Prof. Dr. A. Witting hält einen Vortrag: Neues über Linienspektra unter besonderem Eingehen auf die neuesten Arbeiten über den Dopplereffekt an Kanalstrahlen.

Zweite Sitzung am 7. März 1907. Vorsitzender: Prof. Dr. M. Toepler.

— Anwesend 48 Mitglieder und Gäste.

Prof. Dr. A. Lottermoser hält einen Experimentalvortrag: Einiges über kolloidale Metalle.

Dritte Sitzung am 3. Mai 1907. Vorsitzender: Prof. Dr. M. Toepler.

— Anwesend 60 Mitglieder und Gäste.

Unter Führung und erläuterndem Vortrage durch Prof. W. Kübler wird das Fernheiz- und Elektrizitätswerk der Technischen Hochschule besichtigt. Hieran schließen sich Besichtigungen des Instituts für Telegraphie und Signalwesen mit Lichtbildervortrag über Telegraphie ohne Draht durch Geh. Baurat Prof. Dr. R. Ulbricht und des Elektrotechnischen Instituts unter Prof. J. Görges mit Demonstrationen im großen Hörsaale desselben.

## VI. Sektion für reine und angewandte Mathematik.

Erste Sitzung am 17. Januar 1907. Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. — Anwesend 14 Mitglieder.

Geh. Hofrat Prof. Dr. M. Krause spricht zur Theorie des ebenen Gelenkvierecks.

Wenn von den vier Seiten eines ebenen Gelenkvierecks die eine festgehalten wird, so lassen sich die trigonometrischen Funktionen der Richtungswinkel der drei übrigen Seiten als elliptische Funktionen eines Parameters darstellen. Der Vortragende entwickelt diese Darstellung nach einer durchsichtigen und eleganten Methode, indem er von der Theorie der Thetafunktionen III. Ordnung Gebrauch macht und insbesondere den Satz benutzt, daß zwischen je vier solchen Funktionen immer wenigstens eine homogene lineare Relation mit konstanten Koeffizienten besteht.

Zweite Sitzung am 14. März 1907. Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. — Anwesend 17 Mitglieder.

Prof. Dr. Ph. Weinmeister spricht über die Ellipse im Dienste der Landwirtschaft.

Bei der Entwässerung einer ebenen Wiese von gegebener Neigung gegen die Horizontalebene kommt der folgende geometrische Satz in Betracht: Die Orthogonalprojektion c' einer beliebigen ebenen Schnittkurve c des Rotationskegels auf die durch die Kegelspitze S senkrecht zur Kegelachse gelegte Ebene ist so beschaffen, daß der Abstand eines beliebigen Punktes der Kurve c' vom Punkte S zu seinem Abstande von einer gewissen festen Geraden in einem konstanten Verhältnis steht. Für diesen Satz gibt Vortragender einen einfachen und direkten Beweis.

Studienrat Prof. Dr. R. Heger spricht über die Kugeln, die einem unebenen Viereck  $A_1$   $A_2$   $A_3$   $A_4$  eingeschrieben sind.

Es werde die auf der Ebene des Winkels  $A_i$ , stehende Höhe des Tetraeders  $A_1$   $A_2$   $A_3$   $A_4$  mit  $h_i$ , der jenige Winkel bei  $A_i$ , auf dessen Symmetrieebene die Kugelmitte M liegt, mit  $2\alpha_i$ , die Tangente von  $A_i$  an die Kugel mit  $t_i$ , der an der Kante  $A_i$   $A_k$  liegende Raumwinkel des Tetraeders  $A_1$   $A_2$   $A_3$   $A_4$  mit  $\beta_{ik}$ , die Kante  $A_i$   $A_k$  mit  $2l_{ik}$ , der Kugelhalbmesser mit  $\beta$  bezeichnet; ferner seien x y z die rechtwinkligen Koordinaten von M und  $\xi_1$   $\xi_2$   $\xi_3$   $\xi_4$  die homogenen Koordinaten von M in bezug auf das Tetraeder  $A_1$   $A_2$   $A_3$   $A_4$ . – Dann erhält man

1. aus der Plückerschen Formel 
$$\frac{\xi_1}{h_1} + \frac{\xi_2}{h_2} + \frac{\xi_3}{h_3} + \frac{\xi_4}{h_4} = 1$$

und aus

$$\xi_i^2 = \rho^2 - t_i^2 tg^2 \alpha_i$$

eine Gleichung für ρ, nämlich die Relation

$$\frac{1}{h_1} \sqrt{\rho^2 - t_1^2 t g^2 a_1 + \dots + \frac{1}{h_4}} \sqrt{\rho^2 - t_4^2 t g^2 a_4} = 1;$$

