Zweite Sitzung am 4. März 1909. Vorsitzender: Prof. Dr. A. Lottermoser. — Anwesend ca. 80 Mitglieder und Gäste.

Geh. Hofrat Prof. Dr. Fr. Förster führt zwei elektrochemische Vorlesungsexperimente vor.

Obgleich das Aluminium ein unedles Metall ist, ist es doch sehr widerstandsfähig gegen oxydierende Einflüsse. Das kommt daher, daſs es sich mit einer kaum wahrnehmbaren dünnen Oxydschicht bedeckt, die einen schützenden Überzug bildet. Auch bei anodischer Polarisation entsteht sofort eine Schicht von Oxyd oder basischem Salz, welche einen hohen Übergangswiderstand bildet. Diese Eigenschaft wird bekanntlich benutzt, um Wechselstrom in Gleichstrom umzuwandeln.

Der Vortragende führt dann ein durch Werner von Bolten wieder bekannter gewordenes, interessantes Experiment vor, welches nur durch die erwähnte Eigenschaft des Aluminiums möglich ist: Ein Stück Aluminiumdraht wird elektrisch erhitzt, er überzieht sich mit Oxyd, in dieser höchst festen Oxydhaut schmilzt das Metall, und der Draht kann als stromdurchflossener Leiter durch einen Elektromagneten in Bewegung versetzt werden.

Das zweite Experiment besteht in der Vorführung des Castnerschen Quecksilberverfahrens der Alkalichloridelektrolyse in einem für Experimentierzwecke von Le Blanc konstruierten gläsernen Apparate. Dieser besitzt drei Abteilungen, die durch Glasscheidewände von einander getrennt sind, die nicht ganz den Boden erreichen. Der Boden ist mit Quecksilber bedeckt, welches die Scheidewände verschlieſst. Durch schaukelnde Bewegung des Apparates flieſst das Quecksilber hin und her. In der einen, mittleren Abteilung, wo eine Graphitanode in die Alkalichloridlösung taucht, wird Chlor am Graphit gebildet, welches abgeleitet und verwertet wird. In den beiden anderen Abteilungen werden Eisenelektroden zu Kathoden gemacht. So fungiert das Quecksilber als Mittelleiter, ist der Kohle gegenüber Kathode und nimmt Natrium oder Kalium als Amalgam auf. In den beiden anderen Abteilungen dagegen ist das Quecksilber den Eisenkathoden gegenüber Anode, so daſs das Amalgam unter Alkalibildung und Wasserstoffentwicklung zersetzt wird.

Auf einige Bemerkungen von Prof. Dr. H. Rebenstorff antwortet der Vortragende mit kurzen Worten.

Dritte Sitzung am 6. Mai 1909. Vorsitzender: Prof. Dr. A. Lottermoser. — Anwesend 56 Mitglieder und Gäste.

Direktor Dr. A. Beythien hält einen Vortrag über die chemischen Grundlagen einer rationellen Ernährung.

Der Vortragende gibt zunächst die Zahlen für den täglichen Eiweiſs-, den Kohlehydrat- und den Fettbedarf eines erwachsenen Menschen. Dann verbreitet er sich über den Gehalt der wichtigsten Nahrungsmittel an diesen Stoffen. Endlich zieht er den Preis der einzelnen Nahrungsmittel und die Menge und den Preis der in ihnen enthaltenen Ernährungsbestandteile in Vergleich und kommt zu dem Resultate, daſs als Volksernährung vor allem preiswert und dem Bedarf des Menschen an den verschiedenen Ernährungsbestandteilen am besten angepaſst Fische (in erster Linie der Hering) und Magerkäse neben Kohlehydraten zu empfehlen sind.

Zum Schluſs geht der Vortragende noch auf die Eigenschaften verschiedener Genuſsmittel und ihre Einwirkung auf den menschlichen Organismus ein.

An den Vortrag schlieſst sich eine äuſserst rege Diskussion an.

VI. Sektion für reine und angewandte Mathematik.

Erste Sitzung am 11. Februar 1909. Vorsitzender: Prof. Dr. A. Witting. — Anwesend 11 Mitglieder.

Studienrat Prof. Dr. R. Heger spricht zur Konstruktion der rationalen Kurven 3. Ordnung. (Vergl. Abhandlung V.)

