Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. XVIII.

Von Eilhard Wiedemann.

1. Astronomische Instrumente. 2. Über trigonometritche Größen. 3. Geodätische Messungen.

Einleitung.

Die in dem vorigen Beitrag zuletzt mitgeteilte Arbeit von *Ibn al Haitam* behandelt nur in einem einzigen Fall wirkliche geodätische Messungen. Auf den folgenden Seiten sollen Leistungen der Araber auf diesem Gebiete besprochen werden. Sie sind von ihnen meist nicht in besonderen Schriften enthalten, sondern gelegentlich der Instrumente, mit denen sie ausgeführt werden, besprochen, so des Astrolabs, des Sinusquadranten, des Dastûrquadranten u. s. w. [1]), wie sich schon aus dem trefflichen Katalog von Ahlwardt schließen läßt, der nicht nur die Titel der Werke, sondern bei ihnen auch vielfach die Überschriften der einzelnen Kapitel mitteilt.

Ibn Chaldûn (Prolegomènes Text Teil 3, S. 104. Übers. Teil 3, S. 145) gibt folgende Definition für die Vermessungskunst (*Misâḥa*).

Man bedarf dieser Wissenschaft, um den Boden zu vermessen. Sein Name bedeutet, die Größe eines gegebenen Grundstückes zu bestimmen. Man drückt diese Größe in Spannen, Ellen oder anderen Einheiten aus, oder man bestimmt das Verhältnis zwischen zwei Grundstücken, wenn

---

[1]) So dient die fazarische Wage (*al Mîzân al fazârî*) nach *al Marrâquschî* zur Bestimmung der Höhe von Wänden, Säulen und überhaupt eines jeden vertikalen Gegenstandes, der Breite von Flüssen und Teichen und was eine solche Gestalt hat, der Tiefe von Brunnen und was ihnen ähnlich ist, und überhaupt aller Dinge, die mit der Vermessung zusammenhängen (vgl. Sédillot, Les instruments astronomiques S. 46). Wir haben es hier nicht mit einer wirklichen Wage zu tun, sondern mit einer geteilten Latte, auf der zwei Gnomone aufgestellt sind. Leider teilt Sédillot nichts über die uns interessierende Verwendung mit. Erwähnt ist *al Mîzân al fazârî* auch in Nr. 5857 des Kataloges von Ahlwardt, einen Text, der sich auf *al Marrâquschî* stützt.

man das eine mit dem anderen vergleicht. Diese Bestimmung ist nötig, wenn man die Steuern auf die besäten Felder, die bearbeitbaren Ländereien und die Gärten mit Pflanzungen verteilen will, oder wenn man Bezirke oder Ländereien zwischen Mitgliedern einer Genossenschaft oder zwischen Erben teilen will oder zu einem anderen Resultat dieser Art gelangen will. In dieser Wissenschaft hat man zahlreiche und schöne Prinzipien.

Von *al Kindî* sind (Fihrist S. 291) die Titel von ein paar Schriften über Geodäsie erwähnt. Dissertation über die Konstruktion und Anwendung eines Instrumentes zur Bestimmung der Entfernung der Körper (vielleicht Sonne, Mond u. s. w., *al Agrâm*). Dissertation über die Anwendung eines Instrumentes, mit dem man den Abstand der sichtbaren Gegenstände bestimmt. Dissertation über die Bestimmung der Abstände der Berggipfel.

Das Nivellieren und einige Fälle des Vermessens habe ich Beiträge V, S. 405. X, S. 316 ff. behandelt, einige weitere Ausführungen habe ich in der Dissertation von Ibel über die Wage S. 159 ff. mitgeteilt. Ziemlich kurz erörtert das Nivellieren *al Karchî* in seinen *Kâfî fî'l Hisâb* (das Genügende über das Rechnen) (übersetzt von A. Hochheim, Programm Magdeburg 1880, S. 3).

Es werden dort drei Arten von Apparaten erwähnt, der erste entspricht vollkommen dem von *al Châzinî* beschriebenen (Ibel S. 159), nur wird das Ende der Zunge noch mit Blei beschwert, um eine sicherere Einstellung zu erhalten, der zweite entspricht dem *Murgîqal*. „Die dritte Art bilden die Röhreninstrumente, „welche den Fachleuten wohl bekannt sind", zu diesen gehört auch „befeuchtete Baumwolle". Auch *Behâ al Dîn* erwähnt die Röhreninstrumente, doch ist kaum etwas aus seiner Angabe zu entnehmen.

Einige Vermessungsaufgaben, die auf arabische Quellen zurückgehen, enthält auch die Arithmetik des Elia Misrachi übersetzt von Wertheim 1896, S. 61 ff.

In einem astronomischen Werk (Ahlwardt Nr. 5733), bei dem der Anfang und damit der Name des Verfassers fehlt, heißt ein Kapitel: Über die Nivellierung der Erde und die Kanäle zu führen s. w. u. S. 72 und 73.

Ein gewisser *Ḥusain al Ḥusainî al Chalchâlî* († 1014 d. H. 1605/06 n. Chr.) hat in einer Schrift über den indischen Kreis[1])

[1]) Vgl. zu dem Instrument L. A. Sédillot, Mém. sur les Instruments etc. Mém. prés. par divers Savants (1) Bd. 1, Paris 1844, S. 98 ff.

(Gotha Nr. 1417), auch die Prüfung der Horizontalität der Fläche besprochen, auf die er den zu den betreffenden Messungen dienenden Gnomon aufstellt.

Dazu gießt man entweder Wasser auf die Fläche, das dann nach allen Seiten gleichmäßig abfließt[1]), oder man benutzt eine der Wagen derer, die die Kanäle ausheben. Sie haben nämlich Wagen, durch die sie die ausgehobene Erdoberfläche wägen. Zu ihnen gehört die *Kûnijâ*[2]) (vgl. Beiträge VI, S. 55). Sie hat die Gestalt[3]) eines gleichschenkligen Dreiecks. Zwischen ihrer Spitze und dem Halbierungspunkt der Basis zieht man ein Lot und hängt an der Spitze einen Faden auf, an dessen Ende man ein schweres Gewicht aufhängt. Der Faden heißt *al Schâqûl* (Senkel). Man bestimmt mit diesem Instrument die Horizontalität dadurch, daß man die Basis auf die Erde setzt und das, was höher und tiefer ist, ausgleicht, bis bei einer vollkommenen Drehung der Basis das Senkel sich absolut nicht gegen das Lot neigt. Man sieht daraus, daß man mit diesem Instrument die Horizontalität erzielen und man sie mit ihm erkennen kann. Manchmal erlangt man sie auch durch ein Lineal mit genau hergestellter Fläche, man hält seine Mitte fest und dreht es, bis es die Erde vollkommen berührt, so daß zwischen ihnen kein Licht mehr während des ganzen Umdrehens durchscheint.

In der unten zitierten Schrift über die Aufrichtung des *Badâhang* und des *Miḥrâb* findet sich auch eine Stelle über das Horizontieren. Nachdem bemerkt ist, daß die Richtung der *Qibla* in *Miṣr* (Kairo) 37° und diejenige des *Badâhang* $27^1/_2{}^0$ beträgt und im südöstlichen Quadranten liegt, wird eine Art Sonnenuhr behandelt. Es heißt dort:

Nimm einen harten Körper aus Marmor (*Ruchâm*), *Kaddân*[4]) oder etwas Entsprechendes, bei dem die Fläche, auf der geschrieben wird, eben ist; das erkennt man daran, daß man ein Lineal mit genau richtigem Rand auf sie legt, und daß es auf allen Seiten mit ihr zusammenfällt. Dann legt man die Fläche auf eine Stelle des Bodens, auf die zu der betreffenden Zeit die Sonnenstrahlen fallen können. Sie muß dann durch ein Postament höher gestellt werden. Wir lagern sie in Ton oder Gips ein. Die Fläche muß ferner horizontal sein. Dazu gießt man Wasser auf; fließt es nach allen Seiten gleichmäßig ab, so ist die Sache richtig. Ist das nicht der Fall, so hebt man die sich neigende Stelle durch Unter-

---

[1]) Dies Verfahren wird sehr oft verwendet.

[2]) *Kûnijâ* bedeutet zunächst nur einen rechten Winkel.

[3]) In der Figur ist ein Dreieck von 25 mm Basis und 46 mm Höhe mit dieser selbst gezeichnet, von der Spitze hängt nach rechts herunter ein Faden (33 mm lang), der an seinem Ende ein Gewicht trägt. Am Faden steht *Schâqûl*, am Gewicht *Taqîl*.

[4]) Zu *Kaddân* oder *Kaddân* vgl. Dozy s. o.

schieben von etwas oder nimmt unter der hohen, so weit es möglich ist, etwas fort, ehe der Ton austrocknet (*gafâf*) oder der Gips faßt (*Aḥd*). Man kann auch auf die Fläche das genaue Lineal auflegen und auf seine Fläche eine *Schalfa* stellen (wohl eine Setzwage), um die Fläche nach allen Seiten zu wägen. Dazu dreht man das Lineal mit der *Schalfa* [1]), die sich über ihm befindet, um einen halben Kreis und sieht nach dem Faden der *Schalfa* und nimmt auf der höheren Seite, d. h. von der Seite, aus der der Faden heraustritt, allmählich ein wenig fort, bis diese Stelle der Fläche horizontal ist.

Dann bringt man das Lineal auf eine andere Stelle der Fläche und verfährt so weiter. Dann färbt man die Fläche mit Röthel (*Maġra*) oder etwas Ähnlichem rot, um die Linien schnell zu sehen u. s. w.

Auch bei *al Marrâquschî* (ed. Sédillot S. 376 u. folgende Propositionen VIII—X) finden sich einige Angaben.

VIII. Um zu erkennen, ob eine Fläche vollkommen eben ist, legt man ein gutes Lineal an dieselbe an und sieht zu, ob alle Punkte desselben die Fläche berühren.

IX. Ein Instrument, um zu erkennen, ob eine Ebene parallel dem Horizont ist, ist bei Ibel a. a. O. beschrieben. Ein anderes Instrument hat die Gestalt (Fig. 1). a b, a c, d e sind Stäbe, d e ist in der Mitte durchbohrt. Von a läßt man ein Lot durch das Loch herunterhängen und stellt b und e auf die zu prüfende Fläche; ist die Fläche horizontal, so geht das Lot durch das Loch.

X. Um zu erkennen, ob eine Ebene senkrecht steht oder nicht, befestigt man (Fig. 2) zwei kleine Latten, L_1 und L_2, am besten rechteckige Prismen, deren entsprechende Seiten gleich sind, die eine L_1 an dem oberen Ende der Ebene, die andere L_2 ein wenig tiefer, so daß sie einander entsprechen. Von der oberen läßt man ein Lot herabhängen, das an der unteren vorbeigeht. Berührt der Faden die Latte L_2, ohne sich aber an sie anzulegen, so ist die Ebene vertikal, sonst nicht.

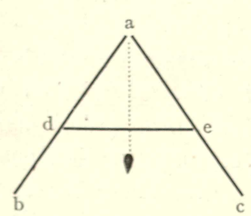

Fig. 1.

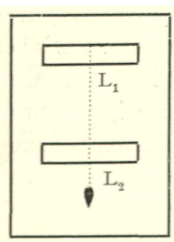

Fig. 2.

Manche lassen das Lot sich auf die untere Latte auflegen und zwar um eine scheinbar kleine Größe, die aber doch einer beträchtlichen Neigung entsprechen kann. Um den Fehler zu vermeiden, schiebt man zwischen das Lot und L_1 ein kleines, sehr dünnes Lineal parallel zu dem

[1]) Das Wort ist mir sonst nicht in dieser Bedeutung begegnet.

Lot; wird dadurch der Faden von L_2 aufgehoben, so drückte er nicht oder doch nur sehr wenig auf L_2. Im entgegengesetzten Fall liegt der Faden so sehr auf L_2 auf, daß man darauf acht haben muß.

Auf Grund der im folgenden mitgeteilten geodätischen Arbeiten der Araber dürfte eine Untersuchung der Abhängigkeit Gerberts und der anderen mittelalterlichen Gelehrten auf diesem Gebiet von den muslimischen Leistungen notwendig werden, sowie eine Vergleichung der letzteren mit den Arbeiten der Antike.

Da mit den geodätischen Bestimmungen stets Hand in Hand geht bezw. ihnen vorausgeschickt ist eine Besprechung der trigonometrischen Funktionen, so soll auch darüber einiges mitgeteilt werden.

Den folgenden Ausführungen ist zunächst zugrunde gelegt die Schrift des großen *al Bêrûnî* über die Anwendung des Astrolab (*fî ʿAmal al Asturlâb*), in der er zunächst das Astrolab beschreibt, dann seine Anwendungen zu astronomischen Zwecken schildert, wobei der trigonometrischen Verhältnisse gedacht ist, und in der er zum Schluß eine Anzahl geodätischer Messungen bespricht. Leider fehlen alle Abbildungen. Ich konnte die Berliner Handschrift (Katalog von Ahlwardt 5794) benutzen. Von Schriften *al Bêrûnîs* ist dann noch benutzt sein Werk „Buch der Belehrung über die Mathematik, Astronomie und Astrologie" (*Kitâb al Tafhîm* u. s. w.), und zwar nach einer Berliner Handschrift 5665, die leider an Korrektheit zu wünschen übrig läßt; in ihr sind einige, wenn auch schlechte Figuren enthalten. Aus ihnen ersehen wir aber z. B., daß die Muslime gerade wie wir die Richtung von unserem Auge zu einem Punkt als Sehlinie bezeichneten, sie Strahlenlinie (*al Chaṭṭ al schaʿâî*) nannten. Einiges ist entnommen dem *Kitâb al Istiʿâb* (Werk der gründliche Behandlung aller möglichen Methoden für die Konstruktion des Astrolabiums von *al Bêrûnî*). Außer einer Berliner Handschrift konnte ich vor allem, dank der Güte von Herrn Dr. Juynboll, eine Leydener (Nr. 1066) benutzen, die vortrefflich gezeichnete Figuren enthält. Einige derselben sind mitgeteilt.

Weiter wurde vielfach benutzt die Abhandlung von *Umajja Ben ʿAbd al ʿAzîz Ben Abî'l Ṣalt al Andalusî Abu'l Ṣalt*[1])

[1]) Zu *Abu'l Ṣalt* vgl. Suter Nr. 272, S. 115. Er war ein spanischer Gelehrter, geboren im Jahre 460 d. H. (1076/68), gestorben 529 (1134). Unsere

über die Anwendung des Astrolab (Berlin Nr. 5798) sowie zahlreiche andere Handschriften, die später im einzelnen bezeichnet werden.

1. Astronomische Instrumente.

Zum Verständnis des Folgenden sei die Konstruktion des Astrolabs und des Quadranten besprochen. Das Astrolab ist eine ebene Kreisscheibe (s. Fig, 3), die oben einen Ansatz trägt. An diesem wird sie an einem Ring oder sonst in passender Weise aufgehängt. Bei den besseren Astrolabien ist die Anordnung stets so getroffen, daß eine Drehung um zwei zueinander senkrechte horizontale Achsen erfolgen kann, dadurch ist die vertikale Stellung des Instrumentes, wenn es aufgehängt ist, gewährleistet. Bei manchen Messungen wird das Instrument auch in horizontaler Lage benutzt. Der Kreis ist geteilt und zwar bei verschiedenen Astrolabien in verschiedener Weise. Stets geht aber eine Teilung in dem oberen linken Quadranten von dem horizontalen durch den Mittelpunkt gehenden Durchmesser zu der Vertikalen zur Messung der Höhenwinkel. Um eine durch den Mittelpunkt gehende Achse dreht sich ein Lineal mit rechteckiger Oberfläche, das man entweder ganz läßt oder dessen beide Hälften so zugeschnitten (zugeschärft) sind, daß die Verlängerung der Begrenzungen durch den Mittelpunkt geht (Fig. 4). Auf dem Lineal sind nach den Enden zu zwei durchbohrte Metallstücke angebracht, die Absehen[1]). In einzelnen Fällen ersetzt sie *al Bêrûnî* durch Röhren.

Auf der Vorder- und Rückseite des Astrolabs ist außerdem noch eine Reihe von Liniensystemen verzeichnet, die auch in ver-

---

Schrift muß ziemlich verbreitet gewesen sein, da uns mindestens 5 Handschriften erhalten sind. *Abu'l Ṣalt* hat auch versucht ein bei Alexandria gesunkenes Schiff zu heben, aber ohne Erfolg, und wurde daher von dem Chalifen *Âmir bi-Aḥkâm Allâh* in den Kerker geworfen (vgl. Beiträge XIV, S. 59). Nach *Ibn Challikân* hat er das Werk über den Gebrauch des Astrolabs auf Befehl des Königs *al Afḍal* verfaßt. (*Ibn Ch.* Text Bd. 1, S. 70, Übersetzung Bd. 1, S. 228.) Von *Abu'l Ṣalt* sind zahlreiche Verse und Gedichte erhalten; eine kleinere Anzahl teilt *Ibn Challikân*, eine größere *Ibn Abi Uṣaibi'a* (Bd. 2, S. 52) mit, ferner *Jâqût* in seinem biographischen Lexikon ed. Margoliouth Bd. 2, S. 321.

[1]) Nach dem Sprachgebrauch und dem Grimmschen Wörterbuch ist der Singular „das Absehen". Sie heißen auch Visiere bezw. Lochvisiere.

schiedener Art angebracht werden; manchmal sind sie auf besonderen Scheiben aufgetragen, die dann eingelegt werden. Danach tragen die Astrolabien oft verschiedene Namen. Wir besprechen nur den Teil des Instruments, der zur Bestimmung der Höhe und der Größen dient, die unseren trigonometrischen Funktionen entsprechen.

Der Quadrant besteht aus einem Kreisquadranten. An seinem oberen Rande ist in der Mitte und am Ende je eine Absehe angebracht. Von der Mitte des Kreises hängt ein Lot, Senkel herab, längs dessen sich ein kleines Stück Faden, das um das Lot zu einem Knoten geknotet ist, mit Reibung verschieben läßt, ein „Laufknoten"; es dient als Index, Zeiger (*Murì*). Statt dieses Knotens kann natürlich auch ein durchbohrtes Kügelchen u. s. w. dienen. Die beiden zueinander senkrechten Begrenzungslinien A und B des Quadranten sind geteilt und von den Teilstrichen auf A und B gerade Linien parallel zu B und A gezogen. Dadurch erhält man ein System von Linien (Koordinaten), durch die jeder Punkt der Fläche bestimmt ist. (Weitere Einzelheiten s. S. 43.)

Zunächst möge auf einige Werke hingewiesen werden, in denen sich Abbildungen astronomischer Instrumente finden.

L. Am. Sédillot, Mém. sur les instruments astronomiques Arabes. Mém. présentés par divers savants à l'Acad. R. des Inscriptions et Belles Lettres [1] Bd. 1. Paris 1844.

F. Wöpcke, Über ein in der kgl. Bibliothek zu Berlin befindliches arabisches Astrolabium. Math. Abhandlungen der kgl. Akad. zu Berlin 1858 (nicht 1859, wie Dorn angibt).

B. Dorn, Drei astronomische Instrumente. Mém. de l'Acad. Imp. des Sciences [7] Bd. 9, Nr. 1. St. Petersburg 1865. (Hier findet sich auch die ganze ältere Literatur zusammengestellt.)

J. J. Sédillot (bezw. L. A. Sédillot). Traité des instruments astronomiques des Arabes par *Abou'l Hasan Ali de Maroc.* 2 Bände. Paris 1834—35.

C. A. Nallino, *Al Battânî* Bd. 1, S. 138 u. 319.

J. A. Repsold, Zur Geschichte der astronomischen Meßwerkzeuge von Purbach bis Reichenbach 1450—1830. Leipzig 1908. In diesem Werke sind eine Anzahl von Astrolabien abgebildet.

Zur Ergänzung der früher publizierten arabischen Literatur teile ich noch einige auf die astronomischen Instrumente bezügliche Stellen mit. Sie sind entnommen den *Mafâtîḥ al ʿUlûm,* dem Werk über die Anwendung des Astrolabs und dem Werk der gründlichen Behandlung von *al Bêrûnî*, dem Werk über die Anwendung des Astrolabs von *Abu'l Ṣalt* u. s. f.

Die einzelnen bei den astronomischen Instrumenten vorkommenden Ausdrücke finden sich in den *Mafâtîḥ al 'Ulûm* in einem Kapitel über die Instrumente der Astronomen (S.232)[1]).

Zunächst wird das Wort *Aṣṭurlâb* etymologisch besprochen und von *Aṣṭar* = Stern und *Lâbûn* = Anblick (*Murât*) abgeleitet; dagegen die Ableitung von *Lâb* als dem Namen eines Mannes und *Aṣṭar* dem Pluralis von *Saṭr* (Linie) energisch zurückgewiesen: „die Ableitung dieses griechischen Wortes aus der arabischen Sprache ist Dummheit und Verständnisschwäche"[2]). Dann heißt es weiter: Das vollkommene (*al tâmm*) Astrolab ist das in einzelne Grade geteilte, die Hälfte das in je zwei Grade, das Drittel das in je drei Grade, das Sechstel das in je sechs Grade, das Zehntel, das in je zehn Grade geteilte.

Der Quadrant (*Rub'*) ist ein anderes Instrument als das Astrolab; er hat die Gestalt von einem Viertelkreis, man bestimmt mit ihm die Höhe und ermittelt die Stunden. Die Alhidade (*al 'Idâda*)[3]) gleicht einem

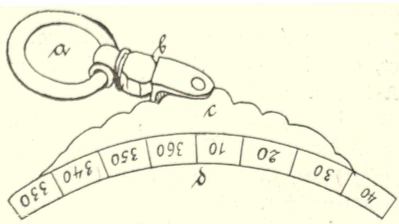

Fig. 3[4]).

