Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. XV.

Von Eilhard Wiedemann.

Über die Bestimmung der Zusammensetzung von Legierungen.

Angeregt durch die von Archimedes gelöste Aufgabe, den Gehalt[1]) des Kranzes des Hiero an Gold zu bestimmen, haben sich die Muslime mit demselben Problem in erweiterter Form im Anschluß an die Antike befaßt, zugleich aber auch Größen bestimmt, die dem spezifischen Gewicht entsprechen, indem sie das von 100 *Miṯqâl* der verschiedensten Substanzen verdrängte Wasservolumen ermittelten und die Gewichte gleicher Volumen feststellten. Die letzteren Untersuchungen, mit denen *al Bêrûnîs* Name verknüpft ist, sollen hier nicht behandelt werden, sondern nur diejenigen, die sich auf die Bestimmung der Zusammensetzung von Legierungen beziehen. Dabei sind alle möglichen Methoden benutzt worden, vor allem aber diejenigen, die mit dem Gewichtsverlust der Körper im Wasser zusammenhängen.

In zusammenfassender Weise sind uns die Arbeiten der Muslime und die ihnen bekannten der Antike bis zum Beginn des 12. Jahrhunderts n. Chr. in dem Werk „Über die Wage der Weisheit von *al Châzinî*“ überliefert und zwar in dem Abschnitt „Über die Wasserwagen, von denen die alten und die neuen Gelehrten gehandelt haben“[2]). Einige Stücke aus diesem Kapitel hat Herr

[1]) Vgl. hierzu F. Strunz, Chem. Ztg. Bd. 31, S. 487. 1907 und Ch. M. van Deventer, Het Vragstuk van den Krans in seinen Heleenschen Studien.

[2]) Die hierher gehörige Literatur hat Herr Dr. Ibel in seiner noch mehrfach zu zitierenden Inauguraldissertation: Die Wage im Altertum und Mittelalter. Erlangen 1908, zusammengestellt (vgl. auch vor allem Beiträge VI

Dr. Ibel[1]) durch Publikation der von mir ihm zur Verfügung gestellten Übersetzungen veröffentlicht. Die übrigen Stücke sollen hier mitgeteilt werden, hie und da in etwas gekürzter Form. Sehr häufig vorkommende Größen sind 1. das Gewicht von Gold, Silber und Legierung in Luft, „das luftige Gewicht", das Luftgewicht, es wird mit P_1, P_2, Π bezeichnet werden; 2. das Wassergewicht (wässerige Gewicht), von Gold, Silber und Legierung W_1, W_2, Φ.

x ist das Verhältnis des Gewichtes des in der Legierung enthaltenen Goldes zu dem Gesamtgewicht Π, X das Gewicht des Goldes selbst, s_1, s_2, σ sind die spezifischen Gewichte von Gold, Silber und Legierung.

Das Wort Legierung selbst kommt nicht vor, sondern es heißt statt dessen der zusammengesetzte, der zusammengemischte Körper u. s. w., da es sich aber stets um Gemische von Metallen, speziell Gold und Silber handelt, so wollen wir das Wort Legierung benutzen. In dem arabischen Text sind alle Größen und mathematischen Formeln bezw. Beziehungen durch Worte ausgedrückt, wir wollen sie der Kürze wegen z. T. durch die obigen Buchstaben bezw. die modernen Zeichen ausdrücken. Eine unbekannte Größe wird mit „das Ding" oder „das andere Ding" bezeichnet. Die sämtlichen Betrachtungen kommen auf Gleichungen zurück, die sich aus der bekannten Mischungsregel ableiten:

$$\frac{X}{s_1} + \frac{\Pi - X}{s_2} = \frac{\Pi}{\sigma};$$

hieraus folgt

$$X = \Pi \frac{1/s_2 - 1/\sigma}{1/s_2 - 1/s_1} = \Pi \frac{\sigma - s_2}{s_1 - s_2} \cdot \frac{s_1}{\sigma}$$

oder entsprechend für

$$\frac{X}{\Pi} = x = \frac{1/s_2 - 1/\sigma}{1/s_2 - 1/s_1} = \frac{\sigma - s_2}{s_1 - s_2} \cdot \frac{s_1}{\sigma}.$$

Sind die Auftriebe a_1, a_2, a für gleiche Gewichte P_1, P_2 und Π gegeben oder die entsprechenden Wassergewichte

---

und VII). Hinzugekommen ist noch eine Stelle aus einer Londoner Handschrift E. W., Beiträge XIV, S. 60 und E. W., Verhandlungen der physik. Gesellschaft Berlin 10, S. 339. 1908.

[1]) Eine Übersicht über die bisher zugänglich gemachten Stücke an der Wage der Weisheit wird weiter unten gegeben werden.

$W_1 = P_1 - a_1$, $W_2 = P_2 - a_2$, $\Phi = \Pi - a$, so erhält man, da $s_1 = P_1/a_1$ u. s. w.

$$X = \Pi \cdot \frac{a_2 - a}{a_2 - a_1} = \Pi \frac{\Phi - W_2}{W_1 - W_2}.$$

Wir wenden uns nun zu der Übersetzung der betreffenden Stellen aus der Wage der Weisheit.

Vierte *Maqâla*[1]).

Über den Bericht über die Wagen des Wassers, von denen die alten und die neuen Gelehrten gehandelt haben, sie besteht aus fünf *Bâb*.

Der Abschnitt in dem Werk *al Châzinis* beginnt mit der Beschreibung der Wage des Archimedes, die bei Ibel mitgeteilt ist, dort ist auch die nötige Literatur gegeben. Es ist das *Bâb* I (Kapitel I) der *Maqâla* IV (Buch IV). — Daran reiht sich

Zweites *Bâb*.

Bâb 2. Über die Methoden (*Ṭarîq*) des *Mânâlâus* hierin (nämlich in der Bestimmung einer Legierung), wenn beide Schalen gleichzeitig im Wasser sich befinden oder eine im Wasser und die andere in der Luft sich befindet. Er sagt: Ich will die Methoden erläutern, durch die man diese Sache (*Ma'nan*) herausbringen kann, in sicherer Weise, eifrig forschend, in drei *Faṣl*.

Faṣl 1. Über den ersten Kunstgriff unter Benützung des Luftgewichtes, ohne Benützung des Wassergewichtes, falls man das Verhältnis der Gewichte der beiden an Volumen gleich großen Körper kennt. Um das Verfahren (sein Verständnis) zu erleichtern, wird es an Gold und Silber erläutert. Wir stellen zwei Körper von gleichem Volumen her, den einen aus ungemischtem (*maḥḍ*) Gold, den anderen aus ungemischtem Silber und bestimmen das Gewicht P_1, P_2 eines jeden. Man stellt ferner einen Körper aus reinem Silber (P_2') her, dessen Volumen gleich dem Volumen der Legierung ist, für die wir die Menge des Goldes und Silbers bestimmen wollen. Man bestimmt das Gewicht des Silbers P_2', und das der Legierung Π.

Wir[2]) betrachten[3]) das Verhältnis des Überschusses ($\Pi - P_2'$) des mit

[1]) Das Werk ist in *Maqâlas*, etwa unserem „Buch" entsprechend, eingeteilt, jede *Maqâla* zerfällt in einzelne *Bâb* (Kapitel), jedes Kapitel in *Faṣl* (Paragraphen).

[2]) Nach einer Randbemerkung hat in dem Text, den der Abschreiber abschrieb, etwas gefehlt; dies ist von ihm nach dem 5. *Bâb* der 6. *Maqâla* ergänzt, aber nicht ganz richtig; ich habe es gleich berichtigt.

[3]) Es wird die Proportion aufgestellt

$$\frac{\xi}{P_1} = \frac{\Pi - P_2'}{P_1 - P_2} = \frac{(\Pi/P_2' - 1)}{(P_1/P_2 - 1)} \cdot \frac{P_2'}{P_2}.$$

Silber gemischten Goldes über das ihm an Volumen gleiche Silber zu dem Überschuß ($P_1 - P_2$) des ungemischten Goldes über das ungemischte Silber. Eine entsprechende Proportion wird aufgestellt für etwas anderes (ξ) zu dem Gewichte des Goldes (P_1). Wir sagen, in dem mit Silber vermischten Gold ist so viel Gold enthalten, als sich aus dem Verhältnis [für ξ] ergibt, und der Rest ist das Gewicht des reinen Silbers.

Hat das Volumen der Legierung eine mannigfaltige (komplizierte) Gestalt, so folgt daraus, daß es schwierig ist, einen Körper aus Silber von demselben Volumen wie die Legierung herzustellen. Um das Gewicht des Volumens Silber zu erhalten, das demjenigen der Legierung gleich ist, wenden wir folgenden Kunstgriff an. Wir stellen aus Wachs, Zinn (*Raṣâṣ*, vielleicht Blei) oder einer anderen Substanz (*'Unsur*) einen Körper her, dessen Volumen gleich dem Volumen der Legierung ist; wir stellen ferner aus derselben Substanz einen anderen Körper her, der einem Körper gleich ist, den wir zuerst aus reinem Silber hergestellt hatten und betrachten das Verhältnis des Gewichtes des Körpers aus Wachs zu dem Gewichte des mit ihm im Volumen gleichen Körpers aus Silber[1]). Ebenso bestimmen wir das Verhältnis einer unbekannten Größe ξ zu dem Gewichte des aus Wachs hergestellten Körpers, dessen Volumen gleich ist dem Volumen der Legierung. Das Resultat (für ξ) ist das Gewicht eines Körpers aus Silber, dessen Volumen gleich ist dem Volumen der Legierung[2]).

Das weitere Verfahren erfolgt in derselben Weise, wie wir es vorher beschrieben haben.

Faṣl 2. Über einen Kunstgriff, den man bei den flüssigen Körpern[3]) anwendet mittelst der gewöhnlichen Wage. Haben beide Wagschalen das gleiche Volumen, so ist es leicht. Falls dies aber einer dann (?) schwer findet, da wollen wir einen anderen Kunstgriff anwenden, wie wir es im

---

$P_2' : P_2$ ist gleich dem Verhältnis der Volumina Y und V der Legierung und der ungemischten Metalle Π/P_2' und P_1/P_2 sind Verhältnisse von spezifischen Gewichten, da Π und P_2', P_1 und P_2 sich jeweilig auf gleiche Volumen beziehen, und es wird

$$\frac{\xi}{P_1} = \frac{\sigma/s_2 - 1}{s_1/s_2 - 1} \cdot \frac{Y}{V}.$$

Es ist aber

$$X = \Pi \cdot \frac{\sigma/s_2 - 1}{s_1/s_2 - 1} \cdot \frac{s_1}{\sigma} = \Pi \cdot \frac{\xi}{P_1} \cdot \frac{s_1}{\sigma} \cdot \frac{V}{Y}.$$

Es ist aber s_1 V das Gewicht des ungemischten Goldes P_1, σ Y das Gewicht der Legierung Π, und man erhält

$$\xi = X,$$

was zu beweisen war.

[1]) So der Text, es ist natürlich das umgekehrte Verhältnis zu betrachten.

[2]) Das Verfahren ist später noch einmal eingehend behandelt.

[3]) Es werden jetzt die „Auftriebe" benutzt.

folgenden beschreiben. Wir nehmen beliebig viel Gold und Silber und bestimmen ihr Luftgewicht. Dann nehmen wir die Körper, von denen wir erfahren wollen, ob sie aus reinem Gold bestehen oder aus einer Legierung und bestimmen das Luftgewicht der Legierung. Dann nehmen wir eine möglichst sorgfältig geprüfte Wage mit zwei Schalen und tauchen sie in Wasser, so daß sie frei schweben und halten sie in der Mitte fest. In die eine Schale legen wir das ungemischte Gold und in die andere Gewichte, bis die Wage im Gleichgewicht ist und bestimmen das Wassergewicht des reinen Goldes und des reinen Silbers. Dann nehmen wir den Körper, von dem wir wissen wollen, ob er ungemischtes Gold ist oder ob ihm Silber beigemischt ist, und bestimmen sein Luft- und sein Wassergewicht.

