Die Abraham-Lemoinesche Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle und ihre Anwendung zur Bestimmung der Richtung und Geschwindigkeit der Entladung in Entladungsröhren.[1]

Von John James.

Aus dem physikalischen Institut der Universität Erlangen.

Teil I.

Die Abraham-Lemoinesche Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle.

In den Annales de Chimie et de Physique[2]) vom Juni 1900 beschreiben die Herren Abraham und Lemoine unter dem Titel: „Nouvelle methode de mesure de durées infinitésimales. Analyse de la disparition des phénomènes electrooptiques“ eine neue Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle. In dieser schönen Arbeit zeigen sie, wie in manchen Fällen ein sehr kleines Zeitintervall durch die Länge des während dieser Zeit vom Licht zurückgelegten Weges gemessen werden kann, und finden, daß man auf diese Weise Zeitdauern von $^1/_{100\,000\,000}$ Sek. bestimmen kann. Ihre Methode wenden sie zur Untersuchung zweier Erscheinungen an, nämlich 1. zur Messung der Dauer der Drehung der Polarisationsebene im Magnetfeld in Schwefelkohlenstoff und 2. des Kerrschen Phänomens der Doppelbrechung von Schwefelkohlenstoff im elektrischen Felde. Sie kommen zu dem Ergebnis, daß

---

[1]) Daß die Untersuchungen zu einem Abschluß gebracht werden konnten, war durch die frühere Bewilligung von Mitteln aus dem um die Förderung der Wissenschaft so hochverdienten Elisabeth Thompson Fund zur Anschaffung einer großen Influenzmaschine ermöglicht.

[2]) H. Abraham und J. Lemoine, Ann. Chem. Phys. 20, p. 264. 1900.

wahrscheinlich beide Erscheinungen ohne Verzögerung den Änderungen des elektrischen Feldes folgen.

Auf Veranlassung von Herrn Professor Dr. E. Wiedemann habe ich die Versuchsanordnung der Herren Abraham und Lemoine so umgeändert, daß sie in jedem Laboratorium leicht angewandt werden kann, und nachdem mir dies gelungen, die Richtung und Geschwindigkeit der Entladung in Entladungsröhren zu messen gesucht, um zu ermitteln, ob ich nach dieser ganz abweichenden Methode dieselben Resultate erhalten würde, wie Herr Professor J. J. Thomson[1]). In einem vorausgehenden theoretischen Teil wird ferner die von den Herren Abraham und Lemoine entwickelte Theorie, welche in ihrer ursprünglichen Fassung mit meinen Beobachtungen nicht übereinstimmte, erweitert und in dieser vollkommeneren Form geprüft.

Die Methode von Abraham und Lemoine.

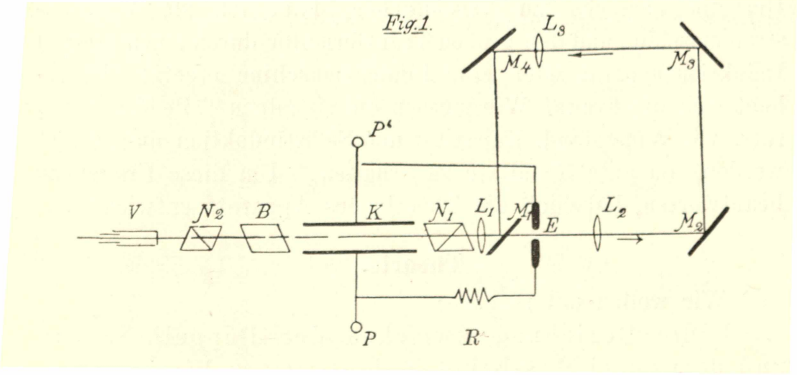
Die Versuchsanordnung von Abraham und Lemoine ist aus Fig. 1 ersichtlich. Sie gibt den horizontalen Durchschnitt durch den vom Licht zurückgelegten Weg.

Die Enden PP' einer Elektrizitätsquelle (Induktorium) sind verbunden 1. mit der Funkenstrecke E, welche aus zwei gut polierten Messingkugeln von 7 mm Durchmesser besteht, und 2. mit dem Kondensator K. Der letztere, welcher eine Kerrsche Zelle darstellt, besteht aus zwei rechtwinkligen, vertikal stehenden Messingplatten, die in Schwefelkohlenstoff tauchen. Da ich im folgenden ausführlich die Form des von mir benutzten Kondensators, welcher im Prinzip nicht von dem von Abraham und Lemoine benutzten abweicht, beschreiben werde, und es zum Verständnis der Methode auf Einzelheiten nicht ankommt, so übergehe ich die Beschreibung desselben. N_1 und N_2 sind zwei Nikols. Die Hauptebene des ersten ist um 45° gegen die Horizontale dauernd festgelegt, während die des zweiten beweglich ist. B ist ein Kalkspat, dessen Hauptebene parallel zu der von N_1 ist. V ist eine Lupe, welche auf eine kleine, zwischen B und K befindliche, quadratische Öffnung eingestellt ist. L_1 und L_2 sind zwei feststehende Kon-

[1]) J. J. Thomson, Recent Researches in Electricity and Magnetism, p. 115—118.

vexlinsen, von 5 bezw. 30 cm Brennweite, welche so aufgestellt sind, daß die Lichtquelle E sich im Brennpunkt derselben befindet. M_1, M_2, M_3 und M_4 sind vier Spiegel; M_1 und M_4 sind fest, M_2 und M_3 beweglich. R ist ein Widerstand.

Springt der Funke zwischen E über, so wird das Licht nach Entfernung des Spiegels M_1 folgenden Weg zurücklegen: von E durch L_1 und N_1, zwischen den geladenen Platten des Kondensators K und schließlich durch B, N_2 und V nach dem Auge. Man sieht so zwei Bilder der kleinen quadratischen Öffnung von im allgemeinen verschiedener Intensität. Durch Drehen von N_2 können beide auf gleiche Helligkeit eingestellt werden. Dies trifft bei zwei symmetrischen Lagen ein; man



mißt nun den Winkel 2α zwischen denselben. Ist dagegen der Kondensator K ungeladen, etwa dadurch, daß man die Verbindung mit der Elektrizitätsquelle unterbricht, so ist der Theorie nach für jede beliebige Lage von N_2 nur ein Bild vorhanden, dessen Intensität beim Drehen von N_2 variiert. [Tatsächlich verschwindet das zweite Bild, welches allerdings in diesem Fall sehr schwach ist, nie ganz.]

Wird nun der Spiegel M_1 in die in Fig. 1 angegebene Lage gebracht, so kann das Licht nicht den direkten Weg L_1 N_1 u. s. w. zurücklegen, sondern es geht erst durch L_2, wird durch M_2 M_3 reflektiert, geht durch die Linse L_3, wird wieder durch die Spiegel M_4 M_1 reflektiert und gelangt schließlich in das Auge durch L_1 N_1 u. s. w. Das Licht jedes Funkens kann so um ein beliebiges Zeitintervall verzögert werden, bevor es

zum Kondensator gelangt. Es kann nun bewiesen werden, daß der Winkel 2α einem Mittelwert der Doppelbrechung im Kondensator während der Dauer des Lichtdurchgangs entspricht. Der Winkel ist am größten für direktes Licht, nimmt ab, wenn die Verzögerung zunimmt, um schließlich zu verschwinden, wenn der Kondensator entladen ist, d. h. es ist dann nur ein Bild vorhanden. Die Herren Abraham und Lemoine fanden, daß bei der von ihnen gerade getroffenen Anordnung das Feld bei einer Verzögerung, die 4 m entspricht, verschwand. Mit Hilfe dieser neuen Methode gelangten sie zu den wichtigen, oben erwähnten Ergebnissen.

Als Elektrizitätsquelle benutzten Abraham und Lemoine eine große Wechselstrommaschine und einen Transformator. Um die Versuche zu vereinfachen, habe ich die Wechselstrommaschine und den großen Transformator durch einen kleinen Induktionsapparat oder eine Influenzmaschine ersetzt. Es erhebt sich die Frage: Wie müssen die einzelnen Teile des Apparats, wie Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion angeordnet werden, um gute Resultate zu erhalten? Um diese Fragen zu beantworten, habe ich die Theorie des Apparats entwickelt.

Theorie.

Wir wollen untersuchen:

I. die Beziehung zwischen der Doppelbrechung und dem durch das Nikol N_2 bestimmten Winkel, d. h. beweisen, daß der Winkel 2α (S. 3) einen Mittelwert für die Doppelbrechung φ, gemessen durch den Phasenunterschied der extraordinären und ordinären Strahlen, darstellt;

II. die Beziehung zwischen Q, der Elektrizitätsmenge auf der Kondensatorplatte in einem gegebenen Augenblick, und der Zeit;

III. die Beziehung zwischen φ, dem Betrag der Doppelbrechung im Kondensator, und der Zeit.

I. Wir wollen beweisen, daß 2α einem Mittelwert für φ während des Funkenübergangs entspricht[1]).

Wir wählen als Koordinatenachsen (1) eine Gerade durch

[1]) Siehe Abraham und Lemoine l. c.

die Mitte von K (Fig. 1) und senkrecht zu seinen Platten, mit anderen Worten eine Kraftlinie als x-Achse und (2) die Senkrechte durch denselben Punkt als y-Achse. Das aus N_1 austretende Licht kann dann in zwei Komponenten zerlegt werden

$$x = \mathrm{a} \sin \omega \mathrm{t}$$
$$y = \mathrm{b} \sin \omega \mathrm{t}.$$

Der geladene Kondensator wirkt wie ein positiver, einachsiger Kristall[1]), dessen optische Achse mit der Richtung der x-Achse zusammenfällt. Die Komponenten werden daher, nachdem sie K verlassen haben, übergehen in

$$x = \mathrm{a} \sin (\omega \mathrm{t} + \varphi)$$
$$y = \mathrm{b} \sin \omega \mathrm{t}.$$

Der Kalkspat liefert zwei Schwingungen, deren Ebenen 45° mit Ox und Oy bilden, und die daher dargestellt werden können durch

$$x' = \frac{\mathrm{a}}{\sqrt{2}} \sin (\omega \mathrm{t} + \varphi) - \frac{\mathrm{b}}{\sqrt{2}} \sin \omega \mathrm{t}$$
$$= \frac{\mathrm{a}}{\sqrt{2}} \sin \varphi \cdot \cos \omega \mathrm{t} + \frac{\mathrm{a} \cos \varphi - \mathrm{b}}{\sqrt{2}} \sin \omega \mathrm{t}$$

und
$$y' = \frac{\mathrm{a}}{\sqrt{2}} \sin (\omega \mathrm{t} + \varphi) + \frac{\mathrm{b}}{\sqrt{2}} \sin \omega \mathrm{t}$$
$$= \frac{\mathrm{a}}{\sqrt{2}} \sin \varphi \cdot \cos \omega \mathrm{t} + \frac{\mathrm{a} \cos \varphi + \mathrm{b}}{\sqrt{2}} \sin \omega \mathrm{t}.$$

Wenn die Hauptebene des Nikols N_2 einen rechten Winkel mit Ox_1 bildet und wir den Winkel zwischen Ox_1 und $Ox' = \alpha$ setzen (wo Ox' einen Winkel von 45° mit Ox bildet), so können wir die beiden Bilder, welche durch das Nikol hindurchgehen und daher ins Auge gelangen, darstellen durch

$$X = \frac{\mathrm{a}}{\sqrt{2}} \sin \varphi \cos \alpha \cdot \cos \omega \mathrm{t} + \frac{\mathrm{a} \cos \varphi - \mathrm{b}}{\sqrt{2}} \cos \alpha \cdot \sin \omega \mathrm{t}$$

und
$$Y = \frac{\mathrm{a}}{\sqrt{2}} \sin \varphi \sin \alpha \cdot \cos \omega \mathrm{t} + \frac{\mathrm{a} \cos \varphi + \mathrm{b}}{\sqrt{2}} \sin \alpha \cdot \sin \omega \mathrm{t}.$$

Da Schwefelkohlenstoff im sichtbaren Teil[2]) des Spektrums — und nur dieser kommt für uns in Betracht — nichts ab-

---

[1]) Phil. Mag. [V] 8, S. 91.