[1]) Solche Definitionen sind vielfach zusammengestellt, so auch in einer Berliner Handschrift (Nr. 5733). Dort heißt es: 2. Die Scheiben, auf jeder sind zwei sich schneidende Durchmesser. 3. Auch die *Ḥugra* ist in Viertel geteilt. Was zwischen dem Mittelpunkt und der *Kursî* liegt, heißt Linie der Tageshälfte. 4. *Al 'Idâda* ist der längliche, viereckige, sich drehende Stab (Schwert *Schabta*). 5. Die Achse ist der zylindrische Nagel. 6. Das Pferd, es ist . . .

[2]) Nach *al Bêrûnî* (in dem *Tafhîm*) leitet *Ḥamza al Isfahânî* (vgl. zu ihm E. Mittwoch, Mitteilung aus d. Sem. für orient. Sprachen Bd. 12, Abt. II. 1909) Astrolab ab von *Satâr Bâb* Sterntor.

[3]) Es ist eigentlich falsch von „die Alhidâde" zu sprechen, da „al" schon der Artikel ist. Es wird aber das Wort Alhidâde als ein Wort allgemein benützt.

[4]) Die Figur des Astrolabs ist der Arbeit Wöpckes entnommen; sie stellt den obersten Teil der Vorderseite dar, bei der die Teilung nicht an der horizontalen beginnt. Der Rand d, der die Teilung trägt, ist *al Ḥugra*, c ist *al Kursi*, b *al 'Urwa* und a der Ring (*Ḥalqa*) oder das Aufhängsel (*'Ilâqa*).

Lineal, sie hat zwei Vorsprünge (Splitter *Schaẓîja*), sie heißen *Libna* (Klötze, Ziegelsteine). In der Mitte eines jeden von diesen befindet sich ein Loch. Diese Alhidade befindet sich auf dem Rücken des Astrolabs. Mit ihr bestimmt man die Höhe der Sonne und der Gestirne.

Al Ḥugra ist der Ring, der die Scheibe umgibt und mit der unteren Scheibe fest verbunden ist. Er ist in 360 Teile geteilt[1]).

Die Spinne (*al ʿAnkabût*) ist das Netzwerk (*Schabaka*), auf dem die Tierkreiszeichen und die großen Fixsterne sich befinden. Der Gürtel (*Minṭaqa*) der Tierkreiszeichen auf der Spinne ist der in Grade der Tierkreiszeichen geteilte. Der Index (Zeiger *al Murì*)[2]) ist ein Vorsprung bei dem Anfang des Steinbocks. Er heißt *Murì*, weil er die Teile des Himmelskreises anzeigt. Die „*al Muqanṭara*" sind die gekrümmten, eng aneinanderliegenden Linien. Zwischen ihnen sind auf der Scheibe die Grade der Höhe geschrieben, und über ihnen bewegt sich die Spinne. Die Stundenlinien sind die voneinander entfernten Linien; sie befinden sich unter den *Muqanṭara*. Die Äquatorlinie ist die geteilte Linie, die von Osten nach Westen führt und durch den Mittelpunkt der Scheibe geht. Die Meridianlinie (die Linie der Hälfte des Tages) ist die Linie, die den Äquator unter einem rechten Winkel schneidet. Sie fängt bei der Handhabe (*ʿUrwa*) an.

Das kugelförmige Astrolab ist eine Kugel, über der sich eine Halbkugel befindet, die ein Netzwerk darstellt, entsprechend der Spinne bei dem ebenen Astrolab.

Al Faras[3]) (das Pferd) ist ein Stück, das der Gestalt eines Pferdes gleicht, mit ihm wird die Spinne auf den Scheiben befestigt.

Der Pol (*Quṭb*)[4]) ist der Pflock, Stift (*Watad*), der die Scheiben und die Spinne zusammenhält.

Die Arten der Astrolabien sind zahlreich, ihre Namen sind von ihren Gestalten abgeleitet, wie das halbmondförmige (*hilâlî*) von dem Halbmond, das kugelförmige von der Kugel, das kahnförmige (*zauraqî*), das muschelförmige (*ṣadafî*), das krebs(krabben)artige (?) (*musarṭan*), das *Mubaṭṭaḥ* (?) und diesem ähnliches[5]).

Die Stundeninstrumente sind zahlreich; zu ihnen gehört die *Ṭargahâra*, der Stundenkasten (*Ṣandûq*), der Stundenbecher (Kürbis

---

[1]) Manchmal wird statt *al Ḥugra* auch das Wort *Umm* (Mutter) benutzt. Meist versteht man darunter den Raum, in dem sich die Scheiben befinden, die die *Ḥugra* umgibt.

[2]) Es ist dieser *Murî* nicht mit demjenigen bei dem Quadranten, dem sog. Laufknoten, zu verwechseln.

[3]) Eine Abbildung von *al Faras* findet sich bei A. Nallino a. a. O. und weiter unten (S. 37).

[4]) Vgl. bei A. Nallino a. a. O. und weiter unten.

[5]) Eine große Zahl von Astrolabien sind in H. Chalfa und in dem *Kitâb al Istiʿâb* aufgeführt. E. Dorn gibt ebenfalls eine große Zahl von Namen.

Dabba)[1]), die Sonnenuhr (*Ruchâma* von *Ruchâm* Marmor)[2]), die *Mukḥula*[3]), das Brett (*al Lauḥ*).

Die „Besitzerin der Ringe", Armillarsphäre (s. w. u.), besteht aus ineinander befindlichen Ringen, mit denen man die Gestirne beobachtet.

Die Kugel ist ein wohl bekanntes Instrument der Astronomen; durch sie lernt man die Gestalt des Himmels und das Bild der Sterne kennen; man nennt sie auch das Ei[4]).

Eine kurze übersichtliche Beschreibung des Astrolabs findet sich in *al Bêrûnîs* Schrift über die Anwendung des Astrolabs. Nach einer allgemeinen Bemerkung, wie sie *al Bêrûnî* sowohl in den Einleitungen wie auch bei den Ausführungen sehr gerne macht, führt er etwa das Folgende aus:

Offenbar hat jede Wissenschaft Prämissen und jede praktische Anwendung Instrumente. Die Vertreter der Wissenschaft haben besondere Redewendungen und feststehende Ausdrücke; sie erkennen sich gegenseitig daran, daß sie in ihnen übereinstimmen. Anderen ist die Bedeutung dieser Ausdrücke unbekannt, sie müssen sie sich besonders aneignen[5]). So ist das Astrolab ein aus einer Reihe von Gliedern zusammengesetztes Instrument. Ein jedes derselben haben die Astronomen, um es zu definieren, mit einem Namen belegt. Wir beginnen mit einer Besprechung dieser, damit sie, wenn wir sie benutzen, bekannt und herbeigeschafft sind. Von dem Astrolab sind zwei Arten gebräuchlich, das sog. nördliche und das sog. südliche. Beide haben eine kreisförmige Gestalt.

An dem Kreis befindet sich ein Ansatz, der *al Kursî* heißt. Dieser

---

1) Die ersten drei Uhren sind wohl alle Wasseruhren (vgl. dazu Beiträge III, S. 255; V, S. 408; VI, S. 13; X, S. 348; XII, S. 214).

2) Die Marmorplatten, die mit passenden Linien versehen sind und als Sonnenuhren dienen, sind sehr vielfach konstruiert und verwendet worden. Die Beschreibung einer solchen findet sich bei *al Battânî* ed. E. Nallino Bd. 1, S. 135.

3) Von der *Mukḥula* findet sich eine Beschreibung und Abbildung in *al Maschriq* Bd. 10, S. 76. 1907; es ist eine Sonnenuhr, die aus einem oben abgerundeten Kegel besteht, der auf eine zylindrische Basis gesetzt ist, und der oben drei „Zungen" (schattenwerfende Körper) trägt; die zur Bestimmung der Zeit nötigen Linien sind auf der Kegelfläche bezw. der Zylinderfläche verzeichnet.

4) Vgl. E. W., Beiträge III, S. 239 und V, S. 454.

5) Solche Wendungen finden sich häufig. Ein Kapitel in der Abhandlung über das Astrolab von *Ibn al Muẓaffar al Ṭûsî* (Leyden Nr. 1082) heißt: Über die Namen seiner Teile, über die man übereingekommen ist, um die Darstellung dessen, was mit ihnen zusammenhängt, zu erleichtern.

hat ein Loch in seiner Mitte, um ihn an einer Handhabe (*ᶜUrwa*) und einem Aufhängsel (*ᶜIlâqa*) aufzuhängen [1]).

Das Instrument hat eine Vorder- und eine Rückseite. Auf letzterer dreht sich das Stück (*Qiṭᶜa*) (Metall), das einem Lineal gleicht, es heißt *al ᶜIdâda*. Seine Enden sind zugeschärft, so daß sie Splittern (*Schaẓîja*) gleichen, jedes von ihnen heißt *Murì* (Zeiger). In der Nähe von jedem ihrer Enden befindet sich ein Klotz, der quer auf ihr angebracht ist, es sind das die Absehen (*Hadafa*). In ihren Mitten befinden sich zwei Löcher, die Löcher der Strahlen heißen. Die Alhidade [2]) ist entweder vollständig (*tâmm*) oder zugeschnitten (*muḥarraf*); die letztere ist in zwei Hälften der Länge nach geteilt.

Die Höhenteilung befindet sich in dem Quadranten, der links von der Mitte des *Kursî* liegt, wenn man das Instrument dem Gesicht zukehrt und die Handhabe sich oben befindet. Er hat 90 Teile, von denen jeder fünfte beschrieben ist. Stets beginnen die Zahlen von unten nach dem *Kursî* zu, bei welchem die Zahlen endigen. Die Linie des Aufrechtstellens (*al Intiṣâb*) ist die gerade, Linie, die durch den Mittelpunkt geht und die Handhabe in zwei Teile teilt. — Der Teil [des Astrolabs], der oberhalb des Mittelpunktes liegt, heißt der obere, der andere der untere. Die Linie des Horizontes geht durch den Mittelpunkt und steht senkrecht auf der Linie des Aufrechtstellens. Der Ostpunkt ist derjenige, an dem die Höhenteile beginnen.

Der Schatten *al Sullam* (der Leiter) ist das Quadrat (s. Fig. 6) welches innerhalb des dem Höhenquadranten gegenüberliegenden gelegen ist. Sein einer Winkel berührt den Halbierungspunkt des Quadranten. Es findet sich nur bei den Astrolabien mit zugeschnittener Alhidade. Die Sinuslinien gehen von jedem Teil(strich) (Grad) der Höhen aus, entweder parallel zur Linie des *Intiṣâb* oder zum Horizont oder zu ihnen beiden. Sie finden sich nur bei den Astrolabien mit zugeschnittener Alhidade.

In diesem Fall ist die eine Hälfte des Randes der Alhidade in 60 oder 150 Teile geteilt, die gleich und mit Schriftzeichen versehen sind. Ihre Zahlen beginnen vom Mittelpunkt. Die Hälfte ihres anderen Randes ist in 90 ungleiche Teile geteilt, die bezeichnet sind, ihre Zahlen beginnen ebenfalls vom Mittelpunkt.

---

[1]) Bei *Ibn al Ṣaffar* werden zunächst alle Teile des Astrolabs aufgeführt: „Die Quaste (*Scharrâba*), der Ring, die *ᶜUrwa* und der *Kursî*, diese vier heißen die Aufhängevorrichtung (*ᶜIlâqa*)“.

[2]) Die Figur (4) gibt nach dem *Kitûb al Istîᶜâb* das Bild der zuge schnittenen Alhidâde.

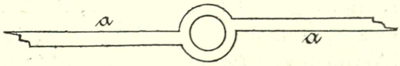

Fig. 4.

Über der Figur steht: die zugeschnittene Alhidâde; bei a „Rand der Alhidâde“.

Dann werden besprochen die Linien des Gebetes, der Stunden, die Stundenlinien der Alhidade. „Das ist das, was auf der Rückseite der Alhidade sich befindet".

Nun wird die Vorderfläche behandelt. Zuerst wird die *„al Ḥugra"* als der Ring (Kragen *Ṭauq*) erwähnt, der den Rand des Astrolabs umgibt. Als Synonym der Spinne wird *Schabaka* (das Netz) angeführt. Für den Gürtel des Tierkreises wird außer *Minṭaqa* auch *Niṭâq* benutzt. — Das Folgende hat speziell astronomisches Interesse.

Aus dem *Kitâb al Isti'âb* von *al Bêrûnî* sei das Folgende mitgeteilt.

Nachdem *al Bêrûnî* das nördliche Astrolab beschrieben hat, sagt er:

Dann machen wir für den Rücken eine Alhidade, sei es eine zugeschnittene, sei es eine vollständige mit zwei in den Mitten durchbohrten Aufsätzen, eine Achse, ein Pferd und einen Ring. Ein jedes bringen wir an seine Stelle und das nördliche Astrolab ist für uns vollendet.

Von den Teilen des Astrolabs ist die Figur 5 gegeben.

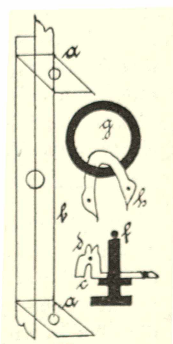
Fig. 5.

Sie zeigt links die Alhidade, längs derselben bei b steht „die vollständige Alhidade". Sie besteht aus einer rechteckigen Platte, die nur am Ende zugespitzte Zeiger trägt. Bei a steht „das Absehen". Die Zeichnung ist nicht ganz korrekt.

Rechts unten ist die Achse wiedergegeben. Oben (f) steht „die Achse". Am Pferdekopf (d), der als Stift zum Festhalten des Astrolabs dient, steht „das Pferd", an der Scheibe unter ihm (bei c), durch die der Scheibe des Astrolabs ein Halt gegeben wird *„Fals"*, d. h. Kleingeldstück und daher wohl auch kleine Scheibe.

Rechts oben ist der Ring (im Ring bei g steht „Ring") abgebildet mit der Handhabe (h) (*„'Urwa"*). Durch die beiden Löcher in den Tier köpfen, die eine Art Bügel bilden (sie heißt auch *Ḥabas*), wird ein Stift gesteckt, der ihn mit dem Ansatz des Astrolabs verbindet.

Zu der Bestimmung der den Tangenten etc. entsprechenden Größen dient der *„Ẓill al Sullam"* [1]), der Schatten der Leiter; eine genaue Beschreibung gibt *al Bêrûnî* in unserem *Kitâb al Isti'âb* fol. 72ª—72ᵇ. Es heißt dort etwa:

Ebenso (wie bei der Konstruktion verschiedener Scheiben zu den einzelnen Zwecken) stellen wir [zur leichteren Handhabung u. s. w.] den *Ẓill al Sullam* auf dem Kreis abgd her, dem Rücken des Astrolabs. Der Mittelpunkt sei e, der Höhenquadrant ab. Wir teilen den Quadrant gd [1])

[1]) Die Anordnung heißt auch Quadrant der Leiter und Quadrant der beiden Schatten.

bei r in zwei Teile und ziehen $r\vartheta \parallel ed$ und $rh \parallel eg$. Jede dieser Linien teilen wir in 12 gleiche Teile. Wir setzen ihre Zahlen von den Punkten ϑ und h beginnend, bis bei r 12 steht. Wollen wir den Schatten mit dieser Leiter bestimmen, so stellen wir den Zeiger der Alhidade auf die gegebene Höhe ein und betrachten die Sache. Fällt der Rand auf rh, so ist die Strecke von h bis zum Rand der Alhidade der gesuchte Schatten. Fällt er aber auf ϑr, so bestimmt man, wie viel Teile zwischen ihm und ϑ gelegen sind, und dividiert dadurch in das Quadrat der Norm (*Miqjâs*), d. h. 144; das Resultat ist der gesuchte Schatten[1]). Auch die Sekante erhält man aus der Figur 6[2]).

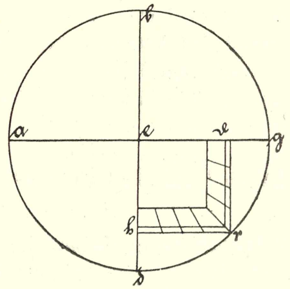

Fig. 6.

In dem Werk *al Tafhîm* (der Belehrung) von *al Bêrûnî* heißt es vom Astrolab, nachdem die Etymologie des Wortes besprochen ist[3]).

Mit diesem Instrument nimmt man die Zeiten und bestimmt, was von den Tagen und den Nächten vorübergegangen ist, mit leichter Mühe; dann kann man mit ihm Operationen ausführen, die man kaum wegen ihrer Menge aufzählen kann. Das Instrument hat einen Rücken und einen Bauch (*Baṭn*, sonst Vorderseite, auch im *Tafhîm Wagh*). Es hat einzelne Glieder.

---

[1]) Unmittelbar an diese Ausführung schließt sich ein Kapitel mit dem Titel: Herstellung des Höhenrohres zur Messung der Gestirne. Nachdem zunächst die Vorzüge der zugeschnittenen Alhidade gegenüber der vollkommenen geschildert sind, bemerkt *al Bêrûnî*, daß man auf beiden dieselbe Vorrichtung anbringe, um sich der Vollkommenheit zu nähern. Man bringt nämlich auf ihrem Klotz (Aufsatz) zwei enge Löcher an, die einander parallel gegenüberstehen; sie sind kegelförmig nach außen gebohrt. Sie dienen zum Messen der Sonnenhöhe. Etwas oberhalb von diesen bringt man zwei andere weite Löcher an, um mit ihnen die Gestirne leicht und ohne Ermüdung zu messen. Stellt man aber eine gleichmäßige Röhre her und setzt an ihre Enden zwei Vorrichtungen, die der Scheide für die Absehen gleichen und in sie hineingehen, und befestigt man dies Rohr auf der Alhidade parallel zu dieser, so ist es leichter, die Gestirne ins Gesichtsfeld zu bringen. Daß der Blick durch beide Löcher [zu dem Gestirn] hindurchgeht, ist nämlich bei deren Abstand sehr schwer, und manchmal führt es den, der keine Übung in der Anwendung hat, in Irrtum. Das Rohr macht aber davon frei (vgl. auch E. W. Archiv für Geschichte der Naturw. Bd. 1, S. 66. 1908).

[2]) In der arabischen Figur steht statt r: z, ϑ entspricht ṭ.

[3]) Die Abbildung (Fig. 7) gibt die Figur der Handschrift wieder; sie ist

Eine Achse vereinigt diese in ihrer Mitte. Auf ihm befinden sich Linien, die mit Namen benannt sind und mit vereinbarten Beinamen, um sie zu bezeichnen. — Das Astrolab ist im ganzen kreisförmig. Eine Stelle aber am Umfang ragt hervor, sie heißt *al Kursî*; in ihr befindet sich das Loch für das Aufhängsel (*ʿIlâqa*) und der Ring. In der Mitte des Astrolabs ist ein Loch, in dem sich die Achse dreht, in sie ist das *Fars* (Pferd) eingesetzt, das in ihr befestigt ist; die Achse hält das, in das sie eingesteckt ist, fest. Auf der Rückseite des Instrumentes ist ein langes Stück, wie ein Lineal, befestigt, das sich um die Achse dreht; es heißt Alhidade. An ihren Enden befinden sich zwei spitze Splitter (*Schaẓîja*). Sie heißen *Murî*, Zeiger; unter ihnen (d. h. nach der Mitte zu) befinden sich zwei viereckige Stücke, die senkrecht zu der Alhidade stehen, sie heißen *Kabna* (?) oder *Hadafa* (Absehen). In der Mitte eines jeden befindet sich ein Loch. Es heißt Strahlenloch oder Loch „*al Naṭragân*"[1])?

Um die Vorderfläche (*Wagh*) des Astrolabs, es ist die dem Rücken entgegengesetzte, liegt ein Ring, die *Ḥugra*, innerhalb derselben befindet sich eine zugeschärfte Scheibe, die *ʿAnkabût* Spinnenwebe (Spinne) oder *Schabaka* (Netzwerk) heißt. Auf ihr befindet sich ein vollständiger Kreis mit den Namen der 12 Tierkreiszeichen; er heißt Gürtel der Tierkreiszeichen. Am Kopf des Steinbockes springt ein kleiner Kreis hervor, er heißt *Qurb* (wohl zu lesen *Murî* Zeiger) kurzweg, ohne ein weiteres Beiwort. Dreht man die Spinne, so berührt der Zeiger (hier *Murî*) fortdauernd die *Ḥugra*. Um den Gürtel befinden sich spitze Teile (*Ṭarf*) aus Stücken, die Dreiecken ähnlich sind, auf die die Namen der Fixsterne geschrieben sind. Zieht man den „*Fars*" heraus, so fallen die *ʿAnkabût* und die unter ihr sich befindenden Platten heraus, die für die Klimate und die Breite hergestellt sind und zwar so, daß jede Fläche für ein jedes einzelne von diesen dient.

Oberhalb der Platte befindet sich die *Ḥugra*, ihre Linien sind in 360 Teile geteilt oder in je fünf oder sonstwie. Je 15 derselben sind eine zeitliche, d. h. gleichförmige Stunde.

Nun werden wie auch sonst die Linien auf dem Astrolab besprochen. Die Horizontallinie, die auch Linie des Ostens und Westens heißt, der in

---

wenig korrekt gezeichnet, bei a steht „der Zeiger der Alhidade", bei b „der Pol", bei c „Loch des Poles", bei e „die Alhidâde", bei f „Klotz", bei d „Loch der Strahlen".