Ergibt sich das Verhältnis $\Pi : \Phi$ [des untersuchten Körpers] gleich dem Verhältnis $P_1 : W_1$ [d. h. gleich dem bei reinem Gold], so sagen wir, daß ersterer aus ungemischten Gold besteht; ist das Verhältnis größer, so sagen wir, daß ihm ein anderer leichterer Körper als Gold beigemischt ist.

Wir betrachten nun das Verhältnis $P_1 : W_1$ und $P_2 : W_2$. Wir bilden ein diesem letzteren gleiches Verhältnis für eine unbekannte Größe ξ zu dem Wassergewicht der Legierung Φ. Von ξ wird Π abgezogen. Den Rest R fassen wir ins Auge. Wir setzen das Verhältnis von R zu dem Überschuß $W_1 - W_2$ gleich dem Verhältnis einer unbekannten Größe $X : W_2$ und sagen: das Resultat (für X) ist das Gewicht des Goldes, das in dieser Legierung vorhanden ist[1]).

Hieran schließt sich ein weiteres *Faṣl,* das den Fall zu behandeln scheint[2]), daß der Gewichtsverlust der Schale selbst im Wasser von Einfluß ist, indem durch ihn das Gewicht des Goldes kompensiert wird. Sonst wird auf den Gewichtsverlust der Schale keine Rücksicht genommen. Daran schließen sich Ausführungen, wenn auch hie und da mit etwas anderen Worten

[1]) Gegeben sind $P_1 = P_2$ (der Text erwähnt nicht besonders, daß $P_1 = P_2$ ist, an einer späteren Stelle ist das geschehen), W_1, W_2, Π, Φ. Zunächst wird ξ bestimmt aus der Proportion

$$P_2 : W_2 = \xi : \Phi.$$

ξ ist das Luftgewicht des Silbers, das einem Wassergewicht Φ entspricht, und es ist

$$\xi = (P_2 \cdot \Phi) : W_2.$$

Es soll nun folgender Ausdruck gebildet werden

$$\frac{P_2 \cdot \Phi / W_2 - \Pi}{W_1 - W_2} = \frac{X}{W_2} \text{ und } X = \Pi \cdot \frac{P_2 / \Pi \cdot \Phi - W_2}{W_1 - W_2}.$$

$P_2 / \Pi \cdot \Phi = \varphi$ ist aber das dem Gewichte $P_2 = P_1$ entsprechende Wassergewicht der Legierung; es steht W_2 parallel, und man erhält

$$X = \Pi \cdot \frac{\varphi - W_2}{W_1 - W_2}.$$

[2]) Der Text scheint nicht ganz in Ordnung zu sein, wir teilen aber doch das Wesentliche mit.

wie im zweiten *Faṣl*; den Schluß bildet eine Ausführung über die Trennung der Bestandteile einer Legierung mit 3 Komponenten.

Faṣl 3. Über den Kunstgriff mit dem Wasser zur Trennung [der Komponenten] nach einer anderen Methode. Befindet sich eine der Schalen der Wage im Wasser und ist die Neigung [der Wage], welche nach dem Gold und Silber stets eintritt, wenn beide Wagschalen in das Wasser eingetaucht sind, im ersteren Fall unmerklich und schließen wir daraus [irrig], daß das Luftgewicht des Goldes und Silbers nicht das Wassergewicht übertrifft, so verwenden wir einen anderen Kunstgriff, den wir beschreiben wollen.

Wir nehmen von reinem Gold und Silber dasselbe Gewicht[1]) $P_1 = P_2$. Dann bringen wir eine der Schalen in Wasser oder in eine andere Substanz (*Gauhar*), die so beschaffen ist, daß die Schale in ihr untersinkt. Tritt eine Neigung zu der anderen Schale ein, so legen wir in die im Wasser befindliche Schale etwas, das sie beschwert (ein Zusatzgewicht), bis die Wage im Gleichgewicht ist. Falls wir dies getan, so legen wir in die Schale, die sich in der Luft befindet, Gewichte, bis die Wage im Gleichgewicht ist, wir erhalten das Wassergewicht des reinen Goldes u. s. w. — Bei der Wägung der Legierung „des Körpers, dessen Prüfung wir wollen", heißt es . . ., dann bringen wir die Wagschale mit dem Gewicht, durch das wir sie ursprünglich im Wasser ins Gleichgewicht gebracht hatten . . .

Die Stelle über die Untersuchung der Körper mit drei Komponenten lautet dann:

„Das, was sich in diesem Werke hieran anschließt, handelt von der Darlegung, wie man die Menge eines jeden einzelnen von drei und mehr zusammengemischten Körpern für sich ermitteln kann[2]). In ihm findet sich eine Betrachtung, die aber keine Resultate ergibt. Wir wandten uns daher von ihr ab und unterlassen, sie zu erwähnen, da eine große Anzahl verschiedener Resultate möglich ist. Und diese drei Körper werden bestimmt mittelst einer Erörterung, deren Wiedergabe zu lang wäre. Gerade so ist es bei drei Arten [von Gegenständen] von denen je ein *Mann* (ein Gewicht etwa gleich 2 Pfund) einen verschiedenen Wert hat. Wollen wir [aus allen dreien ein Gemisch] herstellen, dessen Preis größer als der kleinste und kleiner als der größte ist, so können wir [z. B.] den mittleren Preis erzeugen, wobei sich die [Gewichte der] beiden äußeren zu einem *Mann* ausgleichen. Dies

[1]) Hier findet sich die oben vermißte Angabe über die Gleichheit des Gewichtes.

[2]) In dem Werk des Menelaus, das im Eskorial erhalten ist (vgl. Ibel S. 181), ist ein langer Abschnitt dieser Aufgabe gewidmet. Er fängt an: Wir denken uns wiederum drei gemischte Körper, bei denen man das Gewicht eines jeden bestimmen will; wir nehmen dreierlei Körper, damit die Betrachtung leichter ist, und gründen unsere Betrachtung auf einen aus Gold, Silber und Kupfer gemischten Körper. Wir wollen dann das Gewicht von jedem dieser Körper in dem gemischten Körper bestimmen.

beschränkt sich aber nicht auf eine einzige bestimmte Größe [bestimmtes Gewichtssystem]. In diesem Fall liegt der Unterschied in dem Gewicht der *Mann* [d. h. den in einer *Mann* enthaltenen Teilgewichten] und in dem Preis; in jenem Fall in dem Volumen und der [spezifischen] Schwere[1])".

Hieran schließt sich ein Kapitel, das wohl von *al Châzinî* selbst herrührt. In ihm werden einmal die von Menelaus gewonnenen Resultate erläutert und dann eine bequemere Methode zur Berechnung des Gold- und Silbergehaltes gegeben. Die Erläuterung bildet das erste nicht besonders bezeichnete *Faṣl*.

Drittes *Bâb*.

Bâb 3. Auseinandersetzung der Rede (*Qaul*) von Menelaus, dem Weisen, über die Gewichte der Metalle mittelst der allgemeinen (*muṭlaq*) Luft- und der Wasserwage.

Menelaus sagt: Sind Körper aus irgendeiner Substanz, wie Gold, Silber, Kupfer, Zinn (*Ánuk*), Blei u. s. w. nach Volumen und Gestalt gleich und werden sie in einer Gußform (*Qâlib*) geformt, so ist die Verschiedenheit, welche zwischen den Körpern besteht, deutlich sichtbar in dem Gewicht. Dieses zeigt, daß von ihnen der fester gefügte (*arṣaf*) und der dichtere der schwerere ist. Wägen wir sie, so finden wir, wie groß (was) in ihnen die Verschiedenheit ist. Verkleinerst oder vergrößerst Du die Körper gegenüber diesem Zustand, so bieten sie Dir eine Verschiedenheit entsprechend diesem Maß (*Qadr*)[2]) und es ist das Maß des Gewichtes des kleinen Körpers von jeder Substanz zu ihr (der Substanz) gleich dem Maß des Gewichtes des großen Körpers zu ihr.

Mischen wir zu irgendeinem Körper etwas, was an Gewicht leichter ist als seine Substanz [so ist er leichter als seine ursprüngliche Substanz]. Wägen wir ihn [einen solchen Körper] und finden wir dann, daß er leichter als seine [vermutete] Substanz ist, so wissen wir, daß er mit etwas leichterem als er selbst gemischt ist, entsprechend dem Betrag seiner Leichtigkeit.

Der schwerste und am festesten gefügte Körper ist das Gold, dann kommt das Silber. Wollen wir die Mengen der schweren und leichten Substanzen in einem aus ihnen zusammengemischten Körper haben, so dient hierbei folgender Kunstgriff. Wir bestimmen von ungemischtem Gold und Siber das Luftgewicht; dann nehmen wir den Körper, von dem wir vermuten, daß ihm eine leichte Substanz beigemischt ist, deren Quantität wir kennen

---

[1]) Es werden solche Mengen der beiden äußeren Substanzen genommen, daß ein *Mann* von ihnen so viel kostet wie ein *Mann* des Körpers von mittlerem Preis.

[2]) *Qadr* (Maß, Macht) kann hier vielleicht bedeuten das Verhältnis des Gewichtes des Körpers zu seinem Volumen, dies ist unabhängig von der Größe des Körpers, es ist ja das spezifische Gewicht. Das Wort *Qadr* kommt sonst nicht an diesen Stellen vor.

wollen. Wir wägen ihn und bestimmen sein Luftgewicht. Dann wägen wir jeden dieser Körper im Wasser u. s. f.

Hieran schließen sich ganz ähnlich Betrachtungen und Bestimmungen wie früher, doch scheint der Text wenig korrekt überliefert zu sein, so daß eine Übersetzung keinen Wert hat, da sie doch gegen das frühere nichts Neues bietet.

In einem nächsten Abschnitt wird eine „leichtere Berechnungsmethode" angegeben. Leider ist auch hier die Stelle verderbt. Wir geben davon nur den Anfang und dann das wesentliche Resultat:

Faṣl 2. Über eine leichtere Methode als die vorhergehende. Du betrachtest das Verhältnis des Luftgewichtes der Legierung zu ihrem Wassergewicht. Es liegt stets zwischen den Verhältnissen für Gold und Silber, da sie schwerer ist als Silber und leichter als Gold ist. Du nimmst die Beziehung des Goldes von dem Silber (*Nisba . . . min*), sie besteht darin, daß Du den Überschuß (*Faḍla*) des Goldes von demjenigen des Silbers abziehst, wir nennen dies „Divisor" u. s. w. — (das folgende ist schlecht überliefert).

Faḍla hat hier eine ähnliche Bedeutung wie in der pseudoplatonischen Schrift[1]) über diesen Gegenstand und ist hier der auf die Einheit des Luftgewichtes bezogene Überschuß des Luftgewichtes über das Wassergewicht, d. h. der auf die Gewichtseinheit bezogene Auftrieb. Sind diese *Faḍla* f_1, f_2, φ und die Auftriebe a_1, a_2, α für das Gold, das Silber und die Legierung $f_1 = ca_1$, $f_2 = ca_2$, $\varphi = c\alpha$, dann wird zunächst der Ausdruck

$$\frac{\varphi - f_1}{f_2 - f_1} = \frac{\alpha - a_1}{a_2 - a_1}$$

berechnet und genannt „die Teile des Silbers".

