Unter den mannigfachen Entstehungsbedingungen gleitender Entladung sind zwei von besonderer Wichtigkeit. Die eine, durch Einfachheit ausgezeichnet, liegt vor, wenn eine konstante Spannung plötzlich an die Enden der Funkenbahn angelegt wird. Die andere hat neuerdings für die Technik eine hervorragende Bedeutung gewonnen; bei ihr handelt es sich um Anlegung hochgespannter Wechselströme. Eingehender ist bisher nur die erste Art untersucht.

Man erhält leicht mit kleiner Spannung auffallend lange Gleitfunken auf Metallpulvern, vergoldeten Bilderrahmen, Rufs, feuchtem Gips (Stuck), feuchtem Holze, feuchtem oder auch trockenem Schiefer, Basalt, Wasseroberflächen, aber auch unter bestimmten Bedingungen auf blanken, trockenen, nichtleitenden Isolatorenoberflächen (Glimmer, Glas, Porzellan). Vortragender zeigte dies durch eine grofse Reihe von Experimenten. Während bei erstgenannten Fällen die Verdampfung des Bahnmaterials zur Funkenbildung mit beiträgt, ist diese in den weiteren Fällen ausschliefslich durch eine Eigentümlichkeit der Elektrizitätsleitung der Gase (Luft) ermöglicht. Gase sind (ähnlich wie z. B. der Glühkörper in der Nernstlampe) für schwache Ströme schlechte Leiter, für starke dagegen sehr gute. Infolgedessen gelten für kurze, schwache Entladungen ganz andere Gesetze als für so starke Entladungen, wie sie bei den Gleitphänomen vorliegen. Als bemerkenswerte Gesetze für die Gleitfunkenbildung wurden vom Vortragenden gefunden:

1. Die Gleitfunkenlänge ist proportional der Aufnahmefähigkeit der Bahnlängeneinheit für Elektrizität.
2. Die gröfstmögliche Gleitfunkenlänge ist je nach festgestellten Umständen der zweiten bis fünften Potenz der Spannung proportional.

Die grofse Wachstumsfähigkeit macht die gleitende Entladung (wegen der mit ihr verbundenen Brand- und Kurzschlufsgefahr) zu einem für die Technik hochgespannter Ströme sehr zu fürchtenden Phänomen; schon heute kommt die Frage der Formgebung von Isolierungen für hohe Spannungen zum grofsen Teile auf das Problem der Vermeidung von Gleitprozessen auf Isolatorenoberflächen hinaus.

Auch alle weithingehenden Raumbüschel zeigen Gleitcharakter. Der Schlüssel zu ihrer Erklärung und quantitativen Beurteilung ist durch obengenannte Gesetze gegeben. Zu völlig fehlerhaften Schlüssen mufs es dagegen führen, wenn man die Gesetze der direkten Entladung über kurze Luftstrecken auf irgendwelche Gleitphänomen anwendet, also speziell auch, wie das bisher immer geschehen ist, auf das gröfste Gleitphänomen, die Blitzbildung.

Fünfte Sitzung am 5. Dezember 1907. Vorsitzender: Prof. Dr. M. Toepler. — Anwesend 39 Mitglieder und Gäste.

Direktor Dr. A. Beythien spricht über neuere Aufgaben der Nahrungsmittelchemie.

VI. Sektion für reine und angewandte Mathematik.

Vierte Sitzung am 4. Juli 1907. Vorsitzender: Prof. Dr. A. Witting. — Anwesend 10 Mitglieder und Gäste.

Staatsrat Prof. M. Grübler spricht über die Elastizitätstheorie.

Der Vortragende erwähnt einleitungsweise, dafs man bisher zwischen Dehnung und Spannung in Körpern das Proportionalitätsgesetz: $\varepsilon = \alpha_0 . \sigma = \frac{l}{E_0}$ oder auch das Bachsche Potenzgesetz $\varepsilon = \alpha_0 . \sigma^n$ angenommen hat. Das letztere Gesetz hat aber den Nachteil, dafs für den Fall $\sigma = 0$ der Elastizitätsmodul $E_0 = \infty$ wird. Wahrscheinlich besteht ein komplizierteres Gesetz $\varepsilon = f(\sigma)$ als das Proportionalgesetz bei vielen Körpern.