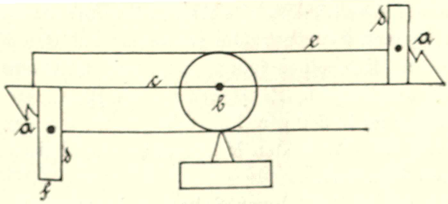

Fig. 7.

[1]) Die Lesung ist unsicher.

90 Teile geteilte Quadrant. Die Fünfer sind mit den Buchstaben des Alphabetes bezeichnet, die Zehner sind darauf geschrieben. Der gegenüberliegende Quadrant heißt Quadrant des Schattens, er ist in Finger des Schattens geteilt, die an dem vertikalen Durchmesser beginnen, ihr Ende ist aber nicht bestimmt, da dort die Finger sich zusammendrängen u. s. w.

Dann wird das vollständige, das halbe u. s. w. Astrolab besprochen. Bei dem vollständigen sind an die *Muqanṭara,* die von dem Horizont zum Zenit gezogen sind, an jedem einzelnen von Osten und Westen aus beginnend die Zahlen mit den Buchstaben des Alphabetes geschrieben entsprechend der natürlichen Aufeinanderfolge. Ist das Astrolab kleiner als das vollständige, so daß nicht für die 90 *Muqanṭara* Platz ist, so läßt man die zwischen je zweien gelegenen fort, so daß man 45 Linien erhält; die aufgezeichneten Zahlen sind die aufeinanderfolgenden geraden Zahlen, man nennt dies Astrolab die Hälfte; werden die Astrolabien kleiner und kleiner, so zieht man immer weniger Linien, man erhält das Drittel, das Sechstel, das Zehntel; man zeichnet auf diesem nicht den Strich für die Fünf, selbst wenn Platz vorhanden ist. Alles, was man in dieser Hinsicht mit den *Muqanṭara* ausführt, tut man auch mit den Graden des Tierkreises. Der Grund für diese verschiedenen Namen ist die Größe und die Kleinheit des Astrolabs und die Geschicklichkeit der Hand des Künstlers und seines Helfers.

Dann kommt die Besprechung der Einteilung des Astrolabs nach verschiedenen Richtungen und deren Namen bei den verschiedenen Formen u. s. w.

Auch *Abu'l Ṣalt* bespricht in seinem Werk über die Anwendung des Astrolabs das Instrument selbst. Er unterscheidet auch das nördliche und südliche. Dann bespricht er die einzelnen Teile.

Die *ʿIlâqa* ist der Ring, an dem man zu Höhenbestimmungen das Astrolab aufhängt, *al ʿUrwa,* der zweite Ring, in dem sich *al Kursî* befindet, ein vom Rande des Astrolabs hervortretender Teil des Astrolabs, die *ʿUrwa* ist eine Stelle seiner Mitte. Die Alhidade ist die längliche Platte, die sich auf dem Rücken des Astrolabs dreht, auf dem sie fest angelegt ist, der bei allen Operationen benutzte Rand ist derjenige, der durch den Mittelpunkt des Astrolabs geht, er legt sich fest an jede der einzelnen Linien auf dem Rücken des Astrolabs. Die *Schaẓîja* (Splitter)[1]) sind die beiden kleinen Scheiben, die senkrecht auf den Enden der Alhidade stehen, in der Mitte eines jeden und zwar der Quere nach sind ein oder zwei Löcher angebracht. *Al Ḥugra* ist der Ring, der die sämtlichen Scheiben umgibt; er ist in 360 gleiche Teile geteilt, sie beginnen am Ende des Durchmessers, der durch den Mittelpunkt der *ʿIlâqa* und der *ʿUrwa* geht und endigen ebendort.

Nun werden die verschiedenen Scheiben besprochen.

---

[1]) Das Wort *Schaẓîja* hat danach verschiedene Bedeutungen.

In einer Abhandlung ohne Verfasser (Berlin N. 5810) über das Astrolab wird die *'Ilâqa* bezeichnet als der Faden, an dem das Astrolab aufgehängt wird, er ist an den Ring festgebunden. In der *'Urwa* ist der Ring, sie hält den *Kursî* fest, der Nagel der *'Urwa* dringt in den *Kursî* ein.

Das Ende der Alhidade heißt hier *Râs*. Von der Achse heißt es (Berlin 5810): *al Miḥwar* ist der Nagel, der in die *Quṭb* geht. Der *Fals* ist die kleine Scheibe, die den Nagel bedeckt. Das Pferd ist der Splitter, der in die Achse hineingeht, um die einzelnen Scheiben aneinanderzuhalten.

Auf einigen Astrolabien bringt man in dem einen Quadranten das Bild eines Sinusquadranten an, weil es für einige Anwendungen besonders geeignet ist (Berlin 5810). Auf anderen wird in dem unteren rechten und linken Quadranten „der Schatten der Leiter“ angebracht, damit man durch die Absehen sowohl von rechts oben nach links unten wie von rechts unten nach links oben sehen kann, wobei man das Astrolab zur rechten hat und durch die zugeschärfte Alhidade eines der beiden Schattenquadrate schneidet.

Die Astrolabien hatten meist kleine Dimensionen; es muß uns daher in hohem Grade mit Bewunderung erfüllen, wenn *al Bêrûnî* später auf einem Berge einen Winkel von 34′ noch mit ziemlicher Genauigkeit maß[1]). Die feststehenden Quadranten hatten sehr große Dimensionen. *Al Bêrûnî* benutzte einen solchen von 15 Ellen (= $7^1/_2$ m). *Ulug Beg* hatte einen entsprechend großen von 180 römischen Ellen. Einen feststehenden Sextanten von *Abû Muḥ. al Chogandî* beschreibt *al Marrâkuschî*. Der Kreisbogen von 60° war von 6 zu 6 Sekunden geteilt und hatte einen Radius von 40 Ellen (= 20 m) (vgl. L. Am. Sédillot, Mém. prés. par divers savants, tome 1, S. 45 u. 202. 1844).

Die von *al Bêrûnî* gegebene Beschreibung derselben (*al Maschrîq* Bd. 11, S. 60. 1908) habe ich im Archiv für Geschichte der Naturwissenschaften und Technik mitgeteilt.

Zu einem sehr kleinen Astrolab von der Größe eines Dirham, der als Geschenk gegeben wurde, vgl. v. Kremer, Kulturgeschichte Bd. 2, S. 81 und Mitteilungen z. Gesch. d. Med. u. Naturw. Bd. 8, S. 484.

---

[1]) **E. Wiedemann, Arch. f. Gesch. d. Naturwiss. u. Technik Bd. 1, S. 66. 1908. Auch im *Tafhim* erwähnt *al Bêrûni* diese Bestimmung.**

In dem Geschichtswerk von *al Ja'qûbî* (vgl. Beiträge V, S. 438) finden sich S. 154—161 Auszüge aus verloren gegangenen Schriften, die er dem Ptolemäus zuschreibt, die aber wohl von Theon[1]) von Alexandria herrühren, die Klamroth[2]) übersetzt hat, über das mit Ringen versehene Instrument (Reifenwerk nach Klamroth *Dât al Ḥalq*, die Armillarsphäre) und das Astrolab (das Scheibenwerk *Dât al Ṣafâiḥ*). Die Auszüge enthalten kurze Angaben über die Konstruktion der beiden Instrumente, die Namen ihrer Teile u. s. w. Ferner sind gegeben die Titel der einzelnen Kapitel, die vielfach mit denen übereinstimmen, die die arabischen entsprechenden Werke enthalten. Nichts findet sich über geodätische Aufgaben und ebensowenig über die „Schatten" als trigonometrische Größen und deren Verwandlung ineinander. — Besonders sei aber auf die treffliche Nebeneinanderstellung der griechischen und arabischen Ausdrücke von Klamroth hingewiesen.

Über das Astrolab heißt es: Er beginnt mit der Beschreibung seiner Herstellung, wie man seine Grenzen und Größen macht und die Ränder, die Scheiben, die Spinne und die Alhidade zusammensetzt, wie man es auseinandernimmt und zerlegt und es trotz seiner Zerlegung aufbewahrt. Dann berichtet er, wie man es benutzt. Kapitel 1: Seine Prüfung, bis es richtig ist. Kapitel 2: Über die Prüfung der Enden der Alhidadeu. s. w.

Eine kurze, aber doch übersichtliche Schilderung des mit dem Sinus versehenen Quadranten (*al Rub' al mugajjab*) gibt uns die Abhandlung: Die Frage (*al Maṭlab*) über die Anwendung des mit den Sinus versehenen Quadranten von *Muḥ. Ibn Muḥ. Ibn Aḥmed Ibn Muḥ.*, der unter dem Namen *Ibn Bint al Mâridînî*[3]) (Sohn der Tochter, also Enkel des *Mâridînî*) bekannt ist. Leider fehlen aber Zeichnungen, wodurch manchmal das Verständnis erschwert wird. Dank der Güte von Herrn Oberbibliothekar Dr. Ehwald habe ich die Gothaer Handschrift 1425 (Katalog Bd. 3, S. 73) benützen können. Das Werk ist übrigens

---

[1]) Vgl. zu der Autorschaft u. s. w. M. Steinschneider, Z. D. M. G. Bd. 50, S. 215, 1890.

[2]) M. Klamroth, Z. D. M. G. Bd. 42, S. 17ff. 1888,

[3]) Zu diesem Gelehrten, der wohl auch den Zunamen *Sibṭ* (Enkel) *al Mâridînî* trägt, vgl. Suter Nr. 445, S. 182; unter Nr. 15 ist unsere Schrift aufgeführt.

auch in Kairo 1309 d. H. (1891/92) gedruckt und zwar am Rande der Schrift *al Gawâhir al naqîja fi'l A'mâl al Gaibîja* (die feinen Juwelen, über die Sinusoperationen) des *Aḥmed al Chaṭîb al Gâwî* (Suter, Nachträge S. 179).

Es heißt dort:

Beschreibung: Der Quadrant (Viertel dės Kreises) hat eine ebene gleichmäßige Gestalt. Er wird von einem Bogen [von 90°] und zwei geraden Linien begrenzt, die von den Enden des Bogens ausgehen, und die sich soweit erstrecken, bis sie sich in einem Punkte schneiden, welcher Mittelpunkt (*Markaz*), Nadelöhr (*Churm*), Loch (*Buchsch*), Pol (*Quṭb*) heißt. Die eine dieser beiden Linien heißt Sinus der Ergänzung (*Gaib al Tamâm*), Linie des Ostens und Westens und Linie des Aufgehens (*Ṭulu'*); sie ist in 60 gleiche oder in 90 ungleiche Teile geteilt. Die andre Linie heißt „die Sechzig" (*al Sittûn*)[1], Linie der Mitte des Himmels und des größten Sinus (*al Gaib al a'ẓam*). Sie ist in 60 gleiche Teile geteilt. Die Zahlen der Teile der beiden Linien sind in Buchstaben des Alphabetes angeschrieben und vorwärts (*Ṭardan*) von dem Mittelpunkt nach den Enden des Bogens und umgekehrt (*'Aksan*) von den Enden des Bogens nach der Mitte. Der Bogen heißt Bogen der Erhebung (*Qaus al Irtifâ'*); er ist in gleiche Teile geteilt. Die Zahlen sind an ihm vom rechten Ende zum linken und umgekehrt geschrieben. Die Linien, die gezogen sind (herabsteigen, *al nâzil*) von den Teilstrichen der beiden Linien zu dem Bogen, heißen „Sinus". Der von der Vertikalen gezogene heißt „*al mabsûṭ*" (unser Kosinus), der von der Horizontalen ausgehende heißt *al mankûs* (unser Sinus). Die Absehen (*Hadafa*) sind zwei Vorsprünge (Aufsätze), die aus der Fläche des Quadranten hervortreten. Der Index (*Murì*) und der Senkel (*Schâqûl*) sind bekannt. Dieser Quadrant hat vier Namen: *al Rub' al mugajjab* (der mit dem Sinus versehene Quadrant), *al muqaffaṣ*[2]), *al muqaṣṣaṣ*[3]) und *Rub' al Dastûr* (der Quadrant des Kanon).

Sibt al Mâridînî stützt sich bei seiner Arbeit offenbar vielfach (vgl. S. 44) auf das Werk seines Großvaters *Gamâl al Dîn al Mâridînî*[4]): „Die zerstreuten Perlen über den *Dastûr*quadranten" (Berlin Nr. 5840), das mir leider erst spät zugänglich wurde. Der *Dastûr*quadrant ist der Sinusquadrant, er wird in der Schrift selbst *al Rub' al mugajjib* genannt. In dieser

---

[1]) Wir werden der Kürze wegen die beiden Linien in Zukunft oft nennen die „Horizontale" und die „Vertikale".

[2]) Vgl. zu dem Namen, „der wie ein Vogelkäfig gegittert ist", auch B. Dorn a. a. O. S. 18, s. w. u.

[3]) Der gestutzte Haare hat (?), vielleicht zu lesen *al mufaṣṣaṣ*, s. w. u.

[4]) Zu *Gamâl al Dîn al Mâridinî* († 1406/07) vgl. Suter Nr. 421, S. 170.

Schrift wird der Quadrant fast ebenso beschrieben wie bei dem Enkel.

Die beiden *Gaib* (Sinus) werden definiert als der *mabsûṭ*, der dem Kosinus parallel ist, und der *mankûs*, der dem größten Sinus parallel ist. Von dem Faden wird gesagt, „er ist bekannt", und von dem *Murì*, es ist der Knoten, der am Faden angebunden ist, er läuft auf ihm vom Mittelpunkt zu dem Bogen. Die Strahlen (*Scha'âa*) und die Kreise (*Madâra*)[1]) braucht man nicht, es genügt der Faden. Die Absehen werden als die *Schaṭba* (Schwerter, Zweige) bezeichnet, die von der Fläche des Quadranten vorspringen. Anderer Gegenstände auf dem Quadranten als dieser bedarf man nicht. — Dann heißt es: „Und wisse, daß die Ausführung in dieser Abhandlung sich nur auf den „Sechziger"-Quadrant auf beiden Seiten bezieht [d. h. denjenigen, bei dem die horizontale und vertikale Linie in 60 Teile geteilt ist]. Ist die Kosinuslinie eine Neunzigerin (*tis'înî*), so verwandle die Sechzigerteile in sie mittelst des Index, wie es gerade nötig ist.

Und wisse, wenn ein allgemeiner Ausdruck vorkommt, wie unser Ausdruck: „Gehe von dem Bogen mit diesem ein" oder „lege den Faden darauf" oder „gehe von der Sechzigerlinie mit diesem herab" oder „in dem, was du an Teilen gefunden hast", so wollen wir damit bezeichnen die gleichmäßigen Zahlen, die von dem Beginn des Bogens oder von dem Mittelpunkt beginnen, und ebenso wenn wir kurzweg das Wort *Gaib* anwenden, so meinen wir damit den *mabsûṭ*[2]), und wenn wir kurzweg das Wort *Ẓill* benutzen, so meinen wir damit den *Mankûs*[3])."

Gamâl al Dîn al Mâridînî hat seine Abhandlung auf Wunsch eines anderen nicht genannten Gelehrten verfaßt, der eine Schrift über die Festsetzung der Zeiten [für die Gebete] für die anderen Horizonte zu haben wünschte. *Al Mâridînî* hat dies getan, obgleich reichliche Abhandlungen über diesen Gegenstand vorhanden waren, weil er die Bitte nicht abschlagen wollte.

Die Abhandlung von *Gamal al Dîn* behandelt ganz dieselben Fragen, wie diejenige des Enkels (vgl. S. 54), wie schon aus der Übersicht der 60 Kapitel hervorgeht. Ich gebe die uns interessierenden, später soll noch einiges daraus veröffentlicht werden.

Zuerst kommt eine Einleitung, über die in der Abhandlung verwandten geometrischen und astronomischen Dinge, die recht eingehend und nützlich ist. Dann behandelt Kapitel 1: Die Erklärung des Zeichnens

---

1) Über die *Madâra* s. S. 46.

2) D. h. unseren Kosinus.

3) D. h. unsere Tangente. Diese Angaben stimmen mit dem sonstigen Gebrauch bei den Araberrn nicht immer überein. Unter „*Gaib*" kurzweg verstehen sie (s. auch unten S. 47) unseren Sinus, unter *Ẓill* meist die Kotangente.

des Sinusquadranten. Kap. 2: Die Bestimmung der Höhe. Kap. 3: Die Bestimmung des Sinus des Bogens, des Komplementes des Bogens, seiner Sehne und umgekehrt. Kap. 4: Die Bestimmung des Pfeiles aus dem Bogen und umgekehrt. Kap. 5: Die Bestimmung eines jeden der beiden Schatten aus der Höhe. Kap. 6: Die Bestimmung des einen der beiden Schatten aus dem anderen. Kap. 7: Die Bestimmung der Höhe aus dem Schatten. Kap. 8: Die Bestimmung der Höhe und eines jeden der Schatten aus deren Summe. Kap. 9: Die Bestimmung der Sekante aus der Höhe und umgekehrt. Kap. 10: Die Bestimmung der Umwandlung der Schatten ineinander. Dann kommen astronomische Kapitel. Kapitel 28 behandelt die Kenntnis der Eigenschaften der Morgen- und Abendröte.

Die Schlußkapitel sind S. 76 u. s. w. mitgeteilt.

In einem Kommentar eines ungenannten Verfassers (Berlin 5827) zu dem Kommentar von *al Ḥattâb* zu einem Werk von *al Mâridînî* finden sich einige Angaben, die wir noch mitteilen wollen.

Der Quadrant besteht aus Holz, Kupfer, Gold, Silber, Stein u. s. w. Aus demselben Material, auch Eisen wird hier erwähnt, bestehen meist die Absehen (*Hadafa* oder *Schazîja*). Der Quadrant dient zur Bestimmung der Höhe von Gebäuden, Sandhügeln (*Kaṯîb al Raml*), Bergen. — Seine Namen sind *al magajjab, al Dastûr*, *al muqaffaṣ*, das Wort kommt von *Qafaṣ al Ṭair*, d. h. Vogelkäfig, der mit den Quadranten des Quadranten Ähnlichkeit hat, und *al mufaṣṣas* wegen der Ähnlichkeit mit dem Stein des Siegelringes.

Je die fünfte Zahl des Höhenbogens ist mit den Buchstaben des Alphabetes bezeichnet; gehen die Zahlen vorwärts von rechts nach links, so sind sie meistens mit schwarzer, selten mit roter Tinte geschrieben. Gehen die Zahlen umgekehrt, so ist die Sache umgekehrt. Die Buchstaben sind mit *kuf*ischer bezw. westlicher (*ġarbî*)[1]) Schrift geschrieben. In den achtzehn „Häusern" (Feldern) des Höhenkreises finden sich je 2 Buchstaben. Einmal der Buchstabe für die Fünf und der Buchstabe „ha" (für die Null), der andere Buchstabe weist auf die Zehner hin wie k, l, m u. s. w,

Ganz ähnlich wird bei der horizontalen und vertikalen Achse verfahren; man erhält hier 12 „Häuser", da der Radius in 60 Teile geteilt ist.

Von den von den Achsen ausgehenden Linien sind meistens vier schwarze Linien zwischen zwei roten gezeichnet, manchmal ist es auch umgekehrt.

Die Dicke des Fadens muß derjenigen des Loches im Quadranten angepaßt sein. Auch hier wird betont, daß der Laufknoten aus einem anders gefärbten Faden gemacht und sehr dünn sein muß. Das Senkelgewicht soll aus Kupfer, Blei oder Eisen u. s. w. sein. Dieses Gewicht wird beim Bestimmen der Höhe in einem kleinen Ring aufgehängt, der selbst wieder, wenn ich den Text richtig verstehe, mit einem Haken

---

[1]) Man sollte erwarten *maġribî* oder im Gegensatz von „*kûfi*" „*naschi*".

(*Qaula* oder *Qûla*?) versehen ist, der dann in einen Haken am Ende des Fadens gehängt wird. Das Gewicht muß der Größe des Quadranten angepaßt sein, damit es das Gewicht verhindert von der Luftbewegung bewegt zu werden. Der Aufhängefaden darf nicht zu lang sein; er muß etwa um die Breite des Umkreises den Quadranten überhängen.

Zu beachten ist, daß in der älteren Zeit vor allem das Astrolab, in der neueren Zeit der Quadrant benutzt wurde.

Al Tîsînî (ca. 900/1404) sagt in seiner Abhandlung Über die Anwendung des Quadranten des Kreises (Ahlwardt Nr. 5803, nicht wie dort steht „Über das Astrolabium").

Der Pol (*Quṭb*) ist das Loch (*Buchsch*), in dem sich der Faden befindet, es heißt der Mittelpunkt. Die *Madâra* (Kreise) (s. oben) sind die 3 Kreise, deren Mittelpunkt der Mittelpunkt des Quadranten ist, der größte ist derjenige des Steinbocks, der mittlere der des Widders, der kleinste der des Krebses. Die Absehen (*Hadafa*) werden als die aus der Ebene vorspringenden *Schaṭba* bezeichnet. Der Index *Murî* ist der, der auf dem Faden angebracht wird. Er hat eine andere Farbe als der Faden. Der *Schâqûl* wird an dem Faden aufgehängt, wenn man die Höhe nehmen will. (Bei den Bestimmungen der Tangente u. s. w. ist das nicht nötig[1].)

2. Über trigonometrische Gröfsen.