Geh. Hofrat Prof. Dr. Ph. Weinmeister spricht über die Ableitung der Formel für den Mantel des schief abgeschnittenen Umdrehungskegels.

Projiziert man die in der Grundfläche des Kegels entstehende Schnittellipse mit den Achsen $2a$ und $2b$ auf eine durch die Spitze O gehende Ebene, die zur Achse des Umdrehungskegels senkrecht steht, so entsteht in dieser eine Ellipse mit den Achsen $2a'$ und $2b$, deren Fläche sich darstellen läſst als Projektion des Kegelmantels M in ihre Ebene, also ist

$$M = \frac{\pi a' b}{\sin \psi} = \pi a b \frac{\sin \alpha}{\sin \psi}, \tag{1}$$

wenn 2ψ der Öffnungswinkel des Umdrehungskegels und α der Winkel ist, den die Umdrehungsachse mit der Grundfläche bildet. Derjenige Achsenschnitt OAB des Kegels, welcher senkrecht zur Grundfläche steht, ist ein Dreieck, dessen eine Seite $AB = 2a$ ist, während die beiden anderen Seiten mit l_1 und l_2, d. i. die längste und die kürzeste Mantellinie des Kegels, bezeichnet werden sollen. Die Seite $2a$ dieses Dreiecks zerfällt durch die Kegelachse OO' in die beiden Abschnitte $AO' = i_1$ und $O'B = i_2$. Da aber

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \psi} = \frac{l_1}{i_1} = \frac{l_2}{i_2} = \sqrt{\frac{l_1 l_2}{i_1 i_2}} \text{ und } a = \frac{i_1 + i_2}{2},$$

so hat man

$$M = \frac{\pi b}{2}(i_1 + i_2)\sqrt{\frac{l_1 l_2}{i_1 i_2}} = \frac{\pi b}{2}\left(\sqrt{\frac{i_1}{i_2}} + \sqrt{\frac{i_2}{i_1}}\right)\sqrt{l_1 l_2}.$$

Weil ferner

$$\sqrt{\frac{i_1}{i_2}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \text{ und } \sqrt{\frac{i_2}{i_1}} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}$$

ist, so wird

$$M = \pi \frac{l_1 + l_2}{2} b. \tag{2}$$

Denkt man sich nun, um b auszudrücken, in den Kegel eine Kugel eingeschrieben, so wird diese die Grundfläche in einem Brennpunkte F der Ellipse berühren. Der Achsenschnitt des Kegels schneidet die Kugel in dem dem Dreieck OAB eingeschriebenen Kreise, der insbesondere AB in F berührt. Nun ist einerseits, weil ψ der halbe Winkel des Dreiecks OAB in O ist, nach einer bekannten Formel der Trigonometrie

$$\sin \psi = \sqrt{\frac{AF \cdot BF}{l_1 l_2}},$$

andererseits, weil F Brennpunkt der Ellipse mit den Halbachsen a, b ist,

$$AF \cdot FB = b^2,$$

mithin

$$b = \sqrt{l_1 l_2} \sin \psi. \tag{3}$$

Also wird

$$M = \pi \frac{l_1 + l_2}{2} \sqrt{l_1 l_2} \sin \psi. \tag{4}$$

Setzt man im speziellen Falle $l_1 = l_2 = l$ und

$$l \sin \psi = r,$$

so ergibt sich die bekannte Formel für den Mantel des geraden Kreiskegels

$$M = \pi l r. \tag{5}$$

Der Vortragende bemerkt zum Schlusse, daſs aus Gleichung (4) die Formel für die Oberfläche des Hufes hergeleitet werden kann.

Zweite Sitzung am 15. April 1909. Vorsitzender: Prof. Dr. A. Witting. — Anwesend 16 Mitglieder und Gäste.

Prof. Dr. F. Müller nimmt das Wort zur Gedächtnisrede an Hermann Graſsmann. (Vergl. Abhandlung IV.)

Bauamtmann Dr. A. Schreiber spricht über Bedingungsgleichungen für Rückwärtsschnitte.

