem Pole p gehenden Geraden die Spannung P nach dem Gesetze $ax = P^n$ wächst (x auf der Geraden vom Rande aus gerechnet), um im Pol p selbst den gleichen Wert P_0 zu erreichen; aus letzterer Bedingung bestimmt sich für jede Gerade der ihr zugehörige Wert von a (also $a x_0 = P_0{}^n$, wenn x_0 jeweils die Strecke vom Rande der Fläche bis zum Pol p bedeutet).

Stellen wir die Spannung in jedem Punkte durch eine Normale auf der Fläche dar, so ist die ausgesprochene Aufgabe identisch mit der Bestimmung eines Volumens über der Fläche Φ — längs aller vom Rande nach dem Pol p gezogenen Geraden wächst die Höhe P nach dem Gesetze $\frac{P_0{}^n}{x_0} \cdot x = P^n$.

Wir denken uns nun zwei Normalebenen zur Fläche Φ durch den Pol p derart gelegt, dafs sie einen sehr schmalen keilförmigen Ausschnitt aus dem gesuchten Volumen begrenzen; hierbei werde aus der Basisfläche Φ ein Dreieck mit der Fläche $\frac{1}{2} x_0 \,.\, dh$ ausgeschnitten; der Inhalt dV des keilförmigen Volumens ist dann gleich $\int\limits_0^{x_0} P \,.\, dx \,.\, \frac{x_0 - x}{x_0} \,.\, dh$; dies gibt ausgeführt

$$dV = \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \cdot P_0 \,.\, x_0 \,.\, dh.$$

Der Ausdruck $\frac{1}{2} P_0 \,.\, x_0 \,.\, dh$ ist nun aber nichts anderes als der Inhalt des Ausschnitts, den die beiden gedachten Ebenen aus einem geraden Zylinder über der Basisfläche Φ und mit der Höhe P_0 ausschneiden. Hieraus folgt, dafs der Gesamtinhalt des gesuchten Körpers

$$V = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \cdot P_0 \,.\, \Phi$$

ist.

Bei der Gleitfunkenbildung gilt, wie z. T. noch nicht veröffentlichte Messungen zeigen, auf Glasplatten $n = 4$; der Zahlfaktor wird $32 : 45 = 0{,}711$; auf Glasröhren angenähert $n = 3$; Zahlfaktor $9 : 14 = 0{,}642$; auf Oberflächen leitender Flüssigkeiten schliefslich $n = 1$; der Zahlfaktor wird $1 : 3$.

Im Anschlufs an diese Ausführungen spricht Prof. Dr. A. Witting.

Die von Prof. Dr. M. Toepler ausgeführte Volumberechnung gelingt auch noch in anderer Weise und läfst dann erkennen, dafs eine grofse Gruppe von Körpern in dieser Weise behandelt werden kann. Das wesentliche Merkmal der oben betrachteten Gebilde besteht darin, dafs sie von Ebenen, die zur Basis parallel sind, in ähnlichen Figuren geschnitten werden. Man braucht also blofs einen analytischen Ausdruck hierfür aufzustellen. Diesen erlangt man aber aus der Tatsache, dafs bei beliebig gestalteter Basis in der xy-Ebene die durch die z-Achse gelegten Ebenen affine Kurven ausschneiden müssen. Sei also die Basiskurve in Polarkoordinaten gegeben durch

$$r_0 = x_0 \,.\, \varphi(\alpha),$$

so setzen wir fest, dafs $\varphi(\alpha)$ eine ganz beliebige stetige Funktion sein soll (z. B. auch eine Tabellenfunktion), und dafs $\varphi(0) = 1$ sei. Ist dann in der xz-Ebene die Meridiankurve

$$f(x, z) = 0$$

gegeben, so ist

$$f(r, z) = 0, \text{ wobei } r = x \,.\, \varphi(\alpha),$$

die Meridiankurve in der Ebene, welche mit der xz-Ebene den Winkel α bildet. Ist nun G_0 die Basis und G_z der in der Höhe z zur Basis parallele Querschnitt, so folgt

$$G = \frac{G_0}{x_0{}^2} \cdot x^2,$$

also wird das Volumen von $z = 0$ bis $z = h$

$$\int\limits_0^h G_z \,.\, dz = \frac{G_0}{x_0{}^2} \int\limits_0^h x^2 \,.\, dz.$$

Man erkennt leicht, dafs eine Verschiebung der z-Achse gleichzeitig mit einer affinen Veränderung der Meridiankurven die Querschnitte, also auch das Volumen nicht ändert. U. s. w.