„Diese Teile des Silbers werden mit dem Gewicht der Legierung multipliziert und geben den Gehalt der Legierung an Silber."

Ebenso wird zur Bestimmung des Gehaltes an Gold verfahren.

Zum Schlusse sagt dann *al Châzinî*:

Diese beiden *Bâb* stehen einander nach Rechnung und Ausführung nahe. Wer an dem vorhergehenden genug hat, der kann das letzte Kapitel entbehren. Wir haben es nur entwickelt, um diese *Maqâla* vollkommen zu machen.

---

[1]) Vgl. Beiträge VII, S. 173.

An die Behandlung der Methoden von Menelaus hat *al Châzinî* im vierten *Bâb* die von *Muḥammed Ibn Zakarîja al Râzî* angereiht (vgl. Ibel S. 153).

Der nächste Abschnitt, das *Bâb* V, bespricht die Wage des *'Omar al Chajjâmî*[1]).

Fünftes *Bâb*.

Über die allgemeine (*muṭlaq*) Wasserwage von dem *Imâm 'Omar al Chajjâmi*, über ihre Anwendung und die sie betreffenden Beweise, wenn beide Schalen oder eine derselben im Wasser ist. Die Ausführung darüber ergeht sich in vier *Faṣl*.

Faṣl 1. Über die Herstellung der Wage und das Wägen mit ihr. Es sagt der *Imâm Abû Ḥafṣ 'Omar Ibn Ibrahîm al Chajjâmî*.

Willst Du die Menge je des Goldes und Silbers in einem aus ihnen zusammengesetzten Körper kennen lernen, so nimm eine Menge reinen Goldes und bestimme ihr Gewicht in der Luft *und ebenso nimmst Du eine Menge reinen Silbers und bestimmst ihr Luftgewicht*[2]), dann nimm zwei gleiche Wagschalen, die einander entsprechen, und einen Wagbalken, der gleiche Teile hat und zylindrische Gestalt. Das Gold tue in die eine der in dem Wasser befindliche Wagschalen und in die andere, was es wiegt, und stelle den Wagbalken parallel dem Horizont und erfahre seine (des Goldes) Menge. Dann bestimme bei reinem Gold $P_1 : W_1$, ebenso bei reinem Silber $P_2 : W_2$ und bei der Legierung $P_3 : W_3$. Ist dann $P_3 : W_3 = P_1 : W_1$, so ist der Körper reines Gold, ist $P_3 : W_3 = P_2 : W_2$, so ist er reines Silber; hat $P_3 : W_3$ einen mittleren Wert, so ist er aus beiden zusammengesetzt.

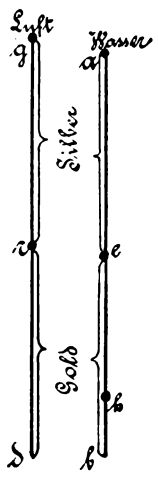

Fig. 1.

Faṣl 2. Über die Bestimmung dessen, was in einer Legierung an Gold und Silber enthalten ist, nach einem geometrischen Beweis und über eine Methode die Menge eines jeden von ihnen zu bestimmen.

Wir setzen das Verhältnis des Wassergewichtes a b der Legierung[3]) zu ihrem Luftgewicht g d gleich a b : g d. Wir nehmen an, daß in der Legierung eine Menge Silbers[4]) a e ist und zwar sei a e[5]) das Wasser-

[1]) Den Anfang dieser Abhandlung habe ich nach einer Gothaer Handschrift, Beiträge VIII, S. 170, mitgeteilt, der Vollständigkeit wegen ihn aber hier gekürzt wiederholt.

[2]) Die Stelle zwischen * * fehlt in der Gothaer Handschrift.

[3]) Ich habe die in der Gothaer und Petersburger Handschrift nicht richtigen Verhältnisse der Dimensionen in der Figur richtig gestellt.

[4]) Im Text steht unrichtig „Goldes".

[5]) Es ist e = dem arabischen h und h = ḥ.

gewicht, das Luftgewicht sei gr; eb ist dann das Wassergewicht und rd das Luftgewicht des Goldes.

Bekanntlich ist ae : gr kleiner als ab : gd, denn das Silber ist in dem Wasser leichter als die Mischung, die aus ihm und aus Gold zusammengesetzt ist; entsprechend dem Beweis der Physiker. Ferner ist eb : rd größer als ab : gd, denn das Gold ist in dem Wasser schwerer als die Legierung aus Gold und Silber.

Wir setzen (indem wir annehmen, daß rd ganz aus Silber besteht und in dem Wasser in derselben Weise an Gewicht verliert)

$$eh : rd = ae : gr \ (10 : 11),$$

dabei ist notwendigerweise $eh < eb$, und es ist auch

$$ae : gr = eh : rd \text{ (also auch) } ae : eh = gr : rd$$

und also

$$ah : gd = ae : gr \ (ae : [ae + eh] = gr : [gr + rd])$$

wie im fünften Buch der Elemente [von Euklid] bewiesen ist.

Nun ist bekannt ae : gr (10 : 11), also ist auch bekannt

$$ah : gd \ (10 : 11).$$

Nun ist aber gd (Luftgewicht der Legierung) bekannt, also ist auch ah bekannt ($ah = gd \cdot {}^{10}/_{11}$).

Weiter ist hb, der Rest, bekannt ($hb = ab - ah$).

Nun ist weiter bekannt:

$$eh : rd \ (10 : 11);$$

ferner ist eb : rd bekannt ($10 : 10^1/_2$)[1], rd ist das eb entsprechende Luftgewicht von Gold, also ist bekannt:

$$eb : eh \ (11 : 10^1|_2)$$

und ebenso ist bekannt:

$$eb : hb \ (= eb : eb - eh = 11 : 0{,}5);$$

da nun hb bekannt ist, so ist auch eb bekannt und das ist die Menge des Goldes (im Wassergewicht).

Diese Dinge habe ich in den *Mu'ṭajât* (den Gaben) bewiesen.

Wir geben hierfür ein Beispiel, damit es leichter zu verstehen ist.

Wir setzen $W_1 : P_1$ beim Gold $10 : 10^1/_2$ und $W_2 : P_2$ beim Silber 10 : 11. Wir nehmen eine Menge (*Miqdâs*) der Legierung und wägen sie in der Luft und finden sie $10^3/_4$ und wägen sie im Wasser und finden 10. Das Verhältnis $10 : 10^3/_4$ ist größer als 10 : 11 und kleiner als $10 : 10^1/_2$. Daraus wissen wir, daß sie sicher aus ihnen beiden [Gold und Silber] zusammengesetzt ist und wir bestimmen darüber hinaus die Größe (Menge) derselben in der Legierung.

Die Größe ab im vorhergehenden Beispiel setzen wir gleich 10 und $gd = 10^3/_4$. ae ist die Menge des Silbers, wie wir angenommen haben, deren Zahlenbetrag wir aber nicht kennen, gr ist deren Wassergewicht. Wir sagen, daß

$$ah : gd = ae : gr.$$

Es ist: $ae : gr = 10 : 11$ und $ah : gd = 10 : 11$.

[1]) Es ist das für Gold geltende Verhältnis.

g d war $10^3/_4$, daraus folgt a h $= 9^{17}/_{22}$ und der Rest h b $= (a b - a h) = {}^5/_{22}$. Es verhält sich

$$e b : r d = 10 : 10^1/_2,$$

denn es ist das Verhältnis des Wassergewichtes zum Luftgewicht des Goldes, wie wir das vorher festgesetzt haben. Nun ist

$$e h : r d = 10 : 11.$$

Ist $r d = 10^1/_2$, so ist $e b = 10$. Setzen wir nun $r d = 11$, wie groß ist dann e b? Es ergibt sich aus der Proportion

$$11 : 10^1/_2 = \xi : 10.$$

Das Resultat ist $\xi = 10^{10}/_{21}$.

Ist also $r d = 11$, so ist $c b = 10^{10}/_{21}$[1]).

h b = e b — e h ist in dem Maß, in dem wir $g d = 11^3/_4$ gesetzt haben, ${}^5/_{22}$ und man erhält die Proportion[2]):

$$\frac{5}{22} : \frac{10}{21} = x : 10\frac{10}{21}.$$

Hieraus ergibt sich (nach einigen Umrechnungen)

$$x = 5.$$

Dies ist die Menge des Goldes, falls dieses durch e b dargestellt ist, und wir haben e b als Menge des Goldes gesetzt; kennen wir e b, so sind auch die übrigen Größen bekannt und dies ist, was wir beweisen wollten.

Die Gewichte, mit denen man die Körper in der Luft und im Wasser wiegt, müssen die gleichen sein, sei es aus Eisen, sei es aus irgendeiner anderen Substanz, damit nicht infolge ihrer Verschiedenheit ein Unterschied eintritt, außerdem kann infolge der Verschiedenheit der Gestalten der Körper ein Unterschied auftreten, indes ist dieser klein. Wollen die Menschen hierin Vorsicht anwenden, so ordnen sie die Sache mit Rücksicht darauf sorgfältig an, besonders bei den kleinen Gewichten.

Faṣl 3. Über die Bestimmung des Gehaltes einer Legierung aus Gold und Silber mittelst *al Gebr* und *al Muqâbala* (d. h. mittelst Gleichungen). Man ermittelt ihn nach der Methode *al Gebr* und dies ist oft in der Rechnung leichter.

Wir setzen a e, d. h. das Wassergewicht des Silbers, $= x$ (*Schaj*), dann ist e b $= 10 - x$ (das Wassergewicht des Goldes), ferner ist g r $= x$

---

[1]) Es ist das sehr umständlich ausgedrückt, gemeint ist, daß e b : r d $= 10 : 10^1/_2 = 10^{10}/_{21} : 11$ ist.

[2]) Der Schluß ist sehr unvermittelt. *Schaj* $= x$ ist zunächst e b, das ist das Wassergewicht des Goldes in der Legierung. Aus den Gleichungen

$$e b : r d = 10^{10}/_{21} : 11 \text{ und } e h : r d = 10 : 11$$

folgt zunächst $e b : e h = 10^{10}/_{21} : 10$

und $e b : (e b - e h) = e b : h b = 10^{10}/_{21} : {}^{10}/_{21}$

$$x : {}^5/_{22} = 10^{10}/_{21} : {}^{10}/_{21},$$

woraus dann durch einfache Umstellung sich die Gleichung von *'Omar al Chajjâmi* ergibt.

$+ {}^1/_{10}\,x$, denn es ist $ae : gr = 10 : 11$, wie wir das früher erwähnt haben; weiter ist $rd = 10^3/_4 - x - {}^1/_{10}\,x$[1]).

Nun ist $eb = 10 - x$, und es ist

$$eb : rd = 10 : 10^1/_2,$$

wie wir das für das Gewicht des Goldes angegeben haben.

Wir multiplizieren $10^1/_2$ mit $10 - x$, es ergibt sich $105 - 10^1/_2\,x$, wir dividieren mit 10, und es ergibt sich $10^1/_2 - x - {}^1/_{20}\,x$, und das ist rd. Nun ist $rd = 10^3/_4 - x - {}^1/_{10}\,x$, also ist

$$10^3/_4 - x - {}^1/_{10}\,x = 10^1/_2 - x - {}^1/_{20}\,x.$$

Wir wenden nun *al Gebr* und *al Muqâbala* auf beiden Seiten an, und es ist: (Es sind alle negativen Glieder auf die entgegengesetzte Seite gebracht.)

$$10^3/_4 + x + {}^1/_{20}\,x = 10^1/_2 + x + {}^1/_{10}\,x.$$

Durch Abrechnen (*qaṣṣ*, IV), d. h. durch Elimination (*saqaṭ*, IV) des gleichartigen auf beiden Seiten bleibt ${}^1/_4$ Zahl[2]) $= {}^1/_{20}\,x$. Ein x ist gleich 5 Zahlen. Dies ist die Menge des Goldes [Wassergewicht]; die Gesamtgröße der Legierung ist 10 [Wassergewicht]; es bleibt daher für die Menge des Silbers 5 [Wassergewicht]. gr ist das Luftgewicht des Silbers, es ist $5^1/_2$, denn das Verhältnis $10 : 11$ ist $5 : 5^1/_2$ und rd ist das Luftgewicht des Goldes und es ist $5^1/_4$, denn $5 : 5^1/_4 = 10 : 10^1/_2$. Die ganze Größe gd ist $10^3/_4$.