Bei den Vermessungen findet, wie erwähnt, das Astrolab und der Quadrant ausgiebige Verwendung; vielfach enthalten die Schriften über deren astronomische Verwendung auch Angaben, die sich auf Benützung zur Bestimmung von Größen beziehen, die unseren trigonometrischen Funktionen entsprechen. Sie unterscheiden sich von letzteren dadurch, daß sie meist nicht auf den Radius 1 bezogen sind.

Vielleicht daß eine Mitteilung des Inhaltes der betreffenden Abschnitte auf Grund von Handschriften nebst einigen Erläuterungen von Interesse ist.

Eine sehr große Rolle spielen die unseren Kotangenten und Tangenten entsprechenden Größen, die meist als Länge eines Schattens (*Ẓill*) eines vertikalen Stabes auf einer horizontalen Fläche und eines horizontalen Stabes auf einer vertikalen Fläche auftreten. Doch wird auch das Verhältnis des Schattens zur Länge des Stabes betrachtet.

---

[1]) In der Handschrift ohne Verfasser Berlin Nr. 5808 heißt es fol. 27 v: Der Senkel ist ein schwerer Körper, der am Faden aufgehängt ist, damit der Faden bei Erschütterungen die richtige Lage beibehält. Hier ist auch erwähnt, daß der Laufknoten eine andere Farbe als der Faden haben soll.

Der schattengebende Körper heißt bei *al Battânî* sehr oft *Miqjâs*[1]) Gnomon, bei *al Bêrûnî* ebenso und *Schachṣ*, bei *Abu'l Ṣalt* dagegen stets *Schachṣ* (Figur, Gestalt); auch *Maqâma* für die Zahl der Einheiten des schattengebenden Körpers findet sich, man kann dies wohl am besten mit „Norm“ übersetzen. Da es sich zunächst stets um den Winkel der Höhe (Erhebung *Irtifâʿ*) der Sonne handelt, so entspricht auf der horizontalen Fläche bei einem vertikalen Stab dem Schatten die Kotangente (*al Ẓill al mabsût, al mustawî, al ṯânî* d. h. der zweite), Umbra recta, gerader Schatten, Carra de Vaux übersetzt „Ombre de niveau“). Dagegen haben wir es bei dem Schatten auf der vertikalen Fläche bei einem horizontalen Stabe mit der Tangente zu tun (*al Ẓill al mankûs, al qâim, al muntaṣab, al awwal,* der erste, umbra inversa, inverser Schatten, *Abu'l Wefâ* nennt ihn kurzweg Schatten).

Weiter werden sehr viel benutzt der Sinus, Sinus versus und der Kosinus. Der Sinus heißt *al Gaib*[2]) *al mustawî* oder *al mankûs*. Der ganze Sinus (*al Gaib kulluhû*) oder der größte

[1]) Das Wort *Miqjâs* kann man in vielen Fällen auch als Radius übersetzen. So heißt eine Stelle bei *Abu'l Wefâ* (Carra de Vaux Journ. asiat. [8] Bd. 19, S. 420. 1892): So ist es klar, daß, wenn man den Radius (*Miqjâs*) gleich Eins setzt, das Verhältnis des Sinus des Bogens zum Sinus seines Komplementes die Tangente (*al Ẓill al maʿkûs*) und das Verhältnis des Sinus des Komplementes zum Sinus des Bogens die Kotangente ist. Bei seinen Tabellen macht nach Carra de Vaux *Abu'l Wefâ* den Radius = 1; es würde dies also nicht, wie *al Ṭûsî* meint, erst von *al Bêrûnî* herrühren. (Traité du quadrilatère attribué à Nassiraddin el Toussy édité et traduit par Alexandre Pasha Caratheodory Text S. 123, Übersetzung S. 165) vgl. Suter S. 150, Anm. c. Nach Nallino (*al Battânî* Bd. 2, S. 182) hat schon *Ḥubasch*, ein Zeitgenosse von *al Battânî*, die Schatten auf einen Radius von 60 Teilen bezogen, wie das auch *Abu'l Wefâ* getan.

Daß *Abu'l Wefâ* wirklich die Sinus- und Tangententafeln für den Radius 1 berechnet hat, bezweifelt Suter. S. 422 a. a. O. gibt C. de Vaux die Vieleckseiten für den Radius 60 an, so daß da die Tabellen für den Radius 1 nutzlos wären. Auch fehlen, wie C. de Vaux selbst angibt, die Tabellen. Letzterer stützt sich für seine Ansicht auf die oben angegebene Stelle, die aber nicht beweist, daß *Abu'l Wefâ* die Funktionen so berechnet hat.

[2]) Zu der Bedeutung von *al Gaib* ist zu vergleichen *al Battânî* ed. Nallino Bd. I, die Bemerkungen S. 155—156, ferner auch B. Dorn a. a. O. S. 18.

Sinus (*al Gaib al a'ẓam*) ist der Sinus von 90°, seine Länge ist gleich der Zahl der Längeneinheiten des Radius.

Der Sinus versus heißt *al Sahm* oder auch *al Gaib al ma'kûs*.

Der Kosinus heißt *Gaib al Tamâm* oder *Gaib Tamâm al Qaus*, Sinus der Ergänzung oder Sinus der Ergänzung des Bogens oder *Gaib al Faḍl*, Sinus des Überschusses oder auch *al Gaib al mabsûṭ*[1]).

Auch die Sekante und die Kosekante kommen vor. *Abu'l Wefâ* nennt erstere Durchmesser des Schattens, letztere Durchmesser des horizontalen Schattens; dieselben Beziehungen finden sich auch sonst.

Eine Abbildung, die die verschiedenen trigonometrischen Funktionen erläutert, gibt *Naṣîr al Dîn* (Traité du Quadrilatère ed. A. Pasha Caratheodory, Konstantinopel 1891, Text S. 129, Übersetzung S. 164); er hat folgende Bezeichnungen: Sinus: *al Gaib*; Kosinus: *Gaib al Tamâm*; Tangente: *al Ẓill* (kurzweg) oder *al Ẓill al awal* oder *al Ẓill al ma'kûs*; Kotangente: *al Ẓill al Tamâm* oder *al Ẓill al ṯânî* oder *al Ẓill al mustawî*. *Naṣîr al Dîn* bemerkt ausdrücklich, daß die Ausdrücke *al Ẓill al awal* oder *al ma'kûs* und *al Ẓill al ṯânî* oder *al mustawî* bei den Astronomen vorkommen.

Der Schatten u. s. w. wird gemessen entweder in Fingern, dazu wird der Gnomon in 12 Finger geteilt und werden in dieser Einheit die Längen ausgedrückt, oder in „*Partes*", dazu wird der Gnomon in 60 „*Partes*" geteilt, oder endlich in Fußen, dabei macht man den Gnomon entweder, wie es *al Bêrûnî* tut, gleich $6^1/_2$ Fußen oder nach anderen gleich 7 Fußen (vgl.

---

[1]) H. Suter beanstandet die Übersetzung von „*al Gaib al mabsût*" mit „Sinus rectus", obgleich sie in einigen mittelalterlichen Schriften und auch bei Nallino aus *Mûsà b. Muḥ. al Chwarizmî* auftritt. Es sollte heißen: sinus extensus, planus, der ebene, ausgebreitete horizontale Sinus, d. h. der Kosinus (*basat* = ausbreiten). Auch wäre die Kotangente nicht umbra recta, sondern extensa, plana zu nennen. Am treffendsten wäre es nach ihm „*mustawî*" durch „richtig" zu übersetzen. Der richtige Schatten ist der horizontale, d. h. die Kotangente und der richtige *Gaib* der vertikale, d. h. unser Sinus.

B. Dorn, Drei Instrumente S. 138) oder auch gleich $6^2/_3$ Fußen, das letztere geschieht wohl, um die Rechnung zu erleichtern, so verfährt *al Marrâquschî* (vgl. von Braunmühl, Trigonometrie, S. 183)[1]).

Tabellen trigonometrischer Größe sind uns vielfach in arabischen Handschriften astronomischer Werke erhalten, wie z. B. in solchen, die sich in Berlin befinden, so in Nr. 5751, 5760. Auch der *mas'ûdi*sche Kanon von *al Bêrûnî* (Berlin 5667) scheint solche zu enthalten. Es heißt dort das 8. Kapitel der 3. *Maqâla*: Über die Schatten der Gnomone in dem Licht, Angabe der Arten der Schatten und deren Anwendung mit Tabellen.

Die nächstfolgenden Entwicklungen sind der Schrift *al Bêrûnîs* über die Anwendung des Astrolabs entnommen.

Die Einteilung in Finger begründet *al Bêrûnî* folgendermaßen: Der Grund für diese Einteilung ist, daß der Mensch, wenn er einen Termin festsetzte, einen Stab (*'Ûd*) aufstellte und seinen Schatten vorausbestimmte [d. h. festsetzte, welcher Schattenlänge der Termin entsprechen sollte]. Als festgesetzten Stab nahm man meistens einen Stab von 1 Spanne (*Schibr*), 1 Spanne hat aber 12 Finger[2]), und deshalb nannte man diese Teilung Finger.

Al Bêrûnî fährt dann fort: Wenn man den Gnomon (*Schachṣ*) in $6^1/_2$ Teile teilt, so nennt man sie Fuße, dies ist von der Gestalt des Menschen hergenommen, die $6^1/_2$ Fuß beträgt. Er macht hierzu noch die Bemerkung, daß diese Einteilungen nicht „notwendige" (*ḍarûrî*), sondern „praktische" (*iṣṭilâḥî*) seien.

Um beim Astrolab zu entscheiden, welche Art der Einteilung benutzt ist, stellt man den einen Zeiger der *Alhidâde* auf die Erhebung $a = 45^0$ ein und beobachtet den anderen Zeiger. Je nachdem er auf 12, $6^1/_2$ oder 60 Teilen steht, ist der Schatten in Fingern, Fußen oder in Partes gemessen.

Ibn al Ṣaffar[3]) (Berlin Nr. 5805) rechnet sehr vielfach mit der Nisba, d. h. dem Verhältnis von Schatten zu Norm, d. h. also unseren Tangenten u. s. w.

In dem *Tafhîm* (Berliner Text 40^r u. 40^v) gibt *al Bêrûnî* folgende Definitionen für den *Miqjâs* und den Schatten.

---

[1]) Vgl. auch C. A. Nallino *al Battânî* Bd. 1, S. 180.

[2]) Die Finger sind hier nebeneinanderliegend gedacht; 24 Finger bilden eine Elle = 0,5 m (rund), also ist 1 *Schibr* = $^1/_2$ Elle. In der Beschreibung der Uhr von *Riḍwân* werden die Messungen als mit „zusammengelegten (*maḍmûm*) Fingern" ausgeführt angegeben.

[3]) Vgl. zu ihm Suter Nr. 196, S. 86 u. w. u.

Der *Miqjâs* besteht aus Holz oder einer anderen Substanz von gleichmäßiger (zylindrischer) Form, am Ende ist er spitz wie ein Kegel. Er wird wie ein Pflock (*Watad*) auf der Fläche, auf der er aufgestellt wird, aufgestellt. Der Schatten ist der Schatten dieses *Miqjâs*, seine Länge wird in dessen Teilen bestimmt. Die Linie zwischen dem Ende des *Miqjâs* und des Schattens heißt Durchmesser der Schatten. Die Teile des *Miqjâs* sind folgende. Sind es deren 12 gleiche, so heißen sie Finger, sind es 60, so heißen sie „Teile", sind es $6^1/_2$, so heißen sie Fuße; hierbei gibt es aber einen Unterschied, es gibt Leute, welche die Norm (*Schachṣ*) in 7 gleiche Fuße teilen. Es gibt zwei Arten von Schatten. Der eine heißt *mabsûṭ* (der ausgebreitete) und *mustawî*. Man erhält ihn, wenn man den *Miqjâs* auf die horizontale Ebene stellt, nachdem man diese vollkommen eben gemacht hat. Sein Schatten ist auf der Erde ausgebreitet. Der andere heißt *ma'kûs* (verkehrt) und *muntaṣib* (vertikal). Man erhält ihn, wenn man den *Miqjâs* auf eine der Sonne gegenüberstehende Ebene aufstellt wie eine Wand u. s. w., wobei der *Miqjâs* wie ein Pflock auf ihr steht. Der Schatten steht senkrecht auf der Erde, und seine Spitze steht nach unten; deshalb heißt er verkehrt.

Al Bêrûnî gibt dann noch in dem ersten Werk Anweisungen, um die Messungen in die verschiedenen Maßsysteme umzurechnen.

Ist f die Anzahl der Finger, φ die der Füße, p die der Partes, so ist:

$$f\cdot\frac{13}{24}=\varphi,\quad f\cdot\frac{60}{12}=p;\quad \varphi\cdot\frac{24}{13}=f,\quad \varphi\cdot\frac{120}{13}=p;\quad p\cdot\frac{13}{120}=\varphi,\quad p\cdot\frac{12}{60}=f.$$

Haben wir den geraden Schatten, so erhalten wir den inversen und ebenso, wenn wir den inversen haben, erhalten wir den geraden für die betreffende Höhe, indem wir mit ihm in das Quadrat seines Maßes dividieren[1]).

Da es sich offenbar bei *al Bêrûnî* um praktische Zwecke handelt, so hat er nicht für die Bestimmung der Sinus, Tangenten u. s. w. auf die vorhandenen Tafeln[2]) verwiesen.

Der folgende Abschnitt behandelt die Bestimmung der Größe der Erhebung und des Schattens der einen aus der anderen.

---

[1]) Ist der eine Schatten f, so ist der inverse $\frac{1}{f}$ oder im φ Maß

$$\frac{13}{24}\cdot\frac{1}{f}=\left(\frac{13}{24}\right)^2:\frac{13}{24}\cdot f$$

und wenn uns der Schatten φ gegeben ist

$$=\left(\frac{13}{24}\right)^2:\varphi$$

[2]) Vgl. zu diesen die treffliche Arbeit von A. Björnbo, *Al Chwarizmis* trigonometrisk Tavler. Festskrift til H. G. Zeuthen. Kopenhagen 1909.

Bei bekannter Erhebung stelle den Zeiger der *Alhidâde* auf diese Erhebung ein, dann siehst Du bei dem anderen Zeiger, auf wie viele Teile des Schattens er fällt; das ist der Schatten dieses *Schachs* für diese Erhebung. Um aus den Schatten die Erhebung zu bestimmen, stelle die eine *Alhidâde* auf die betreffenden Teile des Schattens und siehe, auf welche Erhebung die andere fällt.

Von besonderem historischen Interesse ist die folgende Methode zur Bestimmung der Größe des Schattens, da sie gewöhnlich *al Zarkâlî* (vgl. v. Braunmühl a. a. O. S. 80) zugeschrieben wird, der aber mindestens 50 Jahre nach *al Bêrûnî* lebte. Nach dem *Kitâb al Isti'âb* ist sie schon oben besprochen.

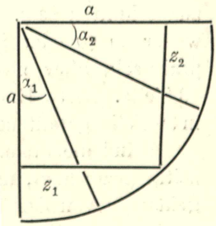

Fig. 8.

Al Bêrûnî sagt hier etwa: Bestimmung des Schattens *al Sullam*. Man kann diesen Schatten nur mit einer *Alhidâde* mit scharfer Kante (*Ḥarf*) bestimmen. Um zunächst den geraden Schatten zu ermitteln, setzt man den Index derselben auf die betreffende Höhe und sieht dann nach der Kante. Schneidet sie die horizontale Seite des Schattenquadrates, so ist das die Größe des Schattens. Schneidet sie die vertikale, so nimmt man auf ihr den Abstand von der horizontalen und dividiert dadurch die mit sich selbst multiplizierte Länge des Gnomons[1]) (also hier die Länge einer Kante des Schattenquadrates).

Will man für eine Höhe φ den inversen Schatten bestimmen, so zieht man die Höhe von 90^0 ab und bestimmt den geraden Schatten für die Differenz $90 - \varphi$, das ist dann der inverse Schatten für φ[2]).

Du kannst aber auch den Index der *Alhidâde* auf die gegebene Höhe einstellen und den Rand betrachten, es wird dann genau so wie beim geraden Schatten verfahren; schneidet die Kante der *Alhidâde* die ver-

---

[1]) In der Figur 8 ist das Schattenviereck gezeichnet. Die halbe Seite desselben sei a Einheiten lang (bei den Fingern 12, bei den Fußen $6^1/_2$, bei den „Partes" 60). Schneidet bei einem Höhenwinkel α_1 die verlängerte *Alhidâde* mit ihrer Kante ein Stück z_1 Einheiten auf der horizontalen Seite ab, so ist $z_1/a = \operatorname{ctg} \alpha_1$. Schneidet es auf der vertikalen z_2 Teile ab, so hat man $z_2/a = \operatorname{tg} \alpha_2$, also $a/z_2 = \operatorname{ctg} \alpha_2$. Da dieser Schatten aber nicht auf den Radius 1 bezogen ist, sondern auf den Radius a, so ist $\operatorname{ctg} \alpha_2 = a^2/z$. — Hierin ist natürlich auch der Fall eingeschlossen, daß $a = 12$ Finger ist; dann war $a^2 = 144$ s. w. u. — Eine lateinische abendländische Vorschrift zur Umwandlung der Umbra recta in die inversa und umgekehrt aus dem XII. Jahrhundert mit einer 1477 angefertigten deutschen Übersetzung teilt M. Curtze, Bibl. math. Bd. 10, S. 71. 1896 mit. Die zweite Figur ist M. Curtze entnommen, vgl. von Braunmühl, Geschichte der Trigonometrie Bd. 1, S. 80. Es ist das Instrument von *al Zarqâlî*.

[2]) Es ist $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{ctg} (90 - \varphi)$.

tikale Seite, so erhält man den inversen Schatten unmittelbar, schneidet sie die horizontale, so muß man eine entsprechende Rechnung wie oben ausführen.

In zwei Abschnitten, die wir aber übergehen, erörtert *al Bêrûnî* die Bestimmung der Zeiten des Gebetes und das Aufgehen der Morgendämmerung (*Fagr*) und das Untergehen der Abenddämmerung (*Schafaq*) und wendet sich dann zur Bestimmung des Sinus und Sinus versus.

Zunächst wird behandelt die Bestimmung des geraden Sinus (*al mustawî*) oder unseres Sinus. Die Linien der Sinus auf der Rückseite des Astrolab sind entweder parallel der vertikalen oder der horizontalen gezogen, oder sie sind beide gleichzeitig gezogen. Unbedingt muß die *Alhidâde* zugeschnitten sein. Eine ihrer Hälften ist in gleiche Teile eingeteilt, entweder in 60 oder in 110 (?) oder in 150. Diese [Art der Teilung] ist praktisch, aber nicht notwendig. Meist benutzt man die Einteilung in 60 Teile. Diese Hälfte heißt *al Niṣf al mugajjab*, die andere Hälfte wird in 90 Teile geteilt und heißt die *al Niṣf al muqawwas* (von „*Qaus* Bogen").

Sind die Sinuslinien parallel dem Horizont, oder sind beide gleichzeitig gezeichnet, und will man für einen Winkel φ den Sinus finden, so geht man von dem Ende dieses Bogens längs der horizontalen Linie bis zu der vertikalen und macht auf letzterer da, wo sie getroffen wird, ein Zeichen. Dann dreht man die *Alhidâde* und sieht zu, welcher ihrer Teilstriche auf der *Niṣf al mugajjab* mit der Marke zusammenfällt. Das ist dann der Sinus. Sind die Sinuslinien vertikal, so zieht man den Winkel φ von 90° ab. Für die dem Winkel $90 - \varphi$ entsprechenden vertikalen Linie sucht man den Schnittpunkt mit der horizontalen, macht auf ihr ein Zeichen, dreht die *Niṣf al mugajjab,* bis sie mit der horizontalen zusammenfällt u. s. f.

Der nächste Abschnitt handelt von der Bestimmung des Bogens, der zu einem Sinus gehört. Man sucht auf der horizontalen bezw. vertikalen durch den Mittelpunkt gehenden Linie den Sinus, geht auf der zugehörigen vertikalen bezw. horizontalen Linie bis zur Teilung auf der Peripherie und zählt den Bogen bei den horizontalen Linien vom Horizont; bei vertikalen zählt man ihn bis zum Ende der Vertikallinie.

Hieran reiht sich die Bestimmung des Sinus versus. Man verfährt bei Winkeln unter 90° gerade so wie bei der Bestimmung des Sinus selbst, nimmt aber die Zahl der Teile auf dem *Niṣf al mugajjab* vom Ende der *Alhidâde* an. Bei vertikalen Linien zählt man den Bogen vom Ende der horizontalen Hauptlinie, bei horizontalen vom Ende der vertikalen Hauptlinie. Bei Winkeln über 90° $(90 + a)$ nimmt man den Sinus des Winkels (a) um den er größer als 90° ist und addiert ihn zu dem ganzen Sinus [1]), das Resultat ist der Sinus versus dieses Winkels.

---

[1]) *al Gaib kulluhû* bedeutet, wie erwähnt, den größten Sinus (d. h. den von 90°) in der betreffenden Einheit.

Bei der Bestimmung des **Bogens** für **den Sinus versus** verfährt man gerade so wie bei dem Sinus selbst. Ist der Sinus versus größer als der ganze Sinus, so zieht man von ihm den ganzen Sinus ab, sucht für den Rest als Sinus selbst den Bogen auf und addiert ihn zu 90°.