2. aus dem Kreisviereck, das die anstoßenden Seiten  $\xi_i \, \xi_k$  und M gegenüber den Winkel Bik hat, die Formel

 $\rho^2 \sin^2 \beta i k = t i^2 t g^2 \alpha i + t k^2 t g^2 \alpha k - 2t i t_k t g \alpha i t g \alpha^k \cdot \cos \beta i k;$ 

3. aus der Cayleyschen Gleichung (Baltzer, Determinanten, § 16, 11) für die Strecken zwischen fünf Punkten die Relation

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 4l_{12}{}^2 & 4l_{13}{}^2 & 4l_{14}{}^2 & \rho^2 + t_1{}^2 \\ 1 & 4l_{12}{}^2 & 0 & 4l_{23}{}^2 & 4l_{24}{}^2 & \rho^2 + t_2{}^2 \\ 1 & 4l_{13}{}^2 & 4l_{23}{}^2 & 0 & 4l_{34}{}^2 & \rho^2 + t_3{}^2 \\ 1 & 4l_{14}{}^2 & 4l_{24}{}^2 & 4l_{34}{}^2 & 0 & \rho^2 + t_4{}^2 \\ 1 & \rho^2 + t_1{}^2 & \rho^2 + t_2{}^2 & \rho^2 + t_3{}^2 & \rho^2 + t_4{}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$
 fixient, you  $\rho^4$  in der Determinante verschwindet identisch in

Der Koeffizient von ρ<sup>4</sup> in der Determinante verschwindet identisch, und man erhält

$$2\rho^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 4l_{12}^2 & 4l_{13}^2 & 4l_{14}^2 & t_1^2 \\ 1 & 4l_{12}^2 & 0 & 4l_{23}^2 & 4l_{24}^2 & t_2^2 \\ 1 & 4l_{13}^2 & 4l_{23}^2 & 0 & 4l_{34}^2 & t_3^2 \\ 1 & 4l_{14}^2 & 4l_{24}^2 & 4l_{34}^2 & 0 & t_4^2 \\ 1 & t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 & t_4^2 & 0 \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 4l_{12}^2 & 4l_{13}^2 & 4l_{14}^2 \\ 1 & 4l_{12}^2 & 0 & 4l_{23}^2 & 4l_{24}^2 \\ 1 & 4l_{13}^2 & 4l_{23}^2 & 0 & 4l_{34}^2 \\ 1 & 4l_{12}^2 & 4l_{23}^2 & 0 & 4l_{34}^2 \end{bmatrix}$$
 its Gleichungen der Ebenen, welche die Kugelmitte enthalten und mit d

Die Gleichungen der Ebenen, welche die Kugelmitte enthalten und mit den Seiten des Vierecks rechte Winkel bilden, sind, wenn mit aik, bik, cik die Richtungscosinus von  $A_i A_k$  bezeichnet werden,

$$a_{ik} \cdot x + b_{ik} \cdot y + c_{ik} \cdot z = \frac{1}{4 l_{ik}} \Big( r_i^2 - r_k^2 - t_i^2 + t_k^2 \Big),$$

wobei

$$r_{i^{2}} = x_{i^{2}} + y_{i^{2}} + z_{i^{2}}$$

ist.

Staatsrat Prof. M. Grübler spricht über Gleichgewicht und Ruhe.

An dem Beispiel eines materiellen Punktes, der in vertikaler kreisförmiger Bahu unter ausschließlichem Einfluß der Schwerkraft steht, wird gezeigt, daß Gleichgewichtslagen und Ruhelagen nicht gleichbedeutend zu sein brauchen.

Geh. Hofrat Prof. Dr. G. Helm spricht über eine Konstruktion des Krümmungskreises bei Kegelschnitten.

Es handelt sich um die Aufgabe, zu einem nebst seiner Tangente t gegebenen Kegelschnittspunkte P das Krümmungszentrum C zu finden; als bekannt werden vorausgesetzt der Mittelpunkt M des Kegelschnitts und die Richtungen (nicht die Längen) der Achsen. Man kann zunächst die Normale n und die nach dem zweiten Schnittpunkte des Krümmungskreises mit dem Kegelschnitt führende Gerade s zeichnen (s und t liegen harmonisch zu den Achsenrichtungen!). Wird nun der zu P in bezug auf eine Achse des Kegelschnitts symmetrische Punkt P' geradlinig mit M verbunden und die erhaltene Gerade mit s zum Schnitt gebracht, so geht die im Schnittpunkt H auf s errichtete Senkrechte durch das Krümmungszentrum, das sich andrerseits auch auf n vorfinden muss.

