Die Schrift über den Qarastûn von Thabit b. Qurra [1].

Von F. Buchner.

Einleitung.

Wie auf vielen anderen Gebieten, so stützte sich das Mittelalter auch in der Mechanik auf die Leistungen der Griechen und Araber. Die ältesten Quellen sind die Schriften von Aristoteles und Archimedes und ihren Schülern. Späterhin wurden diese von den Arabern bearbeitet. Abendländische Gelehrte des Mittelalters haben sie dann aus dem Arabischen ins Lateinische übersetzt.

Steinschneider äußert [2]) über die Bedeutung der arabischen Übersetzungen griechischer Werke:

„In der Tat ist der Ursprung jeder unabhängigen Wissenschaft in Griechenland zu suchen. Die Übersetzungen (ins Arabische) waren die Kanäle, durch welche die antike Wissenschaft sich verbreitete." „Man hätte sich (in der Renaissancezeit) nicht um die griechische Literatur gekümmert, wenn nicht das Mittelalter durch seine großenteils mit Hilfe der Araber angefertigten Übersetzungen den Sinn und den Geschmack für die Studien und die Verehrung griechischer Autoritäten genährt hätte. Andererseits finden sich Werke, welche im griechischen Originale verloren, aber in arabischen Übersetzungen oder in hebräischen und lateinischen erhalten sind."

Zu den Schriften auf dem Gebiete der Mechanik, welche im Mittelalter eine besonders große Beachtung fanden, gehört das Werk über den Qarastûn, liber Charastonis, von Thabit b. Qurra (836—901), von dem eine Reihe arabischer Texte, sowie eine große Anzahl von Handschriften lateinischer Übersetzungen vorhanden ist. Die Bedeutung des Werkes beruht darauf, daß es 1. einen Ansatz zur theoretischen Mechanik,

---

[1]) Streng richtig transkribiert würde zu schreiben sein Qarasṭûn, Tâbit u. s. f.

[2]) Beiheft 5 zum Zentralblatt für das Bibliothekswesen.

2. eine Begründung der Theorie der Wage bezw. des ungleicharmigen materiellen Hebels enthält.

Herr Geheimrat Dr. E. Wiedemann in Erlangen machte mich darauf aufmerksam, daß es höchst wünschenswert sei den lateinischen Text, der auch in der neueren Literatur, so bei Duhem, eine große Rolle spielt, herauszugeben und eingehend zu besprechen.

Der wesentliche Inhalt der Handschrift ergibt sich aus dem Abschnitt „Beweisführung".

Benutzt wurden vor allem: P. Duhem, Les Origenes De La Statique. Paris 1905. — Th. Ibel, Die Wage im Altertum und Mittelalter. Inaug.-Dissert. Erlangen 1908. — E. Wiedemann, Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. Erlangen. — E. Wiedemann, Bibl. math. 3. Folge Bd. 12. 1912. — Björnbo-Vogl, Alkindi, Tideus und Pseudo-Euklid. Teubner 1912. — Steinschneider, Annali di Mathematica Bd. V (1863), p. 54—58. — M. Curtze, Zeitschr. für Math. u. Phys. Bd. 13 u. 19. — J. L. Heiberg, Literaturgeschichtl. Studien über Euklid. Leipzig 1882.

Die Arbeit gibt nach der Einleitung eine Übersicht und Beschreibung der Handschriften, behandelt die Bedeutung des Titels Liber Charastonis, die Beziehungen des „Werkes über den Qarastûn" zu anderen Schriften, die Beweisführung in der Schrift über den Qarastûn und gibt den Text der Handschrift Ambros. T. 100, Mailand, nebst den Varianten. Die Entwicklungen von Thabit dürften als Ausgangspunkt für die abendländische mittelalterliche Mechanik gedient haben. —