Hieran schließen sich vier Aufgaben an, die zu dem vorhergehenden nicht ohne weiteres stimmen. Bestimmung des Sinus aus der *Alhidâde* ohne die Sinuslinie, Bestimmung des Bogens des Sinus mit der *Alhidâde*, Bestimmung des Sinus versus mit der *Alhidâde* und Bestimmung des Bogens des Sinus versus mit der *Alhidâde.*

Man bringt die dem Bogen entsprechend geteilte Hälfte mit der Vertikallinie in Deckung und macht eine Marke an der Stelle z, die einer bestimmten Anzahl von Teilen entspricht, dann dreht man die dem Sinus entsprecheude Hälfte (*Niṣf al mugajjab*), bis sie mit der Vertikallinie sich deckt, und bestimmt die Zahl der Teile auf letzterer, die bis zu z vom Mittelpunkt aus reichen.

Dies Verfahren liefert natürlich nur bei nicht gleichförmiger geteilter *Alhidâde* den Sinus u. s. w.

Daran reiht sich ein Kapitel über die Bestimmung des Aszendenten (*Ṭâliʿ*) mittelst der horizontalen Platte. Und dann kommen die an anderer Stelle S. 60 mitgeteilten Aufgaben aus der Geodäsie.

Den eben mitgeteilten Stellen von *al Bêrûnî* sollen zunächst solche aus der Schrift von *Abu'l Ṣalt* angeschlossen werden.

Wir teilen aus ihr die sich auf die Ermittelung der Schatten und der Sinus bezüglichen Stellen ihrem Inhalt nach mit. Die Schatten heißen hier *al mabsûṭ* und *al mankûs.* Er bemerkt dann: Die praktischen Astronomen haben bestimmt, daß die Länge der stehenden Figur in 12 Teile „Finger" geteilt werde, manchmal wird sie auch in 60 Teile und manchmal in $6^1/_2$ Teile „Fuße" geteilt. Es gibt nun zwei Astrolabien, bei den einen wird eine Einteilung auf der Vorderseite in dem Quadranten, in dem die Höhen gemessen werden, angebracht, bei den anderen — und mit denen beschäftigt sich *Abu'l Ṣalt* besonders — werden auf der Rückseite zwei zueinander senkrechte Linien (Seiten *Ḍilʿa*) angebracht. Diese Seiten sind, wie aus dem Späteren hervorgeht, geteilt, die eine ist parallel der Vertikalen, die andere parallel der Horizontalen u. s. w. Man stellt nun die *Alhidâde* ein. Schneidet sie die Zahlen der horizontalen Seite, so erhält man die Zahl z der Finger des geraden horizontalen Schattens. Nimmt man hiervon das Verhältnis zu 12 (z/12), so erhält man das Verhältnis des Schattens zum Gnomon für die Höhe α (also unsere Kotangente $\operatorname{ctg}\alpha = z/12$).

Um die Finger des inversen Schattens zu bestimmen, dividiert man 144 durch die Zahl der Finger des geraden Schattens (vgl. oben S. 51).

Schneidet die *Alhidâde* die Seite des inversen Schattens, so verfährt man ebenso und erhält die Kotangenten bezw. Tangenten zwischen 45° und 90°, während man ursprünglich diejenigen zwischen 0° und 45° bekam.

Fällt die Kante der *Alhidâde* auf die Stelle, wo die Seiten zusammenstoßen, was bei $\alpha = 45^0$ der Fall ist, so sind der gerade und der inverse Schatten gleich dem Gnomon. Fällt die Kante der *Alhidâde* auf die durch den Stiel gehende Linie, was bei $\alpha = 90^0$ der Fall ist, so hat der vertikale Gnomon auf der horizontalen Ebene keinen Schatten und der horizontale auf der vertikalen Ebene keine Grenze des Schattens (er ist unendlich). Fällt die Kante der *Alhidâde* auf die horizontale, was bei $\alpha = 0$ der Fall ist, so ist der gerade Schatten unbegrenzt und der inverse existiert nicht.

In der oben erwähnten Schrift des *Sibṭ al Mâridînî* finden sich zahlreiche Angaben, um die trigonometrischen Größen mit dem Sinusquadranten zu bestimmen[1].

Kapitel 1. Bestimmung des Sinus für einen Bogen φ und des Bogens φ für einen Sinus. Man rechnet den Bogen vom ersten Höhenwinkel an und geht von seinem Ende auf der Linie des Sinus *mabsûṭ* bis zu der Vertikalen, auf ihr erhält man den Sinus des Bogens. Geht man längs der Linie des Sinus *maʿkûs* zu der Horizontalen, so erhält man den Sinus der Ergänzung von φ. Dasselbe ist der Fall, wenn man φ von 90^0 abzieht und den Sinus des Restes bestimmt. „Die Ergänzung eines jeden Dinges (Winkels) ist nämlich das, was ihm an 90^0 fehlt."

Um den Bogen eines Sinus zu finden, geht man von der betreffenden Stelle der Vertikalen, die dem Sinus entspricht, auf den horizontalen Linien, bis man den Bogen trifft.

Kapitel 2. Bestimmung des Pfeiles (*Sahm*, Sinus versus) eines Bogens und des Bogens eines Sinus versus. Man geht von dem Bogenende zu der Horizontalen, auf den dort befindlichen rückläufigen Zahlen findet man den Sinus versus. Man kann auch den rückläufig gezählten Bogen gleich dem gegebenen Bogen nehmen, längs der horizontalen Linien zu der Vertikalen gehen und findet auf den dort befindlichen rückläufigen Zahlen den Sinus versus.

Ist der Bogen φ größer als 90^0, so addiert man den Sinus des Überschusses [über 90^0] zu 60[2] und erhält dann den betreffenden Sinus versus. Man kann auch φ von 180^0 abziehen, den Pfeil von $180^0 - \varphi$ bestimmen und das Resultat von 120 abziehen.

Um den Bogen zu einem Sinus versus zu finden, verfährt man gerade umgekehrt. Ist der Sinus versus [um x] größer als 60, so bestimmt man von dem Überschuß x des Sinus versus den Bogen und addiert ihn zu 90^0. Man kann auch x von 60 abziehen, für den Rest den Bogen bestimmen und ihn von 180^0 abziehen. Es bleibt dann der gesuchte Bogen übrig. „Und wisse, daß der Pfeil 120 nicht übersteigt (er kann nicht größer als der Durchmesser sein)."

---

[1] Zu der Schrift von *Gamâl al Dîn al Mâridînî*, auf die sich *Sibṭ al Maridînî* stützt, vgl. oben S. 43.

[2] Es ist die Länge des Radius gleich 60 gesetzt.

Kapitel 3. Bestimmung der Höhe. Nimm den Quadranten in die Hand und hänge an seinen Faden einen Senkel a. Dann bewege die Hand, bis das untere Absehen von dem Schatten der oberen bedeckt wird; dafür ist Bedingung, daß er weder innerhalb noch außerhalb des Quadranten liegt, und daß die Fläche des Quadranten weder dunkel noch leuchtend ist[1]). Die Stelle, wo der Faden den Bogen schneidet, von der Seite der Linie, die keine Absehen trägt [d. h. von der Vertikalen], ist der Höhenwinkel. Bei Gegenständen, die keine Strahlen aussenden, wie die Sonne in der Wolke, den Sternen u. s. w., bringt man den Quadranten zwischen Auge und den Gegenstand, dessen Höhe bestimmt werden soll, und bewegt die Hand, bis man Gegenstand und Absehen in einer geraden Linie zieht, wobei das untere Absehen an dem Auge sich befindet. Was der Faden, wie oben angegeben, schneidet, ist der Höhenwinkel.

Um die Depression zu bestimmen, etwa die Depression des Randes eines Flusses oder eines Brunnens, verfährt man ebenso, sieht aber durch das obere Absehen.

Kapitel 4. Bestimmung des Schattens (Kotangente) des Höhenwinkels. Der Schatten hat eine Norm[2]) (*Qâma*), durch die er bezeichnet wird, sie besteht in bestimmten Einteilungen, einmal *al Faḍla*, es sind 5 Teile (die kommt sonst nicht vor), dann Finger, es sind 12 Teile, und endlich Partes, es sind 60 Teile u. s. w.

Um den Schatten eines Winkels φ zu bestimmen, stellt man den Faden auf φ, vom Anfangspunkt der Bogen gerechnet, und geht von der Norm auf der Vertikalen horizontal bis zum Faden F, macht auf ihm ein Zeichen [auf den man den Index stellt]; dann stellt man den Faden auf $90^0—\varphi$ und geht von dem Index zu der Vertikalen und findet so den horizontalen Schatten (*al Zill al mabsûṭ*)[3]).

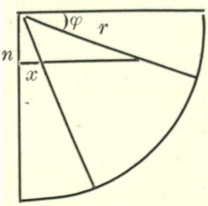

Fig. 9.

[1]) Diese Vorschrift findet sich bei den verschiedensten Autoren. Der unten erwähnte *Miram Gelebi* (s. w. u.) bemerkt noch, daß man es so einrichtet, daß der Faden die Fläche berührt und leicht sich über sie hinbewegt. Sind die obere und untere Absehe durchlöchert, so stellt man bei der Sonnenbeobachtung den Quadranten so, daß der Schatten durch beide Löcher geht.

[2]) Es ist dies die Länge des schattenwerfenden Stabes (s. S. 47).

[3]). Daß dies richtig ist, ergibt sich leicht (Fig. 9). Die Winkel φ werden von der Horizontalen aus gerechnet. Die Norm sei n, das auf dem Faden abgeschnittene Stück sei r, das nach der Drehung des Fadens auf der Vertikalen abgeschnittene Stück sei x. Dann ist $r = n/\sin\varphi$, $x = r\cos\varphi = n\cdot\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} = n \operatorname{ctg}\varphi$.

Um den *Ẓill al mankûs* (die Tangente) zu bestimmen, stellt man den Faden zunächst auf $90^\circ - \varphi$ und verfährt dann ganz analog wie eben, indem man nach Anbringung der Marke auf den Winkel φ dreht u. s. w.

Eine andere Methode ist folgende [es ist die einfachste]: Man stellt den Faden auf den Winkel φ, geht vom Ende der Norm auf dem dem Schatten entsprechenden Sinus (*Gaib*) (d. h. der Teilung auf der Vertikalen oder Horizontalen) bis zu dem Faden, dort macht man eine Marke. Von ihr aus geht man dann senkrecht nach der anderen Seite (d. h. zu der Teilung auf der Horizontalen oder Vertikalen) und findet dort den gesuchten Schatten.

Hieran schließt sich eine allgemeine Bemerkung. Sehr oft kann es ja vorkommen, daß die auf der horizontalen oder vertikalen Linie abzutragenden Stücke eine größere Anzahl von Einheiten als 60 haben, so bei dem Sinus versus von Winkeln über 90^0, den Tangenten über 45^0 u. s. w.; um hier doch noch mit dem Sinusquadranten Konstruktionen ausführen zu können, heißt es bei *Sibt al Mâridînî*:

Allgemeine Regel (*Qâ'ida*) für sämtliche Operationen mit *Gaib* (Sinus). Geht man mit einer Größe ein und trifft nicht den Faden, oder hat man es mit solchen „*Gaib*" zu tun, die größer als 60 sind, so geht man mit einem solchen Bruchteil derselben ein, daß es möglich ist, daß man von dem „*Gaib*" ausgeht [und den Faden trifft]. Geht man bei einem bestimmten Bogen ein, so macht man [auf dem Faden] ein Zeichen, verschiebt diesen [z. B. auf die Sechzigerlinie] oder geht zur anderen Seite (d. h. wenn man ursprünglich von der horizontalen ausging, zur vertikalen und umgekehrt), dann findet man einen Bruchteil der gesuchten Größe, der dem Bruchteil entspricht, den man zugrunde gelegt hat.

Geht man von beiden Seiten (der vertikalen und der horizontalen) mit zwei Größen ein, und treffen sich [die ihnen entsprechend gezogenen Linien) nicht, so verwendet man an Stelle der Größen zwei entsprechende Bruchteile derselben.

An diese Bestimmungen schließt sich eine ganze Reihe anderer ähnlicher an. Es werden behandelt in Kapitel 5: Bestimmung des Schattens nach anderen Methoden. Kapitel 6: Bestimmung des einen Schattens aus dem anderen. Kapitel 7: Bestimmung der Sekante (*Quṭr al Ẓill*), d. h. wie es später definiert ist, des Stückes des Strahles zwischen dem Ende des Gnomons und der Horizontalebene aus der Höhe. Dazu stellt man den Faden auf den Höhenwinkel, macht ein Zeichen auf dem Faden entsprechend der Norm auf dem entsprechenden Sinus, dann geht man mit dem Faden zur Sechzigerlinie und liest dort die gesuchte Sekante ab. Kapitel 8: Bestimmung der Höhe aus dem Schatten. Kapitel 9: Bestimmung der Höhe aus der Sekante.

Die folgenden Kapitel haben speziell astronomisches Interesse. Eine gelegentliche spezielle Behandlung verdienen die

Kapitel 94 und 95, die von den Eigenschaften der Abend- und Morgenröte handeln, und in denen auf die verschiedenen Anschauungen über dieselben eingegangen wird[1].

Kapitel 137, 138 und 139 besprechen in üblicher Weise die Eigenschaften des Punktes, der Linie, der Fläche, des Körpers, des Winkels und seiner Arten, des Kreises und was mit ihm zusammenhängt, der Kugel und was mit ihr an Linien und Kreisen zusammenhängt. In dem letzten Kapitel verweist der Verfasser noch auf ein anderes seiner Werke, nämlich die Perlenschnur der Edelsteine (*Naẓm al Gawâhir*) über die Linien und Kreise.

Das Ganze wird durch einen Schluß (einen Epilog) (*al Châtima*) abgeschlossen, „über die Kenntnis der Definitionen, die mit den Problemen des Buches zusammenhängen." In ihm werden auch die Ansichten anderer Gelehrten erwähnt, so die von *Ibn Jûnis*, ferner von seinem eigenen Großvater nach dem Werk *al Durr al manṯûr*, die zerstreuten Perlen.

Eine Besprechung der einzelnen Betrachtungen und Konstruktionen, mittels deren *Sibt al Mâridînî* die einzelnen trigonometrischen Größen findet, würde hier zu weit führen; sie muß einer späteren Arbeit vorbehalten bleiben, in der auch die entsprechenden Entwickelungen anderer Gelehrten zu berücksichtigen sind.

Die Probleme werden so gelöst, daß man auf der Horizontalen oder Vertikalen gewisse Strecken abmißt, von ihnen zu dem beweglichen Faden geht, an der betreffenden Stelle eine Marke macht, den Faden zu einem anderen Winkel dreht und dann die Marke auf eine der beiden erstgenannten Linien projiziert. Die Lösung der verschiedenen Probleme nach dieser Methode und zwar in der mannigfachsten Weise hat *al Mâridînî* und anderen Gelehrten offenbar ein ganz besonderes Vergnügen gemacht, obgleich damals schon längst trigonometrische Tafeln vorhanden waren. Vielleicht sollten sie auch nicht mathematisch geschulten Feldmessern dienen.

Dabei kommen Konstruktionen vor, bei denen auch Summen von trigonometrischen Funktionen aufgetragen werden und implizite der Satz angewendet wird, daß $1/(\mathrm{tg}\,a + \mathrm{ctg}\,a) = {}^1/_2 \sin 2a$ ist, so z. B. bei der Bestimmung des Winkels aus dem Schatten. Aus einem bekannten Schatten, etwa der Tangente, wird der andere unbekannte, etwa die Kotangente, bestimmt und beide

---

[1]) Diese Frage ist auch in einem kurzen Traktat der Sammelhandschrift der India office Nr. 1043 erörtert.

addiert u. s. w.; stellt man dann den Faden entsprechend ein, so erhält man den Wert für den Sinus des doppelten Winkels.

Hier soll nur noch nach *Miram Čelebî*[1]) mitgeteilt werden, wie man mit den Sinusquadranten das Produkt, den Quotienten und die Wurzel bestimmen kann. Wir teilen die beiden ersten mit.

Multiplikation. Man legt den Faden an die Sechzigerlinie und bezeichnet mit dem Index den einen Faktor a, dann dreht man den Faden bis zu einem Winkel α, dessen *Gaib*[2]) gleich ist dem zweiten Faktor b, dann geht man von dem Index senkrecht zur Sechzigerlinie, die Zahl, auf die man trifft, multipliziert man mit 60 und erhält das Produkt ab.

[Es ist $b = 60 \cdot \sin\alpha$ und $x = a \sin\alpha$, oder $ab = x \cdot 60$, was zu beweisen war].

Division. Man stellt den Faden auf den Winkel α, dessen Sinus gleich ist dem Nenner b, und den Zeiger auf den Punkt, der von dieser Sechzigerlinie $^1/_{60}$ des Zählers a abschneidet [von dem Faden wird dadurch ein Stück r_1 abgeschnitten] und dreht den Faden auf die Sechzigerlinie. Was der Index abschneidet, ist der Quotient.

[Man hat $b = 60 \sin\alpha$ und $a/60 = r_1 \sin\alpha$, also $a/b = r_1$, was zu beweisen war.]

Zu der Verwendung des Quadranten zur Bestimmung unbekannter Größen äußert sich *Gamâl al Dîn al Mâridînî*, der Großvater, in seiner Schrift: Die zerstreuten Perlen über den Gebrauch des *Dastûr*quadranten (s. oben) am Schluß etwa:

Aus dem Satz über ähnliche Dreiecke folgt, daß, wenn man den Faden auf irgendeinen Bogen φ stellt, mit dem Sinus s irgendeines anderen Bogens eingeht, den Laufknoten im Schnittpunkt mit dem Faden im Abstand r vom Mittelpunkt anbringt, wenn R der Sinus totus (der Radius) ist, $\sin\varphi : s = R : r$ ist. Analog verhält es sich bei einer Proportion $a : b = c : d$ u. s. w. Daher kann man die Unbekannte in Problemen dieser Wissenschaft mit diesem Instrument finden, da die meisten Probleme nicht aus dem Bereich der proportionalen Zahlen herausgehen und so jedes

---

[1]) Zu *Miram Čelebî* († 1524/25) vgl. Suter Nr. 457, S. 188. Die Schrift heißt: Die umfassende Sinusabhandlung und ist dem Sultan *Bajezîd* II. (1481—1512) gewidmet. Eine große Anzahl seiner Schriften sind von B. Dorn a. a. O. S. 88 aufgeführt.

[2]) Nimmt man als *Gaib* den Kosinus, so sind die α von der Vertikalen gerechnet, nimmt man als *Gaib*, wie wohl wahrscheinlich, den Sinus, so sind sie von der Horizontalen gerechnet. Zu beachten ist, daß die *Gaib* sich auf den Radius 60 beziehen.

Problem auf die untereinander proportionalen Zahlen zurückgeführt wird, ohne daß man die Ausführungen der früheren über die Lösung der Probleme auf diesem Instrument bedarf.

3. Geodätische Messungen.

Wir wenden uns nun zu den geodätischen Messungen.

Im folgenden sind zunächst die in einzelnen Texten enthaltenen Kapitelüberschriften nach dem Ahlwardtschen Katalog mitgeteilt. Nr. 5805 bis 5812 beziehen sich auf das Astrolab, 5823 bis 5827 auf den Sinusquadranten, die anderen auf verschiedene Instrumente. Einige Andeutungen über den Inhalt sind, soweit eine flüchtige Einsicht in die Handschriften sie ergaben, beigefügt, anderes ist ausführlich behandelt.

5805. Bestimmung der Höhe der Türme (*Ṣauma'*), der Palmen, der Tiefe der Brunnen, der Breite eines Flusses oder der Weite der ebenen Erde und davon, welcher von zwei Orten höher ist, und davon, was hieraus gegründet ist, von dem Fortführen (*Galab*) der Gewässer[1]. (Das Stück findet sich in einem Auszug der Astronomie von *Ibn al Ṣaffâr* († 1035) durch einen gewissen *al Tugîbî.*)

5808. Bestimmung der Höhe eines jeden auf der Erdoberfläche senkrechten Gegenstandes, wie der Säulen (*Minarete*) u. s. w. (Der Verfasser fehlt.)

5809. Verfahren der Vermessung, nämlich der Höhe der Säulen, Palmen, Berge, der Tiefe der Brunnen, der Breite der Flüsse und alles dessen, was dem Horizont parallel ist. (Der Verfasser fehlt.)

5810. Bestimmung der Länge eines jeden auf der Erdoberfläche senkrechten Gegenstandes, der Tiefe der Brunnen, der Weite der Täler, des Abstandes zwischen zwei Orten oder Bergen, welcher von ihnen Dir näher ist, und anderes als dieses, von dem, was zu diesem Kompendium paßt (ohne Verfasser).

5812 enthält ein fast ebenso lautendes Kapitel (ohne Verfasser).

5823. Bestimmung der Länge eines jeden auf der Erdoberfläche senkrechten Gegenstandes. Bestimmung der Breite der Flüsse und der Tiefe der Brunnen (vielleicht von *Sibṭ al Mâridînî*).

5825. Bestimmung der Länge eines jeden auf der Erdoberfläche senkrechten Gegenstandes (von *Ġars al Dîn al Ḥalabî*). — Man bestimmt die Entfernung bei einer Höhe von 45°, oder man benutzt die Methode 3 (s. w. u.).

5827. Bestimmung der Höhe von erhabenen Gegenständen und der Weite der Brunnen und der Entfernung der Wolken von der Erde (aus einem Kommentar zu einer Schrift von *al Ḥaṭṭâb*).

---

[1]) Statt *Masâil* bei Ahlwardt ist zu lesen *Mijâh.*

5854. Bestimmung der Länge eines jeden auf der Ebene senkrechten Gegenstandes von *Sibṭ al Mâridînî*. Es wird die Schattenlänge für eine Sonnenhöhe von 45° gemessen.