[2]) J. Pauer, Wied. Ann. 61, S. 376. 1897.

sorbiert, so dürfen wir in den obigen Gleichungen $b = a$ setzen und erhalten

$$X = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin\varphi \cos\alpha \cdot \cos\omega t - \sqrt{2}\, a \sin^2\frac{\varphi}{2} \cos\alpha \cdot \sin\omega t$$

$$= \sqrt{2}\, a \sin\frac{\varphi}{2} \cos\alpha \left\{ \cos\frac{\varphi}{2} \cos\omega t - \sin\frac{\varphi}{2} \sin\omega t \right\}$$

$$= \sqrt{2}\, a \sin\frac{\varphi}{2} \cos\alpha \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

und $$Y = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin\varphi \sin\alpha \cdot \cos\omega t + \sqrt{2}\, a \cos^2\frac{\varphi}{2} \sin\alpha \cdot \sin\omega t$$

$$= \sqrt{2}\, a \cos\frac{\varphi}{2} \sin\alpha \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Dauert nun der Funke so kurze Zeit, daß man die Phasendifferenz während seines Durchgangs durch K als konstant betrachten kann, so sind die beiden Bilder gleich hell, wenn

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}$$

oder $$\alpha = \pm\frac{\varphi}{2},$$

d. h. unter dieser Voraussetzung mißt der Winkel 2α des Nikols N_2 in dem Augenblick die Doppelbrechung φ, in dem der Funke durch den Kondensator hindurchgeht.

Dauert der Funke eine Zeit Θ, und rechnen wir die Zeit von dem Augenblick, wo das Licht durch das Gefäß hindurchzugehen beginnt, dann sind die Intensitäten der beiden durch einen Funken hervorgerufenen Bilder, welche zum Auge gelangen, proportional

$$\int_0^\Theta a^2 \cos^2\alpha \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt = \cos^2\alpha \int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt$$

und $$\int_0^\Theta a^2 \sin^2\alpha \cos^2\frac{\varphi}{2}\, dt, \text{ bez.} = \sin^2\alpha \int_0^\Theta a^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}\, dt.$$

Diese sind gleich, wenn

$$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{\int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt}{\int_0^\Theta a^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}\, dt},$$

oder
$$\sin^2 a = \frac{\int_0^\Theta a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\, dt}{\int_0^\Theta a^2\, dt}.$$

Sind G und K die größten bez. kleinsten Werte von $\sin^2 \frac{\varphi}{2}$ in dem Intervall o bis Θ, so sind sowohl $\left(G - \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ und $\left(\sin^2 \frac{\varphi}{2} - K\right)$ als auch $\left(a^2 G - a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ und $\left(a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} - a^2 K\right)$ stets positiv.

Folglich ist
$$\int_0^\Theta \left(a^2 G - a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right) dt > 0, \int_0^\Theta \left(a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} - a^2 K\right) dt > 0,$$
denn jedes einzelne Glied ist positiv, folglich ist dasselbe mit den Summen selbst und ihren Grenzwerten der Fall.

Wir haben also
$$G \int_0^\Theta a^2\, dt > \int_0^\Theta a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\, dt > K \int_0^\Theta a^2\, dt.$$

Zwischen G und K liegt daher irgend ein Wert M derart, daß $\int_0^\Theta a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\, dt = M \cdot \int_0^\Theta a^2\, dt.$

Und da $\sin^2 \frac{\varphi}{2}$, indem es vom Werte K zum Werte G übergeht, kontinuierlich ist, so muß es durch den mittleren Wert M mindestens einmal gehen.

Ist φ_m der entsprechende Wert von φ, so ist
$$\int_0^\Theta a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\, dt = \sin^2 \frac{\varphi_m}{2} \int_0^\Theta a^2\, dt.$$

Folglich ist
$$\sin^2 a = \frac{\int_0^\Theta a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\, dt}{\int_0^\Theta a^2\, dt} = \frac{\sin^2 \frac{\varphi_m}{2} \int_0^\Theta a^2\, dt}{\int_0^\Theta a^2\, dt} = \sin^2 \frac{\varphi_m}{2}$$

oder
$$a = \frac{\varphi_m}{2}\,^{1)}.$$

---

[1]) Den letzten Teil dieses Beweises verdanke ich meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Walker in Oxford.

Der Winkel 2α gibt daher während des Lichtdurchgangs einen Mittelwert zwischen dem größten und kleinsten Wert der Phase.

Erwähnt mag noch werden, daß, obwohl uns die Methode nicht φ absolut zu bestimmen erlaubt, sie trotzdem anzeigt, wann φ Null wird, d. h. den Augenblick angibt, wo Kerrs Phänomen verschwindet; denn mag auch der Funke noch so lange währen, wenn $\varphi = 0$, so ist doch nur ein Bild vorhanden.

II. Es soll jetzt die Beziehung zwischen Q, der Menge Elektrizität auf einer Kondensatorplatte in einem gegebenen Augenblick, und der Zeit abgeleitet werden.

Aus Fig. 1 geht hervor, daß die elektrische Anordnung des Apparates aus einem Schließungskreis besteht, welcher einen Kondensator, einen Widerstand und eine Funkenstrecke enthält, sowie aus den Drähten, welche die Elektrizität von der Influenzmaschine oder dem Induktorium zum Kondensator zuführen. Wird nun zwischen Kondensator und Influenzmaschine noch eine kleine sekundäre Funkenstrecke eingeschaltet, so kann man auf die Entladung der Elektrizität im ersteren Kreis Lord Kelvins[1]) Theorie anwenden; denn der kleine sekundäre Funke sollte bewirken, daß die Selbstinduktion und Kapazität des Induktors in die Gleichungen nicht eingehen; beide dienen nur dazu, Elektrizität zu liefern.

Sei L die Selbstinduktion, R der Widerstand des einfachen Schließungskreises, C die Kapazität des Kondensators, so gilt die Gleichung

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0.$$

Strenge genommen gilt diese Gleichung natürlich nur für einen geschlossenen Kreis.

Je nachdem $R^2 < \frac{4L}{C}$ oder $> \frac{4L}{C}$ ist, ist die Auflösung verschieden. Wir beschränken uns auf den ersten Fall, welcher

---

[1]) Lord Kelvin (W. Thomson), Phil. Mag. [IV] 5, p. 393. 1855.

allein Oszillationen gibt. Wir werden später sehen, daß die tatsächlich benutzten L, R und C der Bedingung

$$R^2 < \frac{4\,L}{C}$$

genügten.

Die Lösung der Gleichung ist

$$Q = A\,e^{-\frac{R}{2L}t} \cos\left\{\left(\frac{1}{L\,C} - \frac{R^2}{4\,L^2}\right)^{1/2} t + a\right\}, \quad . \quad 1.$$

wo Q die elektrische Ladung auf der Platte, A und a Konstanten bedeuten.

Ist für $t = 0$ $Q = Q_1$, dann ist $Q_1 = A \cos a$.

Q ist ein Maximum bez. ein Minimum, wenn

$$-\frac{A\,R}{2\,L}\,e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(kt + a) - A\,k\,e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(kt + a) = 0,$$

$$\text{wo } k = \left\{\frac{1}{L\,C} - \frac{R^2}{4\,L^2}\right\}^{1/2}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2.$$

so daß entweder

$$\text{a)} \qquad e^{-\frac{R}{2L}t} = 0, \text{ woraus } t = \infty$$

oder

$$\text{b)} \qquad \operatorname{tg}(kt + a) = -\frac{R}{2Lk}.$$

Wir wollen annehmen, daß Q ein Maximum sei ($= Q_1$) für $t = 0$. Dann ist

$$\operatorname{tg} a = -\frac{R}{2\,L\,k} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2\text{a}.$$

Q ist dann wieder ein Max. oder Min., wenn $kt + a = \pi + a$, i.e. $t = \frac{\pi}{k}$,

„ „ „ drittens „ „ „ „ „ $kt + a = 2\pi + a$, i.e. $t = \frac{2\pi}{k}$,

„ „ „ viertens „ „ „ „ „ $kt + a = 3\pi + a$, i.e. $t = \frac{3\pi}{k}$,

u. s. w.

Die Ladungen der Platte in diesen Zeitpunkten sind beziehungsweise

$$+Q_1, \; -Q_1\,e^{-\frac{R}{2L}\cdot\frac{\pi}{k}}, \; +Q_1\,e^{-\frac{R}{2L}\cdot\frac{2\pi}{k}}, \text{ u. s. w.}$$

Da $e^{-\frac{R}{2L}t}$ nicht $= 0$, und natürlich A nicht $= 0$ ist, so ist $Q = 0$, wenn

$$kt + a = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \ldots$$

$$t = \frac{\frac{\pi}{2} - a}{k}, \frac{\frac{3\pi}{2} - a}{k}, \ldots\ldots \text{ u. s. w.}$$

Ist a ein spitzer Winkel oder ganz allgemein $= n\pi + a_0$, so ändert sich nur die Reihenfolge der Werte von t, für die Q verschwindet. Konstruieren wir die Kurve, so erhalten wir die in Fig. 2 ausgezogene Kurve, in der jeder Teilstrich $\frac{\pi}{4k}$, d. h. $^1/_8$ der Periode entspricht.

Tatsächlich ist

$$\left.\begin{aligned} O\,t_1 &= \frac{\frac{\pi}{2} - a}{k} \\ O\,t_2 &= \frac{\pi}{k} \\ O\,t_3 &= \frac{\frac{3\pi}{2} - a}{k} \\ O\,t_4 &= \frac{2\pi}{k} \quad \text{u. s. w.} \end{aligned}\right\} 2\,\text{b.}$$

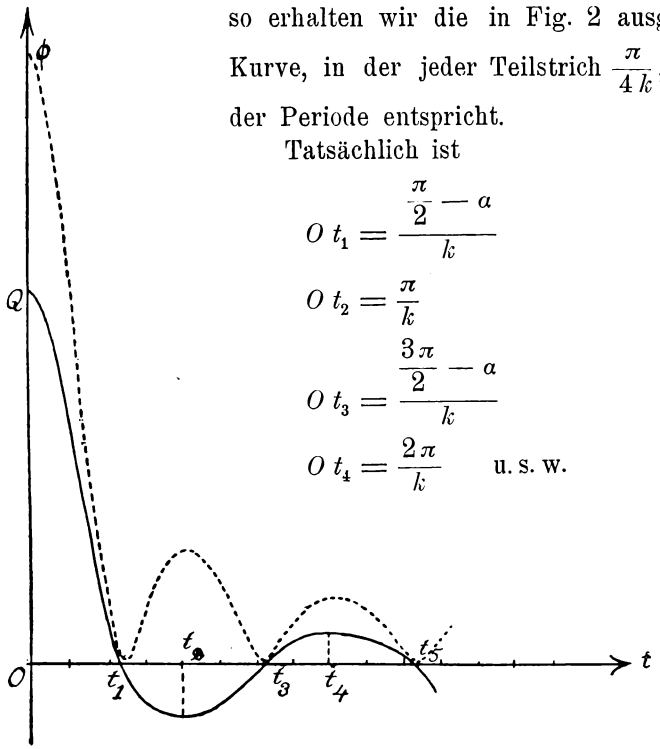


Fig. 2.

