

Ueber eine zweiconstantige Dispersionsformel.

Von

E. Lommel.

(Vorgetragen am 14. Juli 1879.)

In den drei Abhandlungen „Theorie der Absorption und Fluorescenz“¹⁾, „Theorie der normalen und anomalen Dispersion“²⁾ und „Theorie der Doppelbrechung“³⁾ habe ich die Umriss einer Theorie des Lichtes skizzirt, welche, von den einfachsten Anschauungen ausgehend, Brechung und Dispersion (normale und anomale), Absorption, Fluorescenz und Oberflächenfarben, Doppelbrechung und Pleochroismus im Zusammenhange erklärt.

Was insbesondere die Farbenzerstreuung anlangt, so führt diese Theorie zu der folgenden Dispersionsformel:

$$n^2 = \frac{1}{2} (\sqrt{P^2 + Q^2} + P),$$

in welcher

$$P = 1 + \frac{m}{\mu} (x - \varepsilon)^2 \cdot \frac{1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}}{\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right)^2 + \varepsilon^2 \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}}$$
$$Q = \frac{m}{\mu} (x - \varepsilon) \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} \cdot \frac{\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right)^2 + x \varepsilon \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}}{\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right)^2 + \varepsilon^2 \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}}$$

ist. Darin bezeichnet n den Brechungscoefficienten, λ die Wellenlänge im leeren Raum, und λ_0 , $\frac{m}{\mu}$, x und ε sind vier Constante, deren physikalische Bedeutung aus der Theorie sich ergibt. Diese Formel umfasst sowohl die normale als die ano-

1) Erl. Sitzungsber. 10. Heft p. 20. Wied. Ann. III. p. 251.

2) Erl. Sitzungsber. 10. Heft. p. 65. Wied. Ann. III. p. 339.

3) Erl. Sitzungsber. 10. Heft. p. 98. Wied. Ann. IV. p. 55.

male Dispersion. Sie zeigt, dass der Brechungscoefficient nirgends (ausser für $\lambda = \infty$) eine Unterbrechung der Stetigkeit erleidet und niemals imaginär wird.

Aus der Theorie geht hervor, dass für farblos durchsichtige Substanzen die Grösse Q im Bereiche des sichtbaren Spectrums sehr klein sein muss. Vernachlässigen wir daher Q^2 gegenüber P^2 , so erhalten wir zunächst

$$n^2 = P.$$

Nehmen wir ferner an, dass ε klein genug sei, um im Nenner von P das mit ε^2 behaftete Glied ausser Acht lassen zu können, und setzen wir

$$\frac{m}{\mu}(\kappa - \varepsilon)^2 = a,$$

so gelangen wir zu der folgenden einfachen Dispersionsformel:

$$I.) \quad n^2 - 1 = \frac{a}{1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}}$$

mit nur zwei Constanten a und λ_0 . Die Constante λ_0 bedeutet die Wellenlänge des Absorptionsmaximums, welches für farblos durchsichtige Substanzen jenseits der brechbareren Grenze des sichtbaren Spectrums liegt.

Wie ich bereits früher ¹⁾ bemerkt habe, stellt diese Formel die Beobachtungen im allgemeinen genauer dar als die zwei-constantige Cauchy'sche Formel

$$C.) \quad n = a + \frac{b}{\lambda^2}.$$

Ich habe die obige Formel nun auch mit der Christoffel'schen

$$Ch.) \quad n = \frac{n_0 \sqrt{2}}{\sqrt{1 + \frac{\lambda_0}{\lambda}} + \sqrt{1 - \frac{\lambda_0}{\lambda}}}$$

verglichen, indem ich dieselben Beobachtungsreihen, welche Christoffel ²⁾ zur Verification seiner Formel benutzt hat, berechnete.

Die Berechnung nach der Formel (L) gestaltet sich ganz

1) Erl. Sitzungsber. 10. Heft. p. 72. Wied. Ann. III. p. 347.

2) Berl. Monatsber. 1861. p. 906. Pogg. Ann. CXVII. p. 27.

einfach, wenn man, nachdem λ_0 und a ermittelt sind, den Hilfs-
winkel φ aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\lambda \sqrt{a}}{\sqrt{\lambda^2 - \lambda_0^2}}$$

bestimmt, und dann

$$n = \frac{1}{\cos \varphi}$$

findet.

Die Resultate der Berechnung, bei welcher auch die
Cauchy'sche Formel (C) zum Vergleich herangezogen wurde,
sind in den folgenden Tabelle verzeichnet.