Während bisher die Zugfestigkeit durch die Zerreifsungsmethode bestimmt wurde, ermittelte der Vortragende diese an auf Innendruck beanspruchten Hohlzylindern und erläutert näher sein zur Bestimmung der Zugfestigkeit dienendes Verfahren. Er hebt hervor, dafs es ihm gelungen sei, den Innenraum eines Hohlzylinders unter starken Druck zu setzen, ohne den Körper selbst durch irgendwelche andere Kräfte zu beanspruchen.

Diese Art der Beanspruchung entspricht auch genau der Differentialgleichung des Deformationsvorganges.

Ist E der Elastizitätsmodul für Druck, E_z der für Zug, σ die tangentiale, ν die radiale Spannung und λ die bekannte Konstante, so ergibt sich

als Dehnung in tangentialer Richtung: $\varepsilon_t = \frac{\sigma}{E_z} - \lambda \frac{\nu}{E} = \frac{v}{r}$,

als Dehnung in radialer Richtung: $\varepsilon_r = \frac{\nu}{E} - \lambda_z \frac{\sigma}{E_z} = \frac{dv}{dr} = v'$.

Hieraus folgt

$$\sigma = \frac{E_z}{1 - \lambda\lambda_z}\left\{\frac{v}{r} + \lambda v'\right\} \text{ und } \nu = \frac{E}{1 - \lambda\lambda_z}\left\{\lambda_z \frac{v}{r} + v'\right\}.$$

Setzt man demnach $\frac{E_z}{E} = \mu^2$ und $1 + \lambda_z - \lambda\mu^2 = c$, so lautet die Differentialgleichung der Deformation:

$$v'' + \frac{c}{r} \cdot v' = \mu^2 \cdot \frac{v}{r^2},$$

die Integralgleichung derselben hingegen

$$v = A \,.\, r^{m_1} + B \,.\, r^{m_2},$$

wobei m_1 und m_2 die Wurzeln der quadratischen Gleichung

$$m^2 + (c - 1) \,.\, m - \mu^2 = 0$$

sind. Es berechnet sich dann für $r = r_1$ das Maximum der Spannung σ zu

$$\sigma_1 = \frac{p_1}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{m_1 - m_2} - 1}\left\{m_1 - m_2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{m_1 - m_2}\right\}.$$

Nimmt man nun

1) $\mu = 1$ (Proportionalitätsgesetz) und $\lambda = \lambda_z$, so wird $m = \pm 1$ und

$$\sigma_1 = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} p_1$$ (Lamé); [hierin bezeichnet p_1 den Innendruck]

2) $\lambda_z = \lambda = 0$, so ist $m = \pm \mu$ und $\sigma_1 = \mu \frac{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{2\mu} + 1}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{2\mu} - 1} p_1$,

woraus für den Fall $\mu^2 = \frac{1}{4}$ sich $\sigma_1 = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} \cdot \frac{p_1}{2}$ ergibt;

3) $\lambda = \lambda_z = \frac{1}{4}$ (Poisson), so ist $m = \frac{\mu^2 - 1}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{\mu^2 - 1}{8}\right)^2 + \mu^2}$,

woraus für $\mu = \frac{1}{2}$ sich $m_1 = 0{,}4150$, $m_2 = -0{,}6025$ und

$$\sigma_1 = \frac{0{,}4150 + 0{,}6025\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{1{,}0175}}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{1{,}0175} - 1} p_1$$ ergibt.

Diese Spezialfälle haben bei einem Versuch u. a. folgende Werte ergeben:

1) $\lambda > 0$	2) $\lambda_z = \lambda = 0$	3) $\lambda = \lambda_z = \frac{1}{4}$
$\mu = 1$	$\mu = \frac{1}{2}$	$\mu = \frac{1}{2}$
$\sigma_1 = 39{,}82$	$36{,}67$	$38{,}78$ *at*,

welche nur sehr wenig von einander abweichen, trotzdem im ersten Falle $E_z = E$ und im letzten $E_z = \frac{1}{4} E$ ist.

Fünfte Sitzung am 10. Oktober 1907. Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. — Anwesend 12 Mitglieder.

Prof. Dr. E. Naetsch spricht über Lichtgrenzkurven und geodätische Linien.