III. Die Beziehung zwischen φ und der Zeit.

Nachdem wir eine Beziehung zwischen der Ladung Q auf der Platte und der Zeit abgeleitet haben, soll im folgenden φ als Funktion der Zeit ermittelt werden.

Wir gehen zu dem Zweck aus von dem von Kerr[1]) entdeckten Gesetz:

Die Differenz der Verzögerungen des ordentlichen und außerordentlichen Strahls ist dem Quadrat der wirkenden elektrischen Kraft proportional oder, als Gleichung ausgedrückt,

$$\varphi = B \frac{Q^2}{d^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3.$$

wo Q die Ladung der Platten, d die Entfernung zwischen ihnen und B eine Konstante bedeuten.

Die neuesten Beobachtungen[2]) haben das Kerrsche Gesetz, welches von einigen Forschern (z. B. Quincke) für einzelne Fälle angegriffen worden ist, bestätigt. B hängt stark von der Temperatur ab. Bei meinen Versuchen war die Temperatur nahezu konstant $= 16^0$ C.

Nehmen wir an, daß das Kerrsche Phänomen augenblicklich den Änderungen des Feldes folgt, und vereinigen wir die beiden Gleichungen 1. und 3. miteinander, so erhalten wir die Beziehung

$$\varphi = a\, e^{-\frac{Rt}{L}} \cos^2 (kt + \alpha), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4.$$

also eine Beziehung zwischen φ und t.

Um diese φ als Funktion von t darstellende Kurve in bezug auf ihre Konvexität und Konkavität zu untersuchen, differentiieren wir sie zweimal und erhalten

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = e^{-\frac{Rt}{L}} \left\{ -2k^2 \cos 2(kt+\alpha) + 2(-k) \sin 2(kt+\alpha) \left(-\frac{R}{L}\right) + \frac{R^2}{L^2} \cos^2 (kt + \alpha) \right\}.$$

Nun ist $e^{-\frac{Rt}{L}}$ stets positiv; wir müssen daher untersuchen, ob

$$\frac{2Rk}{L} \sin 2 (kt + \alpha) + \frac{R^2}{L^2} \cos^2 (kt + \alpha) - 2k^2 \cos 2 (kt + \alpha)$$

oder

---

[1]) Kerr, Phil. Mag. [5] 9, p. 156.

[2]) W. Schmidt, Inaug.-Dissert., Göttingen 1901.

$$\frac{2\,k^2\,\mathrm{tg}^2\,(kt+a)+\frac{4\,Rk}{L}\,\mathrm{tg}\,(kt+a)+\frac{3\,R^2}{2\,L^2}-\frac{2}{L\,C}}{1+\mathrm{tg}^2\,(kt+a)}\quad\ldots 5.$$

positiv oder negativ ist.

Fall I. $t=0$.

$$\mathrm{tg}\,a=-\frac{R}{2Lk}.$$

Der Wert des obigen Zählers ist in diesem Fall

$$2k^2\cdot\frac{R^2}{4\,L^2\,k^2}+\frac{4\,Rk}{L}\left(-\frac{R}{2Lk}\right)+\frac{3\,R^2}{2\,L^2}-\frac{2}{L\,C}=\frac{-2}{L\,C}$$

und des Nenners

$$1+\mathrm{tg}^2\,a=\frac{4\,L}{4\,L-CR^2}.$$

Daher ist der Wert des obigen Bruchs

$$-\frac{2}{L\,C}\left(\frac{4\,L-C\,R^2}{4\,L}\right)=-\frac{1}{2\,L^2}\left\{\frac{4\,L}{C}-R^2\right\}$$

stets negativ. Zur Zeit $t=0$ ist die Kurve daher konkav zur t-Achse.

Fall II. $(kt+a)=\frac{\pi}{2}$.

Nach dem Vorhergehenden läßt sich leicht berechnen, daß der Wert des Bruchs (Gleich. 5) für diesen Fall $=2\,k^2$, und daß er daher positiv ist. Die Kurve ist daher konvex im Punkte t_1 (Fig. 2).

Die Maxima und Minima ergeben sich aus

$$\frac{1}{a}\,\frac{d\,\varphi}{dt}=\mathrm{e}^{-\frac{R\,t}{L}}\cos\,(kt+a)\left[-\frac{R}{L}\cos\,(kt+a)-2k\sin\,(kt+a)\right]=0,$$

woraus folgt A) $e^{-\frac{R\,t}{L}}=0;\quad t=\infty,$

oder B) $\cos\,(kt+a)=0;\ kt+a=\frac{\pi}{2},\ \frac{3\pi}{2},\ \ldots\ldots$

oder C) $\mathrm{tg}\,(kt+a)=-\frac{R}{2\,k\,L}.$

Aus B) folgt, daß Maxima und Minima bei den Punkten t_1, t_3, t_5 ... der Fig. 2 auftreten; in der Tat sind hier die Minima.

Gleichung C) gibt uns die Maxima der $(\varphi,\,t)$ Kurve; sie haben die entsprechende Lage wie die Maxima bez. Minima auf der (Q,t) Kurve (siehe Fig. 2).

Diese drei Gleichungen A., B. und C. geben alle vorhandenen Maxima und Minima, und daher liegen keine Maxima noch Minima zwischen 0 und t_1.

Die Wendepunkte ergeben sich aus 5. oder

$$2k^2 \operatorname{tg}^2 (kt + a) + \frac{4 R k}{L} \operatorname{tg} (kt + a) + \frac{3 R^2}{2 L^2} - \frac{2}{LC} = 0, \quad . \quad 6.$$

da

$$1 + \operatorname{tg}^2 (kt + a)$$

einen endlichen Wert hat wegen

$$0 > kt + a < \frac{\pi}{2}.$$

Aus 6. folgt

$$\operatorname{tg} (kt + a) = \frac{R}{kL} \left\{ -1 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}} \right\},$$

oder

$$\operatorname{tg} kt = \frac{\frac{R}{2kL} \left\{ -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}} \right\}}{1 - \frac{R^2}{2k^2 L^2} \left\{ 1 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}} \right\}}. \quad . \quad . \quad 7.$$

Die positiven Vorzeichen im Zähler entsprechen den positiven im Nenner. Dasselbe gilt von den negativen.

Die allgemeine Form der (φ, t) Kurve zeigt auf Grund der obigen Betrachtungen die beistehende Figur (2); jeder Teilstrich der t-Achse entspricht $\frac{\pi}{4k}$; die Punkte t_1, t_2, t_3 . . . entsprechen den Gleichungen 2b. Der Maßstab der φ-Achse ist willkürlich. Hinzugefügt ist noch die (Q, t) Kurve.

Wie sich aus den Beobachtungen später ergeben wird, sind bei der von mir gewählten Anordnung die Ordinaten rechts von t_1 so klein, daß sie nicht gemessen werden konnten. Die Schwingungen waren so stark gedämpft, daß jenseits t_1 das Kerrsche Phänomen nicht beobachtet werden konnte.

Die obigen Resultate über die Beziehung zwischen Doppelbrechung und Zeit oder, was dasselbe ist, die Form der (φ, t) Kurve weichen von den Ergebnissen der Herren Abraham und Lemoine ab, deren (φ, t) Kurven alle konkav zur t-Achse sind. Die unten mitgeteilten Versuche bestätigen die Richtigkeit meiner Theorie.

Beschreibung der Apparate.

Aus der Formel (4)

$$\varphi = a\, e^{-\frac{Rt}{L}}\, Cos^2\, (kt + \alpha)$$

wo R der Widerstand, L die Selbstinduktion, $k = \left\{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}\right\}^{1/2}$ (siehe Formel 2) und C die Kapazität bedeuten, folgt, daß die zu beobachtenden Erscheinungen im wesentlichen von diesen Größen abhängen. Durch eine große Reihe von Versuchen habe ich die Beziehung zwischen denselben und der Dauer der Doppelbrechung zu ermitteln gesucht.

Die Apparate wurden anfangs genau in der von Herren Abraham und Lemoine beschriebenen Weise aufgebaut (Fig. 1). Dieselben bestehen im wesentlichen aus (1) einer optischen Bank, (2) dem Kondensator, (3) den Spiegeln und (4) der Funkenstrecke.

1. Die optische Bank.

Herr Professor Dr. Lenk war so gütig, mir eine Fuesssche optische Bank für die Projektion der Erscheinungen der chromatischen Polarisation zu überlassen. Dieselbe war aus Messing angefertigt, ungefähr 70 cm lang und 40 cm hoch; auf ihr waren eine Reihe von Stativen, Klammern u. s. w. beweglich angeordnet, die sich sehr bequem zur Befestigung von N_1, K, B und N_2 (Fig. 1) verwenden ließen. N_2 ließ sich leicht bewegen, und zwar nicht nur in Richtung des Lichtwegs, sondern auch senkrecht zu demselben, also horizontal und vertikal. Der Kondensator K, welcher mittelst eines höheren Stativs auf dem Metallträger befestigt war, konnte um die vertikale Achse gedreht werden. Das Nikol N_1, ein außerordentlich schönes Exemplar, gehörte ebenfalls Herrn Prof. Lenk, dem ich für die Überlassung zu großem Dank verpflichtet bin. Die Linse L_1 wurde mit Klebwachs befestigt. Der Kalkspat B stammte aus einer dichroïtischen Lupe; die Öffnung (s. S. 2) war ein kleines Quadrat von 2,5 mm Seite. Als Lupe V wurde ein kleines Teleskop benutzt, welches auf die Öffnung eingestellt wurde. Um die bei dem Nikol N_2 angebrachte Kreisteilung bequem abzulesen, wurde ein kleines Fernrohr wie bei dem Wildschen Polarisationsapparat benutzt. Die optische Bank befand sich auf einem

Tisch, so daß der Lichtstrahl ungefähr 140 cm oberhalb des Erdbodens verlief.

2. Die Spiegel: Die Spiegel, Linsen u. s. w. befanden sich auf einem langen festaufgestellten Tisch. Die Spiegel wurden in folgender Weise eingestellt. Auf ein rechtwinkliges Stück Holz von 15 cm Länge und Breite und 5 cm Höhe wurde mittelst Klebwachs eine Glasplatte befestigt. Auf einer zweiten Glasplatte, die auf der ersten ruhte, wurden drei kleine, messingene Unterlegscheiben befestigt, in die drei Schrauben, welche durch ein dreieckiges Stück Metallblech hindurchgingen, paßten. Auf das letztere war ein Rahmen aus Zinn angelötet, in welches der Spiegel paßte. Dadurch, daß man die zweite Glasplatte auf der ersten bewegte, konnte man das Licht in jede beliebige horizontale Richtung werfen. Mit Hilfe der Schrauben wurde die feinere Einstellung bewirkt.