II. Übersicht und Beschreibung der Handschriften.

Die Handschriften des Liber Charastonis stammen aus dem 14.—16. Jahrhundert und sind Übersetzungen des Kitâb al Qarastun, des Werkes über den Qarastun, von Thabit b. Qurra (836—901), von dem drei arabische Handschriften bekannt sind. Herr Prof. Dr. Wiedemann hat nach letzteren a. a. O. eine Übersetzung gegeben. Die große Anzahl der lateinischen Übersetzungen ist ein Beweis für die Bedeutung, die man dieser Schrift im Mittelalter beimaß. Schon äußerlich zerfallen die lateinischen Handschriften in zwei Gruppen. Die der einen besitzen eine Einleitung und einen Schluß, wodurch sie die Form von Briefen erhalten. Sie beginnen mit den Worten: „Continuet deus conservationem tuam...“ und endigen mit „...cognoscere casum erroris“. Soweit ich prüfen konnte, stimmen diese Handschriften bis auf kleine Abweichungen vollständig überein. Die der zweiten Gruppe enthalten Einleitung und Schluß nicht. Zu ihnen gehört die Hs. Thorn R. 4°. 2. und Wien IV 57. 5203, andere Hs.Hs. dieser Gruppe sind mir nicht bekannt. Beide sind jedoch voneinander vollständig verschieden. Wir haben es also im ganzen eigentlich mit drei verschiedenen Typen zu tun.

Zunächst ist zu untersuchen, von wem die Einleitung stammt. Ich halte es für sehr wahrscheinlich, daß sie von Thabit selbst herrührt, trotzdem sie in den drei arabischen Handschriften fehlt. Ihr Stil ist durchaus arabisch. Bei den arabischen Schriftstellern ist es vielfach gebräuchlich, den Werken solche Einleitungen vorauszuschicken (vgl. z. B. E. Wiedemann, Das Weltall 20, S. 21 u. 131. 1920). Ferner ist uns durch al Châzinî eine ganz ähnliche Einleitung von Thabit erhalten (vgl. E. Wiedemann, Beiträge XVI, S. 136), die sich sogar mit Problemen des Qarastun beschäftigt. Außerdem hat nicht nur Einleitung und Schluß, sondern die ganze Abhandlung, auch im Arabischen, den Charakter eines Briefes, so daß sie als Ganzes genommen als ein an eine zweite Person gerichtetes Schreiben betrachtet werden muß. Der arabische Ursprung der Einleitung erscheint also nicht zweifelhaft, und zwar muß sie Thabit selbst verfaßt haben.

Wichtig ist die Einleitung, weil sie uns lehrt, daß Thabit die Schrift über den Qarastun nicht etwa selbst aus dem Griechischen übersetzt hat, sondern für einen Freund, der ihn darum ersuchte, eine vorgefundene fehlerhafte arabische Übersetzung, wie in vielen anderen Fällen, verbessert, weiter ausgeführt und mit Erläuterungen versehen hat. Daß in den arabischen Handschriften die Einleitung fehlt, läßt sich so erklären, daß die späteren arabischen Gelehrten nur das ihnen Wesentliche abschrieben, die Einleitung und die Beispiele, die das Arabische auch nicht enthält, jedoch fortließen. Die lateinischen Handschriften der Gruppe I gehen also auf einen anderen, vollständigeren arabischen Text zurück als den uns überlieferten.

Wegen ihrer Wichtigkeit lasse ich hier Einleitung und Schluß in Übersetzung folgen:

Gott erhalte dich und vermehre dein Wohlergehen, damit ich nicht einen Bruder wie dich verliere, der mit seiner Forschung die Geister läutert, der den Verstand zur Beobachtung anspornt und der Wissenschaft den Stempel seines eigenen Wesens aufdrückt; dabei müht er sich selbst und betreibt gerade das eifrig, was der Erschließung Schwierigkeiten bereitet; dadurch werden dann Wahrheiten gewonnen. Ich habe, mein Bruder, deinen Brief gelesen, der das behandelt, was ich über die „causae Charastonis" gesagt habe, mit den darin aufgefundenen Spuren und den zur Erläuterung angeführten Zeichnungen.

