Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. XXI.

Von Eilhard Wiedemann.

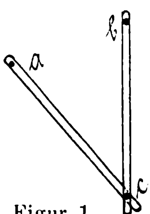
A. Über eine astronomische Schrift von *al Kindî*[1]).

Eine kleine Schrift *al Kindîs*[2]), die von dem Instrument mit den beiden Zweigen (Schenkeln, Stangen *Dât al Schuʿbatain*)[3]) handelt, dessen Anwendungen zu astronomischen und geodätischen Messungen bespricht und zum Schlusse noch einige solcher ohne Anwendung von Instrumenten gibt, ist im Leydener Kodex 199, fol. 29ᵇ—36ᵃ (Katalog Bd. 3, S. 82) enthalten. Schon der Name des Verfassers, des großen Philosophen, läßt es gerechtfertigt erscheinen, ihren Inhalt in einer z. T. sehr stark zusammengezogenen Übersetzung mitzuteilen. Aus der Beschreibung des Instrumentes ergibt sich ohne weiteres, daß unser Instrument nicht mit dem Triquetrum[4]) des Ptolemäus identisch ist; indes hat es mit ihm gewisse Konstruktionselemente gemeinsam. Der Inhalt der Schrift ist folgender.

---

[1]) Es möge dieser kleine Aufsatz eine Ergänzung zu Beiträge XVIII bilden, ebenso der sich anschließenden über Vermessung nach *Ibn Mammâtî*.

[2]) Zu *al Kindî* vgl. Flügel. *Al Kindî* genannt der Philosoph der Araber. Abh. für die Kunde des Morgenlandes Bd. 1, Nr. 2. 1859 und Suter Nr. 45, S. 23.



Figur 1

[3]) Das Instrument (Fig. 1) besteht aus zwei Stangen ac und bc, die sich wie die zwei Schenkel eines Zirkels gegeneinander neigen lassen; mittels eines Fadens oder geteilten Stabes wird dann der Abstand der Enden a und b der Stangen, wenn man über sie nach zwei Gegenständen visiert hat, gemessen und daraus und der Länge der einen Stange der Winkel bei c berechnet oder aber Abstände und Größen entfernter Gegenstände berechnet.

[4]) Vgl. dazu A. Nallino, *Al Battânî*, Bd. 1, S. 143/144.

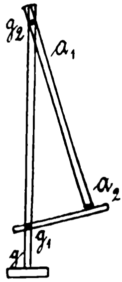
Das von Ptolemäus (Halma Übersetzung Bd. 1, S. 327 ed. Heiberg Bd. 1, S. 403) für Zenithdistanzen des Mondes konstruierte Instrument

Schreiben von *Ja'qûb b. Isḥâq al Kindî* an *Abu'l 'Abbâs Ibn* (Sohn von) *al Mu'taṣim Billâh*[1]), des Herrschers der Gläubigen, über die Ermittelung der Entfernungen mit dem Instrument mit den beiden Stangen.

Ich habe wohl verstanden, wonach Du mich frägst in bezug auf das Instrument mit den beiden Stangen und die bei ihm zur Anwendung kommende Regel und die Darlegung, daß das richtig ist, was die Werke der alten Philosophen einander überliefern, worin die Gelehrten aller Länder übereinstimmen, und das, womit sich insbesondere beschäftigt das sechste[2]) Buch des Almagest bei der Behandlung der Abweichungen (Deklination *Inḥirâf*) des Mondes, des Abstandes der Gestirne voneinander, der Beschaffenheit ihrer Körper und der Ermittelung all dieser Dinge mit diesem Instrument, wie sie der Verfasser des Werkes gibt, endlich

---

trägt verschiedene Namen; er selbst nennt es Organon parallaktikon (veränderliches, bewegliches Werkzeug), was Halma recht frei und irreleitend als instrument pour observer les parallaxes übersetzt; später hieß es nach seiner Form Triquetrum Ptolemaei oder parallaktisches (bewegliches) Lineal. J. A. Repsold gibt von ihm (Zur Geschichte der astronomischen Meßwerkzeuge, Leipzig, W. Engelmann. 1908, S. 3) folgende sehr klare Beschreibung.