Die Linse L_3 erhielt eine solche Lage, daß das hindurchgegangene Licht nach der Reflexion am Spiegel M_4 in einem Punkt vereinigt wurde, der gerade so weit vor den Spiegel M_1 lag, als die Funkenstrecke sich hinter ihm befand; der Spiegel M_1 konnte infolgedessen sehr schmal gewählt werden. Es war dies auch insofern nötig, als der zur Verfügung stehende Raum wegen der Nachbarschaft der Linse und Funkenstrecke sehr beschränkt war.

3. Der Kondensator unterschied sich nicht wesentlich von dem von Abraham und Lemoine benutzten. Er bestand aus einem zylindrischen Glasrohr von 23,5 cm Länge und 8 cm Durchmesser, dessen Enden umgekröpft und abgeschliffen waren. Auf die letzteren waren ebene Spiegelglasplatten mittelst Hausenblase gekittet. In der Mitte befand sich ein kleines Rohr zum Einfüllen des Schwefelkohlenstoffs. Seitwärts waren zwei Röhren angeblasen, durch die die Leitungsdrähte führten, welche zur Ladung der Platten dienten. Zum Befestigen der Leitungsdrähte dienten Gummischläuche.

Die Kondensatorplatten bestanden aus Messing und waren 21 cm lang, 3 cm hoch und 1,5 mm dick. Ihre Entfernung voneinander betrug 3 mm. Zum Befestigen derselben waren vier schwach gekrümmte messingene durchlöcherte Streifen angelötet. Durch die Öffnungen konnten kleine Glasstäbe, auf denen Schraubengewinde angekittet waren, hindurchgesteckt werden.

Mittelst Schrauben wurden die Platten schließlich in die richtige Lage gebracht und die Entfernung der Platten voneinander nach Belieben geändert.

Daß die Gefäße vor dem Gebrauch sorgfältigst gereinigt und der Schwefelkohlenstoff häufig frisch überdestilliert wurde, versteht sich wohl von selbst. Erwähnt mag noch werden, daß, um die Zersetzung des Schwefelkohlenstoffs durch das Licht möglichst zu vermeiden, das ganze Gefäß in schwarzes Papier gehüllt war, welches nur an den beiden Endplatten für den Lichtdurchgang kleine Öffnungen enthielt. Das Glasgefäß war von Herrn M. Stuhl in Berlin, die Kondensatorplatten nebst dem Zubehör waren in äußerst sorgfältiger Weise von dem hiesigen Institutsmechaniker Herrn Böhner angefertigt.

4. Elektrizitätsquellen. Als solche dienten Induktorien und Influenzmaschinen.

5. Die Funkenstrecke bestand aus mit Ebonitgriffen versehenen Metallstäben, in denen mittelst Schrauben 1. Spitzen aus Kadmium, 2. Spitzen aus Messing, 3. schwach gekrümmte Messingstäbe und 4. Messingkugeln befestigt werden konnten. Die Länge der Funkenstrecke konnte beliebig geändert werden.

Versuche.

Eine erste Reihe von Versuchen wurden mit dem **Induktorium** angestellt.

Nachdem der optische Teil des Apparats auf das sorgfältigste aufgestellt war, erhob sich bei Beginn der Versuche die Schwierigkeit, zu ermitteln, wie die Herren Abraham und Lemoine ihren Schließungskreis angeordnet hatten. In ihrer Abhandlung erwähnen sie „einen Widerstand von der Größenordnung eines Ohms“, ferner „zwei 2 cm lange $CuSO_4$-Röhrchen“, welche sich im Schließungskreis befanden, aber über die Größe des Widerstands der letzteren, ob der Strom zwischen Platten in der $CuSO_4$-Lösung oder zwischen den Enden der Zuleitungsdrähte überging, ferner an welcher Stelle diese eingeschaltet waren, fehlen Angaben. Bei Benutzung des Induktoriums gelang es mir nicht, das Kerrsche Phänomen zum Verschwinden zu bringen, trotzdem die Funkenstrecke mannigfach variiert, verschiedene Induktorien benutzt und die

Stromstärke geändert wurden. Häufig war der Winkel für eine Verzögerung von 200 cm ebensogroß, ja sogar manchmal größer als für direktes Licht. Bei Beginn der Versuche änderte der Winkel sich innerhalb fünf Minuten häufig ganz willkürlich.

Darauf wurde ein Wechselstrom und eine sehr große sekundäre Spule angewandt und der Funke, wie es Abraham und Lemoine getan, durch Blasen auseinandergelegt. Mittelst eines Turbinen- und Wehneltunterbrechers wurde die Zahl der Wechsel von 35 bis 1200 gesteigert; aber auch so gelang es nicht, das Kerrsche Phänomen selbst für eine Verzögerung von 650 cm zum Verschwinden zu bringen. Je größer die Zahl der Unterbrechungen war, desto heller war das Licht; die Messungen ließen sich jetzt leichter ausführen, aber in anderer Hinsicht war kein Vorteil zu erkennen.

Trotz der in dieser Hinsicht negativen Resultate zeigten die erhaltenen Kurven doch eine bemerkenswerte Übereinstimmung mit den oben abgeleiteten theoretischen Ergebnissen, insofern sie nämlich alle konvex zur t-Achse waren, im Gegensatz zu den von den Herren Abraham und Lemoine mitgeteilten. Unter diesen Umständen blieb nichts übrig, als systematisch den Einfluß der Selbstinduktion, Widerstand und Kapazität zu untersuchen; ich hegte die Hoffnung, daß es hierbei vielleicht gelingen würde, die Fehlerquelle zu entdecken.

Als Beispiel dafür, daß die Kurven konvex waren, teile ich die folgenden Beobachtungen mit. Die Schaltung war die folgende: Vom Induktorium führten die Leitungsdrähte durch einen Widerstand zur Kondensatorplatte; zwischen Widerstand und Induktorium war parallel mit dem Kondensator noch eine Funkenstrecke geschaltet. In einem ersten Fall bestand der Widerstand aus je zwei 40 cm langen gesättigten $CuSO_4$-Lösungen zwischen zirka 2 cm breiten Cu-Elektroden; in einem zweiten Fall waren die $CuSO_4$-Schichten nur 35 cm lang, also 35 cm in jedem Zweig. In der folgenden Tabelle bedeutet V die Verzögerung des in die Richtung M_2 M_3 M_4 M_1 gehenden Lichtstrahles.

Fall a. Widerstand = 80 cm Cu SO_4.

	Direktes Licht	V 138 cm	V 230 cm	V 336 cm	V 476 cm	V 676 cm
	148°,1 121°,2	142°,6 125°,7	139°,1 128°,3	136°,5 131°,1	136°,8 132°,3	136°,0 132°,3
$\varphi = 2\,\alpha$	26°,9	16°,9	10°,8	5°,4	4°,5	3°,7

Fall b. Widerstand = 70 cm Cu SO_4.

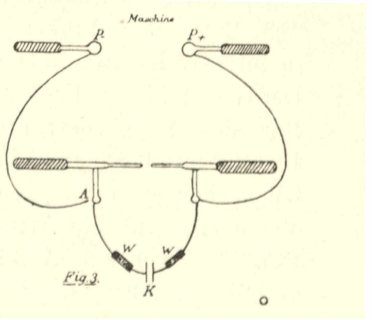
	146°,5 121°,4	140°,0 126°,7	141°,0 129°,4	138°,8 131°,2	136°,9 131°,4	137°,6 133°,4
$\varphi = 2\,\alpha$	25°,1	13°,3	11°,6	7°,6	5°,5	4°,2

Trägt man die Zeit als Abscisse, die Werte von φ als Ordinate auf, so erhält man bei beiden Versuchsreihen eine Kurve, die bei kleinen t erst konkav zur t-Achse ist, dann schnell fällt und nachher beinahe parallel zur t-Achse verläuft. Die Form der Kurven ist beinahe identisch mit Fig. 4.

Es wurden nun eine große Anzahl von Beobachtungsreihen mit variablen L, R und C angestellt, wobei die Widerstände, Kapazitäten und Selbstinduktion an den verschiedensten Stellen des Schließungskreises eingeschaltet wurden. Die Ergebnisse bestätigten die oben gegebene Theorie durchweg. Trotzdem verzichte ich darauf, meine Zahlen mitzuteilen, da es mir nicht gelang, durch Verzögerung des Lichts das Kerrsche Phänomen zum Verschwinden zu bringen. Der Grund hierfür liegt wahrscheinlich darin, daß die Funken unregelmäßig übergingen, und daß vor allem die Kapazität und Selbstinduktion des Induktors eine nicht zu übersehende Rolle spielten.

Es wurde daher der Induktor durch eine **Influenzmaschine** ersetzt; der Erfolg war überraschend insofern, als bei einer Verzögerung von ungefähr 5 m das Kerrsche Phänomen vollständig verschwand. Als Elektrisiermaschine benutzte ich der Bequemlichkeit wegen eine große 20plattige Töplersche Influenzmaschine, die aus den Mitteln des Elisabeth Thompson Fund angeschafft worden war. Angetrieben wurde die Maschine durch einen Wassermotor. Die Schaltung zeigt Fig. 3. Die Funkenstrecke wurde mit dem Kondensator durch

3,8 mm dicke Drähte verbunden; die Drähte, die unmittelbar ins Gefäß führten, waren allerdings dünner, aber da die leitenden Teile der Funkenstrecke bedeutend dicker waren, so können wir behufs der Berechnung annehmen, daß der ganze Schließungskreis eine Dicke von 3,8 mm besitzt. Zwei Widerstände wurden, wie es die Fig. 3 zeigt, eingeschaltet, und bei A wurde häufig der Draht durch eine kleine Funkenstrecke unterbrochen. Der Durchmesser der Kugeln der Funkenstrecke betrug 7 mm; sie standen 5 mm voneinander entfernt und wurden so oft als nötig von der Oxydschicht gereinigt. Aus Vorversuchen ergab sich, daß die Messungen am besten gelangen, wenn 80 Ohm in beiden Zweigen eingeschaltet waren.



Messungen.

Die oben gegebene Theorie wurde nun nach den verschiedensten Richtungen geprüft. Dazu wurden die beiden Lagen des Nikols, bei dem die beiden Bilder im Kalkspat gleich hell erschienen, aufgesucht. Um diese Lagen möglichst genau zu erhalten, wurde das Nikolsche Prisma jedesmal von rechts und dann von links hineingedreht und dann das Mittel der nahezu übereinstimmenden Ablesungen genommen. Aus der Differenz der beiden Mittel ergibt sich

$$\varphi = 2a.$$

Bei allen zur Vergleichung dienenden Beobachtungsreihen wurde darauf geachtet, daß bei entsprechenden Versuchen das Licht stets die gleichen Strecken M_2, M_3, M_4 (Fig. 1) zurücklegte, so daß also jeweilig die Verzögerungen, deren Zahl sieben betrug, gleich groß waren. Zu dem Zwecke waren die Lagen der Spiegel durch Zeichen auf dem Tisch ein für allemale festgelegt. Die Entfernungen wurden mit einem Maßstab gemessen; ich schätze den Fehler hierbei auf höchstens $\pm$ 5 cm.