Es entsprechen (antworten) einander die Richtigkeit und die Rechnung bei der Prüfung (d. h. die Probe auf das Exempel stimmt), und das wollten wir beweisen.

Faṣl 4. Über die aus drei und mehr Substanzen zusammengesetzten Dinge. Nach der oben erwähnten Methode verfahren wir bei allen aus zwei beliebigen Substanzen gemischten Körpern. Sind deren aber drei oder mehr, so gebe ich dahin ein deutliches Urteil ab, daß das, was hiervon auf einige der Alten zurückgeführt wird, falsch ist, falls der Fehler nicht von der Übersetzung oder der Abschrift, die ich selbst gelesen habe, herrührt.

Bei dem Wägen im Wasser trug ich dafür Sorge, daß die Schale mit der Substanz sich im Wasser befand und die zweite frei in der Luft schwebte; in letztere werden die Gewichte (*Sanga*) gelegt, bis der Wagbalken horizontal steht. Die sämtlichen Gewichte (d. h. gewogenen Gegenstände *Wazn*) müssen sich in ein und demselben Wasser und in derselben Ordnung (*Nasaq*) befinden, damit kein Unterschied auftritt.

Mit der für dieses Kapitel vorbereiteten Wage verhält es sich so, daß man sich nicht unbedingt auf sie verlassen darf[3]), in Anbetracht dessen, daß vermutlich das selten ist, was von einem Fehler frei ist, der

---

[1]) Es ist ja gd das Luftgewicht der Legierung zu $10^3/_4$ angenommen.

[2]) Es wird hier der Vorsicht wegen den reinen Zahlen von *'Omar al Chajjâmi* noch das Wort „Zahl" beigefügt.

[3]) Gemeint ist, man muß auch auf die Beschaffenheit des Wassers Rücksicht nehmen.

von den verschiedenen Wasserarten herrührt. Jede Wasserart, die dem Beobachtungswasser an Feinheit nahe steht, ruft nur einen kleinen Fehler hervor.

An diesen Abschnitt schließt sich als zweiter Teil (*Qism*) die ausführliche Besprechung der Wage der Weisheit; von diesem Stück, das zugleich die fünfte *Maqâla* bildet, ist ebenfalls in der Arbeit von Dr. Ibel eine Übersetzung von mir enthalten. Dort sind auch noch die vier ersten *Bâb* der sechsten *Maqâla* publiziert[1]). Daran reiht sich das Folgende:

Fünftes *Bâb*.

Bâb 5. Über das Verfahren mit ihr [der Wage] nach der Methode der Isolation (*Tagrîd*). Sie ist allgemein, schnell zum Ziel führend, von äußerster Richtigkeit; sie erschließt es [das Verfahren] mittelst der Rechnung und des Beweises und erleichtert den Weg für die Trennung der Legierung in richtiger Weise mittelst der einfachen (*sâdig*) Wage und der Zahl des Auftriebes ohne Zuhilfenahme der beiden verschiebbaren Schalen; es ist die Methode eines jeden Meisters im Rechnen. Wir sagen und bei Gott ist die Leitung, wir haben die Bestimmung der Größe des Auftriebes nach zwei Methoden besprochen, die eine benutzt die *Rummâna* und die Marken (*Scha'îra*) von den Zahlen der Mittellinie, die zweite die Gewichte in der dritten Luftschale; wir haben ferner besprochen die Bestimmung des Wassergewichtes des Metalles mittelst der *Miṭqâl* nach zwei Methoden; bei der einen sind alle beiden Schalen im Wasser, so wie Archimedes und Menelaus verfuhren, dabei sind die Wasser-*Miṭqâl* aus Eisen größer als die Luft-*Miṭqâl* bei Gold und Silber[2]), denn das eiserne Gewicht ist im Wasser leichter als das Gold- und Silbergewicht. Ist die Schale mit dem Körper (der Substanz) im Wasser und die Schale mit dem, was ihr das Gleichgewicht hält, in der Luft, so sind die *Miṭqâl*, die ihm in der Luft das Gleichgewicht halten, größer als diejenigen, wenn er im Wasser ist. Und in den beiden Wasserschalen ist das Verhältnis des Wassergewichtes zum Luftgewicht größer und hier ist im Gegensatz dazu das Verhältnis des Luftgewichtes zum Wassergewicht größer[3]). [Das Verhältnis des Wassergewichtes zum Luftgewicht ist also kleiner.]

---

[1]) Zu beachten ist, daß hier wie in anderen Fällen die Titel der Kapitelüberschriften, wie sie in der Übersicht am Anfang des Werkes gegeben sind und wie sie der Text selbst enthält, nicht dem Wortlaut nach übereinstimmen.

[2]) Gemeint ist, daß, wenn man Eisengewichte verwendet und einmal Gold und Silber mit ihnen in der Luft wiegt und hierauf die Eisengewichte und die Metalle beide in Wasser bringt, daß man dann im Wasser mehr Eisengewicht benutzen muß als in der Luft; es ist ja das spezifische Gewicht des Eisens kleiner als dasjenige von Gold und Silber.

[3]) Es sei G das Gewicht des Goldes bezw. Silbers mit dem spezifischen Gewicht s und G das ihm das Gleichgewicht haltende Eisengewicht

Wir behandeln die Methoden zur Bestimmung der Zusammensetzung einer Legierung nach dem Verfahren in der Luft [d. h. ohne Bestimmung des Wassergewichtes] und mittelst *al Gebr wa'l Muqâbala* und der Wasserwage mit zwei Schalen und mit drei Schalen, aber ohne die beiden verschiebbaren, da wir das Verfahren, das diese benutzt, im 3. Kapitel besprochen haben, ebenso wie die kunstvolle Methode. — Die Abhandlung (*Qaul*) ist in sechs *Faṣl* geteilt.

Faṣl 1. Bestimmung dessen, was in einem aus zwei Substanzen gemischten Körper enthalten ist, mittelst des Luftgewichtes, durch einen feinen Kunstgriff, ohne Anwendung von Wasser. Diese Methode heißt die Isolierung (*al Tagrîd*) mit der Wage mit den Abbilden (Abgüssen *al Ṭarîq al maṭli*). Menelaus hat auf einen Kunstgriff hingewiesen, um die Zusammensetzung eines gemischten Körpers zu bestimmen, mittelst des Luftgewichtes ohne das Wassergewicht. Dazu stellen wir zwei an Volumen gleiche Körper aus den beiden Komponenten des gemischten Körpers her und zwar nach der Methode der Gelbschmiede (*Saffâr*, Gelbgießer), z. B. aus Gold und Silber und bestimmen das Luftgewicht eines jeden P_1 und P_2. Dann stellen wir nach demselben Verfahren einen Körper aus reinem Silber her, dessen Volumen dem des gemischten Körpers gleich ist und bestimmen das Gewicht des dem gemischten Körpers an Volumen gleichen Silbers P_2' und dasjenige des gemischten Körpers *II*. Wir nehmen hierauf $(II - P_2')$ und nennen es Überschuß (*Faḍl*). Um sie zu trennen[1]), nehmen wir $(P_1 - P_2)$ und nennen ihn die Ausgleichung (*Taʿdîl*). Wir sagen, das Verhältnis des ersten Goldgewichtes (P_1) zu dem *Taʿdîl* ($P_1 - P_2$) ist gleich dem Verhältnis des in der Legierung[2]) enthaltenen Goldes (X) zu dem *Faḍl* ($II - P_2'$). Unbekannt ist die dritte Größe. Hieraus ergibt sich das Ge-

---

mit dem spezifischen Gewicht s_1, dann ist, wenn die Goldschale im Wasser sich befindet, das Eisen in der Luft, das Verhältnis von Wassergewicht zu Luftgewicht $\left(G - \frac{G}{s}\right) / G = 1 - \frac{1}{s}$; für den Fall, daß beide, also auch die Eisengewichte, sich im Wasser befinden, erhält man für dasselbe Verhältnis den Wert $\left(G - \frac{G}{s}\right) : \frac{G}{1 - \frac{1}{s_1}}$, denn man muß mehr Gewichte infolge des Gewichtsverlustes in die Wasserschale legen, und man erhält dann für dasselbe Verhältnis den Wert $\left(1 - \frac{1}{s}\right)\left(1 - \frac{1}{s_1}\right)$, der in der Tat kleiner als der vorhergehende ist.

[1]) Das Wort „trennen" ist in dem Sinne, „die Mengenverhältnisse zu bestimmen" benutzt.

[2]) Es ist dies fast genau dasselbe Verfahren wie S. 107. Die Proportion ist

$$X : (II - P_2') = P_1 : (P_1 - P_2)$$

oder $X : P_1 = (II - P_2') : (P_1 - P_2)$,

gerade wie oben, nur steht X statt ξ.

wicht des Goldes in der Legierung; daraus folgt das Gewicht des Silbers in ihm.

Ist es nicht möglich, einen dem gemischten Körper entsprechenden Gegenstand aus Silber herzustellen, wegen der Mannigfaltigkeit der an ihm vorhandenen Formen, so machen wir von ihm in Wachs ein Abbild, dann formen wir das Wachsmodell in eine Form um, von der man leicht ein Abbild in Silber machen kann. Offenbar müssen wir drei gleiche Körper machen aus reinem Gold, reinem Silber und reinem Wachs; wir bestimmen das Gewicht dieser drei Substanzen und beziehen das eine auf das andere und merken es uns [das Resultat], um damit zu messen. Dann machen wir uns ein genaues Abbild der Legierung aus Wachs und bestimmen sein Gewicht. Kraft desselben bestimmen wir das Gewicht des reinen Silbers, das ihr (der Mischung an Volumen) gleich ist, ohne daß wir ein Abbild aus Silber gießen (*Ifraġ* s. Beiträge X, S. 331). Man erhält dann die Zusammensetzung der Legierung, wie wir das ausgeführt haben.

Abu'l Raiḥân[1]) hat darüber Beobachtungen angestellt und gefunden, daß 100 Wachs $105 + {}^1/_6$ Wasser im Volumen gleich ist. Sein Volumen ist leichter als das des Wassers und so schwimmt das Wachs auf dem Wasser. Das Verhältnis des Wassers des Wachses zu dem Wasser des Goldes ist gleich dem Verhältnis von 20 : 1, so daß das Verhältnis des Gewichtes des Goldes von gleichem Volumen wie das Wachs gleich 20 : 1 ist. Ebenso ist bei dem Silber das Verhältnis seines Gewichtes zu einem ihm entsprechenden Wachsstück gleich dem reziproken Wert ihrer Wassermengen d. h. gleich dem Verhältnis von 11 : 1. Es wird dann das Verhältnis dieser drei an Volumen gleichen Körper nämlich des Silbers, des Goldes und des Wachses gleich 11 : 20 : 1 sein. Das ist nun klar und wir kehren zu dem zurück, was wir am Anfang dieses *Faṣl* besprochen haben und ermitteln die Zusammensetzung der Legierung durch das Luftgewicht und das ist, was wir wollten. (Es werden die im Anfang auseinander gesetzten Operationen durchgeführt.)