Gegeben sind 4 Punkte A_1, A_2, A_3, A_4. Den Strahlen von einem beliebigen Punkte C nach jenen 4 Punkten mögen in bezug auf irgend ein Koordinatensystem die Richtungswinkel a_{01}, a_{02}, a_{03}, a_{04} zukommen; die Längen der 4 Strahlen seien nacheinander durch r_1, r_2, r_3, r_4 ausgedrückt. Von den 6 Winkeln zwischen den 4 Strahlen reichen zwei aus, um die Lage von C gegen A_1, A_2, A_3, A_4 vollständig zu bestimmen. Demnach bestehen 4 Bedingungsgleichungen, von denen 3 Winkelbedingungen sind, die man leicht anschreiben kann. Es ist z. B.

$$\mathfrak{A}_{34} = \mathfrak{A}_{14} - \mathfrak{A}_{13},$$

wo $\mathfrak{A}_{34}$ den Winkel zwischen den Strahlen CA_3 und CA_4 bedeutet usw. Die letzte Bedingungsgleichung ist eine Seitenbedingung, mit deren Aufstellung sich bereits C. F. Gauss beschäftigt hat. Die Gleichung findet sich ohne Ableitung in seinem Nachlasse. (Gesammelte Werke, Bd. VIII, S. 319.)

Der Vortragende zeigt, wie man solche Bedingungsgleichungen in eleganter Weise auf vektoranalytischem Wege herleiten kann, und führt zu diesem Zwecke zunächst eine Vektorgleichung vor, die sich auf das Pothenotsche (Snelliussche) Problem in seiner einfachsten Form bezieht. Werden hier die Winkel auf C zwischen CA_1 und CA_2, zwischen CA_2 und CA_3, zwischen CA_3 und CA_1 nacheinander mit $\mathfrak{A}_3$, $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}_2$ bezeichnet, so kann man fragen, wie verschiebt sich der Punkt C, wenn sich diese Winkel um differentiale Gröſsen ändern, wobei selbstverständlich

$$d\,\mathfrak{A}_1 + d\,\mathfrak{A}_2 + d\,\mathfrak{A}_3 = 0$$

sein muſs. Ist $d\,\mathfrak{Z}$ der differentiale Vektor der Punktverschiebung in C, so gilt, wie der Vortragende zeigt, die Gleichung

(1) $$\frac{\lambda}{r_1 r_2 r_3}\, d\,\mathfrak{Z} = \frac{\overline{\mathfrak{R}}_1}{r_1}\, d\,\mathfrak{A}_1 + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_2}{r_2}\, d\,\mathfrak{A}_2 + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_3}{r_3}\, d\,\mathfrak{A}_3.$$

Darin sind $\overline{\mathfrak{R}}_1$, $\overline{\mathfrak{R}}_2$, $\overline{\mathfrak{R}}_3$ Einheitsvektoren, deren Richtung dieselbe ist, wie die der Strahlen CA_1, CA_2, CA_3, und λ ist zur Abkürzung gesetzt für

$$\lambda = r_1 \sin \mathfrak{A}_1 + r_2 \sin \mathfrak{A}_2 + r_3 \sin \mathfrak{A}_3.$$

Die Gleichung (1) wird illusorisch, wenn $\lambda = 0$ ist. In diesem Falle liegen aber C, A_1, A_2, A_3 auf einem Kreise.

Wenn nun 4 Strahlen vorliegen, so kann man sich eine beliebige Verschiebung des Punktes C vorstellen und die Gleichung viermal ansetzen, weil man unter den 4 Strahlen viermal eine Auswahl zu je dreien treffen kann. Man erhält also mit leicht verständlichen Bezeichungen

$$\begin{aligned}
\frac{\lambda_{234}}{r_2 r_3 r_4}\, d\,\mathfrak{Z} &= \frac{\overline{\mathfrak{R}}_2}{r_2}\, d\,(a_{04} - a_{03}) + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_3}{r_3}\, d\,(a_{02} - a_{04}) + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_4}{r_4}\, d\,(a_{03} - a_{02}) \\
\frac{\lambda_{134}}{r_1 r_3 r_4}\, d\,\mathfrak{Z} &= \frac{\overline{\mathfrak{R}}_1}{r_1}\, d\,(a_{04} - a_{03}) + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_3}{r_3}\, d\,(a_{01} - a_{01}) + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_4}{r_4}\, d\,(a_{03} - a_{01}) \\
\frac{\lambda_{124}}{r_1 r_2 r_4}\, d\,\mathfrak{Z} &= \frac{\overline{\mathfrak{R}}_1}{r_1}\, d\,(a_{04} - a_{02}) + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_2}{r_2}\, d\,(a_{01} - a_{04}) + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_4}{r_4}\, d\,(a_{02} - a_{01}) \\
\frac{\lambda_{123}}{r_1 r_2 r_3}\, d\,\mathfrak{Z} &= \frac{\overline{\mathfrak{R}}_1}{r_1}\, d\,(a_{03} - a_{02}) + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_2}{r_2}\, d\,(a_{01} - a_{03}) + \frac{\overline{\mathfrak{R}}_3}{r_3}\, d\,(a_{02} - a_{01}).
\end{aligned}$$