	B	C	D	E	F	G	H
--	---	---	---	---	---	---	---

Aether (Dale und Gladstone).

$$a = 0,81779 \quad \lambda_0 = 0,9770$$

n	1,3545	1,3554	1,3566	1,3590	1,3606	1,3646	1,3683
C		+ 3	— 2	— 1	— 4		+ 6
Ch		+ 3	— 2	0	— 4		+ 5
L		+ 3	— 3	0	— 4		+ 4

Spiköl (Baden-Powell).

$$a = 1,1328 \quad \lambda_0 = 1,2288$$

n	1,4732	1,4746	1,4783	1,4829	1,4868	1,4944	1,5009
C		+ 1	+ 2	+ 1	— 1		— 1
Ch		+ 1	+ 4	+ 4	+ 2		— 4
L		+ 2	+ 3	+ 3	+ 1		— 5

Gelbes Flintglas von Guinand (Dutirou).

$$a = 2,0550 \quad \lambda_0 = 1,3040$$

n	1,7697	1,7718	1,7777	1,7852	1,7924	1,8062	1,8186
C		— 2	— 5	— 9	— 9		+ 10
Ch		0	— 1	— 3	— 3		+ 2
L		0	— 1	— 5	— 5		+ 3

Phenylhydrat (Dale und Gladstone).

$$a = 1,3144 \quad \lambda_0 = 1,4587$$

n	1,5416	1,5433	1,5488	1,5564	1,5639	1,5763	1,5886
C		— 4	— 9	— 9	— 1		+ 15
Ch		— 3	— 4	— 2	+ 5		+ 6
L		— 3	— 4	— 3	+ 4		+ 6

Schwefelkohlenstoff (Dale und Gladstone).

$a = 1.4884 \quad \lambda_0 = 1,7879$

n	1,6177	1,6209	1,6303	1,6434	1,6554	1,6799	1,7035
C		— 5	— 16	— 24	— 24		+ 37
Ch		— 3	— 4	— 3	— 5		+ 7
L		— 1	— 6	— 9	— 9		+ 9

**Lösung von Phosphor in Schwefelkohlenstoff
(Dale und Gladstone).**

$a = 2,5150 \quad \lambda_0 = 1,9287$

n	1,9314	*	1,9527	1,9744	1,9941	2,0361	2,0746
C			— 30	— 44	— 50		+ 59
Ch			+ 4	+ 7	— 1		— 37
L			— 9	— 14	— 22		+ 4

* ist nicht beobachtet

Lavendelöl (Baden-Powell).

$a = 1,1090 \quad \lambda_0 = 1,1943$

n	1,4641	1,4658	1,4660	1,4728	1,4760	1,4837	1,4930?
C		+ 5	— 26	— 2	— 8		+ 32
Ch		+ 5	— 25	+ 1	— 6		+ 30
L		+ 5	— 25	0	— 5		+ 29

Terpentinöl (Fraunhofer).

$a = 1,1305 \quad \lambda_0 = 1,1325$

n	1,4705	1,4715	1,4744	1,4784	1,4817	1,4882	1,4939
C		0	— 1	0	— 1		+ 3
Ch		— 1	— 1	+ 1	— 1		+ 1
L		0	0	+ 1	0		0

Kalkspath (Rudberg).

$(\omega). \quad a = 1,6863 \quad \lambda_0 = 1,1246$

n	1,6531	1,6545	1,6585	1,6636	1,6680	1,6762	1,6833
C		0	0	0	0		— 1
Ch		0	+ 2	+ 4	+ 3		— 3
L		0	+ 2	+ 3	+ 2		— 4

$(\epsilon). \quad a = 1,1824 \quad \lambda_0 = 0,8774$

n	1,4839	1,4845	1,4864	1,4887	1,4907	1,4945	1,4978
C		— 1	0	0	0		0
Ch		0	+ 1	+ 1	+ 1		0
L		0	0	0	0		— 1

Arragonit (Rudberg).

(α). $a = 1,7780$ $\lambda_0 = 1,0950$

n	1,6806	1,6820	1,6859	1,6908	1,6952	1,7032	1,7101
C		0	+ 1	0	0		- 1
Ch		0	+ 2	+ 3	+ 2		- 4
L		+ 1	0	+ 1	+ 2		- 4

(β). $a = 1,7648$ $\lambda_0 = 1,0862$

n	1,6763	1,6778	1,6816	1,6863	1,6905	1,6984	1,7051
C		+ 1	+ 2	0	- 1		- 2
Ch		+ 2	+ 2	+ 3	+ 2		- 4
L		+ 1	+ 1	+ 2	+ 1		- 5

(γ). $a = 1,3118$ $\lambda_0 = 0,8730$

n	1,5275	1,5282	1,5301	1,5326	1,5348	1,5388	1,5423
C		0	0	0	0		0
Ch		0	0	+ 1	+ 1		- 1
L		0	- 1	0	0		- 1

Topas (Rudberg).