Wie schon erwähnt, konnte, selbst wenn der Kondensator ungeladen war, ein kleiner Winkel $2a$ gemessen werden, welcher zwei Lagen gleicher Lichtintensität entsprach. Wegen der Licht-

schwäche gelang es nicht, den Winkel sehr genau zu bestimmen. Der Kondensator wurde vom Schließungskreis abgeschaltet und nun, während alles seine Lage beibehielt, der Winkel gemessen; es ergab sich $2^0,1$ für direktes Licht und bei einer Verzögerung von 690 cm — der größten, welche ich anwandte — $2^0,7$; $2^0,8$; $2^0,9$. Der Winkel ist also größer, wenn das Licht nicht so intensiv ist, was bei einer Verzögerung stets der Fall ist. Der Grund hierfür liegt natürlich in der von dem individuellen Bau des Auges herrührenden falschen Einstellung. Da die Lichtintensität abnahm, je größer die Verzögerung war, so zog ich nacheinander für die acht Werte (direktes Licht und sieben Verzögerungen) die Winkel $2^0,1$, $2^0,2$, $2^0,3$, $2^0,4$, $2^0,5$, $2^0,6$, $2^0,7$, $2^0,75$ von den direkt gemessenen ab. Bei den unten mitgeteilten Zahlen ist diese Korrektion schon angebracht. Befindet sich die Kurve jedoch hoch über der t-Achse, was bei Einschaltung einer großen Kapazität der Fall ist, so sind die Bilder sehr hell, und in diesem Fall wurde stets $2^0,1$ abgezogen.

Bei unseren Erörterungen über die Beziehungen zwischen φ und 2α rechneten wir die Zeit von dem Augenblick des Eintritts des Lichts in den Kondensator K an. Bei der Ableitung der Beziehung zwischen Q und t und φ und t (den Q, t- und φ, t-Kurven) nahmen wir als Ausgangspunkt der Zeitrechnung den Augenblick an, wo die Ladung auf der Kondensatorplatte ein Maximum war. Der Gleichförmigkeit wegen wollen wir von jetzt an an der letzteren Zeitrechnung festhalten.

Die Ladung auf der Kondensatorplatte nimmt von einem Maximum in dem Augenblick ab, wo der Funke übergeht. Da nun bei meinem Apparat die Entfernung zwischen Funkenstrecke und Kondensator K 30 cm betrug, so ist das sogenannte „direkte Licht", also das Licht, welches den Weg E, L_1, N_1, K, B, V (Fig. 1) zurückgelegt hat, gleichsam um $\frac{30}{3 \cdot 10^{10}}$ Sek. verzögert. Diese Korrektion ist natürlich auch bei den anderen Verzögerungen angebracht.

Bei den folgenden Beobachtungsreihen war die Anordnung des Schließungskreises die in Fig. 3 wiedergegebene. Die Länge desselben beträgt 198 cm, die Enden der Funkenstrecke waren beinahe kugelförmig, ihr Durchmesser betrug 7 mm; ihre Entfernung

voneinander war 5 mm. Der Widerstand betrug 40 Ohm in jedem Zweig; mit kleineren Widerständen war die Kurve etwas unregelmäßiger.

Die folgende Tabelle enthält die Beobachtungen; in derselben bedeutet V die Verzögerung, α der gemessene Winkel, α_1 das Mittel aus den Messungen.

Tabelle I.

Beobachtungen mit sekundärer Funkenstrecke bei A (Fig. 3).

Kurve	V:	30 cm	172 cm	218 cm	257 cm	298 cm	360 cm	456 cm	690 cm
I	α	11°,2	6°,6	4°,4	2°,9	2°,2	0°,7	—	—
		11°,8	6°,5	4°,4	2°,8	2°,2	0°,6	—	—
	α_1	11°,5	6°,6	4°,4	2°,9	2°,2	0°,7	—	—
II	α	14°,5	7°,1	5°,6	4°,7	4°,6	2°,5	1°,9	—
		15°,0	7°,0	5°,6	4°,9	4°,1	3°,2	2°,2	—
	α_1	14°,7	7°,1	5°,6	4°,8	4°,4	2°,9	2°,0	—
III	α	17°,7	14°,3	14°,0	11°,9	8°,9	7°,2	7°,3	—
		18°,0	14°,3	14°,1	12°,0	9°,7	8°,1	7°,3	7°,3
	α_1	17°,8	14°,3	14°,1	11°,9	9°,3	7°,6	7°,3	7°,3
IV	α	13°,9	11°,3	6°,4	5°,6	4°,0	2°,4	1°,6	0,35
		14°,5	12°,4	6°,6	6°,2	3°,9	2°,5	1°,5	0,35
	α_1	14°,2	11°,9	6°,5	5°,9	3°,9	2°,4	1°,5	0,35
V	α	34°,3	—	31°,5	—	—	26°,2	—	24,8

(Tabelle II s. S. 22.)

Den Verlauf der Kurven gibt die Figur 4 wieder. In derselben entspricht jeder Teilstrich der t-Achse 10^{-9} Sek., der Maßstab für die φ-Winkel ist willkürlich. Die Kurven I, II, III, IV, V wurden mit sekundärer Funkenstrecke bei A (Fig. 3), die Kurven a, b, c, d, e ohne sekundäre Funkenstrecke er-

Tabelle II.

Beobachtungen ohne sekundäre Funkenstrecke.

Kurve	V:	30 cm	172 cm	218 cm	257 cm	298 cm	360 cm	456 cm	690 cm
a	α	11°,9	3°,7	2°,5	1°,7	0°,95	0°,2	0°,05	—
		12°,1	3°,8	2°,2	1°,8	1°,0	0°,3	0°,1	—
	α_1	12°,0	3°,8	2°,4	1°,8	0°,95	0°,25	0,°1	—
b	α	14°,2	9°,8	6°,7	4°,7	4°,1	2°,2	0°,7	0°,25
		15°,1	10°,0	6°,7	4°,8	4°,0	2°,2	0°,8	0°,25
	α_1	14°,7	9°,9	6°,7	4°,8	4°,1	2°,2	0°,75	0°,25
c	α	16°,7	11°,1	6°,9	5°,5	4°,1	3°,6	2°,6	1°,45
		16°,7	10°,5	7°,1	6°,2	4°,6	3°,8	2°,7	1°,45
	α_1	16°,7	10°,8	7°,0	5°,9	4°,4	3°,7	2°,65	1°,45
d	α	14°,6	8°,6	5°,9	4°,1	2°,4	1°,7	1°,2	0°,15
		14°,8	9°,4	6°,4	4°,1	2°,0	1°,2	1°,2	0°,15
	α_1	14°,7	9°,0	6°,1	4°,1	2°,2	1°,5	1°,2	0°,15
e	α	34°,5	35°,2	34°,0	32°,3	30°,0	28°,7	—	27°,4
		37°,7	33°,1	32°,1	32°,5	30°,5	28°,2	—	27°,4
	α_1	36°,1	34°,2	33°,1	32°,4	30°,3	28°,4	—	27°,4

halten. Die weitere Anordnung des Schließungskreises geht aus der folgenden Übersicht hervor:

Kurve I: Einfacher Schließungskreis

„ II: „ „ mit Selbstinduktion (7 Windungen),

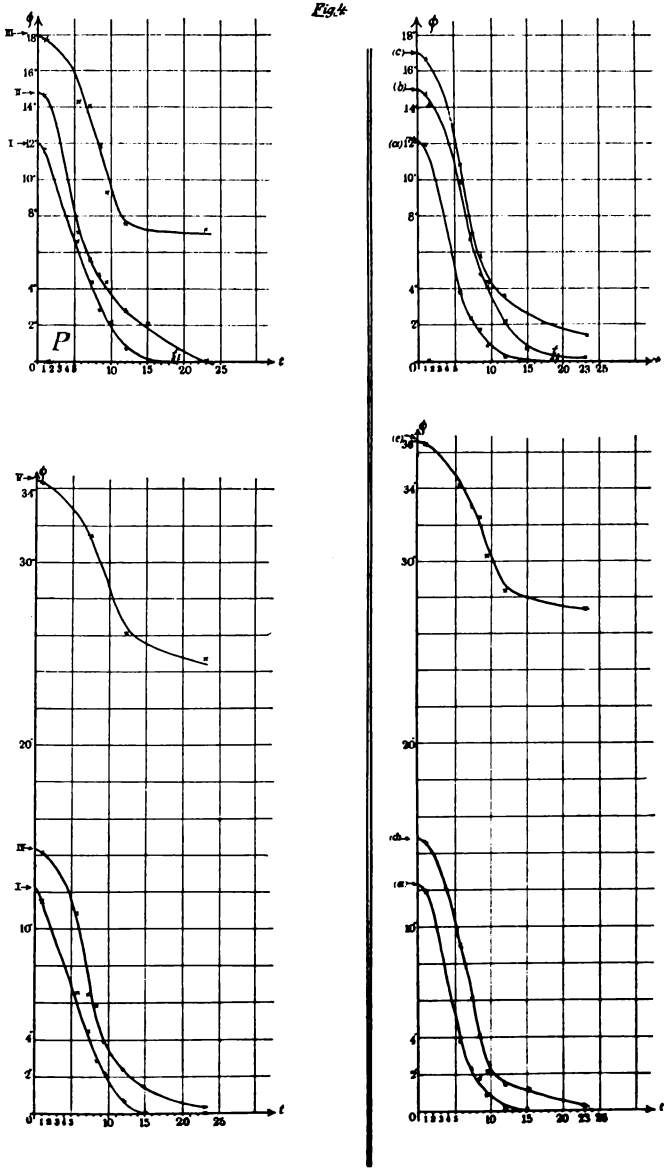
„ III: „ „ mit Selbstinduktion (14 Windungen),

„ IV wie I, nur war ein Luftkondensator parallel dem Kerrschen Kondensator geschaltet,

„ V wie IV, aber mit Leydener Flasche.

Kurve a entspricht I, b entspricht II u. s. w., nur fehlte die sekundäre Funkenstrecke, wie bereits oben erwähnt.

Fig. 4



Besprechung der Messungen.

Einfluß der Selbstinduktion:

Die Periode

$$\tau = 2\pi \Big/ \left\{ \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} \right\}^{1/2}$$

nimmt offenbar mit L und C zu.

Nun wurde Kurve *II* (Fig. 4) mit genau demselben Aufbau erhalten wie Kurve *I*, nur waren sieben Windungen eines dünnen Drahts eingeführt, um die Selbstinduktion zu vergrößern. Wie es die Theorie erwarten ließ, ist tatsächlich die Periode größer, noch größer ist sie in Kurve *III*, bei der vierzehn Windungen eingeschaltet waren.

Dasselbe gilt für die Kurven (*a*), (*b*) und (*c*), welche sich von (*I*), (*II*) und (*III*) nur dadurch unterscheiden, daß keine sekundäre Funkenstrecke vorhanden war. Die Periode bei Kurve (*b*) ist größer als die von (*a*), aber kleiner als die von (*c*).

Einfluß der Kapazität. Die Anordnung bei Kurve *IV* unterscheidet sich von der bei Kurve *I* angewandten nur dadurch, daß ein kleiner Luftkondensator parallel mit dem Kerrschen Kondensator geschaltet war. Entsprechend der Theorie ist die Periode jetzt größer; noch größer ist sie bei Kurve *V*, die mit einer Leydener Flasche erhalten wurde.