Figur 2

Es bestand (Fig. 2) aus einem in 60 Teile geteilten senkrecht aufgestellten starken Holze g, g_1, g_2 von rechtwinkligem Querschnitt, etwa 2 m lang, dem am oberen Ende ein um einen horizontalen Stift g_2 im Meridian drehbarer Arm a_1, a_2 angefügt war. Dieser Arm trug zwei Loch visiere bei a_1, a_2, deren Absehlinie parallel zu den auf beiden Seiten des Armes verzeichneten Mittellinien stand. Mit dem unteren Teile des senkrechten Holzes war durch einen zweiten horizontalen Gegenstift g_1, der senkrecht unter dem oberen lag, ein zweiter Arm verbunden, mittels dessen der Visierarm nach Belieben durch einen Druck gegen die untere Endfläche von a_1 a_2 festgehalten werden konnte. Da die Länge des Visierarmes gleich dem Abstande der beiden Gelenkstifte in dem senkrechten Holz war, so bildeten die drei Hölzer ein gleichschenkliges Dreieck, in dem der obere Winkel durch die Grundlinie als Sehne bestimmt ist. Die Länge der Sehne, deren eines Ende im unteren Stift g_1 lag, wurde jedesmal am anderen Ende durch ein der Mittellinie des Visierarmes a_1, a_2 entsprechendes Zeichen festgelegt und nach diesem an der Teilung des senkrechten Holzes abgelesen. Der die Sehne darstellende Arm wurde zu diesem Zwecke vor das senkrechte Holz gedreht.

[1]) Der *Chalif al Mu'taṣim Billâh* (833—842) war *al Kindi* sehr gewogen. Das Schreiben ist an einen seiner Söhne gerichtet; daß *al Kindi* einen anderen Sohn *Aḥmed* von *al Mu'taṣim* unterrichtet hat, wissen wir aus *al Baihaqî*.

[2]) Es ist nicht das sechste, sondern das fünfte Buch; gemessen werden Zenithdistanzen.

daß das richtig ist, was *Mâschâh Allâh*[1]) schrieb am Schlusse des Kapitels „*badan wa 'audan*" (d. h. etwa Hin- und Hergehen), da, wo er die äußersten Grenzen für das Herabsinken (*Habûṭ*) und Aufsteigen (*Ṣa'ad*) jedes Wandelsternes darlegt, nämlich *al Ifîgijûn* (Apogaion) und *al Ifrigijûn*[2]) (Perigaion). Von den Ausführungen von Ptolemäus im Almagest und von *Mâschâh Allâh* habe ich mich aber abgewendet, weil sie zu ausführlich waren und die zur Erleichterung vorauszuschickenden Prämissen zu lang gaben. Ich gebe so viel, daß der Leser das Studium der Geometrie entbehren kann und sich nicht die von den Früheren vorausgeschickten nötigen Sätze der Geometrie und Algebra merken muß, und teile, ehe ich zu der Behandlung des Instrumentes selbst übergehe, das Nötige von der Lehre der untereinander proportionalen Zahlen mit, daran reihe ich die Ähnlichkeit der Dreiecke und die Proportionalität ihrer Seiten.

Bei der Lehre von den Proportionen behandelt *al Kindî*, daß, wenn man drei Größen hat und es ist $a : x = x : b$, man $x^2 = ab$ erhält und $x = \sqrt{ab}$, und wenn $x : a = a : b$, $x = a^2/b$.

Hat man vier Größen a, b, c, d, so sind zwei Arten der Proportion zu unterscheiden: entweder die fortlaufende Proportion wie $a : b = b : c = c : d$ (Beispiel 8, 12, 18, 27) und die nicht fortlaufende wie 3, 6, 5, 10.

Es werden nun die Fälle bei der nicht fortlaufenden unterschieden:

1. $a : b = c : x$ bezw. $x : b = c : d$, man erhält $x = bc/a$ bezw. $x = bc/d$.
2. $a : x = c : d$, also $x = ad/c$.

Hier erhält man aus drei bekannten Gliedern das vierte. Sind bei der fortlaufenden zwei Glieder bekannt und zwei unbekannt, so findet man die unbekannten folgendermaßen:

1. $a : b = b : x = x : y$, $x = b^2/a$ und $y = bx/a$.
2. $a : x = x : c = c : y$, $x = \sqrt{ac}$ und $y = c^2/x$.
3. $a : x = x : y = y : d$, $x = \sqrt[3]{a^2 d}$ und $y = x^2/a$, es ist auch $y = \sqrt[3]{ad^2}$,

denn bei je vier Zahlen, die in einer aufeinanderfolgenden Proportion stehen, sind die beiden Enden Kuben und bei drei proportionalen Zahlen sind die Enden Quadrate. (Es ist in der Tat bei der fortlaufenden Proportion $ad = c^3/d$, für $a : b = b : c$ ist $ac = b^2$.)