Nimmt man als Meridiankurve z. B. die Ellipse $\frac{x^2}{x_o{}^2} + \frac{z^2}{h^2} = 1$, so erhält man das

$$\text{Volumen} = \frac{2}{3} G_o \,.\, h,$$

eine Formel, die das Ellipsoid mit einschliefst.

Nimmt man als Meridiankurve die gerade Linie $\frac{a-x}{z} = \frac{a-b}{h}$, wobei $x_o = a$ gesetzt wurde, so wird das

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} h\, G_o\, (a^2 + ab + b^2),$$

eine Formel, die den Kegelstumpf als Sonderfall enthält.

Prof. Dr. A. Witting spricht über näherungsweise Berechnung der Werte irrationaler Ausdrücke.

Wenn in einer der Gleichungen

$$\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)^3 = 99 - 70\sqrt{2}, \quad (\sqrt{2}-1)^6 = 99 - 70\sqrt{2}, \quad (3 - 2\sqrt{2})^3 = 99 - 70\sqrt{2}$$

auf beiden Seiten statt $\sqrt{2}$ ein rationaler Näherungswert, etwa $\frac{7}{5}$ oder $\frac{17}{12}$, eingesetzt wird, so können, wie Vortragender zeigt, beträchtliche Fehler entstehen.

Siebente Sitzung am 29. Dezember 1906. — Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. — Anwesend 33 Mitglieder und Gäste.

Die Sitzung findet auf Einladung des Direktors Prof. Dr. P. Schreiber im K. S. Meteorologischen Institut, Gr. Meifsner Str. 15, statt und ist mit einer Besichtigung des Instituts verbunden.

Direktor Prof. Dr. P. Schreiber spricht über Anwendung der Thermodynamik in der Meteorologie.

Der Vortragende hat die bereits im Jahre 1893 begründete Behandlung der Zustands- und Wärmegleichungen wasserhaltiger Luft (Civilingenieur XXXIX, Heft 8; Abhandlungen des K. S. Meteorologischen Instituts, Heft 1) nochmals umgearbeitet und die Formeln für die praktische Anwendung zurecht gemacht. Für vier Zustände, nämlich absolut trockene Luft und Wassergehalte von ca. 30, 60 und 120 g pro kg Luft-Wassergemisch hat er alle hierbei auftretenden Funktionen graphisch dargestellt. Er zeigt an der Hand graphischer Darstellungen, wie sich diese Grundlagen zur Lösung der verschiedensten Aufgaben (Zustandsänderungen bei konstantem Druck, oder konstantem Volumen, oder konstanter Temperatur, weiter adiabatischen Erscheinungen mit gewöhnlichem Verlauf oder Eintritt der Übersättigung resp. des Erstarrungsverzugs, endlich das Problem der Mischung von Luft-Wasser bei konstantem Druck) verwenden lassen, dafs die hierauf zu verwendende Arbeit eine sehr geringe ist und dafs es möglich sein wird, mit den für nur 4 Wassergehalte gemachten graphischen Darstellungen die Resultate für alle beliebigen Wassergehalte von 0 bis 120 g pro kg abzuleiten.

VII. Hauptversammlungen.

Siebente Sitzung am 25. Oktober 1906. Vorsitzender: Geh. Hofrat Prof. Dr. G. Helm. — Anwesend 51 Mitglieder und Gäste.

Die Gesellschaft beschliefst, diejenigen Mitglieder, welche es wünschen und bereit sind, die erforderlichen Karten adressiert und frankiert der

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte und Abhandlungen der Naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis in Dresden

Jahr/Year: 1906

Band/Volume: 1906

Autor(en)/Author(s): Grübler Mart.

Artikel/Article: VI. Sektion für reine und angewandte Mathematik 19-22