Aus demselben Grund ist die Periode von (*d*) größer als die von (*a*), aber kleiner als die von (*e*).

Allgemeine Form der Kurve.

In allen Fällen sind die Kurven anfangs konkav und nachher konvex gegen die t-Achse. Damit ist die Übereinstimmung mit den oben gegebenen theoretischen Betrachtungen erwiesen.

Aus den Kurven *I* und (*a*) geht hervor, daß Kerrs Phänomen für eine Verzögerung von ungefähr 5 m verschwindet. Nach der Theorie (s. Fig. 2) konnte man erwarten, daß es bei noch größeren Verzögerungen wieder auftreten würde. Um diese Frage zu entscheiden, wurden die Winkel gleicher Helligkeit für die folgenden Verzögerungen gemessen: 639 cm, 830 cm, 945 cm, 1030 cm, 1105 und 1235 cm. Wegen der Lichtschwäche des Bildes war es sehr schwierig, die Messungen genau auszuführen; es wurden daher eine große Anzahl von Ablesungen gemacht. Der gemessene Winkel war sehr klein, d. h. niemals größer als 3^0, wovon man $2^0{,}75$ abziehen mußte

(S. 20). Es ist daher möglich, daß für noch größere Verzögerungen Kerrs Phänomen wieder auftritt, doch ist dieser Schluß wegen der Schwierigkeit der Messung nicht absolut bindend. Jedenfalls war die Dämpfung sehr groß, und die Methode gibt tatsächlich nur den Teil der Kurve von O bis t_1 (wo das Kerrsche Phänomen zum erstenmal verschwindet).

Die numerische Berechnnng.

Bei der Entwicklung der Theorie über die Beziehung zwischen Q und t und zwischen φ und t wurden zwei Annahmen gemacht, nämlich

$$1.\ \text{daß}\ R^2 < 4\,\frac{L}{C}\ .$$

ist, und 2. daß Kerrs Phänomen augenblicklich den Änderungen des elektrischen Feldes folgt.

Daraus, daß die Theorie mit dem Versuch übereinstimmt, folgt die Berechtigung dieser beiden Annahmen; immerhin dürfte es von Interesse sein, die Sache noch etwas genauer zu verfolgen.

Selbstinduktion L.

Die Länge des Schließungskreises betrug ungefähr 198 cm, die Dicke 3,5 mm. Der Einfachheit halber setzen wir für 198 die runde Zahl 200 und nehmen an, daß der Schließungskreis ein vollkommener Kreis sei. Dann ist nach der Formel von Bláthy

$$L = 4\pi + \left\{ 0{,}57944 + \log_e \frac{2r}{d} - \frac{d}{r} - \frac{d^2}{96\,r^2} - \frac{d^3}{354\,r^3} \cdot \cdot \cdot \cdot \right\},$$

wo r der Radius des Kreises und d der Durchmesser des Drahtes $= 3{,}5$ mm bedeuten. Führt man die Rechnung durch, so ergibt sich

$$L = 2308{,}75 \text{ elektromagnetische Einheiten.}$$

Kapazität C.

Sei K die Dielektrizitätskonstante, f die Fläche der Platte und a die Entfernung zwischen den Platten, so ist, da

$$C = K\,\frac{f}{4\,\pi\,a}$$

und

$$f = 21 \cdot 3 = 63$$

$$a = 0{,}3 \text{ und } K = 2{,}5$$

$$C = 41{,}7775 \text{ elektrostatische Einheiten}$$

$$= \frac{41{,}7775}{(3 \cdot 10^{10})^2} \text{ elektromagnetische Einheiten}$$

Der Widerstand R betrug

$$161{,}2 \text{ Ohm} = 161{,}2 \cdot 10^9 \text{ absolute Einheiten.}$$

Da nun

$$(161{,}2 \cdot 10^9)^2 < \frac{4 \cdot 2308{,}75}{41{,}7775} \cdot 9 \cdot 10^{20},$$

also

$$R^2 < \frac{4\,L}{C},$$

so waren wir berechtigt, die letztere Formel unserer Theorie zugrunde zu legen.

Wir wollen nun untersuchen, ob die aus der Theorie sich ergebenden Werte a) für die Verzögerung, bei der Kerrs Phänomen verschwindet, und b) für die Lage der Wendepunkte mit den experimentell gefundenen übereinstimmen.

a) Aus der Gleichung

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{d\,Q}{dt} + \frac{Q}{C} = 0, \qquad \text{(S. 7)}$$

deren Lösung in unserem Fall

$$Q = A\, e^{-\frac{R}{2L} t} \cos \left\{ \left(\frac{1}{L\,C} - \frac{R^2}{4\,L^2} \right)^{1/2} t + \alpha \right\}$$

ist, folgt, wie schon erwähnt, daß die Periode der Oscillationen (Formel 2)

$$\frac{2\,\pi}{\left\{ \frac{1}{L\,C} - \frac{R^2}{4\,L^2} \right\}^{1/2}} = \frac{2\pi}{k}$$

ist. Führt man in diese Formel die oben berechnete Zahlengrößen für L, R und C ein, so ergibt sich

$$\frac{\pi}{2\,k} = \frac{523{,}2}{3 \cdot 10^{10}}.$$

In gleicher Weise ergibt sich aus der Gleichung (2a)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-R}{2\,L\,k},$$

daß

$$\alpha = -(7^0\, 23').$$

Da nun $$Ot_1 = \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{k} = \frac{\pi}{2k} \left\{ 1 - \frac{\alpha}{\frac{\pi}{2}} \right\}$$

so erhalten wir, durch Einsetzen der Werte, $Ot_1 = \frac{566{,}1}{3 \cdot 10^{10}}$.

D. h. wir müßten erwarten, daß Kerrs Phänomen für eine Verzögerung von 566,1 cm verschwinden würde oder nach dem Maßstab der Kurven Fig. 4 verlangt die Theorie, daß die Kurve die t-Achse berührt im Punkte t_1, wo $Ot_1 = \frac{566,1}{30} = 18,8$ Teilstrichen ist. Aus der Figur 4 geht hervor, daß dieser Wert mit dem experimentell gefundenen übereinstimmt, besonders wenn man erwägt, daß die Messungen wegen der Lichtschwäche der Winkel nicht allzugenau ausgeführt werden konnten.

b) Die Lage der Wendepunkte, besonders des ersten.

Aus Formel 7 geht hervor, daß die Lage der Wendepunkte gegeben ist durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} kt = \frac{\frac{R}{2kL}\left\{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}}\right\}}{1 - \frac{R^2}{2k^2L^2}\left\{1 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2C}}\right\}}.$$

Führt man hierin die oben gefundenen Werte für L, R und C ein, so ist

$$\operatorname{tg} kt = \frac{0,12567975}{0,97924780}, \text{ oder } -\frac{0,25517975}{1,00395220}.$$

Verwirft man den negativen Wert als unmöglich zwischen O und t_1 (Fig. 4), so erhält man für den ersten Wendepunkt

$$kt = 7^0\ 19'$$

oder

$$t = \frac{42,6}{3 \cdot 10^{10}}.$$

Wir müßten also erwarten, daß nach dem Maßstab von Fig. 4 der erste Wendepunkt die Abscisse OP hätte, wo

$$OP = \frac{42,6}{30} = 1,4 \text{ Teilstriche.}$$

Daß dies tatsächlich nahezu erfüllt ist, geht aus den Kurven 1 und a hervor.

Resultat.

1. Die abgeleiteten theoretischen Folgerungen stimmen sehr gut mit den experimentellen Ergebnissen.

2. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch führt zu dem Schluß, daß unsere Annahme, daß

Kerrs Phänomen augenblicklich den Änderungen des elektrischen Feldes folgt, äußerst wahrscheinlich ist.

Die Herren Abraham und Lemoine haben in ihrer Abhandlung ebenfalls diesen Schluß gezogen, und zwar daraus, daß Kerrs Phänomen in dem so kurzen Zeitintervall von $\frac{400}{3 \times 10^{10}}$ Sek. verschwindet. Zu demselben Resultat ist bereits Th. des Coudres[1]) im Jahre 1893 gelangt. Aus den oben mitgeteilten Auseinandersetzungen geht hervor, daß dieser Schluß nicht nur äußerst wahrscheinlich, sondern so gut wie sicher ist.

Teil II.

Anwendung der Methode von Abraham-Lemoine zur Bestimmung der Richtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Entladungsröhren.

Wheatstone gelangte im Jahre 1835 auf Grund der Beobachtung einer Entladung im rotierenden Spiegel zu dem Resultat, daß die Geschwindigkeit der Entladung nicht geringer als 8×10^7 cm pro Sek. war. Plücker[2]) schloß auf Grund des magnetischen Verhaltens der Entladung, daß dieselbe von der positiven Elektrode ausging. Spottiswoode und Moulton[3]) fanden, daß die Zeit, welche die positive Elektrizität gebrauchte, um die ganze Röhre zu durchwandern, kürzer war als diejenige, welche die negative Elektrizität bedurfte, um die Kathode zu verlassen. Sie ermittelten ferner, daß positive oder negative Elektrizität viel schneller durch einen Draht von der Länge der Röhre fließt als durch die Röhre selbst. J. J. Thomson[4]), welcher ebenfalls diese Frage behandelt hat, verwandte bei seinen Versuchen eine 15 m lange Röhre, die mit Ausnahme von zwei um 6 m voneinander entfernten Stellen vollständig mit Lampenruß geschwärzt war. Während ein Strom hindurch-

---

[1]) Th. des Coudres, Einige Bemerkungen über elektrische Doppelbrechung. Verh. Deutsch. Naturf. u. Ärzte 1893.

[2]) Plücker, Pogg. Ann. 107, S. 89. 1859.

[3]) Spottiswoode and Moulton, Phil. Trans. Vol. 171, II, p. 641. 1880.

[4]) J. J. Thomson, Recent Researches 1893, p. 115 ff.

geschickt wurde, wurden die Bilder der unbedeckten Stellen mit Hilfe von Spiegeln so auf einen rotierenden Spiegel geworfen, daß sie, wenn der letztere sich in Ruhe befand, eine Gerade bildeten. Bei schneller Rotation trennten sie sich voneinander. Wurde der Strom gekehrt, so vertauschten die Bilder ihre relative Lage zueinander. Es ergab sich nach dieser Methode, daß die Entladung unabhängig von der Natur der Elektroden stets von der Anode zur Kathode wanderte, und daß für einen Druck von 0,8 mm die Geschwindigkeit der Entladung ungefähr die Hälfte von derjenigen des Lichts betrug.

E. Wiedemann und G. C. Schmidt[1]) haben ferner gezeigt, daß unter bestimmten Verhältnissen eine scheinbare Fortpflanzungsgeschwindigkeit von nur etwa 200 m pro Sek. beobachtet wird. In den leuchtenden wandernden Massen von Wüllner, Righi u. a. haben wir eine scheinbare außerordentlich langsame Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität. Da die Resultate der einzelner Forscher somit gar nicht untereinander übereinstimmen, so war es wünschenswert, nach einer neuen Methode die obige Größe zu bestimmen, und hierzu schien die von Abraham und Lemoine gegebene Anordnung ein vorzügliches Hilfsmittel zu bieten.