Hat man vier Zahlen und eine nicht fortlaufende Proportion und sind zwei Zahlen bekannt, so kann man nicht die beiden unbekannten aus

[1]) *Mâschâh Allâh* war einer der ersten Astrologen und Astronomen der Araber († ca. 815).

[2]) Für diese beiden Ausdrücke geben die *Mafâtîḥ* 221 folgende Definition: *Al Aug* ist die höchste Stelle der Sphäre, deren Mittelpunkt außerhalb liegt, d. h. die entfernteste von der Erde; es ist ein persischer Ausdruck; *al Ḥaḍîḍ* liegt dem *Aug* gegenüber, es ist die tiefste Stelle auf dieser Sphäre und am nächsten der Erde. *Al Afîgijûn* und *al Afrîgijûn* sind für *al Aug* und *al Ḥaḍîḍ* die griechischen Worte; vgl. Nallino *al Battânî* S. 322. Es kommt auch *al Frîgijûn* vor.

den beiden bekannten bestimmen. Nur folgendes kann man sagen: Sind das erste und zweite Glied bekannt und das dritte und vierte unbekannt und das erste größer als das zweite, so dividieren wir II durch I; das, was sich hier an Vielfachen und Bruchteilen von I ergibt, ergibt sich auch für IV in bezug auf III Ist I > II, und bildet man I : II, so erhält man ein entsprechendes Resultat für III : IV.

Nun werden noch die Ausdrücke für die verschiedenen Umwandlungen der Proportionen erwähnt. Umstürzung (*Qalb*) der Proportion, wenn man statt $a : b = c : d$, schreibt $a : c = b : d$, Umkehrung (*ʿAks*) mit Zusammensetzung (*Tarkîb*) $a : (a + b) = b : (b + c)$; Umkehrung mit Vertauschung (*Tabdîl*) und Zerlegung (*Tafṣîl*) $a : (b - a) = c : (c - b)$ u. s. w.

Dann sagt *al Kindî*:

Damit ist das, was wir von den Zahlen vorausschicken wollten, vorausgeschickt.

Die Sätze über ähnliche Dreiecke, die ganz kurz gegeben werden, sind folgende: 1. Schneidet man von einem Dreieck ein anderes durch eine der Basis parallele Linie ab, so sind die beiden ähnlich und die Seiten proportional. 2. In zwei gleichschenkligen ähnlichen Dreiecken ist in beiden der eine Schenkel das gleiche Vielfache zu der Basis. „Damit ist das, was vorauszuschicken war, vorausgeschickt."

Beschreibung der Gestalt und Konstruktion des Instrumentes.

Wir stellen einen Zirkel her und teilen die Fläche eines seiner beiden „Zweige" (Schenkel, Stangen) von dem Mittelpunkt des Pflockes (*Watad*) bis zum Ende des Schenkels in 60 Teile[1]) oder in das, was 60 Teilen angepaßt ist. An den beiden Enden der Schenkel bringen wir feste Spitzen an, damit die Richtung des Blickes fixiert sei[2]). An das Ende des einen Schenkels hängen wir einen Faden, um mit ihm die Öffnung des Zirkels entsprechend dem festgesetzten Maß zu messen. Stellen wir uns ein Lineal her, das dieselbe Länge wie einer der Schenkel, von dem Nagel (*Mismâr*)[3]) des Zirkels an gerechnet, hat, und teilen es wie die Schenkelfläche, so ist das bequemer, und wir können sowohl die Teilung der Schenkelfläche wie die Aufhängung des Fadens entbehren[4]).

Das Instrument kann man in vier verschiedenen Arten verwenden.

1. Zur Bestimmung des Abstandes zwischen zwei beliebigen Sternen.

2. Zur Bestimmung der Größe b eines betrachteten Gegenstandes, Objektes, wenn der Abstand a zwischen Beschauer und Objekt bekannt ist.