Faṣl 2. Über die Bestimmung der Bestandteile in einem gemischten Körper mittelst der Wasserwage mit zwei Schalen mittelst der Rechnung. Diese Isolierung und Trennung mittelst des Wassergewichtes nennen wir die Methode des Ausgleichens (*Ta'dîl*). Hierbei sind beide Schalen oder eine derselben im Wasser. Wir nehmen von reinem Gold (P_1) und Silber ($P_2 = P_1$) ein gleiches Gewicht in der Luft, dann lassen wir beide in das Wasser hinab und bestimmen die Wassergewichte W_1 und W_2, die wir uns merken. Dann bestimmen wir das Luftgewicht der Legierung Π und ihr Wassergewicht Φ. Dann sagen wir, daß das Verhältnis von $P_1 : W_1$ gleich ist dem Verhältnis von Π zu dem (ξ_1), was ihr eigen ist[2]); es ergibt sich das erste Gesuchte. Dann sagen wir, daß das Verhältnis von $P_2 : W_2$ gleich ist dem Verhältnis von Π zu dem (ξ_2), was ihr eigen ist, es ergibt sich

---

[1]) Es ist dies der große *Abu'l Raiḥân al Bérûni*.

[2]) $P_1 : W_1 = \Pi : \xi_1$, ξ_1 ist also das einer Menge Goldes Π entsprechende Wassergewicht, ξ_2 ist die entsprechende Größe für das Silber.

das zweite Gesuchte. Den Unterschied zwischen den beiden Gesuchten ($\xi_1 - \xi_2$) nennen wir *al Faḍla*, wir merken ihn uns. Dann ziehen wir ξ_2 von dem gefundenen, beobachteten Wassergewicht der Legierung Φ ab, es bleibt das *Ta'dîl* ϑ_1 des Goldes[1]), hiernach sage ich, daß $\vartheta_1 : \text{f}$ d. h. zu der *Faḍla* gleich ist dem Verhältnis von X : Π. Multiplizieren wir ϑ_1 und Π und dividieren durch die *Faḍla*, so ergibt sich das Gewicht an Gold in der Legierung[2]); der Rest, der [das Gesamtgewicht] vollendet, ist das Luftgewicht des Silbers.

Das Folgende enthält nun die Bestimmungen mit der Wage der Weisheit. Die Figur gibt deren Gestalt, die Beschreibung ist in dem Werke von Ibel nachzusehen.

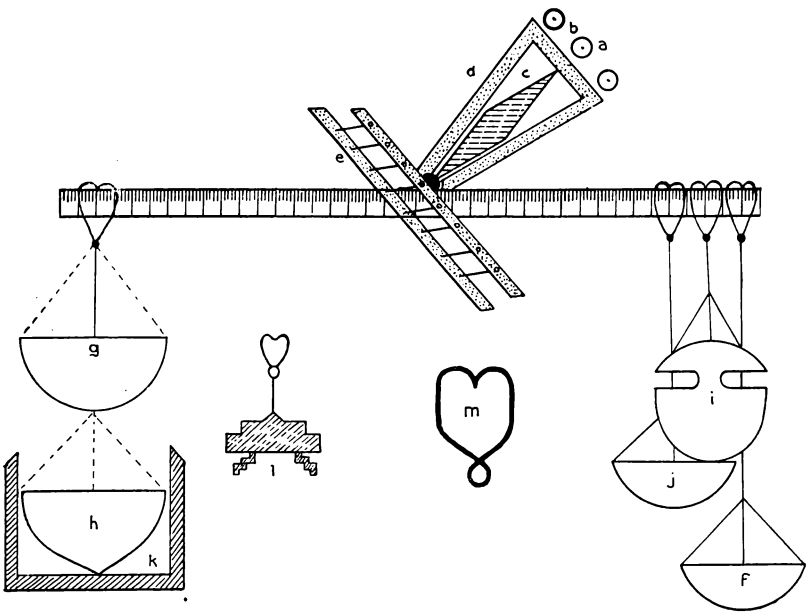

Fig. 2.

Faṣl 3. Über die Trennung nach dem Verfahren der Wage der Weisheit und der Marken für die Zahlen auf der Mittellinie und der *Rummâna*, und sie heißt die Isolierung mittelst der Marken. Wir wägen von reinem Gold und Silber in der Luft gleiche Gewichte $P_1 = P_2$ ab und

[1]) *Ta'dîl* kurzweg hat oben eine andere Bedeutung als hier *Ta'dîl* des Goldes.

[2]) Es ist $\xi_1 = W_1 \Pi : P_1$ und $\xi_2 = W_2 \Pi : P_2$, wir bilden

$$X : \Pi = (\Phi - \xi_2) : (\xi_1 - \xi_2),$$

wobei Φ, ξ_1, ξ_2 die Wassergewichte für gleiche Gewichte der verschiedenen Substanzen sind.

bringen ein jedes in die Wasserschale und bestimmen die Zahl der Marken (m_1 und m_2), der der Auftrieb einer jeden von ihnen gleich ist, und merken sie uns, um mittelst ihrer die Vergleichung durchzuführen, dann wägen wir die Legierung (*II*) in der Luft und senken sie in das Wasser und bestimmen den Betrag an Marken (μ), der ihrem Auftrieb das Gleichgewicht hält, und merken ihn uns. Dann multiplizieren wir *II* mit m_1 und dividieren durch P_1, wir erhalten das erste Gesuchte (η_1), wir multiplizieren ferner *II* mit m_2 und dividieren durch P_2 ($= P_1$) und erhalten das zweite Gesuchte (η_2). Dann ziehen wir η_2 von η_1 ab, und es bleibt *al Faḍla* $\eta_1 - \eta_2$, die wir uns merken. Wir ziehen ferner η_2 von den Marken (μ) des festgesetzten (untersuchten) Körpers ab, es bleibt das *Ta'dîl* des Goldes, dann multiplizieren wir das *Ta'dîl* des Goldes in das Luftgewicht *II* des gemischten Körpers und dividieren das Resultat durch *al Faḍla*, wir erhalten dann den Gehalt des gemischten Körpers an Gold; der Rest ist Silber[1]).

Faṣl 4. Über die Trennung durch Rechnung, wenn man die drei Schalen benutzt und die Zahl des Gewichtes (*Mi'jâr*)[2]). Man nennt es Verfahren der Isolierung mittelst des Auftriebes und des *Mi'jâr*. Dazu nehmen wir von reinem Gold und Silber gleiche Gewichte ($P_1 = P_2$) in den beiden Luftschalen, dann senken wir beide in die Wasserschale. Steigt sie, so bringen wir sie ins Gleichgewicht dadurch, daß wir die offiziellen Gewichte (*Ṣanga*) in die Luftschale oberhalb der Wasserschale legen. Ist das Gleichgewicht erreicht, so bestimmen wir diese *Miṭqâl*, merken sie und nennen sie die Auftriebsgewichte des Goldes und Silbers b_1, b_2. Dann wägen wir die Legierung in der Luftschale (*II*) und senken sie in die Wasserschale, dann steigt die linke Schale, und wir stellen das Gleichgewicht her, dann bestimmen wir die Größe des Auftriebes β und merken sie uns. Dann multiplizieren wir *II* mit b_1 und dividieren durch P_1; es ergibt sich das erste Gesuchte (ξ_1). Ebenso multiplizieren wir II_2 mit b_2 und dividieren durch P_2; es ergibt sich das zweite Gesuchte (ξ_2). Dann bilden wir ($\xi_1 - \xi_2$), es bleibt die *Faḍla*, wir bilden ferner $\beta - \xi_2$ und es bleibt das *Ta'dîl* des Goldes. Wollen wir den Gehalt der Legierung an Gold bestimmen, so multiplizieren wir *II* mit dem *Ta'dîl* und dividieren

---

[1]) Das Gleichgewicht wird durch Verschieben der *Rummâna* auf dem in die Höhe steigenden Arm kompensiert, die Marken geben die Abstände von der Achse an, die Auftriebe a_1, a_2, α sind also $a_1 = c\,m_1$, $a_2 = c\,m_2$, $\alpha = c\,\mu$. Durch die Ermittelung von η_1 und η_2 erhalten wir die Marken, bei denen die *Rummâna* stehen würde, wenn das Gold- und Silbergewicht in der Luft ebenfalls gleich *II* wäre, η_1 η_2 und μ sind also gleichen Gewichten entsprechende Auftriebe. Es gibt aber die Gleichung

$$x = \frac{X}{II} = \frac{a_2 - \alpha}{a_2 - a_1},$$

wenn sich x auf den Bestandteil mit dem Auftrieb a_1 bezieht.

[2]) *Mi'jâr* sind Eichgewichte; es sind die Gewichte, die das Gleichgewicht erzeugen, der Ausdruck kommt sonst nicht vor.

durch die *Faḍl*[1]). Es resultiert das Gewicht des Goldes in der Legierung; das, was [das Gewicht der Legierung] vollständig macht, ist das Gewicht des Silbers in ihr. Und das ist, dessen Berechnung wir geben wollten.

Faṣl 5. Über den Hinweis auf einen geometrischen Beweis für das, was wir in den rechnerischen Operationen niedergelegt haben.

Es sei a das Luftgewicht des reinen Goldes und bg sein Wassergewicht, a ist ferner auch das Luftgewicht des reinen Silbers und gd sein Wassergewicht. Diese vier Größen sind durch die Wägung und die Beobachtung bekannt. Ferner ist er das Luftgewicht der Legierung. Machen wir diesen Körper aus reinem Gold oder reinem Silber und setzen wir a : bg = er : ht, so ist ht sein (des Goldes) Wassergewicht [für eine mit der Legierung gleich schwere Goldmenge], und wir nennen das das erste gesuchte Resultat (ξ_1). Setzen wir er gleich reinem Silber, so ist kt sein Wassergewicht infolge der Proportion a (das gemeinschaftlich ist): dg = er : kt. Es ergibt sich das zweite Gesuchte (ξ_2). kh ($\xi_1 - \xi_2$) ist *al Faḍla* (f) zwischen ihnen, diese drei Größen sind bekannt. Das (Wasser) Gewicht Φ der Legierung, das gleich lt, ist nach der Beobachtung als bekannt gegeben und ist größer als kt, das gleich dem Wassergewicht des Silbers ist, dessen (Luft)gewicht gleich dem der Legierung ist, es ist ferner kleiner als ht, dem Wassergewicht des Goldes, dessen Gewicht gleich dem der Legierung ist. Der Rest lk ($\Phi - \xi_2 = \vartheta_1$) ist das *Ta'dīl* des Goldes, das bekannt ist. lh ist das *Ta'dīl* des Silbers.

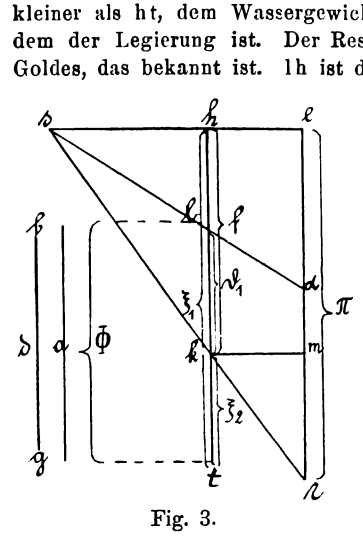

Fig. 3.