5860. Bestimmung der Länge (*Ṭûl*) eines jeden auf der Erdoberfläche senkrechten Gegenstandes, wie der Säulen, Palmen, Gebäude u. s. w. — Ferner Bestimmung der Erhebung (*Irtîfâ'*) des senkrechten Gegenstandes, zu dessen Fußpunkt man gelangen kann. — Bestimmung der Länge eines jeden senkrechten Gegenstandes, zu dessen Fußpunkt man nicht gelangen kann. — Bestimmung des Abstandes zwischen Dir und dem senkrechten Gegenstand in Ellen. — Bestimmung der Breite der Flüsse und der Tiefe der Brunnen. (Von *al Baḥâniqî*).

5864. Bestimmung der Höhe eines jeden auf der Erdoberfläche senkrecht stehenden Gegenstandes (von *al Talbîsî*). Er bestimmt die Entfernung für die Höhenwinkel von 45° und nach der Methode 3.

5866. Bestimmung der Größen der Tiefen vertiefter Gegenstände, wie der Brunnen und Täler von *al Ḥasan Ibn al Aṯîrî*. Man visiert dazu über den Rand des Brunnens, bis man ihn und die gegenüberliegende Berührungsstelle zwischen Wasser und Brunnen gleichzeitig sieht, man bestimmt die Kotangente für diese Depression (*Inchifâḍ*) u. s. w.

Die folgenden Bestimmungen sind zunächst *al Bêrûnîs* Schrift über die Anwendung des Astrolabs entnommen.

1. Bestimmung der Länge H eines Minaretes (*Manâra*) oder von Wänden (*Gadr*) oder eines Berges u. s. w.[1]), wenn man zu dem Fußpunkt (*Aṣl*) des Lotes, d. h. dem Auftreffpunkt des Steines[2]) seiner Spitze gelangen kann.

1a. Dazu beobachte den Höhenwinkel der Sonne, bis er 45° beträgt. Dann miß den Abstand **a** zwischen dem Schattenende und dem Fußpunkt des Lotes; das Resultat ist die Länge des Lotes[3]).

1b. Erreicht die Sonne an dem betreffenden Tage nicht die Höhe von 45° oder treibt ihre Bestimmung zur Eile, so stelle (Fig. 10) eine in gleiche bekannte Teile geteilte Figur (*Schachs*), einen gleichmäßigen Stab l (*Nusba*) senkrecht auf und bestimme die Länge b_2 seines Schattens und diejenige b_1 des zu untersuchenden Gegenstandes; dann ist $b_1 \cdot l/b_2 = H$ die Länge des Lotes in dem Maß, in dem Du den Schatten gemessen hast[4]).

---

[1]) Von anderen Gelehrten werden noch andere hohe gemessene Gegenstände angeführt. Türme (*Sauma'*), Palmen (*Nachl*), Gebäude; auch die Entfernung von Wolken wird nicht nur von *Ibn al Haiṯam* behandelt.

[2]) Im *Tafhîm* definiert *al Bêrûnî*: Der Ort des Niederfallens des Steines (*Masqaṭ al Ḥagar*) ist der Punkt der Basis, auf den das Lot trifft.

[3]) Für eine Reihe der Aufgaben habe ich die Figuren hinzugefügt, bei anderen ganz einfachen erschien dies überflüssig.

[4]) Ganz ähnlich behandelt *al Bêrûnî* im *Tafhîm* die Aufgaben 1a und 1b, wo sich auch noch andere Vermessungsaufgaben finden. Einige derselben erläutert er durch Figuren und benutzt auf ihnen für die von der Sonne ausgehenden Linien den Ausdruck die Strahlenlinie (*al Chaṭṭ al scha'âî*).

1[c]. Ist die Sonne durch Wolken u. s. w. verborgen, so stelle den Zeiger der *Alhidâde* auf 45° und gehe vorwärts und rückwärts, bis Du durch ihre beiden Löcher oder durch das mit ihr verbundene Rohr das Ende des zu messenden Gegenstandes siehst. Bist Du zu solch einem Ort gelangt, so miß die Strecke a bis zum Fußpunkt, addiere dazu Deine Augenhöhe (Statur ε *Qâma*) und Du erhältst die Höhe H.

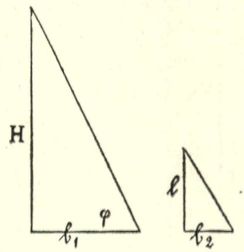

Fig. 10.

1[d]. Kann man an dem betreffenden Ort nicht so weit vor- und rückwärts gehen, als nötig ist, so stelle Dich dort fest auf und bestimme den Höhenwinkel φ (in Graden) des Endes des Gegenstandes und miß den Abstand a. Man erhält dann $H = a \sin\varphi / \sin(90 - \varphi)$. [Die Sinus sind von *al Bêrûnî* im arabischen Sinne genommen.]

Dieselben Lösungen gibt *Behâ al Dîn*; auch in anderen Abhandlungen finden sie sich, so in Berlin Nr. 5808, wo sie ein anonymer Verfasser beschreibt.

Anschließend an diese Lösungen von *al Bêrûnî* seien noch diejenigen einiger anderer Gelehrten gegeben.

1[e]. *Abû Ṣalt* bestimmt den Höhenwinkel φ des höchsten Punktes oder irgendeines Ortes mit dem Astrolab, wie bei einem Stern, bestimmt die Finger (s) des horizontalen Schattens[1]), die φ entsprechen, und mißt den Abstand a zwischen dem Beobachtungsort und dem Fuß des senkrechten Gegenstandes in Ellen (er benutzt den Ausdruck *ḏara'*, mit der Elle messen) und berechnet 12 a/s. Dazu addiert er noch die Augenhöhe ε des Beobachters und erhält $H = \varepsilon + 12\,a/s$.

1[f]. Zur Bestimmung der Höhe H in diesem Fall gibt *Behâ al Dîn* noch zwei weitere Methoden an:

Man errichtet auf ebenem Boden einen senkrechten Stab l (*Schachs*) und stellt sich so im Abstand a_1 vom Stab auf, daß die Sehstrahlen an der Spitze des Stabes vorbei nach der Spitze des Gegenstandes gehen. Dann mißt man den Abstand a. Man erhält $H = a \cdot (l - \varepsilon)/a_1 + \varepsilon$.

1[g]. Man legt auf die Erde einen Spiegel, so daß man die Spitze des hohen Gegenstandes in ihm sehen kann, der Spiegel befindet sich im Abstand a_1 vom Beobachter und im Abstand a vom Gegenstand, dann ist $H = a\varepsilon / a_1$.

2. **Bestimmung des Abstandes zwischen Dir und dem Fuß des Lotes eines Berges u. s. w., falls die Höhe H bekannt ist und man nicht zu dem Fußpunkte des Lotes gelangen kann.**

Beobachte die Sonnenhöhe, bis sie 45° erreicht hat, falls das an diesem Tage möglich ist. Da, wohin der Schatten des Endes des Gegenstandes fällt, mache ein Zeichen Z auf der Erde. Fällt dieses Zeichen Z

---

[1]) Der schattengebende Körper ist 12 Finger lang, also ist $12/s = \mathrm{tg}\,\varphi$.

mit Deinem Standort zusammen, so ist Dein Abstand a gleich der Höhe H [1]). Liegt es vor oder hinter Deinem Standort, so miß den Abstand b zwischen ihm und dem Zeichen, vorausgesetzt, daß Dein Standort, das Ende des Schattens und der Fußpunkt des Lotes in einer geraden Linie liegen. Liegt Z um b näher an dem Fußpunkt als Dein Standort, so addiere b zu H, liegt es ferner, so ziehe b von H ab. — Erreicht an diesem Tage die Sonnenhöhe nicht 45°, so mache auf dem Schattenende zu irgendeiner Zeit und bei irgendeiner Sonnenhöhe ein Zeichen und miß Deinen Abstand b von ihm. Zu genau derselben Zeit stelle einen in gleiche Teile geteilten Stab l auf und bestimme die Länge seines Schattens l_2 auf der Horizontalen. Man bildet dann $l_2 H/l$ und erhält die Länge des Schattens des Gegenstandes [d. h. den Abstand des Endes des Schattens vom Fußpunkt der Spitze der Höhe H]. Bist Du an dem Gegenstand näher als das Schattenende, so zieh von dem Schatten b ab; ist das Schattenende ihm näher, so zähle b zu ihm zu.

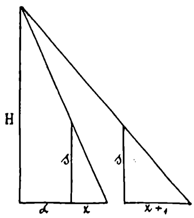

Fig. 11.

Ist der Himmel wolkig und die Sonne verborgen, so miß die Erhebung φ der Spitze jenes Gegenstandes und multipliziere seine Höhe H mit dem Sinus des Supplementwinkels $(90^0 - \varphi)$ zu 90^0 [2]) und dividiere das Resultat durch den Sinus von φ. Das Resultat ist der Abstand a

$$a = h \frac{\sin(90^0 - \varphi)}{\sin \varphi} = h \operatorname{ctg} \varphi.$$

3. **Bestimmung der Höhen H der Berge u. s. w. und des Abstandes a des Fußpunktes ihres Lotes, ohne daß man eine dieser beiden Größen messen kann.**

Stelle Dich (Fig. 11) an einem bekannten Orte der Erde auf, der eben ist, und bestimme den Höhenwinkel des Gegenstandes. Dann siehe nach dem unteren Index der *Alhidâde*, auf wie viel Teile (x) des Schattens er fällt, dann drehe die *Alhidâde*, bis der Schatten um einen Finger, wenn es sich um Finger, oder um einen Fuß, wenn es sich um Fuße handelt, zunimmt. Dann entferne Dich von Deiner Stelle auf einer geraden Linie, die die Richtung zur Säule hat, bis Du einen solchen Ort erreicht hast, daß Du von ihm aus die Spitze des Gegenstandes durch die beiden Löcher der *Alhidâde* sehen kannst. Dann miß den Abstand m zwischen den beiden Orten und schreibe ihn auf.

Willst Du die Höhe des Gegenstandes bestimmen, so multipliziere m mit 12 (s), wenn Du die *Alhidâde* um einen Finger bewegt hast, dagegen mit $6^1/_2$, wenn Du sie um einen Fuß bewegt hast, (H = ms). Das Resultat ist die Höhe des Gegenstandes in dem Maß, in dem Du den Abstand gemessen hast. Willst Du den Abstand a zwischen Dir und dem Fußpunkt

---

[1]) Hier und in einzelnen anderen Fällen ist nicht darauf Rücksicht genommen, daß das Auge nicht mit dem Boden zusammenfällt.

[2]) Der Sinus ist wieder im arabischen Sinn genommen.

des Lotes ermitteln, so multipliziere m in die Zahl x (Finger oder Fuße) am ersten Ort, es ist $a = mx$[1]). (Die Augenhöhe ist gleich Null gesetzt.)

Willst Du den Abstand zwischen Dir und der Spitze des Gegenstandes in der Richtung des Pfeiles in der Luft bestimmen, so bilde $\sqrt{H^2 + m^2x^2}$.

Dasselbe Verfahren zur Bestimmung des Abstandes und der Höhe eines Gegenstandes gibt *al Bêrûnî* auch im *Tafhîm* an. Nur macht er noch auf den Umstand aufmerksam, daß zur Zeit der Beobachtung sich leichte Wolken oder Staub in der Luft befinden können.

Ein ganz analoges Verfahren gibt *al Bêrûnî* a. a. O. auch zur Bestimmung der Tiefe von Brunnen. Er sagt: Stelle Dich an den Rand des Brunnens auf und nimm das Astrolab in Deine linke Hand, damit der Höhenquadrant Dir zunächst und der Schattenquadrant bei dem Brunnen gelegen ist. Drehe die *Alhidâde,* bis Du mit Deinem Auge durch die beiden Löcher[2]) den Rand des Wassers und des Hohlraumes siehst, der Dir gegenüberliegt. Dann bestimme nach der Lage des Zeigers der *Alhidâde* den Schatten x in Fingern. Von x ziehe einen Finger ab und erhebe Deinen Standort über die Ebene, bis Du durch beide Löcher den oben erwähnten Rand siehst, miß den Abstand m zwischen Deinen beiden Standpunkten und multipliziere ihn in den Schatten, das Resultat ist die Tiefe des Brunnens. Multiplizierst Du m mit 12, so erhältst Du die Breite des Brunnens, d. h. die Länge seines Durchmessers[3]).

Für den Fall der Höhenbestimmung hat auch *Behâ al Dîn* das Problem in dieser Weise gelöst.

In einem anonymen Text (Nr. 5808) des Kataloges von Ahlwardt ist das Verfahren etwas modifiziert, indem man so weit vor- oder zurückgeht, daß der Schatten um zwei Finger zu- oder abnimmt. Man bestimmt wiederum den Abstand m, dieser ist in diesem Fall $^1/_6$ der Höhe, woraus man die Höhe selbst erhält[4]).

In einer Abhandlung über den zusammenfassenden Sinus (*Risâlat al Gaib al gâmiʿa*) von *Mîrem Čelebî* († 931/1525) wird ebenso verfahren.

---

[1]) Man hat, wenn s (sog. 12 Finger, $6^1/_2$ Fuße) die Länge ist, zu der x als Schatten gehört, die beiden Proportionen $H : a = s : x$ und $H : (a + m) = s : (x + 1)$, woraus sich $a = mx$ und $H = ms$ ergibt. Hier ist x statt des sonst benutzten z_1 gesetzt.

[2]) In dem *Tafhîm* fügt *al Bêrûnî* noch öfters bei „den beiden Löchern der beiden Absehen" (*Hadafa*).

[3]) Die Tiefe des Brunnens entspricht dem Abstand a im vorigen Fall, die Breite b der Höhe, wie eine Zeichnung unmittelbar lehrt.

[4]) Nimmt der Schatten um n Finger ab, so hat man $H : a = s : x$ und $H : (a + m) = s : (x + n)$, woraus folgt $H = m \cdot s/n$ und $m = n/s \cdot H$. Ist $s = 12$ Finger, so ist $m = n/12\,H$ für $n = 2$ ist $m = 1/6\,H$, für $n = 3$ ist $m = 1/4\,H$ u. s. w. Für den Abstand a ergibt sich $a = \frac{mx}{n}$. Hier ist x statt des sonst benutzten z_1 gesetzt.

In einer Abhandlung (Mo. 34, fol. 37b, Nr. 5825), die vielleicht von *Sibṭ al Mâridînî* herrührt, wird die Vergrößerung des Schattens um drei Finger gewählt, man erhält dann den Abstand m = $^1/_4$ der Höhe. Benutzt wird hier der Sinusquadrant.

Dieselbe Methode hat auch *Gars al Dîn al Ḥalabî* † 1563/64 (Suter S. 190, Nr. 465) benutzt (Nr. 5825, Katalog von Ahlwardt). Das 20. *Bâb* heißt: Über die Bestimmung der Höhe eines jeden auf der Erde senkrechten Gegenstandes. Es schließt mit den Worten: Beträgt der Zuwachs zwei Finger, so ist der Zwischenraum zwischen den beiden Erhebungen (d. h. den Stellen, wo sie gemessen werden) $^1/_6$ von der Länge des senkrechten Gegenstandes. — Ebenso wohl auch ein gewisser *Muḥ. Ben ʿAlî Ben Ibrahîm al Gabarî Ibn Zuraiq* (Nr. 5828). (Benutzt ist der Sinusquadrant.)

4. Bestimmung der Breiten von Tälern, zwischen deren Rändern und Ufern man keine Seile ausspannen kann, und Bestimmung des Abstandes zwischen Dir und irgendeinem Gegenstande, der auf die ebene Erdoberfläche gelegt ist, wenn Du nicht zu ihm hingelangen kannst.

Dazu steige (Fig. 12) auf einen über die Erde sich erhebenden Ort und hänge das Astrolab frei (*muchalla*) auf und drehe es, bis Du den Gegenstand [etwa das gegenüberliegende Ufer] gleichzeitig durch beide Löcher oder aber durch das Rohr siehst (Lage I); dann lasse die *Alhidâde* an ihrer gegen die Horizontallinie nach unten gelegenen Stelle [und drehe das Astrolab um eine vertikale Achse], bis Du Dich zu der horizontalen Ebene [die an das Tal anstößt] hingewendet hast. Dann blicke durch beide Löcher des Astrolab oder die Röhre (Lage II) und an der Stelle der Ebene, auf die Dein Blick trifft, da mache ein Zeichen; dann miß den Abstand zwischen Dir und ihm. Dieser Abstand ist gleich demjenigen zwischen Dir und dem anderen Ufer und zwischen Dir und dem niedergelegten Gegenstand, dessen Abstand Du ermitteln wolltest.

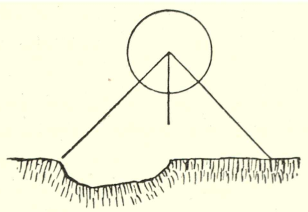

Fig. 12.

Ganz ähnlich behandelt *al Bêrûnî* die Aufgabe im *Tafhîm* unter dem Titel: Bestimmung der Breite eines Flusses oder einer Strecke auf der Erde, wenn bei dem Messen dem Messenden ein Hindernis entgegentritt.

Abû Ṣalt behandelt im Kapitel 66 die Frage gerade ebenso wie *al Bêrûnî*, ebenso *Behâ al Dîn*.

5. Bestimmung des Abstandes c zwischen zwei Gegenständen auf der Erdoberfläche, die voneinander getrennt sind, und zu denen man unmöglich gelangen kann[1]).

[1]) Ob in den in Nr. 5810 und 5812 (Katalog von Ahlwardt) enthaltenen Abschnitten „Über die Bestimmung der Länge eines jeden senk-

Nimm an, daß zwischen Dir (O) und einem jeden der beiden Gegenstände (A und B) sich unbekanntes Land oder ein Tal befindet, und bestimme die Entfernungen a und b zwischen Dir und einem jeden der beiden Gegenstände und merke sie Dir.

1. Die Entfernungen a und b seien gleich. Dann lege das Astrolab horizontal und drehe es so, daß der Ostpunkt [an dem die Winkelteilung beginnt] nach dem linken Gegenstand gerichtet ist, dann drehe die *Alhidâde*, bis Du durch ihre Löcher den rechten Gegenstand siehst. Den Betrag (den Winkel α_1), um den Du den Zeiger an den Teilen der Erhebung gedreht hast, halbiere ($\alpha_2 = {}^1/_2\alpha_1$), nimm davon den Sinus, verdoppele ihn, multipliziere das Resultat in den einen der beiden Abstände der Gegenstände von Dir und dividiere das Resultat durch den ganzen Sinus[1]) ($c = 2 a \sin \alpha_2$). Du erhältst so den Abstand c in dem Maß, in dem Du die Entfernungen a und b gemessen hast.

2. Die Entfernungen a und b sind verschieden ($a > b$) (Fig. 13a) [und zwar sei zunächst die rechts gelegene länger als die links gelegene][2]).

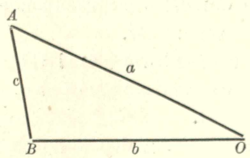

Fig. 13a.

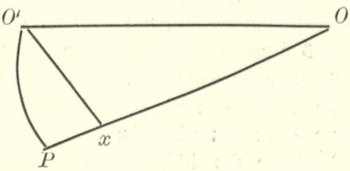

Fig. 13b.

Du legst, nachdem Du das Astrolab horizontal gestellt, die geteilte Hälfte (*al Nisf al mugajjab*) der *Alhidâde* auf die Horizontale und drehst

---

rechten Gegenstandes auf der Ebene der Erde, der Tiefe der Brunnen, der Weite der Täler und der Entfernung zwischen zwei Orten (*Balad*) oder zwei Bergen, von der einer Dir näher sind", ähnliche Fragen behandelt sind, bleibt zu untersuchen.

[1]) Der ganze Sinus ist die in der betreffenden Einheit gemessene Länge des Sinus von 90°. Es ist dies die bekannte Formel.

[2]) Die Methode kommt darauf heraus, daß man die Entfernungen a und b etwa nach der Methode 5, 1 bestimmt und den Winkel α zwischen a und b mißt. Dann konstruiert man ein Dreieck mit dem Winkel α, die eine ihm anliegende längere Seite a_1 ist gleich dem Sinus totus σ, der gleich der Länge der Alhidade bezw. der Anzahl Teile derselben ist, die andere anliegende Seite b_1 ist in demselben Maße $b_1 = \sigma \cdot \frac{a}{b}$. Die dritte Seite ist dann $c_1 = \sigma \cdot \frac{c}{a}$. Mißt man c_1, so erhält man $c = ac_1/\sigma$. Diese Konstruktion wird nun gleich auf dem Astrolab ausgeführt, dem Endpunkt von a_1 entspricht der Punkt O, dem von b_1 der Punkt x und Ox ist gleich e_1.

die *Alhidâde*, bis Du den linken Gegenstand wie früher siehst[1]), dann drehst Du die geteilte Hälfte der *Alhidâde*, bis Du den rechten siehst. [Man bestimmt so den Winkel zwischen O A und O B]. Dann läßt Du die *Alhidâde* an Ort und Stelle und machst ein Zeichen da, wo ihr Zeiger steht. — Dann multiplizierst Du die kleinere Entfernung b mit dem ganzen Sinus und dividierst durch die größere Entfernung a. Einen gleich großen Betrag (Fig. 13b) zählst Du auf der geteilten *Alhidâde* OP ab und machst am Endpunkt ein Zeichen x, dann verbindest Du x mit dem Ostpunkt O. Hierauf öffnest Du einen Zirkel entsprechend O x. Das eine Ende setzest Du in die Mitte des Astrolabs, das andere auf eine Stelle der geteilten *Alhidâden*hälfte. Das so abgeschnittene Stück multiplizierst Du mit der größeren der beiden Entfernungen a und dividierst durch den ganzen Sinus. Das Resultat ist der Abstand zwischen den beiden Gegenständen.