Auch du hast diese Dinge gefunden; nachdem du alle anderen Untersuchungen verlassen und dich ganz ihrem Studium gewidmet hast; trefflich hast du deine Betrachtungen über diesen Gegenstand angestellt. Die Stellen, welche dadurch unklar sind, weil sie der Verstand nicht begreifen kann, und diejenigen, welche dies sind, weil sie der Versuch oder die strenge Schlußfolgerung nicht als richtig erweist, habe ich genau untersucht und zwar daraufhin, welche Veränderungen in der Sprache die Übersetzer vorgenommen und welche Verwechslungen die Abschreiber begangen haben. Mir hat das lange Zeit Schwierigkeiten bereitet. — Auch du hast dich nicht von falschen Ansichten frei machen können. Du hast mich nun ersucht um eine Darlegung der Sache und zwar in leicht verständlicher Form, wobei die Absichten (des Autors) aufgedeckt werden, sowie die Wege, welche durch die Umständlichkeit (der Untersuchung) hindurchführen und deren Schwierigkeiten erleichtern. Ich werde dir nun antworten auf das, worum du mich gebeten hast. Schließlich werde ich dir, wo es dir irgend wünschenswert erscheinen kann, aus den (anderen) Schriften Auskunft geben; dabei soll es an hinreichenden Bemerkungen und zweckdienlichen Erläuterungen nicht fehlen. Dann wirst du erkennen, wo der Fehler steckt, von welcher Stelle aus er sich immer mehr vergrößert, um schließlich einen großen Umfang anzunehmen und dann ganz allgemein zu werden.

Gott möge dich lenken und deine Einsicht bei der Forschung erleuchten.

Weil die „causae Charastonis" auf Grund von geometrischen Figuren abgeleitet sind, so darf der, der sie verstehen will, sich nicht auf den an mehreren Stellen dürftigen Text allein beschränken. Er muß die Sätze von den Kreissektoren, ihr Verhältnis zueinander, deren Ähnlichkeit kennen, sowie das indirekte Verhältnis von Strecken, die in Zahlen angegeben sind. Unser Buch will sich natürlich durch seine erläuternden Ausführungen nicht zu dem ursprünglichen Werke in Gegensatz stellen.

Dieses Kapitel lehnt sich an das Buch an, welches man das Buch des Euklid nennt. Wer also will, wird einiges hierin (in dem vorliegenden Werk) finden, was aus jenem ausgewählt wurde. Weil wir aber bereits das Nötige von dem vorausschickten, was derjenige wissen muß, der dieses Gebiet studiert, so kann er es auch verstehen. Nun wollen wir mit der Ausführung dessen beginnen, worauf wir hinarbeiten, und was wir wollen.

Soweit der einleitende Brief.

Die Schlußworte sind: Diese Kunst also unterstützen die vorliegenden Darlegungen und erklären den Versuch. Wenn du also daraus das, was wir dargelegt haben, benützest und auch das verstehst, was wir zu erklären versprochen haben, so wird dich das von der Grenze des Zweifels entfernen und dich von dem Irrtum einer [irrigen] Vergleichung entfernen und dich in den Stand setzen, das Richtige zu sehen und die Ursache des Fehlers zu erkennen.

Hiemit endet das Buch über den Qarastun, herausgegeben von Thabit, dem Sohne des Cora.

Nun wenden wir uns zu den beiden anderen Typen der lateinischen Handschriften. Die Hs. Thorn stammt unmittelbar von der ersten Gruppe ab. Sie enthält zwar Einleitung und Schluß nicht, stimmt aber an vielen Stellen wörtlich mit der Gruppe I überein. Sie enthält die gleichen Zahlenbeispiele; diejenigen Stellen, welche bei Ambr. gegenüber dem arabischen Texte fehlen, fehlen auch bei der Hs. Thorn (wie auch bei der Hs. Wien). Nur da, wo die erste Gruppe sehr ausführlich wird und z. B. neben dem Beweise eines Satzes ein Zahlenbeispiel bringt und dieses ebenso ausführlich behandelt wie den Beweis, werden bei der Hs. Thorn Beweis und Beispiel in Eines zusammengezogen. Der Bearbeiter bemüht sich hier, den Inhalt so kurz wie möglich wiederzugeben; so erscheint die Hs. als ein Auszug aus der ursprünglichen lateinischen Übersetzung. Man gewinnt den Eindruck, als ob der Verfasser diese Hs. nur zu seinem eigenen Gebrauche abgeschrieben habe. Wo die Hs. Ambros. schwer verständlich und ungenau wird, hat sie der Bearbeiter der Thorner Hs. erst recht nicht verstanden, so behandelt er den indirekten Beweis zum Satz VI nur ganz flüchtig. Die Hs. Thorn stellt also nur eine verkürzte Ausgabe des Textes der Hs.Hs. der ersten Gruppe dar.