Um das Gewicht eines jeden von ihnen zu bestimmen, ziehen wir die zwei parallelen Linien er und ht und ziehen ferner die beiden Linien rk und eh[2]). Diese schneiden sich bei s. Beweis: Wir tragen em = hk ab, das kleiner als er ist, und verbinden m und k. Die Fläche (Fig. 3) mehk hat je zwei parallele Seiten, und die Summe zweier Winkel, nämlich reh und emk ist gleich 2 Rechten. Der Winkel emk ist ein Außenwinkel des Dreiecks rmk, er ist größer als der Winkel mrk. Die beiden Winkel reh und erk sind zusammen kleiner als zwei Rechte, daher treffen sich die beiden Linien rk und eh bei s.

Und weil hk der *Faḍl* ist, parallel zu er, dem Luftgewicht der Legierung und ht und *sa* durch den Teilpunkt von hk, dem *Faḍl*, gehen, so ist es leicht, er entsprechend dem Gold und Silber zu zerlegen. Fällt

[1]) Es ist $X = \Pi \cdot \frac{\beta - \xi_2}{\xi_1 - \xi_2}$ die bekannte Formel, da β, ξ_1, ξ_2 auf dasselbe Gewicht bezogen sind.

[2]) Es braucht „es" nicht senkrecht auf „er" zu stehen.

nämlich $s\alpha$ auf skr, so ist die Legierung vollständig Silber, und fällt $s\alpha$ auf she, so ist sie vollständig Gold, und fällt sie auf irgendeinen Teil von hk, so teilt sie er in zwei Teile; der an r gelegene ist der dem Gold entsprechende, und sein gesuchter Betrag ist $r\alpha$ von der Gesamtmenge er, und der Teil bei e ist der dem Silber entsprechende Teil, und sein Betrag ist $e\alpha$.

[Beweis]: Δslk und $\Delta s\alpha r$ sind ähnlich und ebenso Δshl und $se\alpha$, da ihre Grundlinien parallel sind, deshalb ist:

$lk : \alpha r = sl : s\alpha$ und $sl : s\alpha = lh : e\alpha$

und durch Umtausch (*Ibdâl*) $lk : hl = \alpha r : e\alpha$

und durch Zusammensetzung (*Tarkîb*) $hk : lk = er : \alpha r$,

d. h. das Verhältnis des *Faḍl* zu dem *Ta'dîl* des Goldes ist gleich dem Verhältnis des Luftgewichtes der Legierung zu dem Gewicht des Goldes in ihr. Diese vier Zahlen stehen aber in Proportion, und die vierte ist unbekannt. Um sie zu finden, bilden wir $\frac{lk \cdot er}{hk} = \alpha r$ (das wird noch in Worten ausgedrückt). Ebenso liefert das Verhältnis $hk : hl = er : e\alpha$ das Luftgewicht des Silbers $e\alpha$.

Und jenes ist seine Erklärung.

Faṣl 6. Hinweis auf die Trennung zwischen ihnen mittelst der Rechnung *al Gebr wa'l Muqâbala*. Dazu bezeichnen wir das unbekannte Gewicht des Goldes in dem Luftgewicht Π der Legierung mit X und das Gewicht des Silbers mit $\Pi - X$, dann multiplizieren wir X mit W_1 und dividieren das Resultat durch P_1, es kommt das dem Gold eigentümliche heraus, dann multiplizieren wir $(\Pi - X)$ in das Wassergewicht W_2 des reinen Silbers und dividieren das Resultat durch P_2. Es kommt das dem Silber eigentümliche heraus, dann addieren wir die beiden „Eigentümlichen" und stellen die Summe dem Wassergewicht Φ der Legierung gegenüber. Dann wenden wir *al Gabr wa'l Muqâbala*, die Vertauschung der gleichartigen Glieder von beiden Seiten an, und X ist gleich der Menge Goldes, die in der Legierung enthalten ist. Wir ziehen sie (X) von ihr (Π) ab, und der Rest ist das Gewicht des Silbers in ihr, und das ist, was wir berechnen wollten[1]).

Im folgenden *Bâb* wird auf Grund früher zum Teil freilich nicht mehr in der Handschrift erhaltener Tabellen, falls zwei der drei Größen Luftgewicht (P), Wassergewicht (W) und Gewicht (Q) des Wassers, das dem Metall im Volumen gleich ist, gegeben sind, die dritte berechnet, die Tabellen geben für $P = 100$ *Miṯqâl* $= 2400$ *Ṭassûg* die Wassergewichte w und die entsprechende

---

[1]) Es ist $$X \frac{W_1}{P_1} + (\Pi - X) \frac{W_2}{P_2} = \Phi,$$

also $$X \left(\frac{W_1}{P_1} - \frac{W_2}{P_2}\right) = \Pi \left(\frac{\Phi}{\Pi} - \frac{W_2}{P_2}\right),$$

was mit den früheren Formeln übereinstimmt.

Größe q. Natürlich ist dann P, W und Q auch in *Ṭassûg* ausgedrückt.

Sechstes *Bâb*.

Bâb 6. Über den summarischen Weg, um bei zwei gesonderten [d. h. nicht zusammengeschmolzenen] Metallen mittelst der Rechnung und der Tabelle, ohne daß man eine Wage benutzt, zu bestimmen die Verhältnisse der Wasser- und Luftgewichte und des Volumens eines jeden Metalles, des einen zum anderen, sei es nun, daß sie einzeln oder zusammengesetzt (*murakkab*)[1]) sind. Dieses *Bâb* zerfällt in zwei *Faṣl*.

Faṣl 1. Bei den einzelnen Metallen ist die gesuchte Größe eine dreifache, das Wassergewicht, das Luftgewicht und das Gewicht des Wassers, das dasselbe Volumen [wie das Metall] hat. Das haben wir in der dritten *Maqâla* auseinandergesetzt. Wir wollen die Ausführung zusammenfassen. An Kombinationen (*Muqarrana*) für diese drei Größen gibt es sechs.

1. Ist P bekannt, und wollen wir Q bestimmen, so multiplizieren wir P und q (vgl. *Faṣl* 3 des *Bâb* 1 von *Maqâla* 3) und dividieren P · q durch 2400. Das Resultat gibt die *Ṭassûg* für Q. (Es ist 2400 : q = P : Q.)

2. Wollen wir W bestimmen, so multiplizieren wir P mit w und dividieren Pw durch 2400.

3. Ist W bekannt, und wollen wir P bestimmen, so ist P = W·2400/w.

4. Um Q zu bestimmen, ermitteln wir P und daraus dann Q wie bei 1.

5. Ist Q bekannt, so ist $P = \frac{Q \cdot 2400}{q}$ in *Ṭassûg*[2]).

6. Wollen wir W finden, so ermitteln wir, wie unter 5 angegeben ist, P und dann aus P das Wassergewicht Q wie bei 2.

Faṣl 2. Über die voneinander getrennten Metalle, die nicht zusammengemischt sind. Es zerfällt in drei Teile:

1. Das Gewicht P_1 und P_2 der beiden verschiedenen Metalle in der Luft ist gleich $P_1 = P_2$, und es soll gesucht werden Q_1, Q_2 und W_1 und W_2[3]) bezw. deren Verhältnisse und Differenzen.

2. Ist $W_1 = W_2$, und ist gesucht $V_1 - V_2$ und $P_1 - P_2$, so bestimmen wir aus W_1 und W_2 die Größe V_1 und V_2, dann daraus das Verhältnis des einen zum anderen wie im Fall 4. Für die Berechnung von P_1 und P_2 kommt die Sache auf den Fall 3 heraus. Wir bestimmen ihre Luftgewichte und dann das Verhältnis des einen zum anderen.

---

[1]) *Murakkab*, es sind zwei isolierte Metalle in ihren gegenseitigen Verhältnissen behandelt.

[2]) Es ist erneut darauf hingewiesen, daß die q sich in *Faṣl* 3 finden.

[3]) P_1, P_2, W_1, W_2, Q_1, Q_2 haben für die beiden Metalle dieselbe Bedeutung wie P, W, Q für das einzelne. An dieser Stelle ist der Text nicht ganz in Ordnung; ich habe ihn ergänzt. Statt von den Wassermengen Q_1 und Q_2 wird auch von den ihnen gleichen Volumen (*Ḥagm*) V_1 und V_2 gesprochen.

3. Sind V_1 und V_2 gleich, so sind ihre Gewichte im Wasser und ebenso in der Luft verschieden. Wollen wir W_1 und W_2 bestimmen, so kommt die Sache auf den Fall 6 heraus; wir bestimmen das Gewicht eines jeden von ihnen und dann das Verhältnis zwischen ihnen. Wollen wir P_1 und P_2 finden, so kommt die Sache auf den Fall 5 heraus, und wir bestimmen das Gewicht eines jeden in der Luft und dann das Verhältnis zwischen ihnen.

Siebentes *Bâb.*

Bâb 7. Über wunderbare Fragen[1]) bei der einfachen (*sâḍag*) Wage. Dies ist das Kapitel, welches [verschiedene] Arten der Rechnung bei der einfachen Wage enthält mit Rücksicht auf den, der von den Besitzern der Wage der Weisheit ihrer [der Rechnung] Kenntnis nicht entbehrt, und die vollkommen sind in den Fragen und den Unterhaltungen (*Muṭâraha*)[2]), welche dazu dienen, den Verstand zu schärfen. Die Antwort erfolgt auf Grund der Beziehungen zwischen den Volumen und den Gewichten der Metalle nach *Abu'l Raiḥân*. Die Probleme sind verschieden nach der Verschiedenheit der Stellung der Wagschale in der Luft [oder im Wasser] und nach der Verschiedenheit der gewogenen Substanz. Die Schale kann in der Luft oder in der Flüssigkeit sein, dabei können nur drei Stellungen eintreten: 1. Beide Schalen sind in der Luft. 2. Beide Schalen sind in der Flüssigkeit. 3. Eine ist im Wasser und die andere in der Luft. — Die Probleme sind wieder verschieden je nach der Verschiedenheit des gewogenen Dinges. 1. Wenn es vereinzelt ist (*mufrad*), so wenn in der einen Schale irgendein Körper ist und in der anderen *Miṭqâls* sind. 2. Wenn es kombiniert ist, gemäß einer Substanz, so wenn in der einen Schale Gold und in der anderen Silber ist. 3. Wenn es zusammengesetzt (*muqarran*) aus zwei Substanzen ist, so wenn in einer Schale Gold und in der anderen Silber und *Miṭqâls* sind, oder wenn in der einen Schale Gold und *Miṭqâls* und in der anderen Silber ist und das Gleichgewicht für das Ganze resultiert. Es ist dieses *Bâb* in vier *Faṣl* geteilt.

Faṣl 1. Über die Prämissen, auf welche sich die Antworten auf diese Fragen stützen. Für das Gewicht eines jeden Metalles gibt es ein Gegengewicht (*Muqâwim*) in der Luft und ein *Mu'âdil*[3]) im Wasser, wenn es in beiden Schalen der Wage ist und Gleichgewicht existiert, dabei treten die erwähnten drei Fälle ein. Die [numerischen] Verhältnisse zwischen ihnen (den Metallen) sind die in der dritten *Maqâla* angeführten. Wir wählen von den Metallen drei aus Gold (Au), Silber (Ag) und Eisen (Fe) für die *Ṣangas* (die Gewichte). Sie werden kombiniert, und es ergeben sich folgende Fälle:

---

[1]) Bei Ibel S. 82 heißt es besser statt „Theoreme" „Fragen" oder „Probleme", da es sich um physikalisch-rechnerische Aufgaben handelt.

[2]) Vgl. Beiträge XIV, S. 28.

[3]) Es sind das die Gewichte, welche in der Luft oder im Wasser dem ersten Körper das Gleichgewicht halten, später werden die beiden Ausdrücke durcheinander benutzt. Wir werden sie daher auch nicht unterscheiden.