3. Zur Bestimmung des Abstandes a zwischen Beschauer und Objekt, wenn die Größe b des letzteren bekannt ist.

---

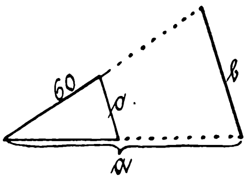
[1]) Die Teilung in 60 Teile ist die übliche.

[2]) Eigentümlich ist, daß keine Absehen mit Löchern benutzt sind.

[3]) Da das Lineal die Länge eines Schenkels hat, so können nur Winkel bis zu 60° ermittelt werden.

[4]) An Stelle einer Winkelmessung tritt hier eine Längenmessung, man kann dann eine Kreisteilung entbehren.

4. Zur Bestimmung der Größe des Objektes b und des Abstandes a, wenn beide unbekannt sind (vgl. hierzu Fig. 3).



Figur 3

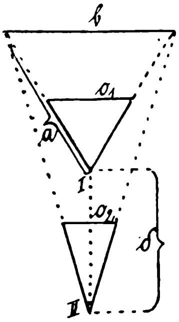
1. Um die Abstände der Gestirne voneinander zu bestimmen, öffnet man das Instrument, bis die beiden *Ṣaḥîfa*[1]) im Innern der beiden Schenkel den Mittelpunkten der betreffenden Gestirne gegenüberstehen. Dann mißt man mit dem geteilten Lineal die Öffnung der Schenkel. Sie ist die Sehne des betreffenden Bogens, den wir aus der Tabelle für die Sehnen und Bögen[2]) ermitteln. Das Resultat ist der Abstand der Sterne in Bögen und Minuten.

2. Um den unbekannten Abstand a bei bekannter Objektgröße zu bestimmen, öffnen wir den Zirkel, bis die beiden Spitzen den Enden des Objektes gegenüberliegen, dann bestimmen wir die Öffnung o mit dem geteilten Lineal. Dann ist

$$a = 60\,\frac{b}{o}.$$ [3])

3.[4]) Ist a bekannt und b unbekannt, so ist

$$b = a \cdot \frac{o}{60}.$$



Figur 4

Dieser Satz wird bewiesen, als zu messender Gegenstand wird die Breite bezw. Höhe einer Wand genommen. Als Längenmaße sind schon vorher erwähnt Ellen (*Dirâ'* und *Bâ'*) und Spanne (*Schibr*). Den Beweis wiederzugeben hat keinen Zweck, er benutzt einfach die oben erwähnten Sätze über ähnliche Dreiecke.

4. Um, falls a und b unbekannt sind, beide zu ermitteln (Fig. 4) bestimmen wir an einem Ort I die Öffnung o_1 des Instrumentes, wenn die Spitzen den Enden des Objektes gegenüberstehen, dann geht man eine bekannte Strecke δ von der betreffenden Stelle nach rückwärts, nach II, und bestimmt von neuem die Öffnung, sie sei o_2, es ist $o_2 < o_1$.

---

[1]) Es steht mehrfach *Ṣaḥîfa* und nicht *Ṣafîḥa*. Es sind wohl die oben erwähnten Spitzen oder ihnen entsprechende Marken gemeint. Ich werde im folgenden stets dafür „Spitzen" schreiben.

[2]) Solche Tabellen waren vielfach vorhanden.

[3]) Diese und die folgenden Messungen können nur dann richtige Resultate geben, wenn der Beobachter der Mitte des zu messenden Objektes gegenübersteht bezw. die Linie o parallel zu dem Objekt liegt, was nur selten der Fall sein wird. — Die Formeln sind im Arabischen natürlich in Worten gegeben.

[4]) Die Reihenfolge ist gegen die in der Übersicht angegebene vertauscht.

Man erhält [nahezu][1])

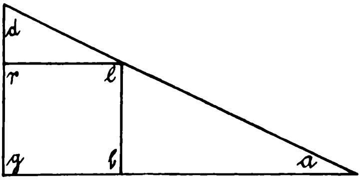
$$a = \frac{\delta o_2}{o_1 - o_2}.$$

Kennt man a, so berechnet man wie vorher b.

(Die einzelnen Messungen werden auch an Zahlenbeispielen erläutert.)

„Hiermit ist erläutert, was man mit dem Instrument mit den zwei Zweigen erlangen kann.“

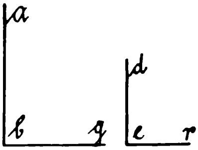
Wir wollen (d. h. *al Kindî*) nun zeigen, wie man unbekannte Entfernungen ohne Instrument bestimmt, indem man das Auftreffen der Blicke auf die Stelle benutzt, die die Grenze des Gegenstandes, dessen Abstand man messen will, ist; eine solche Grenze braucht man aber zur Bestimmung eines Abstandes.