Als eine Lichtgrenzkurve einer gegebenen Fläche soll jede Kurve bezeichnet werden, welche auf dieser Fläche liegt und so beschaffen ist, dafs die zu den Punkten der betreffenden Kurve gehörenden Tangentialebenen der Fläche sämtlich zu einer und derselben Richtung (Lichtrichtung!) parallel sind, dafs also die längs der Kurve um die Fläche beschriebene Developpable eine Zylinderfläche ist. Dann läfst sich leicht einsehen, dafs es auf jeder nicht abwickelbaren Fläche im ganzen ∞^2 Lichtgrenzkurven geben mufs. Andererseits enthält aber die Fläche bekanntlich auch genau ∞^2 geodätische Linien; es ist daher der Fall denkbar, dafs auf einer nicht abwickelbaren Fläche jede Lichtgrenzkurve eine geodätische Linie und auch umgekehrt jede geodätische Linie eine Lichtgrenzkurve ist. Dafs dieser Fall wirklich vorkommt, zeigt das Beispiel der Kugeloberfläche.

Im Vortrage wird nun auf analytischem Wege der Nachweis erbracht, dafs die Kugeloberfläche die einzige Fläche von der gewünschten Beschaffenheit ist. Zu diesem Zwecke wird zunächst für eine beliebige Fläche, deren Gleichung in der Form $z = f(x, y)$ angesetzt wird, einerseits die Differentialgleichung der Lichtgrenzkurven, andererseits die Differentialgleichung der geodätischen Linien aufgestellt; hierauf werden die notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür formuliert, dafs diese beiden gewöhnlichen Differentialgleichungen II. Ordnung miteinander identisch sein sollen. Es ergeben sich vier Bedingungsgleichungen, welche sich als vier partielle Differentialgleichungen III. Ordnung mit derselben unbekannten Funktion $f(x, y)$ erweisen. Die nähere Untersuchung zeigt, dafs dieselben ein „beschränkt integrables" System bilden und dafs sich dieses zurückführen läfst auf ein System von zwei partiellen Differentialgleichungen II. Ordnung, welches seinerseits „unbeschränkt integrabel" ist; nämlich auf das bekannte, sofort geometrisch zu deutende System

$$\frac{r}{1+p^2} = \frac{s}{pq} = \frac{t}{1+q^2}.$$

Bildet man aber mit der vollständigen Lösung des letzteren Systems, mit der Funktion

$$f(x, y) \equiv c + \sqrt{k^2 - (x-a)^2 - (y-b)^2} \quad (a\ b,\ c,\ k \text{ willkürliche Konstanten})$$

die Gleichung $z = f(x, y)$, so hat man die Gleichung ∞^4 der Kugeloberflächen des Raums. Diese sind somit in der Tat die einzigen Flächen von der gewünschten Beschaffenheit.

Sechste Sitzung am 12. Dezember 1907. Vorsitzender: Staatsrat Prof. M. Grübler. — Anwesend 14 Mitglieder und Gäste.

Geh. Hofrat Prof. Dr. G. Helm spricht über die Beziehungen der Sammelbegriffe zur Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Unter Bezugnahme auf seinen früher in der Isis (Sitzungsberichte 1899, S. 11) gehaltenen Vortrag über statistische Beobachtungen biologischer Erscheinungen entwickelt der Vortragende den Gedanken, die von Fechner zuerst bearbeiteten Kollektivgegenstände zur erfahrungsmäfsigen Grundlage der Wahrscheinlichkeitslehre zu machen. Nach dieser Auffassung bezeichnet Wahrscheinlichkeit niemals eine Eigenschaft des Einzelgegenstandes, von dem sie ausgesagt wird, sondern des Sammelbegriffs, dem dieser Einzelgegenstand angehört; nur über den Sammelbegriff, nicht über irgendein einzelnes ihm angehöriges Exemplar besitzen wir statistisches Wissen, und wenn wir es mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsbegriffs als ein quasi-Wissen über den Einzelgegenstand darstellen, so ist das nur eine oft bequeme, aber mit Vorsicht zu gebrauchende Ausdrucksweise. So gibt z. B. die Wahrscheinlichkeit, aus einer Urne, die s schwarze und w weifse Kugeln enthält, bei zwei Zügen zwei weifse Kugeln zu ziehen, eine Eigenschaft des Sammelbegriffs aller Ziehungen von Kugelpaaren aus dieser Urne an, nämlich das Häufigkeitsverhältnis der Paare weifser Kugeln zu allen möglichen Paaren.

Die elementaren Lehrsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergeben sich bei diesem Ausgangspunkte unmittelbar durch Anwendung des disjunktiven Urteils auf die Sammelbegriffe.

Während des Vortrags wurden verschiedene der Erfahrung entnommene oder auch logisch kombinierte Sammelbegriffe besprochen, zum Schlusse auch die kollektiven Begriffe physikalischer Natur, auf die der Vortragende bei der diesjährigen Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte hingewiesen hat.