I. Jedes Metall hat im Wasser ein anderes Gewicht wie in der Luft; ist z. B. das Gewicht [mehrerer Metalle] in der Luft dasselbe, so unterscheiden sie sich im Wasser, wie in der folgenden Tabelle, die zur Bestimmung des Wassergewichtes W eines jeden Metalles aus seinem Luftgewicht P und umgekehrt dient. [Die Tabelle enthält für $p = 2400$ *Tassûg* (T) Luftgewicht die Wassergewichte w]. Ist P gegeben, so erhalten wir $W = w \cdot P/2400$. Ist W gegeben, so ist $P = 2400 \cdot W/w$.

Beispiel: Haben wir bei Gold W = 5 M. (*Miṯqâl*), so ist in der Luft das Gewicht 2400 · 5 M./2274.

Tabelle des *Qânûn* der Übereinstimmung des Gewichtes in der Luft und seiner Verschiedenheit im Wasser[1]).

Die Metalle	Gold	Silber	Eisen
Verhältnis des Luftgewichtes	2400	2400	2400
zum Wassergewicht	2274	2167	2090

II. Über die Bestimmung des Gegengewichtes für das Metall in der Wage. Ist das Metall in der Luft ein bekanntes Ding (P), so ist das Gegengewicht in der Luft im Wasser größer als es selbst[2]). Wir erhalten es aus $P \cdot 2400/w$[3]). Ist das Metall im Wasser ein bekanntes Ding, so ist sein Gegengewicht in der Luft kleiner, wir erhalten es aus $P \cdot w/2400$.

III. Über die Bestimmung des Gegengewichtes [für ein Metall], wenn es aus einer anderen Substanz als es selbst besteht. Haben wir ein Metall, etwa Gold, von bekanntem Wassergewicht W_1, und wollen wir sein Gegengewicht M im Wasser an Silber haben, so ist $M = W_1 \cdot 2400/w_2$. Es kommt das Gegengewicht für das Gold an dem Silber heraus.

Und der *Qânûn* der Gegengewichte für das Gold aus Silber ist wie das Verhältnis von 4800 : 5037 und der *Qânûn* des Goldes zu *Miṯqâlen* aus Eisen wie das Verhältnis 7200 : 7834[4]).

---

[1]) Wir würden sagen: Tabelle für die Verschiedenheit der Gewichte im Wasser, wenn sie in der Luft übereinstimmen.

[2]) D. h. wir müssen ein größeres Gewicht im Wasser verwenden, um das Gleichgewicht herzustellen, als in der Luft.

[3]) Es ist nicht besonders von 2400 und w gesprochen, doch ist dies sicher gemeint.

[4]) Diese Verhältnisse geben an, wie viele *Miṯqâl* (u. s. w.) Silber im Wasser 4800 *Miṯqâl* Gold, die ebenfalls in Wasser eingesenkt sind, das Gleichgewicht halten, und ebenso wie viele *Miṯqâl* Eisen im Wasser 7200 *Miṯqâl* Gold das Gleichgewicht halten.

2400 T. Au wiegen in Wasser 2274 T., 2400 T. Ag wiegen in Wasser 2167 T. Einem in Wasser gebrachten T. Au halten also das Gleichgewicht 2274/2167 T. Ag. — 4800 T. Au im Wasser halten also 4800·2274/2167 T. Ag das Gleichgewicht. Ebenso bei Eisen. Statt das Ver-

Faṣl 2. Über die Probleme, die sich auf die einfachen (isolierten) Metalle beziehen, sie enthalten Metalle und *Sangas*. Dies ist der Fall, wenn in A_1 ein Metall, in A_2[1]) sich Gewichtsstücke der *Miṭqâl* befinden.

Sind A_1 und A_2 in der Luft, so hat man keine verschiedenen Probleme (*Schakl*).

Sind A_1 und A_2 im Wasser oder nur eine von ihnen, so hat man drei Probleme.

1. Sind A_1 und A_2 im Wasser, und ist in A_1 ein Stück Au und in A_2 50 „wässerige" *Miṭqâl* (aus Fe), wie viel *Miṭqâl* wiegt das Gold in der Luft[2]). Nach der Einleitung ist $W_1 : W_3 = 2274 : 2090$. Bilden wir: 50 M (Wassergewicht) · 2274/2090, so erhalten wir, was das Fe von dem Au wägt: $54 + {}^1/_4 + {}^1/_6$ M.[3]). — Wollen wir das Wassergewicht des Fe in sein Luftgewicht verwandeln, so geschieht dies nach der Einleitung; wir bestimmen dann, was ihm von dem „Wassergold" entspricht.

2. Ist A_1 im Wasser, und befinden sich in ihr 50 M. aus Fe, und ist A_2 in der Luft und in ihr ein Stück Gold, wie groß ist p_1. Antwort: Das *Muʿâdîl* von p_1 sind 50 M. Fe im Wasser. Nun ist $P_3 : W_3 = 2400 : 2090$; es ist also $p_1 = 50 \cdot 2090/2400 = 43$ M. 4 D. 1 T.

3. Ist A_1 im Wasser und in ihr ein Goldstück und in A_2 in der Luft 50 M. Wie groß ist p_1. Es ist größer als 50 M.

Es ergibt sich angenähert $p_1 = 50 \cdot 2400/2274 = 52 + {}^1/_2 + {}^1/_4$ M. $= 52{}^3/_4$ M.

Faṣl 3. Über die Kombinationen der Substanzen, wenn die Wage im Gleichgewicht ist. A_1 und A_2 sind beide in der Luft oder im Wasser oder eine in der Luft, die andere im Wasser. In der einen A_1 ist ein Stück Au, in der anderen A_2 ein Stück Silber Ag. Die *Miṭqâl*, welche das Gleichgewicht herstellen, heißen *al Taʿdîl* (die Ausgleichung).

Das *Faṣl* zerfällt in 12 Fälle[4]).

1. A_1 und A_2 sind im Wasser, die Wage ist im Gleichgewicht. Wir bringen A_1 und A_2 in die Luft, die Ag-Schale sinkt, 10 M. stellen das Gleichgewicht her, wie groß ist p_1 und p_2.

---

hältnis auf 2400 T. zu beziehen, ist es auf 4800 bezw. 7200 bezogen, um Brüche zu vermeiden, es ist in der Tat $2167 : 2274 = 4800 : 5037$ und $2090 : 2284 = 7200 : 7834$.

[1]) Wir wollen im folgenden die beiden Schalen mit A_1 und A_2 bezeichnen.

[2]) So scheint mir die Aufgabe nicht ganz richtig gestellt zu sein, sie würde mit der 3. fast zusammentreffen. Nach der Lösung ist wohl die komplizierte Aufgabe gestellt, wie groß ist das Wassergewicht von Gold, das 50 wässerigen *Miṭqâl* Eisen, wenn sie in die Luft gebracht werden, in dieser das Gleichgewicht hält. W_1 und W_3 beziehen sich auf gleiche Luftgewichte. Ist dann für Eisen $W_3 = 50$, so ergibt sich $W_1 = 54 + {}^1/_4 + {}^1/_6$ M. $= 54{}^{10}/_{24}$ M.

[3]) Es ist dies die arabische Art der Bezeichnung der Brüche, wir haben $54{}^{10}/_{24}$ M.

[4]) Die Fälle zerfallen in 4 Gruppen 1—3, 4—6, 7—10 und 11—12.

Sind W_1 und W_2 gleich, so ist $P_1 : P_2 = 4800 : 5037$. Die Differenz ist $\Delta = 237$. Dies ist ein bekannter *Qânûn* (Norm), der die Ag-Schale sinken macht. In unserem Fall entspricht das Sinken 10 M. — Es ist 237 : 4800 bezw. 237 : 5037, wie 10 : p_1 und 10 : p_2 (p_1 und p_2 sind die in Betracht kommenden Au- und Ag-Mengen). Wir erhalten $p_1 = 10 \cdot 4800/237 = 202\frac{1}{2}$ M. [nahezu] und ferner $p_2 = 10 \cdot 5037/237 = 212 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ M. (212,58 M.)[1]).

2. A_1 und A_2 sind im Wasser; die Ag-Schale kommt in die Luft, sie sinkt; wir bringen 5 M. in die andere, Gleichgewicht tritt ein, wie viel wiegt p_1 und p_2.

3. Dasselbe Problem; nur wird die Au-Schale A_1 herausgezogen.

4. A_1 und A_2 sind in der Luft; man taucht beide in Wasser; A_1 sinkt, man legt in A_2 10 M. Wie groß ist p_1 und p_2.

5. A_1 und A_2 sind in der Luft, man taucht A_1 ins Wasser, A_2 sinkt, man legt in A_1 10 *Miṯqâl*. Wie groß ist p_1 und p_2.

6. Dasselbe wird mit der Schale A_2 ausgeführt.

7. A_2 ist im Wasser und A_1 außerhalb, man bringt A_2 in die Luft. Man hat dann zwei Luftschalen. A_2 sinkt, wir legen in A_1 10 M.

8. A_2 ist im Wasser[2]) und A_1 in der Luft, dann bringt man A_1 in das Wasser und hat zwei Wasserschalen, A_1 sinkt, man legt 5 M. in A_2.

9. A_1 ist im Wasser, A_2 in der Luft; man zieht A_1 heraus, bis man zwei Luftschalen hat, A_1 sinkt; in A_2 legt man 10 M.

10. A_1 ist im Wasser, A_2 in der Luft, man senkt A_2 in das Wasser. Man hat zwei Wasserschalen; die Au-Schale sinkt entsprechend 10 M.

11. A_1 ist im Wasser und die Wage im Gleichgewicht. Man vertauscht die Schalen[3]). A_1 sinkt um 5 M.

12. A_2 ist im Wasser und die Wage ist im Gleichgewicht. Man vertauscht die Schalen. A_2 sinkt. Man legt in die gegenüberliegende 5 M. und hat das Gleichgewicht.

Faṣl 4. Über die Probleme[4]), bei denen zwei verschieden schwere Substanzen und *Miṯqâls*, welche sie messen (*al Miʿjâr*) vorhanden sind. Man hat diesen Fall, wenn man in den beiden Schalen der Wage zwei Stücke aus Gold und Silber hat und eine Seite sich senkt und man durch den *Miʿjâr* das Gleichgewicht herstellt. Die eine [Seite] nennt man die „isolierte“ (A_1) (*mufrad*) (sie enthält nur das Metall), die andere nennt man die kombinierte (A_2) (*muqarran*) (sie enthält ein Metall und Gewichte). Es ergeben sich 12 Fälle[5]).

---

[1]) Der Text ist nicht ganz in Ordnung.

[2]) Hier scheinen im Text einige Unrichtigkeiten zu sein.

[3]) D. h. man macht A_1 zur Luft-, A_2 zur Wasserschale, ebenso macht man bei 12 A_2 zur Luft- und A_1 zur Wasserschale.

[4]) So wie die Probleme angegeben sind, sind sie nicht lösbar, da ein Bestimmungsstück fehlt, oder sie fallen mit denen in *Faṣl* 3 zusammen; ich habe sie aber doch mit übersetzt, um die Erfindungsgabe der Muslime in solchen Aufgaben zu zeigen.

[5]) Die Fälle sind hier nicht so sorgfältig geordnet wie im *Faṣl* 3. Es gelten für entsprechende Anordnungen, wenn wir die Nummern der Fälle

1. A_1 und A_2 sind im Wasser im Gleichgewicht[1]), man bringt A_1 in die Luft (ändert sie um), sie sinkt; man legt in die gegenüberliegende Schale (*muqâbil*) 5 M., dann tritt Gleichgewicht ein. Wie viel ist von jeder Substanz vorhanden. Die Gewichte, welche das Gleichgewicht nach der Umänderung bewirken, heißen *al Ta'dîl*. 2. A_1 und A_2 sind im Wasser, A_2 wird in die Luft gebracht und sinkt; 10 M. in A_1 rufen das Gleichgewicht hervor. 3. A_1 und A_2 sind im Wasser, beide werden in die Luft gebracht, die Silberseite sinkt.