Der Hs. Wien IV 57, Nr. 5203 fehlt ebenfalls Einleitung und Schluß. Sie führt eigentümlicherweise nur ein einziges Beispiel an, nämlich das erste von den beiden Wanderern. Aus vielen Stellen ist ersichtlich, daß auch sie auf die Handschriften der Gruppe I, also auf die gleiche Urübersetzung aus dem Arabischen zurückgeht, da sie ganze Sätze wörtlich bringt. Im Gegensatz zur Hs. Thorn zeichnet sie sich aus durch schärferen Ausdruck und klare mathematische Sprache. Die Schrift ist augenscheinlich eine Bearbeitung einer Hs. der Gruppe I durch einen geschulten Mathematiker. Der indirekte Beweis des

Satzes VI, der im Arabischen richtig ist, genügte in seiner fehlerhaften Wiedergabe der Gruppe I dem Verfasser der Hs. Wien nicht. Er versuchte ihn auf seine Weise zu rekonstruieren und lieferte so einen eigenen Beweis, der aber dem arabischen bedeutend nachsteht.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich also, daß alle vorhandenen Handschriften von derselben Übersetzung abstammen. Die dabei benutzte arabische Handschrift ist nicht identisch mit einer der drei bis jetzt aufgefundenen.

Es wäre nun noch die Frage zu behandeln, wer die Schrift vom Qarastun ins Lateinische übersetzt hat. Nach dem Fürsten Boncompagni [1]) hat Gerhard von Cremona (1114—1187) eine Schrift „Liber Carastonis" aus dem Arabischen ins Lateinische übersetzt. Steinschneider [2]) glaubt, daß diese Übersetzung mit dem Texte unserer Handschriften identisch sei; doch läßt sich das zurzeit nicht mit Sicherheit entscheiden. Beim Vergleiche der Sprache unserer Hs. mit einer anderen Übersetzung Gerhards aus dem Cod. Vindob. Palat. 5277 fol. 309^b sq. [3]) fällt allerdings die Ähnlichkeit der Ausdrucksweise auf.

Es folgt eine Aufzählung der mir bekannten Handschriften des Liber Charastonis:

1. Cod. Ambros. Mailand T 100 sup. 143^r—149^r (Erste Hälfte des 14. Jahrhunderts), in der vorliegenden Abhandlung veröffentlicht.
2. Cod. Basil. F II 33. 112^v—114^v, Mitte 14. Jahrh., anscheinend schlecht und fehlerhaft geschrieben.
3. Cod. Paris. lat. 10260, 183^v—192^r. 16. Jahrh.
4. Cod. Coll. Rom. H. C. 93. 16. Jahrh.
5. Cod. Vatic. lat. 2975. 16. Jahrh.
6. Cod. San Marco, Florenz 184. 15. Jahrh.
7. Cod. Regina Suecorum, Rom, Vatic. 1253. 70^r—74^v.
8. Gymnasialbibl. zu Thorn R. 4°. 2. 14. Jahrh.
9. Bibl. Nation. Paris, fonds latin 7377 B^3. 63^r—65^v. 14. Jahrh
10. Bibl. Nation. Paris 7434^6. 81^r—83^v. 14. Jahrh. Defekt.
11. Bibl. Nation. Paris 7310. 122^r—132^v. Lückenhaft.
12. Bibl. Nation. Par. 8680 A fol. 3—7; 14. Jahrh.
13. Wien IV 57. 5203^{24}. 172^r—173^v. 15.—16. Jahrh.

---

[1]) Boncompagni, Della vita e delle opere di Gherardo Cremonese. Roma 1851.