Addiert man die 4 Gleichungen, nachdem man vorher die erste und dritte mit -1 multipliziert hat, so kommt die gesuchte Bedingungsgleichung in der Form

(2) $$- r_1 \lambda_{234} + r_2 \lambda_{134} - r_3 \lambda_{124} + r_4 \lambda_{123} = 0.$$

Dabei ist z. B., wie oben

$$\lambda_{234} = r_2 \sin (a_{04} - a_{03}) + r_3 \sin (a_{02} - a_{04}) + r_4 \sin (a_{03} - a_{02}).$$

Zum Zwecke der Ausgleichung von Rückwärtsschnitten mit überschüssigen gemessenen Richtungen oder Winkeln braucht man aber eine Bedingungsgleichung, welche die Differentiale der Richtungswinkel oder der Winkel zwischen den Strahlen CA_1, CA_2 usw. enthält.

Durch eine anderweite Zusammenfassung der obigen 4 Gleichungen gelangt man nun zu der Gleichung

$$\frac{d\mathfrak{Z}}{r_1 r_2 r_3 4}\left\{\lambda_{234}[\overline{\mathfrak{R}}_1 \overline{\mathfrak{R}}_4] - \lambda_{134}[\overline{\mathfrak{R}}_2 \overline{\mathfrak{R}}_4] + \lambda_{124}[\overline{\mathfrak{R}}_3 \overline{\mathfrak{R}}_4]\right\}$$

$$= \overline{\mathfrak{R}}_4 \left\{\frac{[\overline{\mathfrak{R}}_1 \overline{\mathfrak{R}}_4]}{r_1 r_4} d(a_{03} - a_{02}) + \frac{[\overline{\mathfrak{R}}_2 \overline{\mathfrak{R}}_4]}{r_2 r_4} d(a_{01} - a_{03}) + \frac{[\overline{\mathfrak{R}}_3 \overline{\mathfrak{R}}_4]}{r_3 r_4} d(a_{02} - a_{01})\right.$$

$$\left. + \frac{[\overline{\mathfrak{R}}_2 \overline{\mathfrak{R}}_1]}{r_1 r_2} d(a_{01} - a_{03}) + \frac{[\overline{\mathfrak{R}}_1 \overline{\mathfrak{R}}_3]}{r_1 r_3} d(a_{04} - a_{02}) + \frac{[\overline{\mathfrak{R}}_3 \overline{\mathfrak{R}}_2]}{r_2 r_3} d(a_{04} - a_{01})\right\}.$$

Da auf jeder Seite ein Vektor als Faktor steht, und da der Vektor $d\mathfrak{Z}$ ganz beliebig gerichtet sein soll, so müssen die in den geschweiften Klammern stehenden Skalare auf jeder Seite für sich verschwinden. Hiermit ergibt sich zunächst links eine neue Form der Bedingungsgleichung (ohne Differentiale)

$$\lambda_{234} \sin(a_{04} - a_{01}) - \lambda_{134} \sin(a_{04} - a_{02}) + \lambda_{124} \sin(a_{04} - a_{03}) = 0. \tag{3}$$

Durch passende Vertauschung der Indices bekommt man noch drei andere Bedingungsgleichungen der Form (3).