In den einfachen Schließungskreis (Fig. 3), für den die Doppelbrechung durch die Kurven (Fig. 4) dargestellt wird, sei eine Entladungsröhre (Fig. 5) eingeschaltet. Dieselbe sei geschwärzt, nur zwei kleine Stellen a und b, die als Lichtquellen dienen sollen, seien unbedeckt. Es war nun zu erwarten, daß man mit letzteren ähnliche Kurven für die Doppelbrechung erhalten würde wie für den Funken (Fig. 4). Schreitet die Entladung von a nach b fort, so würde man für a für die Doppelbrechung eine Kurve von ungefähr der Form A, A_0, A' voraussichtlich beobachten und für b die Kurve $B\ B'$ (Fig. 6). Die obere Kurve würde dem Ende der Röhre entsprechen, von dem die Entladung ausgeht. Da gar keine Veranlassung vorliegt, weswegen $B\ B'$ anders gestaltet sein sollte, als $A\ A'$, so war zu erwarten, daß $B\ A_0 = B'\ A' = \beta\ \alpha \ldots$ sein würde, oder mit anderen Worten, daß man durch eine parallele Verschiebung $B\ B'$ mit $A\ A'$ zur Deckung bringen würde.

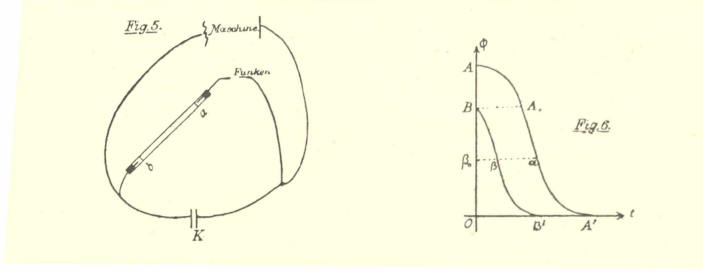
---

[1]) E. Wiedemann und G. C. Schmidt, Wied. Ann. 66, S. 334. 1898.

Aus den Kurven ließe sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung leicht berechnen. Entspräche $\beta\ \alpha$ beispielsweise irgend einer Verzögerung Δ cm längs des Lichtstrahles, und wäre die Entfernung zwischen a und b in der Röhre Δ' cm, so wäre die Geschwindigkeit der Entladung einfach

$$\frac{\Delta'}{\Delta}\ (3 \times 10^{10}).$$

Die Zeit $\beta_0\ \alpha$ ist offenbar gleich der Zeit, welche die Entladung gebraucht, um von a nach b zu wandern, plus der Zeit $\beta_0\ \beta$ oder mit anderen Worten: die Zeit, welche die Entladung zur Zurücklegung des Wegs $a\ b$ bedarf, ist gleich $\beta\ \alpha$. Es



war daher zu erwarten, daß man für jede horizontale Entfernung zwischen den Kurven die Geschwindigkeit würde bestimmen können.

Diese Vermutung hat sich nicht bestätigt, die Versuche ergaben alle negative Resultate. Trotzdem teile ich sie mit, da man aus denselben andere Schlüsse ziehen kann.

Versuche.

I. Die ersten vorläufigen Versuche wurden mit einer mit Wasserstoff gefüllten Geißler-Röhre angestellt. Die Anordnung gibt die Fig. 5 wieder, nur waren vor dem Kondensator zwei kleine $CuSO_4$-Widerstände eingeschaltet. Messungen wurden ausgeführt für direktes und für verzögertes Licht (a) mit dem Funken und (b) mit der Mitte der Röhre als Lichtquelle.

Die folgenden Winkel wurden gemessen

a) Funken als Lichtquelle.

V in cm	Winkel
30	22°,1
172	19°,1
218	16°,9
257	15°,1
298	12°,8
360	11°,1
690	4°,6

b) Die Mitte der Röhre als Lichtquelle.

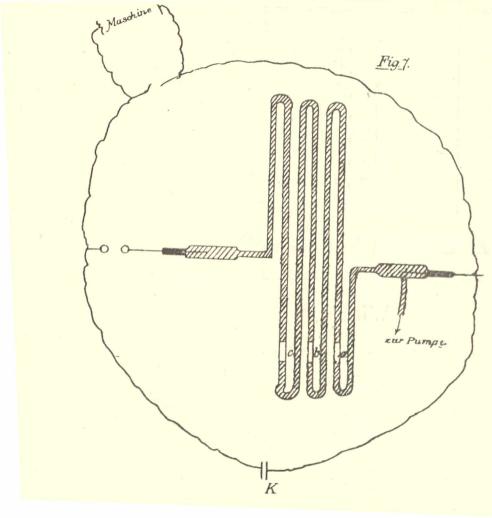
V in cm	Winkel
30	34°,6
172	28°,4
257	24°,5
360	22°,2
690	19°,8

Es wurde nun die Anordnung in mannigfacher Weise variiert, so wurde die Röhre zuerst mit dem positiven Pol der Maschine, darauf mit dem negativen Pol verbunden, der eine Pol wurde zur Erde abgeleitet, Widerstände und Selbstinduktion eingeschaltet u. s. w. Es ergab sich stets für den Funken ein viel kleinerer Winkel als für die Röhre. Die Erklärung dieser Erscheinung sowie der bei anderen Anordnungen entgegengesetzten findet sich am Schluß der Abhandlung.

II. Röhre zwei Meter lang.

Die ersten definitiven Versuche, die Richtung und Geschwindigkeit der Entladung zu bestimmen, wurden mit einer 2 m langen Röhre angestellt; Durchmesser betrug 6 mm (Fig. 7). Sie war mit schwarzem Lack bedeckt, nur drei Stellen bei *a*, *b* und *c* blieben unbedeckt. Die Ebene der Röhre war vertikal und stand senkrecht zu der Richtung des Fernrohrs. Die Stellen *a*, *b* und *c* wurden nacheinander in die Lage gebracht, die ursprünglich der Funke einnahm. Bei einer ersten Reihe von Versuchen besaß die Röhre überall den gleichen Durchmesser, später wurden die Enden, in welche Aluminiumelektroden eingekittet waren, erweitert, wie es die Figur zeigt. Die Ent-

fernung längs der Röhre zwischen a und b und b und c betrug 58 cm. Der Druck betrug ungefähr $^1/_2$ mm; Druckänderungen von $^1/_{10}$—$^2/_{10}$ mm riefen keine nennenswerten Änderungen des Winkels hervor. Die Funkenstrecke bestand aus zwei Messingkugeln von 2,5 cm Durchmesser, deren Entfernung voneinander mittelst einer Mikrometerschraube verändert wurde. Der Schließungskreis war so klein als möglich.



Aus meinem Beobachtungsjournal entnehme ich die folgenden typischen Reihen. Die ersten wurden mit einer elektrischen Maschine, die letzte mit einem Induktorium angestellt. V bedeutet wieder Verzögerung, a das gemessene Mittel, a_1 das Mittel aus den Messungen; a, b, c bedeutet, daß a, dann b und c als Lichtquelle diente.

Reihe a. Mit Elektrisiermaschine.

Kurve	V	30 cm	218 cm	298 cm	456 cm	690 cm
a	a	44°,1 45°,3	42°,9 44°,4	46°,5 46°,4	47°,1 46°,7	42°,7 44°,6
	a_1	44°,7	43°,6	46°,4	46°,9	43°,6
b	a	43°,8 44°,2	— —	— —	— —	41°,8 43°,5
	a_1	44°,0	—	—	—	42°,6
c	a	45°,1 44°,2	— —	— —	— —	44°,3 43°,9
	a_1	44°,6	—	—	—	44°,1

Reihe β. Mit Elektrisiermaschine.

Kurve	V	30 cm	218 cm	298 cm	360 cm	690 cm
a	a	111°,1 111°,8	— —	— —	— —	113°,0 112°,2
	a_1	111°,4	—	—	—	112°,6
b	a	112°,0 111°,3	112°,7 111°,2	113°,3 112°,1	111°,5 114°,7	114°,7 112°,9
	a_1	111°,7	111°,9	112°,7	113°,1	113°,8
c	a	94°,9 94°,9	— —	— —	— —	112°,5 112°,9
	a_1	94°,9	—	—	—	112°,7

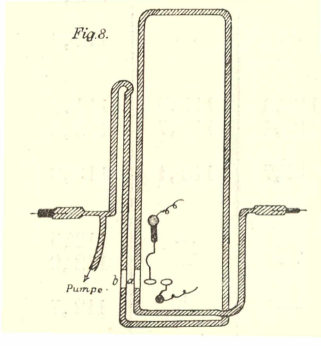
Reihe γ. Mit Induktorium.

Kurve	V	218 cm	456 cm
a	a	25°,7 22°,0	23°,7 24°,9
	a_1	23°,8	24°,3
b	a	24°,7 21°,0	20°,9 19°,3
	a_1	22°,8	20°,1
c	a	23°,0 21°,0	19°,0 20°,7
	a_1	22°,0	19°,8

Aus der Tabelle ergibt sich, daß keine Kurven wie in Fig. 6 erhalten wurden. Die Differenzen zwischen den Werten für a, b und c in jeder Reihe sind so klein, — sie liegen innerhalb der Beobachtungsfehler —, daß man keinen Schluß weder auf die Richtung noch auf die Geschwindigkeit ziehen kann.

III. Eine kürzere Röhre.

Die nächste Röhre, welche ich benutzte (Fig. 8) hatte denselben Durchmesser wie die vorige, war aber viel kürzer. Die Funkenstrecke und die Stellen *a* und *b* waren so angeordnet, daß sie bequem mittelst einer Schraubenvorrichtung in das Gesichtsfeld nacheinander gebracht werden konnten. Um den Druck längere Zeit konstant zu halten, wurde eine große Woulffsche Flasche eingeschaltet; der Druck wurde mittelst eines Mac Leodschen Manometers abgelesen. Die Entfernung zwischen *a* und *b* in der Röhre betrug 110 cm. Die Funkenstrecke bestand aus Messingkugeln von ungefähr 7 mm Durchmesser. Einige der erhaltenen Resultate stehen in den nachfolgenden Tabellen verzeichnet.



Versuchsreihe I mit Induktorium. Der Druck betrug am Anfang 0,95 mm, am Ende 1 mm.

Kurve	V	30 cm	360 cm
Funken	a	38°,3 39°,6	37°,5 41°,8
	a_1	38°,9	39°,1
a	a	18°,0 17°,2	17°,1 18°,6
	a_1	17°,6	17°,8
b	a	18°,7 19°,6	18°,0 17°,6
	a_1	19°,1	17°,8

Versuchsreihe II mit Elektrisiermaschine und $CuSO_4$-Widerständen. Der Schließungskreis bestand aus dickem Draht.

Die Länge der Funkenstrecke war dieselbe wie vorher. Der Druck betrug am Anfang 0,099 mm, am Ende 0,114 mm.

Kurve	V	30 cm	360 cm
Funken	α	43°,6 40°,9 41°,2 43°,5	45°,9 40°,5 40°,5 41°,1
	α_1	42°,1	41°,1
a		29°,3	29°,5
b		28°,8	27°,9

Versuchsreihe III mit Elektrisiermaschine. Die Anordnung war dieselbe wie vorher. Der Druck variierte im Lauf der Untersuchung von 0,255 bis 0,315 mm. Die der Pumpe nächstgelegene Elektrode (siehe Fig. 8) ist positiv.