[2]) Steinschneider, Annali di Mathematica. V. 1863.

[3]) Veröffentlicht in Euclidis opera ed. Heiberg. Suppl. p. XXVII.

14. Bibl. Mazarine 3642. 13. Jahrh. (Beschrieben bei Duhem I, p. 74).
15. Bibl. Nation. 16649 (fonds latin). (Näheres Duhem I, 75—77).

Im Kapitel VI veröffentliche ich die Hs. Ambros. T 100, da diese eine der ältesten und besten ist. Vielleicht werde ich später einmal auch die Hs. Wien folgen lassen.

III. Bedeutung des Titels Liber Charastonis.

Duhem (I, p. 85 u. II, 301) meint, das Wort Qarastun, bezw. die in den lateinischen Übersetzungen auftretenden Formen, sei auf einen griechischen Eigennamen Charistion zurückzuführen. Sein Träger sei der Freund des Philon gewesen, dem dieser alle seine Werke gewidmet habe. Er stützt sich darauf, daß alle lateinischen Handschriften das betreffende Wort groß schreiben, es also für den Namen des Verfassers halten. Die große Mehrzahl der Handschriften bestätigt aber nicht mit Sicherheit die Ansicht Duhems. Wenn es z. B. am Schlusse der Hs. Ambros. heißt: finitus est liber carastonis editus a thebit filio core, so könnte man das zwar auch im Sinne Duhems deuten[1]. Indes ist doch diese Stelle wahrscheinlicher die wörtliche Übersetzung des arabischen Kitâb al Qarastun, des Buches über den Qarastun. Der Titel der Ambrosianischen Handschrift enthält das Wort überhaupt nicht. Von neuerer Hand wurde nur vermerkt: Thebit liber de ponderibus, sive de statera, wahrscheinlich, weil der Bearbeiter mit dem Worte „caraston“ nichts anzufangen wußte. In der Hs. Par. 8680 fehlt das Wort ebenfalls; hier wird die Abhandlung nur als Teil des Liber Jordani de ponderibus, dem es vorausgeschickt ist, angesehen. Einen Anhaltspunkt dafür, daß man im Mittelalter unter dem Worte caraston einen zweiarmigen Hebel mit ungleichen Hebelarmen verstand, gewährt uns der Titel der Handschrift Wien IV.

[1] Es ist hier carastonis, aber auch der Eigenname thebit sowie core klein geschrieben. Nach Abschluß der Arbeit habe ich noch eine während des Krieges erschienene Arbeit von Baron Carra de Vaux (Journ. asiat. X. 453. 1917) kennen gelernt, in der dieser die Ansicht von Duhem entschieden ablehnt. Nach ihm könnte Qarasṭûn eine quadriliterale Form des bekannten Wortes qisṭ sein, das ein Maß u. s. w. bedeutet; das Wort wäre also semitischen Ursprungs: Das Wort rummâna (Granatapfel) hat auch nichts mit römisch zu tun. — Beim Übergang von Qarasṭûn in das Griechische hat das Wort zufällig bis auf die „i“ mit dem Namen Charistion übereingestimmt.

57. 5203: Thebit filius Chori de Carastone et ponderibus. Carasto autem est, ubi unum bracchium est longius quam aliud, sibi oppositum.

Dieser Erklärung, die anscheinend bisher übersehen wurde, kommt die Vermutung Steinschneiders[1]) ziemlich nahe, daß nämlich „Caraston" kein Eigenname, sondern die Bezeichnung für die Römische Schnellwage sei. Das Wort sei griechischen Ursprungs, das griechische Wort müsse jedoch erst noch gefunden werden. Vielleicht sei der Stamm χεὶρ, die Hand, so daß man Handwage übersetzen müsse. Dieser Ansicht haben sich angeschlossen Maximilian Curtze[2]) und J. Heiberg[3]).