Ist der Abstand des linken Gegenstandes kleiner als derjenige des rechten, so drehe die *Alhidâde*, bis sie auf den Ostpunkt fällt, und bezeichne den obenerwähnten Endpunkt auf der *Alhidâde* durch ein Zeichen auf der Horizontal(Ost-West-)linie. Dann verbinde dieses Zeichen mit der Stelle auf den Höhenwinkeln, mit welcher der Zeiger der *Alhidâde* zusammenfiel, dann miß diese Verbindungslinie und verfahre wie zuvor.

6. Bestimmung der Entfernung c zwischen zwei Gegenständen, von denen der eine sich auf der Erdoberfläche, der andere über ihr sich in der Höhe befindet.

Es liege der höhere Gegenstand in der Richtung des auf der Erdoberfläche befindlichen. Das Zeichen dafür ist, daß Du beide am Rande des Astrolabs auf einmal sehen kannst, falls Dein Blick in der Ebene des frei aufgehängten Astrolabs dahingeht. In diesem Fall bestimme in der für die Breite der Täler früher angegebenen Weise den Abstand a zwischen Dir und dem tieferen Gegenstand; ferner bestimme den Abstand b zwischen Dir und dem Fuß der Höhe (h) etwa der Spitze des Berges, der der höhere Gegenstand ist. Ist $a = b$, so bestimme die Höhe h, sie ist die Entfernung c zwischen a und b. Sind a und b verschieden, so bilde

$$\sqrt{(a - b)^2 + h^2} = c.$$

Liegt der höhere Gegenstand nicht in derselben Richtung wie der untere (ein Zeichen dafür ist, daß die obenerwähnte Bedingung nicht erfüllt ist), so bestimme die Entfernung e zwischen dem unteren Gegenstand und dem Fuß der Höhe und bilde $\sqrt{e^2 + h^2}$; das Resultat ist die Entfernung der beiden Gegenstände längs des Pfeiles in der Luft (in der Luftlinie).

7. Bestimmung der Tiefe t (*Qaʿr*) von Brunnen (*Bir* und *Rakîja*)[2]).

---

[1]) Hier ist zunächst vorausgesetzt, daß der Abstand des linken Gegenstandes kleiner ist als derjenige des rechten. (*Al Bêrûnî* nimmt es entsprechend der arabischen Schreibweise umgekehrt.)

[2]) *Rakîja* heißt ein Brunnen nur, wenn er Wasser enthält, *Bir* jeder Brunnen (Jacob, Beduinenleben S. 169).

Ist der Hohlraum (*Gufra*) zylindrisch (Fig. 14), d. h. ist er oben so weit wie unten, so lege auf sein oberes Ende ein Stück Holz, entsprechend dem Durchmesser seines Umfanges, dann stelle Dich oberhalb des Randes des Brunnens an dem einen Ende des Holzes auf, hänge das Astrolab auf und drehe die *Alhidâde*, bis Du durch ihre Löcher den Dir gegenüberliegenden Boden des Brunnens siehst, dann mache eine Marke an dem Ort, an dem Dein Blick an dem Holz vorbeigeht. Dann multipliziere die Höhe Deines Auges h mit dem querüberliegenden Holz b (d. h. die Breite des Brunnens) und dividiere durch den Abstand (x) des Dir benachbarten Endes des Holzes von der Marke (es ist $t + h = bh/x$) und ziehe von dem Resultat Deine Statur (h) ab. Das Resultat ist die Tiefe des Brunnens.

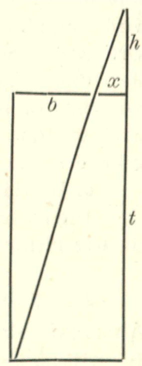

Fig. 14.

Ist der Hohlraum kegelförmig, so kann der obere Teil weiter oder enger als der untere sein. Ist er enger, so mußt Du einen polierten Gegenstand nehmen, der durch die Schönheit des Aussehens sichtbar ist und ihn von dem von Dir entfernteren Ende des Holzes herablassen[1]), dadurch gelangt er infolge seiner Natur in die Tiefe. Dann verschiebe ihn nach dem Mittelpunkt. Dann stellst Du Dich an dem anderen Ende auf und drehst die *Alhidâde*, bis Du durch ihre Löcher den herabgelassenen in die Tiefe gelangenden Gegenstand siehst. Dann machst Du da, wo Dein Blick am Holz vorbeigeht, eine Marke und verfährst wie im ersten Fall.

Ist der Hohlraum ein Kegel und oben weiter als unten, so läßt Du den erwähnten Gegenstand von der Mitte des [querübergelegten] Holzstabes herab und verfährst entsprechend dem Vorhergehenden.

Im Kapitel 68 behandelt *Abu'l Ṣalt* die Tiefen h der versenkten Gegenstände, wie Brunnen, Täler, Zisternen u. s. w. Offenbar ist an dieser Stelle Verwirrung im Text vorhanden, da einmal ein Kapitel 67 fehlt, andererseits die „Täler" nicht hergehören und auch im Text nicht alles in Ordnung ist.

Soweit sich ersehen läßt, bestimmt *Abu'l Ṣalt* die Weite w des Brunnens, und geht mit dem Astrolab so weit fort, bis er über den Rand des Brunnens die tiefste Stelle auf der entgegengesetzten Seite sieht und liest den horizontalen Schatten z am Astrolab in Fingern ab, dann ist $h = w \cdot 12/z$.

Al Marraqûschî (übersetzt von Sédillot Bd. 1, S. 346, Buch 1, Kap. 85) behandelt ebenfalls die Bestimmung der Tiefe eines zum Boden senkrechten Brunnens. Er stellt sich am Rande des Brunnens auf, entfernt sich dann von diesem, bis er den ersten Rand dem entgegengesetzten Ende der Wasseroberfläche entsprechend sieht. Ist a der Abstand zwischen dem neuen Standort und dem Rand, w die Weite des Brunnens, ε die Augenhöhe, so ist $h = \varepsilon w/a$.

[1]) Der herabgelassene Körper hängt an einer Schnur.

Behâ al Dîn legt über den Brunnen ein Holz als Durchmesser und hängt von dessen Mitte m einen glänzenden Gegenstand herab, durch ein Diopter blickt er, indem er fortgeht, bis er an m vorbei den entgegengesetzten Rand sieht, dann ist wieder $h = \varepsilon \cdot {}^1/_2 w : a_1$, wenn a_1 in diesem Fall der Abstand zwischen Standort und Rand ist.

Daß man durch Steine u. s. w., die man an Seilen und Schnüren herabließ, die Tiefe von Brunnen, Teichen u. s. w. bestimmte, versteht sich wohl von selbst. Auch durch heruntergeworfene Steine suchte man die Tiefe von Brunnen zu bestimmen. In dem Werke *Fiqh al Luġa* Kenntnis der Sprache von *al Ta'âlibî* S. 306 findet sich ein Abschnitt über die verschiedenen Namen von Steinen, je nach dem Gebrauch. Da wird aufgeführt *al Mirdâs*, es ist der Stein, den man in den Brunnen wirft, um zu wissen, ob in ihm Wasser sich befindet oder nicht, oder um die Größe seiner Tiefe zu erhalten. Ein anderer Stein heißt *Mirġâs*, er wird in den Brunnen geworfen, um dessen Wasser zu verbessern und seine Quellen zu öffnen. Der *Rigâm* wird am Ende eines Strickes angebunden und herabgelassen, damit er schneller sinkt.

8. Bestimmung der Größe des Erdumfanges.

Diesen Abschnitt habe ich übersetzt und besprochen im Archiv für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik Bd. 1, S. 66. 1908.

Der unbekannte Verfasser des Textes (Nr. 5810 Berlin, die Abschrift stammt aus dem Jahre 1698) benutzt das Astrolab. Im allgemeinen enthält die Arbeit nichts wesentlich anderes als die bisher besprochenen.

Der Verfasser bemerkt, daß man den Abstand mit einem Stab (*'Aṣan*) oder einer Lanze (*Rumḥ*) oder was deren Stelle vertritt, mißt. Später hebt er hervor, daß man einen Abstand in irgendeiner Elle oder irgendeinem Maß messen kann.

Von Interesse ist der folgende freilich nicht ganz richtig überlieferte Abschnitt, der sich auf die Bestimmung des Abstandes zweier Orte aus ihrer geographischen Lage bezieht, vgl. w. u. S. 75[1]).

---

[1]) Mit ganz denselben Problemen hat sich schon *al Bêrûnî* in seinem *mas'ûdischen* Kanon beschäftigt (*Maqâla* V). Nach Ahlwardt (Katalog Nr. 5667) heißen die Kapitelüberschriften: 1. Verifizierung (*Taṣḥîḥ*) der Längen der Orte durch die Finsternisse. 2. Verifizierung der Längen der Orte durch ihren Abstand. 3. Ermittelung des Abstandes zweier Orte, deren Länge und Breite bekannt ist. 4. Bestimmung der Länge und Breite eines Ortes aus dem Abstand zwischen ihm und zwischen zwei anderen Orten, deren Länge und Breite bekannt sind. 5. Bestimmung des Azimutes zweier Orte gegeneinander. 6. Über den kunstgemäßen Weg zur Bestimmung der Richtung der *Qibla* und anderer Orte. 7. Bestimmung des

Bestimmung des Abstandes zwischen zwei Orten (*Balad*); der eine von ihnen ist näher an Dir. Bestimme die Höhe von beiden, dann multipliziere die Differenz der Höhen (= der Differenz der Breiten) in Graden mit $56^2/_3$ für jeden Grad[1]) es ist dies die Längenstreckung, die einem Grad am Himmelsgewölbe entspricht. Das Resultat ist der Abstand zwischen den beiden Orten in Meilen auf der geraden Linie. Ebenso ist es bei zwei Bergen oder Stellen oder sonstigen Orten (?).

Ich gebe noch eine kurze Inhaltsangabe des uns interessierenden Kapitels, das einem Kommentar (Ahlwardt Nr. 5827) eines Werkes von *al Ḥaṭṭâb* (lebte ca. 1650) (s. oben) angehängt ist unter dem Titel: Beflissene, nützliche Nutzanwendung (benutzt wird das Astrolab).

Zur Bestimmung der Höhe dienen die Methoden 1 S. 60, wenn man zum Fußpunkt gelangen kann.

Kann man nicht zum Fußpunkt gelangen, so benutzt man die Methode 3 und zwar so, daß man φ mißt, daraus den horizontalen Schatten berechnet, ihn um 1 vermehrt oder vermindert u. s. w.

Bei der Bestimmung der Tiefe von Brunnen macht man den Brunnendurchmesser d zur Norm n, bestimmt die Depression φ des gegenüberliegenden Ufers, berechnet für die Norm d den vertikalen Schatten, d. h. $d \operatorname{tg} \varphi$ und zieht davon die Augenhöhe ab.

Bei der Bestimmung der Breite der Flüsse setzt man den Abstand zwischen Auge und Wasseroberfläche als Norm n_1, bestimmt die Depression des gegenüberliegenden Ufers φ und bestimmt den vertikalen Schatten für die Norm n_1 (d. h. $n_1 \operatorname{tg} \varphi$).

Bestimmung der Entfernung der Wolken von der Oberfläche der Erde. Man mißt den Abstand von ihrem Schatten, wenn die Wolke über dem Kopfe ist, und macht ihn zum horizontalen Schatten z_1. Dann bestimmt man die Sonnenhöhe und bestimmt daraus ihre Norm (d. h. die Länge, die den Schatten wirft). Dazu stellt man den Faden von der Horizontalen aus auf die Sonnenhöhe und geht von der Kosinuslinie mit dem Betrag des gefundenen Schattenabstandes zu dem Faden und kehrt von ihm zu der Sechzigerlinie zurück; was dort von den Teilen abgeschnitten wird, ist die

---

Umfangs der Erde in den praktischen Teilen (wohl Meilen u. s. w.). 8. Bericht über die Eigenschaften der dem Äquator parallelen Kreise. 9. Beschreibung des bewohnten Teiles der Erde im allgemeinen und Abgrenzung der Klimate nach Länge und Breite. 10. Festsetzung der Längen und Breiten der Orte in Tabellen. 11. Über Fragen der Unterhaltung (*Muṭâraḥa*) zur Übung [zu *al Muṭâraḥa* vgl. Beitr. XIV, S. 28; XV, S. 125]. *Muḥammed Ibn Abu'l Fatḥ al Ṣûfi* (ca. 1450) behandelt ebenfalls die Bestimmung des Zwischenraumes zwischen zwei Orten (Berlin Nr. 5817).

[1]) Der Text ist hier verdorben, es heißt dort „mit 56 für jeden Grad und 40 Minuten, d. h. $^2/_3$ Grad". Zu der Länge des Grades in Meilen vgl. E. Nallino, Il grado metrico etc. Torino 1893.

Norm, d. h. die Entfernung der Wolke von der Erdoberfläche zu dieser Zeit in diesen Teilen[1]).

Hieran schließt sich ein Abschnitt: Allgemeines Prinzip. Pflanzt man in die Erde einen Stab (*Schachṣ* Norm n) ein und bestimmt von ihm den Schatten z_1, so ist $z_1 : n$ gleich dem Verhältnis des Abstandes **a** des Schattens der Wolke u. s. w. von dem Standort zu ihrem Abstand H von der Erde, d. h. $= a : H$; es ist also $H = a \cdot n / z_1$. „Und Allah kennt das Richtige."

Weiter ist ein Abschnitt gegeben: Prinzip zur Bestimmung der Länge der auf der Erdoberfläche senkrechten Gegenstände. Verse aus dem Werk *Jawâqît fî Maʿrifat al Mawâqît* (Juwelen über die Kenntnis der festgesetzten Stunden) von *Kamâl al Dîn al Dakrî* (?). Nach den Angaben dient hier die Statur des schattengebenden Menschen als Norm und der Schatten derselben wird in Fußen gemessen. Der Fuß ist $^1/_6$ der Norm u. s. w. Ist der Schatten des (menschlichen) Körpers also 1 Fuß, so ist der untersuchte Gegenstand sechsmal so hoch als sein Schatten (vgl. hierzu auch S. 49).

Die Entwicklungen von *Ibn al Ṣaffâr*[2]) enthält das Folgende. Das Kapitel lautet wie oben S. 59 angegeben.

Über die Bestimmung der Höhe der Türme (*Ṣaumaʿ*) und der Palmen, der Tiefe der Brunnen und der Breite des Flusses und der ebenen Erde und jedes höheren Ortes von zwei Orten und das, was hierauf gegründet ist von dem Fortführen der Gewässer.

1. Zunächst wird, um die Höhe zu bestimmen, die Methode 1e benutzt und hinzugefügt: „Du erhältst die Höhe in Ellen oder Spannen, je nachdem Du willst". Stets wird die Augenhöhe berücksichtigt.

2. Will man seinen Standort nicht verlassen, so bestimmt man die Stelle, auf die die *Alhidâde* fällt, setzt dann, wenn es der horizontale Schatten ist, $12/z_1$, wenn es der vertikale ist, $z_2/12$ als das Verhältnis von Höhe zu Abstand, mißt den Abstand und multipliziert das Verhältnis mit a. Man kann auch erst 12 bezw. z_2 mit dem Abstand multiplizieren und dann dividieren.

3. Ganz allgemein behandelt *Ibn al Ṣaffâr* das Problem, bei dem der Abstand a nicht zu messen ist. Er bestimmt an zwei Orten im Abstand b die Höhenwinkel φ und φ', nimmt die Schatten z_1 und z_1' und bildet das Verhält-

[1]) Ganz dieselbe Aufgabe stellt *Abu'l Fatḥ al Ṣûfî* (Ahlwardt 5817) in seinem Werk *al Risâla al schamsîja fi'l Aʿmâl al gaibîja*, d. h. Die sonnige Abhandlung über die Sinusoperationen. Vielleicht ist die oben mitgeteilte Stelle dieser Schrift entnommen.

[2]) Zu *Ibn al Saffâr* († 1035) vgl. Suter Nr. 196, S. 86. Ein Bruder (*Muḥammed*) unseres *Ibn al Ṣaffar* war berühmt als Verfertiger von Astrolabien, wie vor ihm kein anderer in Spanien.

nis $z_1/12$ und $z_1'/12$ und dann deren Differenz $d = z_1/12 - z_1'/12$[1]) und erhält dann $h = b/d$, dazu addiert man noch die Augenhöhe und findet $H = h + \varepsilon$. Um den Abstand vom Fußpunkt zu finden, setzt man $a : h =$ dem Verhältnis $(z_1/12)$; was sich für a ergibt, ist der Abstand.

4. Zur Bestimmung der Länge L eines geneigten Gegenstandes stellt *Ibn al Ṣaffâr* die *Alhidâde* auf die Nord-Südlinie, d. h. vertikal und geht unter den Gegenstand, bis er die Spitze gerade über sich sieht; dann macht er ein Zeichen q am Boden, der Abstand von q und der Spitze ist die Höhe H; von dem Zeichen geht er um eine bestimmte Strecke a zurück [er steht dann vor ihm] und bestimmt wie früher die Höhe H und ferner den Abstand r zwischen q und dem Fußpunkt des Gegenstandes, dann ist $L = \sqrt{r^2 + H^2}$.

5. Um den Abstand zwischen der Spitze eines senkrechten Gegenstandes und dem Standpunkt des Beobachters zu ermitteln, berechnet man $\sqrt{a^2 + H^2}$.

6. Um den vertikalen Abstand zwischen einer Stelle auf einem senkrechten Gegenstand und der Spitze zu finden, bestimmt man für beide die Höhen h und H und berechnet $H - h$.

„In dieser Weise verfährt man bei allem, was aufgehängt ist und nicht zur Erde gelangt."

7. Bestimmung der Weite ebener Erde oder eines Flusses oder eines Wasserreservoirs (*Gâbîja*). Du hängst das Astrolab auf der einen Seite des Flusses auf und zwar zu Deiner linken, damit die *Alhidâde* auf den Schattenquadranten fällt, falls nicht zwei Schattenquadranten vorhanden sind, sonst hängst Du es auf der rechten auf.

Es wird nun wie früher weiter verfahren, aber immer gleich „das Verhältnis" (also unsere trigonometrische Funktion) eingeführt; die Tiefe T

---

[1]) Es ist ja allgemein $h = a \operatorname{tg} \varphi$ $h = (a + b) \operatorname{tg} \varphi_1$, daraus folgt $H = b/(\operatorname{ctg} \varphi_1 - \operatorname{ctg} \varphi)$.

Diese allgemeine Methode findet sich auch (Berlin Nr. 5690) in einer Vorbemerkung zu der Abhandlung *Tuḥfat al Aḥbâb* (das Geschenk der Freunde), über das Aufstellen (*Naṣb*) des Schornsteins (*Bâdahang*) und der Gebetsnische von dem *Scheich Schihâb al Dîn Ibn al Megdî*. Dort heißt es: Über die Bestimmung der Länge eines jeden senkrechten Gegenstandes, wenn sich zwischen Dir und seinem Fuß ein trennender Raum befindet. Suche einen ebenen Ort. Miß den Höhenwinkel an zwei um b voneinander abstehenden Stellen und bestimme die horizontalen Schatten z_1 und z_1' und berechne $b \cdot 12/(z_1 - z_1')$. Bemerkt wird am Rand bei der Bestimmung der horizontalen Schatten „aber so, daß kein Bruch in ihm ist".

Die Aufgabe die Richtung der *Qibla* oder, wie es manchmal heißt, der Linie des *Miḥrâb* zu bestimmen, wiederholt sich selbstverständlich immer wieder und wieder, meist verbunden mit der Aufgabe, die vier Seiten, d. h. die Richtung nach Ost, West, Süd und Nord zu bestimmen; daneben wird aber auch noch die Richtung nach Mekka bestimmt.

des Brunnens wird ebenso wie früher ermittelt. Ist b die Breite, so ist $T = b \cdot 12/z_1$ oder $T = b \cdot z_2/12$.

8. Will man den Abstand zweier Stellen in der Höhe (*Samk*) eines Hauses [etwa am Dach] bestimmen, so stellt man die *Alhidâde* auf den durch das Aufhängsel gehenden Durchmesser (also senkrecht), stellt sich unter eine der Stellen und schaut durch die Löcher, bis man, ohne Änderung der Lage der *Alhidâde*, diese Stelle sieht, in der Mitte zwischen den Füßen macht man ein Zeichen auf der Erde, ebenso verfährt man an der zweiten Stelle und mißt dann den Abstand zwischen den beiden Zeichen und erhält so den Abstand zwischen den beiden hochgelegenen Stellen.

9. Willst Du wissen, welcher von zwei Orten höher ist, und wieviel der höhere höher ist als der niedrigere, so nimm einen gleichmäßigen Stab (*Ûd*) oder Rohr (*Qaṣaba*) und mache sie Deiner Länge entsprechend. Gegenüber Deinem Auge mache auf ihm ein Zeichen. Dann stellst Du Dich an dem einen Ort auf und stellst den Stab in gleichmäßiger Weise (d. h. senkrecht an dem zweiten) auf. Dann hänge das Astrolab in Deiner Hand auf und stelle die *Alhidâde* auf die Ost-Westlinie [d. h. horizontal]. Dann blicke durch die beiden Löcher nach dem Stab, ohne die *Alhidâde* zu bewegen. Fällt Dein Blick auf das Zeichen, so ist der Ort horizontal; fällt er darunter, so liegt Dein Ort tiefer um die Strecke zwischen dem Auftreffpunkt Deines Blickes und dem Zeichen. Fällt er aber darüber, so ist Dein Ort höher um den Betrag der Länge (der Text hat irrig *Ẓill* statt *Ṭûl*) zwischen dem Zeichen und Deinem Blick.