Setzt man aber den Skalar auf der rechten Seite gleich Null, so ergibt sich nach einigen Umformungen die gesuchte Bedingungsgleichung mit Differentialen in der Form

$$a_1\, d a_{01} + a_2\, d a_{02} + a_3\, d a_{03} + a_4\, d a_{04} = 0, \tag{4}$$

worin gesetzt ist

$$a_1 = -r_1 \lambda_{234}, \qquad a_2 = r_2 \lambda_{134},$$
$$a_3 = -r_3 \lambda_{124}, \qquad a_4 = r_4 \lambda_{123},$$

und dabei ist nach (2)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0.$$

Für Ausgleichung nach Winkeln würde die Bedingungsgleichung lauten

$$a_2\, d\mathfrak{A}_{12} + a_3\, d\mathfrak{A}_{13} + a_4\, d\mathfrak{A}_{14} = 0.$$

Eine eingehendere Darstellung befindet sich in einem demnächst erscheinenden Aufsatz im Archiv für Mathematik und Physik, Band XV.

Geh. Hofrat Prof. Dr. Ph. Weinmeister spricht über eine gewisse Rollverwandtschaft zwischen Parabel und Kettenlinie.

Wird eine Parabel auf einer Geraden abgerollt, so durchläuft ihr Brennpunkt eine Kettenlinie und ihre Direktrix hüllt eine symmetrisch zur Bahn gelegene Kettenlinie ein. Wird andererseits eine Kettenlinie auf einer Geraden abgerollt, so hüllt jede mit ihr starr verbundene Gerade eine Parabelevolute ein. Der Vortragende gibt für beide Sätze einfache synthetische Beweise. Den letzten Satz hat Giard gefunden und Ribaucour bewiesen und zwar mit Hilfe einer nach Savary benannten, aber von Euler herrührenden Formel. Der Vortragende bespricht noch den Ribaucourschen Beweis.

Zum Schlusse macht der Vorsitzende auf eine einfache zum Zeichnen von Ellipsen dienende Vorrichtung aufmerksam, die neuerdings zu billigem Preise im Handel erschienen ist. Die Vorrichtung beruht auf dem Prinzip des gewöhnlichen Ellipsenzirkels.

Dritte Sitzung am 10. Juni 1909. Vorsitzender: Prof. Dr. A. Witting. — Anwesend 13 Mitglieder und Gäste.

Geh. Hofrat Prof. Dr. M. Krause spricht über näherungsweise Integration totaler Differentialgleichungen.

Der Vortragende gibt einen Überblick über die Rungesche Methode für die angenäherte Auflösung von totalen Differentialgleichungen erster Ordnung und ersten Grades nebst geometrischer Deutung derselben.

Senator Prof. Dr. E. R. Neovius-Helsingfors spricht über Minimalflächenstücke, deren Begrenzung von drei geradlinigen Teilen gebildet wird.*)

*) Siehe Acta Soc. Scient. Fennica, Tom. XIV, Helsingfors 1891.

In seiner Abhandlung „Über die Fläche vom kleinsten Inhalt bei gegebener Begrenzung“ hat Riemann die Aufgabe behandelt, ein Minimalflächenstück analytisch zu bestimmen, dessen Begrenzung aus drei einander kreuzenden geraden Linien besteht, und stellt für den Fall, dafs die Geraden den Koordinatenaxen parallel laufen, die fertigen Ausdrücke für die rechtwinkligen Koordinaten eines Punktes der Fläche auf.

Der Vortragende teilt mit, dafs er für den erwähnten speziellen Fall die Aufgabe mit einfachen Hilfsmitteln gelöst hat, und dafs er die verschiedenartigen Gestalten, welche die durch die Formeln dargestellten Minimalflächenstücke dadurch annehmen können, dafs sowohl die Abstände zwischen den begrenzenden Geraden als auch die Vorzeichen dieser Abstände variiert werden, einem genauen Studium unterworfen hat, und zeigt durch eine gröfsere Anzahl von Modellen, welcher Reichtum von Gestalten hierbei auftritt.