Nach zahlreichen Stellen in arabischen Handschriften werden zur Bezeichnung der ungleicharmigen Wage zwei Ausdrücke verwendet, nämlich Qarastun und Qabbân (vgl. Beiträge VI, S. 8; VII, S. 159; XL, S. 203). Beide Namen bezeichnen die gleiche Wage. In unserer Schrift von Thabit wird jedoch unter Qarastûn nur der eigentliche Wagebalken verstanden, d. h. ein Stab von überall gleichem Querschnitt, der **nicht** in der Mitte unterstützt bezw. aufgehängt ist. Dabei wird untersucht, welches Gewicht man am kürzeren Arm anhängen muß, um Gleichgewicht herzustellen.

IV. Beziehungen des Werkes über den Qarastun zu anderen Schriften.

Im Folgenden werden die Beziehungen des Qarastun von Thabit zu verschiedenen griechischen Schriften besprochen[4]), um so zu einem Urteil über die wissenschaftliche Tätigkeit Thabits zu gelangen. Wie aus dem Fihrist, aus Ibn al Qifti

---

[1]) Steinschneider, Annali di Math. V 1863, p. 54—58.

[2]) M. Curtze, Zeitschr. für Math. u. Phys. XIX. Jahrg. 1874, p. 263.

[3]) J. Heiberg, Literaturgeschichtliche Studien über Euklid, Leipzig 1882, p, 11.

[4]) Duhem kommt zu der Anschauung, daß die dem Archimedes zugeschriebene Abhandlung *Περὶ ζυγῶν* in Wirklichkeit von dem bereits oben erwähnten Charistion stammt, der sich auf Aristoteles bezieht, und glaubt, der Qarastun Thabits sei weiter nichts als eine Übersetzung dieser Abhandlung aus dem Griechischen ins Arabische. Solange das Werk *Περὶ ζυγῶν* nicht vollständig bekannt ist, läßt sich diese Frage nicht mit Sicherheit beantworten.

und anderen Quellen[1]) hervorgeht, übersetzte Thabit einmal griechische Abhandlungen, bearbeitete frühere Übersetzungen und erklärte die Werke; andererseits war er aber auch selbständig wissensthaftlich tätig. Hier handelt es sich darum, festzustellen, ob der Qarastun eine eigene Arbeit Thabits oder eine Übersetzung aus dem Griechischen darstellt.

Zunächst kommt das von F. Hnltsch[2]) angegebene Kriterium in Betracht, daß bei den Figuren der aus dem Griechischen ins Arabische übersetzten Schriften die Buchstaben dieselbe Reihenfolge haben wie im griechischen Alphabet. Diese ist auch bei Thabits Schrift eingehalten. Doch ist das kein sicheres Kriterium, denn sie findet sich auch bei Schriften, die sicher keine Übersetzungen sind. Die Reihenfolge ist wohl infolge der großen Verbreitung griechischer Werke auch sonst bei den Gelehrten gebräuchlich geworden.

Nach Curtze[3]) soll ferner der Qarastun von Thabit eine Ausführung der Sätze in der Schrift „Abhandlungen des Euklid über die Wage“ sein. Diese Schrift enthält am Schluß die Bemerkung: „Vollendet ist die Abhandlung Euklids; ich fand in einer anderen Abschrift, daß das Werk den Benû Mûsà zugeschrieben wird.“ Mit den Benû Mûsà stand bekanntlich Thabit in sehr engen Beziehungen. Woepcke[4]) und Duhem[5]) schreiben obige Schrift Euklid zu, während Heiberg[6]), wie Curtze, die Benû Mûsà als ihre Verfasser ansieht, von denen in der Tat der Fihrist eine Schrift über den Qarastun erwähnt. Wir untersuchen hier die Verwandtschaft dieser Schrift mit dem Qarastun von Thabit. Sie gliedert sich in eine Definition, zwei Axiome und vier Propositionen mit Beweisen[7]).

Als Anklänge an Thabits Qarastun kommen nur in Betracht das Axiom 2 und die Proposition 4.

---

1) Herr Geheimrat Wiedemann wird demnächst nach diesen Quellen ein ausführliches Verzeichnis der Werke Thabits nebst eingehender Lebensbeschreibung dieses Gelehrten veröffentlichen.

2) Vgl. M. Cantor, Gesch. der Math. 3. Aufl., S. 724.