Figur 5

a) Die betreffende Grenze sei a (Fig. 5) und der Standort (von dem aus die Abstände gemessen werden) b. Der Abstand a b soll gemessen werden. Wir stellen uns in b auf, richten den Blick auf a und gehen von b aus um eine bestimmte Strecke b g etwa 20 Ellen in gerader Richtung zurück. Von g aus gehen wir senkrecht zu b g nach rechts oder links und zwar in unserem speziellen Fall nach links um gd, etwa 15 Ellen. In d stellen wir uns auf, schauen stetig nach a und gehen in gerader Richtung voran, bis wir zu einer Stelle e gegenüber von b gelangt sind (d. h. zu einer Stelle, die auf dem Lot auf ag in b liegt). Wir messen dann den Abstand e b, er sei 10 Ellen; es ist ferner $gd - eb = dr$. Man berechnet nun

$$ba = \frac{eb \cdot bg}{dr} = \frac{10 \cdot 20}{5} = 40.$$



Figur 6

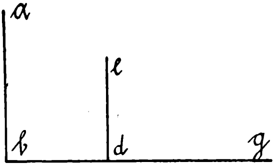
Dies wird ausführlich unter Benutzung der ähnlichen Dreiecke der und agd bewiesen. Es ist $dr : dg = er : ga$ und durch *Tafsîl* $dr : rg = er : ab$. Nun sind dr, rg und er bekannt, das vierte Glied ab aber unbekannt. Man kann daher ab berechnen.

b) Um die Länge eines aufrechtstehenden Gegenstandes ab mittels seines Schattens zu bestimmen, messen wir die Länge bg seines Schattens, stellen zu derselben Zeit einen Gegenstand von bekannter Größe de auf und messen seinen Schatten, dann ist (Fig. 6)

$$ab = \frac{de \cdot bg}{er}.$$

c) Diese Methode ist anwendbar, so lange ein Schatten vorhanden ist. Ist der Tag aber trübe, oder der unbekannte Gegenstand an einem Ort,

[1]) Der Satz gilt nur, wenn der Abstand so groß ist, daß man a und die Senkrechte von I auf b einander gleich setzen kann.

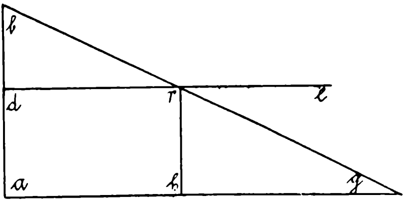


Figur 7

zu dem keine Sonnenstrahlen gelangen, so stellen wir uns (Fig. 7) an einem Ort g im Abstand bg von dem Gegenstand auf und richten unseren Blick auf a. Zwischen g und ab stellen wir einen Gegenstand von bekannter Größe de an einem solchen Ort d auf, daß unser Blick, wenn er an seinem obersten Ende vorbeigeht, an dem Punkt a endigt. Wir messen dg, dann ist gd : de = gb : ba, also ist

$$ba = \frac{gb \cdot de}{gd}.$$

d) Darlegung, wie man die Tiefe (*ʿAmq*)[1]) eines Gegenstandes ermittelt. Die Tiefe sei ab (Fig. 8). Wir ziehen vom Punkt a senkrecht zu dem Ende der Wand nach rechts oder links eine Linie. Dann nehmen wir von der Tiefe ab eine bestimmte Größe ad fort und ziehen von d eine Linie de parallel zu ag; wir richten dann den Blick von g nach b, dem Punkt in der Tiefe. Der Blick geht an der Linie de im Punkt r vorbei. Wir ziehen hr//ab, da ferner der ∢ g den Dreiecken grh und gab gemeinsam ist, so ist gh : ga = rh : ab; nun sind gh, hr, ga bekannt, also erhält man die unbekannte Tiefe



Figur 8

$$ab = \frac{ga \cdot rh}{gh}.$$

Die Abhandlung (d. h. die Abschrift) wurde vollendet im Monat *Ramaḍân* 608 (d. h. im Februar/März 1212).