Kurve	V	30 cm	218 cm	360 cm	690 cm
a	α	41°,3 42°,3 41°,8	42°,8 41°,6 41°,0	41°,2 41°,3 41°,1	41°,4 41°,6 41°,8
	α_1	41°,8	41°,8	41°,2	41°,8
		Gemessener Druck = 0,312 mm	Druck = 0,290 mm	Druck = 0,285 mm	Druck = 0,278 mm
b	α	42°,8 40°,7 42°,0 40°,6	— — — —	— — — —	— — 41°,5 —
	α_1	41°,5	—	—	41°,5
		Druck = 0,265 mm			

Es wurde nachher noch ein sekundärer Funke eingeschaltet: die Werte für die Winkel blieben dieselben wie vorher.

Versuchsreihe IV. Die Funkenstrecke wurde ausgeschaltet. Mit direktem Licht wurde bei *a* der Winkel 12°,5 und mit *b* 12°, 9 gemessen.

Versuchsreihe V mit Elektrisiermaschine und Funkenstrecke (zwei Messingkugeln von 2,5 cm Durchmesser), ohne Widerstand; der Schließungskreis war so kurz als möglich. Druck 0,37 mm. Die folgenden Werte wurden erhalten.

a	24°,1	24°,0	23°,5	23°,6	24°,4	Mittel **23°,92**
b	24°,0	23°,8	24°,0	23°,9	24°,1	„ **23°,96.**

Als die Maschine sehr langsam lief, wurde bei *b* der Winkel 24°, 4, als sie sehr schnell rotierte, 24°, 2 gemessen.

Versuchsreihe VI mit Influenzmaschine und Funkenstrecke (Entfernung der Kugeln voneinander 2 mm), Druck 0,372 mm am Anfang und 0,383 mm am Ende.

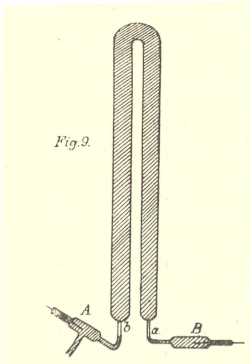
In der Tabelle (s. Seite 37) bedeutet *a* das eine Ende der Röhre, welches als Lichtquelle benutzt wurde, *b* das andere Ende; *a* + bedeutet, daß *a* positiv war, *b* —, daß *b* negativ war. Die Funkenstrecke war stets vor *a* eingeschaltet.

Die Winkel für *b* sind, obwohl sie denen von *a* sehr nahe kommen, alle etwas größer als die von *a*. Es mag dies daher rühren, daß alle Versuche mit *b* nach denen von *a* angestellt wurden, und daß beim Abputzen der Kugeln der Funkenstrecke, was stets vor Beginn der Beobachtungsreihe mit *b* geschah, diese ein klein wenig voneinander entfernt wurden. Eine kleine Änderung der Funkenstrecke rief stets eine große Änderung der Winkel hervor, während selbst große Druckänderungen so gut wie ohne Einfluß waren.

Als einige Leydener Flaschen eingeschaltet wurden, wurde für *a* 19°,1 und für *b* 19°,0 gemessen.

Alle Beobachtungsreihen zeigen somit ausnahmslos, daß es unmöglich ist, Kurven der gewünschten Art zu erhalten. In allen Fällen ist der Winkel für *a* derselbe wie für *b*, und zwar sowohl für direktes, als auch für verzögertes Licht. Im Gegensatz zu den Beobachtungen mit der Geißler-Röhre (S. 30) sind die Winkel für die Röhre kleiner als für die Funkenstrecke.

Fall		V	30 cm	535 cm
I	a +	α	21°,0 20°,6	20°,9 22°,0
		α_1	20°,8	21°,4
	b —	α	21°,5	21°,4
II	a —	α	20°,4 20°,0	20°,4 20°,1
		α_1	20°,2	20°,3
	b +	α	23°,9	23°,8
Der eine Pol der Funkenstrecke war zur Erde abgeleitet.				
III	a —	α	20°,3 19°,9	20°,3 20°,1
		α_1	20°,1	20°,2
	b +	α	21°,7	21°,2
IV	a +	α	20°,1 19°,6	19°,8 20°,0
		α_1	19°,9	19°,9
	b —	α	21°,5	21°,5
Eine Elektrode des Rohrs war zur Erde abgeleitet.				
V	a +	α	20°,2 21°,2	19°,8 20°,7
		α_1	20°,7	20°,2
	b —	α	22°,2	21°,6
VI	a —	α	20°,1 20°,4	19°,7 20°,1
		α_1	20°,2	19°,9
	b +	α	21°,2	21°,3



IV. Eine kurze, weite Röhre.

Es wurde eine Röhre von der Form Fig. 9 benutzt; *a* und *b* sind kapillar. Der Durchmesser der weiten Röhre betrug 18,8 mm, die Entfernung von *a* nach *b* war in der Röhre = 92 cm.

Versuchsreihe I mit Influenzmaschine und Funkenstrecke. Der Schließungskreis war so kurz als möglich. Die Entfernung der Messingkugeln der Funkenstrecke voneinander betrug 3,4 mm. Druck am Anfang 1,00 mm, am Ende 1,05. Das der Pumpe nächstgelegene Ende der Röhre ist positiv.

Kurve	V	30 cm	535 cm
a	a	32°,8 30°,9 31°,6	31°,2 31°,1 32°,8
	a_1	31°,6	31°,7
b	a	30°,8 32°,4	31°,9 32°,7
	a_1	31°,1	32°,3

Versuchsreihe II. Druck 0,518 mm. Die übrige Anordnung wie vorher.

Kurve	V	30 cm	535 cm
a	a	31°,5 31°,0	30°,6 31°,5
	a_1	31°,3	31°,1
b	a	31°,1 30°,0	31°,3 30°,8
	a_1	30°,6	31°,0

Versuchsreihe III mit Elektrisiermaschine und Funkenstrecke, bestehend aus Messingkugeln von 7 mm Durchmesser, deren Entfernung voneinander sehr klein war. Druck 1,43 mm.

Kurve	V	30 cm	384 cm
a	a	11°,3 9°,4 10°,5 11°,0	11°,3 10°,4 10°,7 —
	a_1	10°,5	10°,8
b	a	10°,9 10°,9	— 10°,9
	a_1	10°,9	10°,9

Versuchsreihe IV mit Elektrisiermaschine und Funkenstrecke wie vorher. Druck 1,4 mm.

	Kurve	V	30 cm	384 cm
A negativ	Funken	a	66°,1 66°,3	66°,6 67°,0
		a_1	66°,2	66°,8
	a	a	44°,5 44°,7	43°,6 44°,0
		a_1	44°,6	43°,8
	b	a	44°,1	43°,5
A positiv	a	a	43°,8	44°,0
	b	a	44°,8	44°,7

Versuchsreihe V. Druck 0,44; sonst war alles wie vorher, und zwar die Funkenstrecke kürzer.

	Kurve	V	30 cm	384 cm
A positiv	Funken	α	46°,8 47°,9	47°,3 47°,9
		α_1	47°,3	47°,6
	a	α	29°,5 29°,7	30°,1 29°,8
		α_1	29°,6	29°,9
	b	α	30°,0 29°,9	28°,8 28°,6
		α_1	30°,0	28°,7
A negativ	Funken	α	53°,1 56°,9	52°,3 56°,3
		α_1	55°,0	54°,3
	a	α	31°,4	30°,6
	b	α	31°,7	31°,0

Diese Beobachtungsreihen zeigen, ebenso wie die vorhergehenden, daß, gleichgültig, ob wir direktes oder verzögertes Licht anwenden, die Winkel für *a* dieselben sind wie für *b*. Dasselbe gilt für die mit der Funkenstrecke als Lichtquelle gemessenen Winkel; dieselben sind größer als die entsprechenden von *a* und *b*. Es läßt sich daher aus diesen Beobachtungen ein Schluß weder über die Richtung der Entladung, noch über deren Geschwindigkeit ziehen.

Trotz dieser negativen Resultate läßt sich aus den Beobachtungsreihen folgendes entnehmen: Die Beobachtungen mit Röhre II, III und IV zeigen, daß der Winkel selbst bei einer Verzögerung von 4 m und mehr sich nicht ändert Dies deutet

darauf hin, daß die Entladung und der Funke länger andauert, als die Zeit beträgt, welche das Licht gebraucht, um diesen Weg zurückzulegen. Aus der Länge der Röhre ergibt sich sofort, daß dieser Schluß nicht übereinstimmt mit dem von J. J. Thomson gefundenen Wert für die Geschwindigkeit der Entladung, wohl aber mit dem von Spottiswoode und Moulton.

Der kleinere Wert des Winkels beim Rohr I erklärt sich aus einem späteren Einsetzen der leuchtenden Entladung im Rohr, als im Funken. Das spätere Einsetzen wird bedingt durch die große Kapazität eines so langen Entladungsrohrs: die zuerst übergehenden Elektrizitätsmengen laden das Rohr, bis das Entladungspotential erreicht ist und erst dann tritt im Rohr die leuchtende Entladung ein.

Ein entgegengesetztes Resultat liefern die weiter oben beschriebenen Versuche mit einem gewöhnlichen mit Wasserstoff gefüllten Geißlerrohr. Der Winkel im Rohr war stets größer als der im Funken. Es fragt sich, wie läßt sich dies erklären? Auch hier wird aus gleichem Grunde wie beim langen Entladungsrohr die leuchtende Entladung im Rohr später als die im Funken einsetzen, jedoch wird der Zeitunterschied entsprechend der sehr viel kleineren Kapazität des Geißlerrohrs sehr viel kleiner sein. Nun haben frühere Versuche gezeigt, daß die Dauer des Leuchtens sowohl beim Funken als auch beim Geißlerrohr sehr kurz sind. Aus der Tatsache, daß der Winkel im Geißlerrohr größer war als der im Funken, muß man schließen, daß die Dauer des Leuchtens im Geißlerrohr wesentlich kürzer ist als im Funken. Genauere Untersuchungen, die aber außerhalb des Rahmens der vorliegenden Arbeit liegen, müssen die Verhältnisse klären und vor allen Dingen entscheiden, ob man aus der Art des Aufleuchtens Rückschlüsse auf die Geschwindigkeit der Fortpflanzung machen kann.

Es sei mir an dieser Stelle erlaubt, meinem hochverehrten Lehrer Herrn Prof. Dr. E. Wiedemann für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit und seine Hilfe während derselben sowie Herrn Prof. Dr. G. C. Schmidt für seine wertvollen

Ratschläge und für die viele Mühe und Zeit, die er mir in der liebenswürdigsten Weise geopfert hat, meinen herzlichen Dank auszusprechen. Ebenso möchte ich Herrn Privatdozenten Dr. Wehnelt für seine vielen nützlichen Vorschläge und für die freundliche Unterstützung, die er mir immer zuteil werden ließ, Herrn Prof. Dr. Lenk für die gütige Überlassung seiner optischen Bank, Herrn Abraham endlich für seine mir bereitwilligst erteilten Aufklärungen meinen besten Dank abstatten.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Sozietät zu Erlangen

Jahr/Year: 1904

Band/Volume: 36

Autor(en)/Author(s): James John

Artikel/Article: Die Abraham-Lemoinesche Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle und ihre Anwendung zur Bestimmung der Richtung und Geschwindigkeit der Entladung in Entladungsröhren 1-42