Zu einer vollständigen Übersicht aller in Betracht zu ziehenden Fälle gelangt Vortragender durch die Bemerkung, dafs die Ausdrücke für die kürzesten Abstände A, B und C zwischen den begrenzenden Geraden in die Form eines Produktes von zwei Faktoren ersten Grades dreier von einander unabhängiger Parameter p, q, r gesetzt werden können.

$$A = \pi\,[4\,p^2 - (p + q + r)^2] = \pi\,(3\,p + q + r)\,(p - q - r),$$

oder $A = A_2 \cdot A_1$ und analog damit

$$B = B_2 \,.\, B_1, \quad C = C_2 \,.\, C_1.$$

Betrachtet man also die Parameter als die homogenen Koordinaten eines Punktes in einer Ebene (p, q, r), so wird durch die sechs Geraden $A_1 = 0$, $A_2 = 0$ usw. die ganze Ebene derart in 16 Gebiete eingeteilt, dafs innerhalb jedes einzelnen derselben die Vorzeichen der Abstände bei festgestellter Verknüpfung der Enden der drei begrenzenden Geraden durch die ins Unendliche verlaufenden Sektoren des Flächenstückes sich nicht ändern, während beim Überschreiten einer Trennungslinie zweier benachbarter Gebiete einer der Abstände sein Vorzeichen wechselt.

Für jedes einzelne dieser Gebiete, sowie für die Trennungslinien und die Eckpunkte derselben wird die Gestalt der entsprechenden Flächen durch Modelle zur Anschauung gebracht.

Wird einer der Abstände dadurch gleich Null, dafs der Punkt (p, q, r) sich einer der Geraden A_1, B_1 oder C_1 nähert, so nähert sich der betreffende, sich ins Unendliche erstreckende Sektor einem ebenen Flächenstücke von der Gestalt der Fläche einer Viertelebene, welches sich schliefslich von dem Minimalflächenstücke trennt, während dagegen eine Annäherung des Punktes (p, q, r) an eine der Geraden A_2, B_2 oder C_2 damit gleichbedeutend ist, dafs das Minimalflächenstück sich selbst zu durchschneiden anfängt. Betrachtet man z. B. das Gebiet in Form eines Fünfeckes, welches von Strecken der Geraden $C_1\,A_1\,B_2\,A_2\,B_1$ begrenzt wird, so entsprechen den drei Ecken $B_1\,A_2$, $B_2\,A_2$ und $B_2\,A_1$ drei verschiedene Minimalflächenstücke mit derselben Begrenzung, gebildet von drei Geraden, von welchen zwei von der dritten geschnitten werden. Durch dieselbe Begrenzung geht noch ein viertes Minimalflächenstück, die gewöhnliche Schraubenfläche und aufserdem eine Minimalfläche, welche eine sogenannte Doppelfläche ist. Von sämtlichen fünf Flächenstücken werden Modelle vorgezeigt.

Der Vortragende geht hiernach über zur Beantwortung der Frage, ob unter Beibehaltung der Verknüpfung der ins Unendliche reichenden Enden der begrenzenden Geraden ein Minimalflächenstück eindeutig bestimmt ist, wenn die Verhältnisse der Abstände $A : B : C = a : b : c$ gegeben sind.

Da die Ausdrücke für die Abstände Funktionen zweiten Grades der Parameter p, q, r sind, so bezeichnet $A : B = a : b$ die Gleichung eines durch die vier Schnittpunkte der Geraden A_1, A_2, B_1, B_2 gehenden Kegelschnittes, welcher, wenn die Abstände A und B dasselbe Vorzeichen haben, eine Hyperbel, im entgegengesetzten Falle eine Ellipse ist. Eine analoge Bedeutung haben die Gleichungen $B : C = b : c$ und $A : C = a : c$. Die drei Kegelschnitte haben vier Schnittpunkte mit einander gemein. Die Beantwortung der aufgestellten Frage ist somit zurückgeführt auf die Entscheidung, ob ein oder mehrere dieser Schnittpunkte in dasselbe Gebiet, oder auch in verschiedene Gebiete mit derselben Zeichenkombination der Abstände fallen können. Es zeigt sich nun, dafs nur für die Zeichenkombination (— — —) das Minimalflächenstück durch die Abstände eindeutig bestimmt ist, während für die übrigen Zeichenkombinationen einem gegebenen Wertverhältnisse der Abstände ein, zwei oder drei verschiedene Minimalflächenstücke entsprechen können. Von solchen von einander verschiedenen Flächen, die durch dieselbe Begrenzung hindurchgehen können, werden Modelle vorgelegt.