B. Über Vermessung nach *Ibn Mammâtî*[2]).

Von Herrn Dr. F. Kern in Berlin bin ich auf Angaben über Vermessung in dem Werk von *Abu'l Makârim Asʿad ben al Chatîr ben Mammâtî* mit dem Titel *Kitâb Qawânîn al Dawâwîn* aufmerksam gemacht worden, das Verhaltungsmaßregeln für

---

[1]) Die Figur muß bei dem Messen einer Tiefe eigentlich umgekehrt stehen.

[2]) Dieser Gelehrte stammte aus einer vornehmen, christlichen Familie und war bei der Verwaltung angestellt. Bald nach der Eroberung des Landes durch *Salaḥ al Dîn* trat er mit seiner Familie zum Islam über und wurde Kriegsminister. Später floh er nach *Ḥalab* zum Sultan *Malik al Ẓahir*. Dort starb er 62 Jahre alt am 30. November 1209; vgl. Brockelmann II, S. 335. Infolge eines Druckfehlers steht dort *Ibn al Mammâti*.

die ägyptischen Diwane (Behörden) enthält. Im achten Kapitel (Ausgabe Kairo 1299) behandelt *Ibn Mammâti* die Vermessung, die zu seiner Zeit allgemein hierfür geltenden Regeln, zeigt, daß sie falsch sind, und gibt die richtigen. Man ersieht daraus, wie lange unrichtige Regeln sich erhalten können. Der Text ist sehr stark verdorben, bei den von dem Verfasser gegebenen Zahlenbeispielen fehlen einzelne Daten, indes hätte sich eine Einsicht der Handschrift nicht gelohnt.

Zunächst bemerkt *Ibn Mammâti*, daß man das Land mit der *ḥakimitischen Qaṣaba* vermesse, die 5 Zimmermannsellen (*naggâri*) hat. Falls die gemessene Fläche 400 (Quadrat) *Qaṣabas* erreicht, so nennt man das Maß *Faddân.*

Zur Berechnung des Inhaltes eines Dreieckes mit den Seiten a, b, c, a und b sind die Schenkel, c ist die Basis, bilden die Leute fälschlich $\frac{a+b}{2} \cdot \frac{3}{4}$ c. Sie erhalten[1] $52\,{}^1/_2$ *Qaṣabas.* Andere, die darauf Ansprüche erheben, die Sache richtig zu machen, nehmen $\frac{a+b}{2} \cdot \frac{2}{3}$ c, sie erhalten 46 *Qaṣabas.*

Die Richtigkeit seiner Bemerkung, daß diese Angaben falsch sind, beweist *Ibn Mammâti* aus der Betrachtung eines [rechteckigen] Landstückes mit 8 *Qaṣaba* Länge (a) und 6 *Qaṣaba* Breite (b). Er berechnet die Fläche $J = a \cdot b = 48$. Den Durchmesser des Rechteckes findet er aus $\sqrt{8^2+6^2} = \sqrt{100} = 10$. Das Rechteck besteht aus zwei Dreiecken mit den Seiten 8, 10, 6. Von dem Produkt aus 8 (dem Lot) und 3 (der halben Basis) $= 24$ wissen wir, daß dies sicher die Fläche ist, da wir von dem Viereck von 48 *Qaṣabas* ausgingen. Verfahren wir nach der obigen Methode [$a = 8$, $b = 10$, $c = 6$], so erhalten wir 36 *Qaṣaba* ($\frac{8+10}{2} \cdot \frac{2}{3} 6 = 36$). Das Rechteck hätte dann 72 *Qaṣabas*; es überträfe das wahre um 24 *Qaṣabas.*

Einen Fehler machen nach *Ibn Mammâti* diese Leute ferner bei der Berechnung einer [viereckigen] Fläche, die überall dieselbe Länge aber verschiedene Breiten hat. (Man hat also ein Viereck [Trapezoid] mit der Höhe λ und den beiden auf ihr senkrecht stehenden Seiten a und b, diese heißen bei *Ibn Mammâti* auch *Râs*, Köpfe, Enden.) Man nimmt

---

[1]) Aus dem Text geht hervor, daß $a = 6$, $b = 8$ und $c = 10$ genommen ist, wir erhalten: $\frac{a+b}{2} \cdot \frac{3}{4} c = \frac{6+8}{2} \cdot \frac{3}{4}\, 10 = 52\,{}^1/_2$; $\frac{a+b}{2} \cdot \frac{2}{3} c = \frac{6+8}{2} \cdot \frac{2}{3}\, 10 = 46\,{}^2/_3$ (statt 46 wie der Text hat).