Dritte Sitzung am 13. Juni 1907. Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. - Anwesend 12 Mitglieder.

Konrektor Prof. Dr. R. Henke spricht über Gegenpunkte und Gegenkurven beim Dreieck.

Verbindet man einen beliebigen Punkt P der Ebene geradlinig mit den Ecken A, B, C eines gegebenen festen Dreiecks und konstruiert zu den drei entstehenden Ecktransversalen dieses Dreiecks die Gegentransversalen\*), so gehen diese wieder durch einen Punkt  $P_1$ , welchen man den Gegenpunkt von  $P_1$  in bezug auf das gegebene Dreieck nennt. Da hiernach jedem Punkt P ein bestimmter Gegenpunkt  $P_1$  zugeordnet ist, so wird auch jeder Kurve c — gedacht als geometrischer Ort von P — eine bestimmte neue Kurve  $c_1$  — als geometrischer Ort von  $P_1$  — entsprechen; diese Kurve wird dann als Gegenkurve von c bezeichnet.

Der Vortragende führt nun aus, wie durch Einführung der Beziehung zwischen Kurve und Gegenkurve eine große Anzahl von Sätzen und Tatsachen der neueren Dreiecksgeometrie, die sonst isoliert auftreten, in einen inneren Zusammenhang gebracht werden können. So zeigt sich z. B. daß die Gegenkurve zu einer Geraden stets ein durch die Ecken A, B, C des gegebenen Dreiecks gehender Kegelschnitt ist; insbesondere entspricht der unendlich fernen Geraden der Umkreis des Dreiecks, der Geraden von Lemoine die Steinersche Ellipse, dem Brocardschen Durchmesser des Brocardschen Kreises die Kiepertsche gleichseitige Hyperbel. Allgemein tritt als Gegenkurve zu einer gegebenen Geraden eine Ellipse, oder eine Parabel, oder eine Hyperbel auf, je nachdem diese Gerade den Umkreis meidet oder berührt oder schneidet; und insbesondere ergibt sich eine gleichseitige Hyperbel, wenn die Gerade durch den Umkreismittelpunkt geht; der Mittelpunkt einer solchen gleichseitigen Hyperbel befindet sich stets auf dem Feuerbachschen Kreise, und die Asymptoten sind zwei Simsonsche gerade Linien.

Studienrat Prof. Dr. R. Heger spricht über die Berechnung der homogenen Koordinaten des 9. Schnittpunktes zweier Kurven III. Ordnung aus 8 gegebenen.

## VII. Hauptversammlungen.

Erste Sitzung am 31. Januar 1907. Vorsitzender: Prof. Dr. E. Kalkowsky. - Anwesend 88 Mitglieder und Gäste.

Geh. Hofrat Prof. Dr. G. Helm spricht über die neueren Ansichten über das Wesen der Naturerkenntnis.

zeugung, daß die wissenschaftliche Naturerkenntnis auf grundsätzlich denselben Wegen zu stande kommt, auf denen wir alltäglich uns in unserer Umwelt zurecht zu finden wissen.

Diese neuere Richtung fand ihren Philosophen von Fach in Richard Avenarius,

der den natürlichen Weltbegriff, den wir alle hatten, ehe wir zu philosophieren begannen, als ausreichende Grundlage der aus Erfahrung geschöpften Erkenntnis betont.
Poincaré hat neuerdings die Ergebnisse dieser deutschen Forscher mit französischer Klarheit und Präzision dargestellt, und die Schriften dieses großen Mathematikers waren der unmittelbare Anlaß des Vortrags.

<sup>\*)</sup> Zwei von einer Ecke des Dreiecks ausgehende Transversalen werden als Gegentransversalen bezeichnet, wenn sie symmetrisch liegen zur Halbierungslinie des betreffenden Dreieckswinkels.

## ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte und Abhandlungen der

Naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis in Dresden

Jahr/Year: 1907

Band/Volume: 1907

Autor(en)/Author(s): Grübler Mart.

Artikel/Article: VI. Sektion für reine und angewandte Mathematik 11-

<u>13</u>