Auf den betrachteten Minimalflächenstücken kann im Innern ein singulärer Punkt von der Beschaffenheit, dafs durch denselben drei Asymptotenlinien hindurchgehen, auftreten; oder auch hat die Fläche zwei entweder auf derselben oder auf zwei verschiedenen der begrenzenden Geraden gelegene sogenannte Rückkehrpunkte der Normale. Die hierbei eintretenden Übergangsfälle werden durch Zeichnungen erläutert, und ebenfalls wird gezeigt, wie man imstande ist, über das Eintreten der verschiedenen Möglichkeiten betreffend die Lage dieser singulären Punkte einfach zu entscheiden.

Über die Herstellung der Modelle teilt der Vortragende folgendes mit:

Die Drahtgestelle zu den Flächenstücken sind aus 0,8 mm dicken, stark geglühten Klaviersaiten hergestellt. Nach einem von Professor H. A. Schwarz angegebenen Verfahren wird das Minimalflächenstück aus Gelatine derart hergestellt, dafs man das Gestell in eine Lösung von einem Gewichtsteil Gelatine in 5 bis 6 Gewichtsteilen Wasser bei einer Temperatur von 35 bis 45° C. taucht und recht langsam ohne Schütterung heraushebt. Nachdem die so erhaltenen Lamellen etwa 24 Stunden in der Kälte erstarrt sind, werden dieselben in eine Lösung von Wachs, Canadabalsam und Harz bei einer Temperatur von 74 bis 75° C. getaucht. Zu dieser Lösung verwende man 48% reines, weiches Wachs, 48% Canadabalsam und 4% Harz, welches bei 72° schmilzt (die Herstellung dieses Harzes ist recht mühsam).*) Diese Mischung erwärmt man in einem Sandbade 8 bis 10 Stunden bei einer Temperatur von 95° C. Der Überzug, den die Gelatinlamellen so erhalten haben, wird nach dem Verlaufe von ca. 10 Tagen hart, und jetzt werden die Lamellen noch einmal in eine Gelatinlösung (1 : 10 bis 12) bei einer Temperatur von 45 bis 50° C. getaucht. Werden die so erhaltenen Lamellen nach etwa einer Stunde einem gelinden Dampfbade von nicht über 40° ausgesetzt, so werden die Lamellen durchsichtig und sehen beinahe wie bläuliches Glas aus. Lamellen, die über acht Monate alt sind, zeigen noch gar keine Veränderungen und werden wohl Jahre lang halten.

VII. Hauptversammlungen.

Erste Sitzung am 28. Januar 1909. Vorsitzender: Geh. Hofrat Prof. Dr. Fr. Förster. — Anwesend 113 Mitglieder und Gäste.

Prof. Dr. K. Schiffner-Freiberg spricht über die neueren Untersuchungen über Radioaktivität und radioaktive Wässer.

Zweite (aufserordentliche) Sitzung am 18. Februar 1909. Vorsitzender: Geh. Hofrat Prof. Dr. Fr. Förster. — Anwesend 45 Mitglieder und Gäste.

Hofrat Prof. H. Engelhardt, der Vorsitzende des Verwaltungsrates, gibt den Kassenabschlufs für 1908 (siehe S. 18) bekannt; als Rechnungsprüfer werden Lehrer M. Gottlöber und Lehrer E. Herrmann gewählt.

Derselbe legt weiter den Voranschlag für 1909 vor, der genehmigt wird.

Dritte Sitzung am 25. Februar 1909. Vorsitzender: Geh. Hofrat Prof. Dr. Fr. Förster. — Anwesend ca. 300 Mitglieder und Gäste.

Die in der Aula der K. Technischen Hochschule stattfindende

Gedenkfeier des 100. Geburtstages von Charles Darwin,

zu der Einladungen an das Kultusministerium, an die Professoren der K. Technischen Hochschule und an die Mitglieder des Vereins für Erdkunde und des Lehrervereins für Naturkunde ergangen waren, eröffnet

*) Silvanus P. Thompson (Phil. Mag. 1878, Vol. V, 5. Serie, S. 269) hat zur Herstellung von Lamellen eine Lösung von 46% Harz und 54% Canadabalsam bei einer Temperatur von 93 bis 95° angewendet. Bessere Resultate hat E. Stenius (Ueber Minimalflächenstücke, deren Begrenzung von zwei Geraden und einer Ebene gebildet wird, pag. 71. Helsingfors 1892) erreicht, indem er das Harz mit Wachs ersetzte und in diese Lösung die Gelatinlamellen tauchte.