In dieser Weise werden die Wasser geleitet in der Art, daß der Ort des Wassers (von dem es ausgeht) um $^1/_{100}$ des Abstandes höher ist, der sich zwischen dem Ort des Wassers und dem, zu dem es geführt wird, befindet. Dies ist eine Elle für jede 100 Ellen. Es ist die kleinste Neigung, bei der das Wasser herabfließt. Ist sie stärker, so ist das Fließen des Wassers schneller[1]).

Eine sehr ausführliche Darstellung der Methoden mit manchen Varianten der früher mitgeteilten sind in der Handschrift Nr. 5733 (Katalog von Ahlwardt) enthalten, von der leider Titel und Verfasser fehlt (die Abschrift stammt aus dem Jahre 1719). Wir geben einen Auszug.

Kapitel 35. Über die Bestimmung der Höhe eines jeden auf der Erde senkrechten Gegenstandes, zu dessen Fußpunkt man gelangen kann. Dafür gibt es zwei Methoden. Die erste entspricht der Methode, bei der die *Alhidâde* auf 45° gestellt wird, dann ist die Höhe gleich dem Abstand plus der Augenhöhe. Man stellt auch den Rand der *Alhidâde* auf $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_6$ oder was sonst möglich ist, der Norm der horizontalen Schatten, bestimmt den Abstand a, bei dem man die Spitze des Berges u. s. w. sieht und multipliziert mit dem Nenner des Bruches.

---

[1]) Nach Philmon (Philon) muß das Gefälle der Kanäle 5 : 1000, d. h. 1 : 200 sein (E. W., Beiträge X, S. 318, wo auch andere Angaben sich finden).

Bei der zweiten Methode nimmt man an irgendeinem Orte die Höhe für irgendeine Teilung, bestimmt den horizontalen Schatten z_1 und mißt den Abstand a, bildet das Produkt aus a und der Anzahl Teile der Norm n und dividiert durch z_1, dazu addiert man ε, dann erhält man H in den zur Messung dienenden Ellen, oder bildet $a z_2$ (z_2 = vertikaler Schatten) und dividiert durch n.

Ferner wird, um H zu berechnen, die Proportion $z_2 : n = H : a$ bezw. $z_1 : n = a : H$, benutzt, wenn auch in ziemlich komplizierter Weise.

Kann man nicht zum Fuß gelangen, so wird die Methode des Vorwärts- und Rückwärtsgehens benutzt, wenn die *Alhidâde* um einen Teilstrich verschoben wird; bemerkt wird, daß man sich davor hüten muß, daß die *Alhidâde* nicht auf einen ganzen (*ṣaḥîḥ*) Teil des Schattens fällt. Man mißt dann den Abstand zwischen den Standpunkten und multipliziert mit der Anzahl n der Teile der Norm und addiert die Augenhöhe. Man kann auch den Schatten [statt um 1/n] um $^1/_6$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_2$ der Norm vermehren und mit dem Nenner des Bruches den Abstand multiplizieren u. s. w.

Kapitel 36. Über die Bestimmung der Tiefe von Brunnen. Man bestimmt sie aus Breite n dividiert durch z_1 weniger Augenhöhe (subtrahieren = *ṭaraḥ*). z_1 wird für die Depression für die gemeinsame Grenze von Wasser und Wand bestimmt. Man erhält so die Tiefe des Brunnens, wenn der Brunnen oben und unten gleich weit und gleich eng ist. Man hängt an einen Faden einen glänzenden schweren Körper und läßt den Faden in die Tiefe des Brunnens, bis der schwere Körper das Wasser berührt und der Faden die innere Wand oder die Mündung oder beide oder irgendeinen Teil berührt; es ist dann die Weite der Mündung des Brunnens, der Raum zwischen dem Faden und der gegenüberliegenden Stelle u. s. w.

Andere Methode. Du hängst an einen Faden einen glänzenden Gegenstand und lässest ihn hinab, bis er das Wasser und die Wand des Brunnens an irgendeiner Stelle berührt und bestimmst den Abstand zwischen dem Faden und dem anderen Rande des Brunnens in irgendeinem Maß und nennst ihn Breite des Brunnens. Dann stellst Du Dich auf dem dem Faden gegenüberliegenden Ende auf und blickst durch die beiden Absehen, bis Du den einen Teil der gemeinsamen Grenze zwischen dem Wasser und dem leuchtenden schweren Gegenstand siehst, und bestimmst den vertikalen Schatten, wie viele Normen und Bruchteile derselben er hat. Jede Norm entspricht der Größe des Durchmessers der Mündung des Brunnens und dessen Bruchteile denen, in die die Norm geteilt ist. Von dem Resultat ziehe den Abstand zwischen Deinem Auge und der Öffnung des Brunnens ab, dann erhältst Du die Tiefe des Brunnens.

Kapitel 37. Über das Wägen (Nivellieren) der Erde, um die Kanäle zu führen. Dazu stellst Du Dich oberhalb des Brunnens auf und stellst den Rand der *Alhidâde* auf die Ost-Westlinie, dann läßt Du in dessen Hohlraum einen Stab oder eine Lanze oder etwas anderes, das von selbst aufrecht stehen kann, hinab, bis sein unteres Ende das Wasser berührt und sein oberes Ende gleich ist sei es Deiner Statur oder der Mündung des Brunnens oder einem anderen Ding [1]). Dann nimmst Du den Stab heraus und trägst ihn nach der zu untersuchenden Seite und blickst durch die beiden Löcher der Absehen [2]). Ist Dein Standort mit dem zu untersuchenden in gleicher Höhe, so siehst Du seine Spitze, und dort fließt das Wasser langsam. Liegt die erste Stelle höher, so sieht man beim Schrittweisevorwärtsgehen seine Spitze nicht, und dort fließt das Wasser schnell. Und ist sie tiefer, so daß man das untere Ende sieht, so fließt das Wasser überhaupt nicht zu diesem Ort.

Sieht man den Stab wegen der großen Entfernung nicht, so bringt man eine Lampe [3]) auf dem Stab an und geht damit bei Nacht dahin, was man [bei Tage] nicht sieht. Sieht man die Spitze nicht, so fließt das Wasser schnell zu diesem Ort heraus, ist das nicht der Fall, so fließt das Wasser nicht zu ihm heraus, und so bestimmt sich das Fließen der Flüsse (Kanäle) zum Bewässern der Saaten, der Bäume u. s. w. oder zu irgendeinem anderen Zweck.

Kapitel 38. Über die Bestimmung der Weite der Flüsse, der Erstreckung zwischen zwei Orten und Bergen, von denen der eine Dir näher ist.

Zunächst wird bei dem Fluß nach der Methode verfahren, daß erst nach der Berührungsstelle zwischen Wasser und Ufer durch die Löcher der Absehen visiert wird und die Lage der *Alhidâde* bestimmt wird, dann wird nach einer ebenen Fläche geblickt und der Abstand der anvisierten Stelle gemessen.

Bei einer zweiten Methode bestimmt man die Depression der Berührungsstelle zwischen Wasser und Ufer, nimmt den horizontalen Schatten z_1, bildet das Verhältnis $z_1 : n$ (Norm) $=$ Breite (b) zu der Höhe des Menschen h oder $n : z_1 = h : b$. Dann mißt man die Höhe bis zum Wasser. Daraus erhält man die Breite des Flusses. Dies ist der Fall, wenn der Rand der *Alhidâde* auf den horizontalen Schatten fällt. Im anderen Fall bestimmt man den anderen Schatten und dividiert durch ihn das Quadrat der Norm.

Zur Bestimmung des Abstandes zweier Länder, Berge oder zweier „gesehener Orte“, von denen der eine näher an Dir ist als der andere, bestimmt man die (astronomische) Höhe beider; der mit der größeren Höhe ist der Dir nähere, falls sie gleich hoch sind oder gleich tief liegen. Ihr höchster Gipfel (*Qulan*) und ihre Basis ist in bezug auf Dich genommen. Multiplizierst Du ihre Höhendifferenz in Graden mit $18^8/_9$, so erhältst Du ihren Abstand in Parasangen, multiplizierst Du ihn mit $56^2/_3$, so erhältst Du die Meilen, multiplizierst Du ihren Abstand in Parasangen mit 1200, so erhältst Du ihren Abstand in Ellen und ebenso, wenn Du den Abstand in Meilen mit 4000 multiplizierst.

---

[1]) D. h. mit diesem auf gleichem Niveau steht.

[2]) Die Beschreibung ist, wie leicht zu sehen, nicht ganz in Ordnung, es muß dem Höhenunterschiede zwischen der Wasseroberfläche und dem Auge Rechnung getragen werden.

[3]) Eine Lampe erwähnt auch *Behâ al Dîn* S. 35; Beiträge X, S. 319.

Kapitel 39. Über die Bestimmung des Abstandes zwischen zwei Orten und dessen Richtung (*Samt*). Stimmen sie in der Länge überein, und unterscheiden sie sich in der Breite, so nimm ihren Unterschied in Graden, multipliziere ihn mit $56^2/_3$, das Produkt ist der Abstand der beiden Orte in gerader Richtung in Meilen auf dem Meridian [1]).

Haben die Orte eine verschiedene Länge und gleiche Breite oder eine verschiedene Länge und verschiedene Breite, so werden auf dem Astrolab mit Hilfe der Spinne Konstruktionen ausgeführt, welche wohl dazu dienen, die Anzahl der Grade auf dem größten durch beide Punkte gehenden Kreise zu finden. Da dazu eine genauere Erörterung der einzelnen Teile des Astrolabs nötig ist, so möchte ich die Besprechung auf später verschieben.

Wenn statt des Astrolabs der Sinusquadrant benutzt wird, so sind z. T. die Methoden die gleichen wie oben, z. T. etwas andere, besonders interessant sind manche Angaben dadurch, daß bei ihnen an Stelle der Rechnung eine Messung längs der rechtwinkligen Koordinaten entsprechenden zwei Linienscharen stattfindet; einmal längs der horizontalen, die parallel der sog. Westlinie verlaufen, und der vertikalen, die parallel der Sechzigerlinie sind.

Ich gebe die Methoden nach *Mîrem Čelebî*.

1. Man geht vorwärts und rückwärts, bis man einen Höhenwinkel von 45° erreicht, mißt den Abstand a, dann ist $H = a + \sigma$.

2. Man mißt den Höhenwinkel φ und a. Von der Westlinie geht man von einem Punkt, der dem Abstand a entspricht, hinab (also parallel zur Sechzigerlinie) zu dem Faden, den man vorher auf einen Winkel φ von der Westlinie eingestellt hat. Von dem Schnittpunkt s des Fadens geht man auf der Horizontallinie (auf *al Gaib al mabsûṭ*), bis man zur Sechzigerlinie kommt. Die auf ihr abgeschnittenen Teile entsprechen der Höhe.

3. Die von *Mîrem Čelebî* als dritte Methode angegebene läßt sich aus dem wohl verderbten Text nicht recht erkennen. Daran schließt dieser die Bemerkung: Wisse, daß die erste Methode die beste ist von diesen Methoden. Hast Du einen Zweifel, so prüfe diese Methode. — Dies sind die Methoden, wenn man zu dem Fußpunkt gelangen kann. Ist das nicht möglich, so mußt Du Dich auf eine ebene Fläche aufstellen. Du bestimmst dann den Höhenwinkel φ_1 dieses Gegenstandes und nimmst den Schatten f_1 von φ_1 und bezeichnest Deinen Standort. Dann bewegst Du Dich vor- oder rückwärts in der Richtung zum Gegenstand und bestimmst ein zweites φ_2 und f_2 und den Abstand der beiden Standorte b. Dann gehst Du von der Westlinie in einen Abstand ($c = f_2 - f_1$) hinab (auf dem *Gaib al mankûs*) und von der Sechzigerlinie in einem Abstand von 12 in horizontaler Richtung. Den Faden stellst Du auf den Schnittpunkt ein. In

---

[1]) Dies ist eine Wiederholung des vorigen.

dem Abstand b [vom Anfangspunkt] gehst Du von der Westlinie herab, bis zum Faden und von da zu der Sechzigerlinie. Was auf dieser abgeschnitten wird, entspricht der Höhe, wenn man dazu die Augenhöhe addiert.

Eine einfache Betrachtung zeigt, daß h $(\mathrm{ctg}\,\varphi_1 - \mathrm{ctg}\,\varphi) = b$, da aber die Tangenten etc. sich auf einen Radius 12 beziehen, so ist $h : 12 = b : c$.

Besprochen wird dann noch die Methode, daß man an einer Stelle einen bestimmten Schatten (Tangente) beobachtet und vor- und zurückgeht, bis er sich um ein, zwei u. s. w. Finger ändert.

Die geodätischen Messungen mit dem Sinusquadranten gebe ich ferner nach den Angaben von *Gamâl al Dîn al Mâridînî* in seiner Schrift „Die zerstreute Perlenschnur über die Anwendung des *Dastûr*quadranten (Berlin 5840)."

Von Interesse ist zunächst für uns das Kapitel 57, wenn es auch nicht direkt eine geodätische Messung behandelt. Es lautet:

Kapitel 57. Bestimmung der Sonnenhöhe (φ), wenn die Strahlen der Sonne auf einen Ort treffen, zu dem man nicht gelangen kann. Man bestimmt die vertikale Höhe (Länge H_1) des den Schatten gebenden Körpers, dann die vertikale Höhe H_2 der Grenze zwischen dem Schatten und den Strahlen, und zieht die eine von der anderen ab $(H_1 - H_2)$ und nimmt $(H_1 - H_2) = n$ als Norm, dann mißt man den Abstand b der Fußpunkte von H_1 und H_2, nimmt b als horizontale Tangente $= z_1$; aus $b = z_1$ und n erhält man die Sonnenhöhe. (Einen solchen Fall würde man wohl haben, wenn von einer Turmspitze oder einer Wand auf eine andere Wand der Schatten geworfen wird.)

Eine andere Methode ist die folgende: Man stellt sich an den Fußpunkt des schattengebenden Winkels und bestimmt den Höhenwinkel α_1 der Schattengrenze, dann stellt man sich an den Fußpunkt der Schattengrenze und bestimmt den Höhenwinkel α_2 des schattengebenden Körpers, durch ziemlich umständliche Operationen mit dem Quadranten erhält man dann φ.

Daß dies möglich ist, ergibt sich aus folgendem: Es ist $H_1 = b\,\mathrm{tg}\,\alpha_2$, $H_2 = b\,\mathrm{tg}\,\alpha_1$ und $H_1 - H_2 = b\,\mathrm{tg}\,\varphi$, also ist $\mathrm{tg}\,\alpha_2 - \mathrm{tg}\,\alpha_1 = \mathrm{tg}\,\varphi$.

Kapitel (*Bâb*) 58. Über die Bestimmung eines auf dem Horizont senkrechten Gegenstandes. Miß den Höhenwinkel φ des höchsten Punktes, miß dann den Abstand a vom Fußpunkt und merke Dir ihn. Lege den Faden auf den Höhenwinkel, gehe von der Kosinuslinie zu dem Faden, dann von dem Schnittpunkt zu der Sechzigerlinie, zu dem Resultat addiere die Augenhöhe, dann erhältst Du die Höhe in den Teilen, nach denen Du geteilt hast. — Andere Methode (sie ist nur eine kleine Variante). Man geht von der Kosinuslinie mit dem horizontalen Schatten nach unten und von der Sechzigerlinie mit der Norm nach rechts, stellt den Faden auf den Schnittpunkt; dann verfährt man wie vorher.

Ist es schwierig zum Fußpunkt zu gelangen, so bestimme von φ den horizontalen Schatten z_1 und bezeichne Deinen Standort, dann ermittele den Winkel φ_1, für den der horizontale Schatten 2 Finger größer oder kleiner ist, als für φ. Dann gehe auf ebener Erde in der Richtung auf den Gegenstand voran oder zurück, bis der Höhenwinkel gleich φ_1 ist. Miß den Abstand b zwischen beiden Stellen, er ist $^1/_6$ der Länge dieses hohen Gegenstandes.

Welches Vergnügen die damaligen Gelehrten an Rechenoperationen mit den Quadranten hatten, sieht man daraus, daß hier nicht einfach die gefundene Größe b mit 6 multipliziert wird, sondern folgende Vorschrift gegeben wird:

Gehe mit ihrer Größe b von der Sechzigerlinie aus und von der Horizontalen mit 5; auf den Schnittpunkt stelle den Faden, dann gehe von 30 auf der Horizontalen aus nach dem Faden und von dem Schnittpunkt zur Sechzigerlinie.

Kapitel 59. Über die Bestimmung des Abstandes a von dem Fuß des hohen Gegenstandes, wenn die Höhe H gegeben ist. Ziehe die Augenhöhe ε von H ab, bestimme φ, lege den Faden darauf, gehe mit $(H-\varepsilon)$ von der Sechzigerlinie nach dem Faden und von da zur Kosinuslinie, dann erhältst Du a.

Ist H unbekannt, so nimm φ und bestimme das zugehörige z_1 und mache eine Marke, dann füge zu z_1 zwei Finger hinzu oder nimm sie fort und mache dies zu z_1', zu dem Du die „zweite" Höhe φ' bestimmst, dann bewege Dich auf ebener Erde in der Richtung des hohen Gegenstandes, bis die Höhe des höchsten Punktes gleich φ' ist, dann miß den Abstand m zwischen den beiden Standorten. Man trägt nun auf der Horizontalen 4 Teile ab, auf der Sechsigerlinie z_1 und stellt den Faden auf den Schnittpunkt, dann trägt man auf der Horizontalen m ab, geht zum Faden und dann zur Sechzigerlinie, dort findet man a. Es ist $a : m = 2z_1 : 4$ oder $= z_1 : 2$, wie es sein muß.

Kapitel 59. Bestimmung der Breite von Flüssen und der Tiefe von Brunnen. Die Breite des Flusses ist die kürzeste gerade Linie, die die beiden Ufer verbindet. Verfahren: Man bestimmt die Depression φ des gegenüberliegenden Ufers, ermittelt den Abstand H zwischen Auge und Wasser und bildet für H als Norm die horizontale Tangente z_1 (d. h. $H \operatorname{ctg} \varphi$). In derselben Weise erfolgt die Bestimmung des Abstandes zwischen Dir und einem der Orte, die mit Dir in derselben Ebene liegen.

Die Tiefe T des Brunnens ist der kürzeste Abstand zwischen dem Brunnenrand und dem Wasser. Du bestimmst den Durchmesser d des Brunnens, stellst Dich auf den Rand, mißt die Depression φ des gegenüberliegenden Wasserrandes im Brunnen, stellst den Faden auf φ, gehst von der Kosinuslinie bei d auf den Faden, dann auf die Sechzigerlinie; was dort abgeschnitten wird, ist T + Augenhöhe ε; Du erhältst so T in den Teilen, in denen Du den Durchmesser gemessen hast.

Andere Methode [der Berechnung]. Gehe von der Sechzigerlinie aus mit z_1 von φ und von der Kosinuslinie mit der Norm n und stelle den

Faden auf den Schnittpunkt, dann gehe von der Sechzigerlinie mit d aus und vom Schnittpunkt auf die Kosinuslinie, das Resultat ist $T+\varepsilon$. (Es ist $z_1 : n = d : (T+\varepsilon)$.

In derselben Weise erfolgt die Bestimmung der Länge eines sich über die Erde erhebenden Körpers, wenn Du auf einem höheren Punkte Dich befindest, der Abstand bekannt ist und der Fuß des Körpers sichtbar ist.

Dazu setzest Du den Abstand an Stelle des Brunnendurchmessers, den höchsten Punkt an Stelle der gemeinsamen Grenze der Brunnenwand und des Wassers und ebenso den Fußpunkt des Körpers, dann berechnet man, um wieviel niedriger der höchste Punkt und der Fußpunkt liegt (*Inḥiṭâṭ*) [als Dein Standort]. Der Unterschied der beiden Größen ist die Länge des senkrechten Gegenstandes.

Hieran schließt sich der S. 58 gegebene Abschnitt.

Ich habe versucht, im obigen aus den mir zugänglichen Handschriften das Material für die Behandlung einer Reihe von trigonometrischen und geodätischen Aufgaben zusammenzutragen. Ich möchte glauben, daß mir dies für die letzteren ziemlich vollständig gelungen ist, da ich bei weiteren Untersuchungen meist auf Wiederholungen des Mitgeteilten gestoßen bin. Eine weitere Aufgabe wird es sein, die Lösung der geodätischen Probleme systematisch darzustellen und sie mit den Leistungen der Völker des Altertums und des occidentalen Mittelalters zu vergleichen.

Eine angenehme Pflicht ist es mir, einmal Herrn Professor Dr. Jacob in Erlangen und Herrn Professor Dr. Suter in Zürich für ihre mannigfache gütige Hilfe den besten Dank auszusprechen. Daß aber die Arbeit überhaupt in der vorliegenden Weise durchgeführt werden konnte, verdanke ich dem großen Entgegenkommen, das mir in liebenswürdigster Weise von den Herren Dr. W. Arnold in London, Dr. Cowley in Oxford, Dr. Ehwald in Gotha, Dr. Juynboll in Leyden und Dr. Stern in Berlin bewiesen wurde. Ihnen sei auch an dieser Stelle bestens gedankt, ebenso Herrn Dr. Würschmidt, der so freundlich war eine Korrektur zu lesen und die Rechnungen nachzuprüfen, sowie den Herren Dr. Kern und Dr. Mittwoch, die so gütig waren, einige Stellen in Berliner Handschriften zu vergleichen.