4. A_1 und A_2 sind in der Luft, das *Mi'jâr* steht auf der Au-Seite. Wir senken A_1 in das Wasser, die Luftschale A_2 sinkt. 5. A_1 und A_2 sind in der Luft, wir senken beide gleichzeitig ins Wasser. Dieses Problem geht nach den Methoden von [der folgenden Aufgabe]. 6. A_1 und A_2 sind in der Luft und *al Mi'jâr* bei einer derselben. Wir senken A_2 in das Wasser, diese wird leichter; wir legen 10 M. in sie und Gleichgewicht tritt ein.

7. A_1 ist im Wasser, A_2 in der Luft, beide werden herausgenommen, so daß man zwei Luftschalen hat. A_1 sinkt um 10 M. 8. A_1 ist im Wasser, A_2 in der Luft; wir senken A_2 in das Wasser, so daß man zwei Wasserschalen hat. A_1 sinkt, 10 M. stellen das Gleichgewicht her. 9. A_1 ist im Wasser, A_2 in der Luft. Wir tauschen die beiden Schalen um und bringen A_1 in die Luft und A_2 in das Wasser. A_1 sinkt. 10. A_2 ist im Wasser und A_1 in der Luft, wir machen beide zu Luftschalen. A_2 sinkt, in A_1 werden zum Gleichgewicht 10 M. gelegt. 11. A_2 ist im Wasser, wir machen die beiden Schalen zu Wasserschalen, A_2 sinkt um 10 M. 12. A_2 ist im Wasser, dann tauschen wir die beiden Schalen, machen A_2 zur Luftschale, A_1 zur Wasserschale, A_2 sinkt um 10 M.

Faṣl (ohne Nummer). Diese [vorhergehenden] *Faṣl* greifen ineinander über und liefern zahlreiche Probleme, die [d. h. deren vollständige Behandlung] das Buch zu lang machen würde; wir haben sie daher zu dem abgekürzt, was wir hier dargeboten haben. Die Fragen zu beantworten, ist sehr leicht aus dem Buche der Wage der Weisheit für den, der sich eingehend mit ihm befaßt hat, und aus dem, was wir an Prämissen vorausgeschickt haben.

Achtes *Bâb*.

Bâb 8. Über die Bestimmung des Gewichtes eines jeden von zwei Metallen von verschiedener Substanz in der Luft[2]). Sind ihre Gewichte im Wasser gleich, und sind ihre Wassergewichte bekannt, so sind auch ihre Luftgewichte durch die Wage der Weisheit bekannt. Im früheren haben wir ausgeführt, daß, wenn ihre Gewichte in der Luft gleich sind, diese im Wasser verschieden sind. Das schwerere hat das kleinere Volumen;

---

von *Faṣl* 4 vorausstellen $1 = 3$; $2 = 2$; $3 = 1$; $4 = 5$; $5 = 4$; $6 = 6$; $7 = 9$; $8 = 10$; $9 = 11$; $10 = 7$; $11 = 8$; $12 = 12$.

[1]) Für das Anfangsstadium ist, wie im Arabischen angegeben ist, stets Gleichgewicht vorhanden.

[2]) Hier ist im arabischen Text ein Versehen.

das leichte (*sachîf*) bedarf einer Unterstützung, um dem derben (*muktaniz*) in bezug auf das Gewicht das Gleichgewicht zu halten. Bei gleichem Gewicht im Wasser sind sie deshalb in der Luft von verschiedenem Gewicht. Das in der Luft schwerere hat das größere Volumen [dadurch verliert es beim Einbringen in Wasser weniger an Gewicht]. Kennt man das Gewicht eines der beiden Metalle (in der Luft oder)[1]) im Wasser, so ist aus dem obigen Grunde auch das andere nach seinem Gewicht in der Luft durch die Wage und Rechnung bekannt.

Faṣl 1. Über die Bestimmung des Gewichtes eines jeden der beiden mit der Luft- und Wasserwage[2]); sie ist aber in das Wasser herabgelassen. Dazu stellen wir die beiden verschiebbaren Schalen auf ihre Marken und bringen die Wage ins Gleichgewicht, dann lassen wir das eine von den beiden, dessen Gewicht gesucht wird, in das Wasser. Um sein Wassergewicht zu erhalten, legen wir die *Sangas* in die rechte Endschale und um sein Luftgewicht zu erhalten, in die verschiebbare Schale, die sich auf seiner Marke befindet. (Das ergibt sich aus den Ausführungen bei Ibel.)

Faṣl 2. Über die Bestimmung des gesuchten Luftgewichtes zweier Metalle mittelst der Rechnung. Ist das Gewicht des einen in der Luft bekannt, so ist auf Grund der Tabellen auch sein Wassergewicht bekannt und es ist das Wassergewicht des anderen bekannt[3]).

Ist das Wassergewicht bekannt, so ist auf Grund der Tabellen auch das gesuchte Luftgewicht bekannt. Es verhält sich das Wassergewicht eines derselben zu dem bekannten Wassergewicht des anderen umgekehrt wie das Volumen des Körpers zum Volumen des Körpers[4]). Wollen wir das Luftgewicht bestimmen, wenn für einen von beiden das Wassergewicht bekannt ist, so multiplizieren wir diese bekannte Größe in 100 und dividieren durch die für das Wassergewicht (w_1) in der Tabelle für diese Substanz verzeichnete Größe, und wir erhalten das Luftgewicht dieser Substanz P_1.

Zur Bestimmung des Gewichtes P_2 des anderen unbekannten Körpers (der dasselbe Wassergewicht W_1 hat, wie der erste) in der Luft dividieren wir das erwähnte Resultat ($W_1 \cdot 100$) durch das Wassergewicht (w_2) der Tabelle und es ergibt sich das gesuchte Gewicht in der Luft[5]).

Neuntes *Bâb*.

Bâb 9. Über einige seltsame Probleme, die mittelst der Wage der Weisheit gelöst werden. Zu ihren Vorzügen gehört, daß man mit ihr

---

[1]) Das eingeklammerte muß wohl fortfallen.

[2]) Es muß wohl heißen Luft- und Wasserschale.

[3]) Vorausgesetzt ist hier wohl, daß beide in der Luft das gleiche Gewicht haben, während nachher gleiche Wassergewichte angenommen sind.

[4]) Dies ist nicht richtig, wobl ist das Wassergewicht um so größer, je kleiner das Volumen ist, es ist aber keine wirkliche Proportionalität vorhanden. — Das ganze ist nicht vollständig klar.

[5]) Es ist $P_1 : W_1 = 100 : w_1$; $P_1 = W_1 \cdot 100/w_1$ und $P_2 = W_1 \cdot 100/w_2$.

mittelst eines fernen Kunstgriffes zugleich das Gewicht und die wahre Natur einer Substanz bestimmen kann. Zu ihnen gehören zwei Probleme, deren Lösung mittelst der Rechnung auf die Tabellen des *Abu'l Raiḥân* zurückgeht und mittelst der Praxis auf die Wage selbst. Das eine Problem ist: Das Gewicht eines Metalles ist in der Luft bekannt, seine Natur ist unbekannt, und es ist im Wasser. Wir wollen seine Natur aus dem Auftrieb an der Wage bestimmen. Das zweite Problem ist: Bekannt ist die Natur und der Auftrieb, unbekannt sein Luftgewicht. Wir wollen dieses bestimmen, während das Metall sich im Wasser befindet.

Faṣl 1. Über die Beantwortung der Fragen durch die Rechnung mittelst der Tabellen. [Problem 1]. Von einem Metall ist die Natur unbekannt und sein Luftgewicht P bekannt, wollen wir aus dem Auftrieb A seine Natur bestimmen, so befehlen wir dem Wägenden[1]), daß er es in das Wasser senkt, und wir bestimmen seinen Auftrieb A. Dann berechnen wir $100 \cdot A/P = a$. Wir erhalten den 100 M. entsprechenden Auftrieb. Dann wenden wir uns zu dem *Faṣl* 3 vom *Bâb* 1 der *Maqâla* 3. Das Metall, das der Größe a [in der Tabelle] entspricht, ist das in das Wasser versenkte. Problem [2]. Ist das Metall und der Auftrieb A bekannt und das Gewicht P in der Luft unbekannt, und wir wollen letzteres bestimmen, so dividieren wir $A \cdot 100$ durch den Auftrieb für 100 M., nach der Tabelle am angeführten Ort. Wir erhalten so das gesuchte Luftgewicht P.

Faṣl 2. Über die Beantwortung dieser beiden Fragen aus der Wage selbst, ohne etwas [anderes] heranzuziehen. Problem [1]. Von einem Metall ist die Natur unbekannt, P und A sind bekannt. Wir gleichen zunächst die beiden verschiebbaren Schalen aus, wie wir das bei dem Festsetzen [der Marken] der Metalle angegeben und setzen die geflügelte Schale auf die rechte, die verschiebbare „kurzweg" auf die linke Seite. Dann überführen wir die *Sanga*, mit denen wir das Metall gewogen haben, in die geflügelte Schale; wir verschieben dann genau entsprechend die geflügelte und die verschiebbare Schale an die Stellen, an denen sie ohne Gewichte sich das Gleichgewicht halten. Ist die Wage im Gleichgewicht, so sehen wir, auf welche Marke der Metalle die Spitze [des Hakens] der geflügelten Schale fällt und das gesuchte Metall ist dasjenige, auf dem ihre Spitze steht.

Problem 2. Die Natur des Metalles ist bekannt und sein Luftgewicht unbekannt, und es befindet sich in dem Wasser. Wollen wir letzteres bestimmen, so bringen wir das Metall ins Wasser, nachdem wir die Spitze der geflügelten Schale auf die Marke des bekannten Metalles gesetzt und die Wage äquilibriert haben, oder nachdem wir die verschiebbare Schale auf sie gesetzt haben, falls die Wage vor dem Aufsetzen der beiden verschiebbaren Schalen im Gleichgewicht ist. Dann legen wir die *Sangas* in die geflügelte Schale eines nach dem anderen, indem wir dazwischen Pausen

[1]) Wir sehen, daß zu den Versuchen eine Hilfskraft herangezogen wird, wie auch bei alchemistischen Versuchen (vgl. z. B. E. Wiedemann, Beiträge zur Kenntnis des Orientes, Bd. 5, S. 17. 1908).

eintreten lassen, bis die Zunge einspielt[1]). Dann sehen wir nach dem Inhalt der geflügelten Schale und das ist das gesuchte Gewicht.

Vollendet ist die *Maqâla*[2]).

---

[1]) Hier haben wir eine Schilderung der Methode der Wägung.

[2]) Hiernach müßte hier die *Maqâla* VI zu Ende sein, es folgt aber noch ein zehntes *Bâb*, das anfängt: *Bâb* 10. Über den Wert der Edelsteine. Wir haben hier angefügt den Bericht von *Abu'l Raiḥân* in dem Werk *al Gamâhîr* (Kollektaneen über die Edelsteine, die Arten der Edelsteine, ihre Fundorte und die Preise ihrer Gewichte in den vergangenen Tagen). Nach diesem Abschnitt, der 4 Seiten umfaßt, heißt es nochmals „Vollendet ist die sechste *Maqâla*".

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Sozietät zu Erlangen

Jahr/Year: 1908

Band/Volume: 40

Autor(en)/Author(s): Wiedemann Eilhard

Artikel/Article: Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. XV. Über die Bestimmung der Zusammensetzung von Legierungen. 105-132