(α). $a = 1,5908$ $\lambda_0 = 0,8846$

n	1,6179	1,6188	1,6211	1,6241	1,6265	1,6312	1,6351
C		+ 1	+ 1	+ 2	0		- 2
Ch		+ 1	+ 2	+ 3	+ 1		- 3
L		+ 1	0	+ 2	+ 1		- 4

(β). $a = 1,5673$ $\lambda_0 = 0,8857$

n	1,6105	1,6114	1,6137	1,6167	1,6191	1,6237	1,6275
C		+ 1	+ 1	+ 2	+ 1		- 3
Ch		+ 1	+ 2	+ 4	+ 2		- 3
L		+ 1	0	+ 3	+ 1		- 4

(γ). $a = 1,5606$ $\lambda_0 = 0,8837$

n	1,6084	1,6094	1,6116	1,6145	1,6170	1,6215	1,6254
C		+ 2	+ 2	+ 2	+ 1		- 2
Ch		+ 2	+ 2	+ 2	+ 2		- 3
L		+ 2	+ 1	+ 2	+ 2		- 3

Bergkrystall, ordentlicher Strahl, elliptisch polarisirt.
(Esselbach).

$$a = 1,3555 \quad \lambda_0 = 0,8860$$

	B	C	D	E	F	G	H
n	1,5414	1,5424	1,5446	1,5476	1,5500	1,5546	1,5586
C	— 6	— 4	— 3		0	+ 2	+ 3
Ch	— 8	— 6	— 4		0	+ 3	+ 3
L	— 8	— 5	— 4		0	+ 3	+ 4

	L	M	N	O	P	Q	R
n	1,5605	1,5621	1,5646	1,5674	1,5690	1,5702	1,5737
C	+ 4		— 1	+ 2	+ 4	+ 3	+ 5
Ch	+ 4		— 2	— 1	0	— 2	— 3
L	+ 4		— 1	0	+ 1	0	— 1

Bei der Berechnung der Formeln (C) und (L) sind die Wellenlängen von Angström zu Grunde gelegt worden, nämlich die Werthe

$$\begin{array}{ccccccc} \text{B} & \text{C} & \text{D} & \text{E} & \text{F} & \text{G} & \text{H} \\ 6,867 & 6,562 & 5,892 & 5,269 & 4,860, & 4,307 & 3,950; \end{array}$$

Christoffel hat bei seiner Rechnung, deren Resultate oben unter (Ch) aufgeführt sind, etwas andere Werthe der Wellenlänge, nämlich die Fraunhofer'schen benutzt; nur bei dem Bergkrystall sind alle drei Formeln mit denselben Werthen der Wellenlängen, nämlich denjenigen von Esselbach, berechnet.

An der Spitze jeder Beobachtungsreihe sind die Werthe von a und λ_0 der Formel (L) angegeben, und zwar die letztere Grösse in der den obigen Wellenlängen zu Grunde liegenden Einheit von $0,0001\text{mm}$. Die erste Zeile n enthält die beobachteten Brechungscoefficienten, die folgenden drei Zeilen geben in Einheiten der vierten Decimale die Differenzen an, welche man den aus den Formeln (C), (Ch) und (L) berechneten Werthen resp. hinzufügen muss, um die beobachteten Werthe zu erhalten.

Bei Lavendelöl H ist die Beobachtung als unsicher bezeichnet; auch der Werth für D kann unmöglich richtig sein

Die Vergleichung der Differenzen zeigt nun, dass, obgleich in einzelnen Fällen, namentlich bei den Krystallen, die Cauchy'sche Formel sich den Beobachtungen etwas besser

anschliesst, als die beiden andern, diese letzteren dennoch im allgemeinen jener weit überlegen sind.

Es ergibt sich ferner, dass meine Formel die Beobachtungen mindestens ebensogut darstellt, wie die Christoffel'sche, und demnach alles leistet, was von einer Dispersionsformel mit nur zwei Constanten verlangt werden kann. Sie dürfte daher, auch wenn man sie nur als empirische Formel ansehen will, ihrer Einfachheit und leichteren Handhabung wegen der Christoffel'schen vorzuziehen sein.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen
Sozietät zu Erlangen](#)

Jahr/Year: 1878-1880

Band/Volume: [11](#)

Autor(en)/Author(s): Lommel Eugen von

Artikel/Article: [Ueber eine zweiconstantige Dispersionsformel. 191-
197](#)