$^1/_2\left\{\frac{\lambda}{2}+a+b\right\} \times \lambda$[1]) $= J$. Als Zahlenbeispiel nimmt *Ibn Mammâtî* $\lambda = 30$, $a = 15$, $b = 10$ und $J = 600$. Das richtige Verfahren ist nach *Ibn Mammâtî*, daß man nimmt[2]) die Länge und sie multipliziert mit der Hälfte der Summe der Seiten ($J = \lambda \cdot \frac{a+b}{2} = 375$).

Das ist nach *Ibn Mammâtî* ein so ungeheurer Fehler, daß er keinem verborgen bleiben kann. Ihre Entschuldigung, daß diese Vermessung auf eine besondere *Qaṣaba* gegründet sei, über die sich der Landbesitzer und der Sämann geeinigt hätten, ist nach ihm eine Sophisterei, denn das Falsche liegt in der Multiplikation der *Qaṣaba*, nicht in der Größe ihrer Länge. Ein Unrecht des Vermessers kann auch in der ursprünglichen *Qaṣaba* und der Reduktion (Vollanrechnung) der Brüche der *Qaṣaba* liegen. Da sie auf Achtsamkeit und Vorsicht Anspruch machen, so sagen sie, wir nehmen die Hälfte erst, wenn zwischen den beiden Enden ein Abstand von 4 *Qaṣaba*[3]) ist.

Zum Schluß gibt *Ibn Mammâtî* ganz allgemein richtige Formeln für Inhalte von Flächen. Die Vermessung ermittelt nach ihm die Rechtecke, die Dreiecke, die Kreise, die von Bogen begrenzten Flächen (*Muqawwasât*, nicht, wie der Text hat, *Muqawwamât*), die oblongen Flächen (*Muṭawwalât*), die Vielecke und anderes, das man nicht zu erwähnen braucht. Die Vierecke zerfallen in 5 Arten: 1. Viereck kurzweg (Quadrat) $J = a^2$. 2. Rechteck; Durchmesser $c = \sqrt{a^2+b^2}$. 3. Rhombus $J = c_1 \cdot c_2$ (c_1 und c_2 Durchmesser, Text hat falsch $c_1 \cdot {}^1/_2 c_2$). 4. Rhomboid J = Seite $\times$ zugehöriger Höhe. 5. Trapezoid (vier ungleiche Seiten und Winkel). Man teilt es in zwei Dreiecke und mißt jedes von ihnen.

Die Dreiecke zerfallen in drei Arten: 1. Gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck ($a = b$; $2a^2 = c^2$ bezw. $a^2 + b^2 = c^2$), und der Inhalt ergibt sich am bequemsten aus $J = {}^1/_2 ab$. 2. Ungleichseitiges spitzwinkliges Dreieck; es ist $a^2 + b^2 > c^2$. Der Inhalt ergibt sich am besten aus Höhe (h) mal halber Basis (b). 3. Gleichschenkliges Dreieck mit stumpfem Winkel $a^2 + b^2 < c^2$. (Der Text ist hier ganz verderbt.) Der Inhalt ist $J = h \cdot {}^1/_2 b$.

Dann wird noch die Heronische Regel zur Bestimmung des Inhaltes des Dreieckes aus der Summe der Seiten angegeben.

Die Berechnung des Kreises beruht auf dem Verhältnisse des Durchmessers d zum Umfang $U = 7 : 22$ ungefähr. Es ist $U = 3^1/_7 \cdot d$. Ein Kreis mit dem Durchmesser 10 hat einen Umfang $31^3/_7$. Den Inhalt erhält man aus $J = {}^1/_2 d \cdot {}^1/_2 U$, in unserem Fall $78^4/_7$.

Zu den Methoden über Vermessung vgl. die Schrift von *Ibn al Haiṯam* über diesen Gegenstand (E. W., Beiträge XVII, S. 16).

---

[1]) So muß es wohl nach dem Text und den Zahlenwerten heißen.

[2]) Der Text hat fälschlich „man vereinigt".

[3]) Aus der richtigen Formel geht hervor, daß, wenn λ klein gegen a und b ist, sich das Resultat der falschen Formel demjenigen der richtigen nähert.