3) M. Curtze, Zeitschr. für Math. u. Phys. Bd. 19, S. 262.

4) E. Woepcke, Journal Asiatique [4], Bd. XVIII, S. 217.

5) P. Duhem, I, S. 64.

6) Heiberg, Literaturgeschichtl. Studien über Euklid. Leipzig 1882, S. 217.

7) Vgl. P. Duhem und Th. Ibel, a. a. O. S. 35.

Das Axiom lautet:

„Es seien zwei gleiche oder verschiedene Lasten an den beiden Enden eines Balkens aufgehängt, der seinerseits an einer Achse aufgehängt ist, so daß die beiden Lasten den Balken parallel zum Horizont erhalten; läßt man dann die eine Last an ihrer Stelle am Ende des Balkens und zieht von dem anderen Ende des Balkens aus eine Gerade, welche mit diesem einen rechten Winkel bildet, nach einer beliebigen Seite, und hängt man die Last an irgendeiner Stelle dieser Geraden auf, so ist der Balken wie vorher parallel zur Horizontalebene. Deshalb ändert sich das Gewicht nicht, wenn man die Schnüre der Wage auf der einen Seite der Wage verkürzt und auf der anderen verlängert."

Der hier ausgesprochene Gedanke ist der gleiche, wie er sich in der arabischen Handschrift des Qarastun im Anschlusse an die Ausführungen des Satzes III findet, nämlich daß es für die Erhaltung des Gleichgewichts belanglos ist, ob man die Gewichte am Hebelarm selbst anbringt oder an Stäben, welche in den betreffenden Punkten am Hebelarm unter einem Winkel von 90^{0} starr befestigt sind[1].

Dieser Satz findet sich nur im arabischen Text, aber in keiner der lateinischen Übersetzungen. Es ist daher sehr wahrscheinlich, daß der ganze Abschnitt im Qarastun, der zwischen Satz III und Satz IV eingeschoben ist, gar nicht von Thabit stammt, sondern von einem späteren arabischen Bearbeiter aus den obigen „Abhandlungen des Euklid" hinzugefügt ist, und daß unsere lateinischen Handschriften die Übersetzung einer (bisher nicht aufgefundenen) arabischen Handschrift sind, welche das Einschiebsel noch nicht enthält.

Die Proposition 4 in Euklids „Abhandlungen" ist nichts anderes als der Satz III des Qarastun von Thabit, daß sich nämlich im Falle des Gleichgewichtes die Gewichte umgekehrt wie die Hebelarme verhalten. Dieser Satz ist aber seit Aristoteles und Archimedes (vgl. auch E. Wiedemann, Beiträge VII, S. 157) so allgemein bekannt, daß man hieraus nicht schließen kann, daß eine Schrift auf eine andere zurückgeht, weil beide den obigen Satz enthalten. Einen Aufschluß über die Verwandtschaft könnte nur die Art der Bearbeitung, also in unserem Falle die Art des Beweises geben; hier hat bereits Duhem (I, S. 67) darauf hingewiesen, daß die Beweisführung

---

[1]) Vgl. dazu auch E. Wiedemann, Beiträge XVI, S. 140.

in der Schrift des Euklid eine von der im Qarastun gänzlich verschiedene ist. Die Beweise in Euklids Schrift gründen sich auf die beiden Erfahrungstatsachen:

„1. Halten sich zwei Gewichte an einem Hebel das Gleichgewicht, und bringt man ein neues Gewicht im Drehungspunkte des Hebels an, so bleibt dieser im Gleichgewicht. 2. Halten sich mehrere Gewichte an einem Hebel das Gleichgewicht, und sind Z und D zwei gleiche Gewichte, die am gleichen Hebelarm aufgehängt sind, und verschiebt man das Gewicht Z um eine gewisse Strecke vom Drehungspunkte fort, und nähert man das Gewicht D um die gleiche Strecke dem Drehungspunkte, so bleibt der Hebel im Gleichgewicht.“

Man sieht, daß diese Art des Beweises die gleiche ist wie die von Archimedes angewandte zur Begründung der Hebelgesetze [1]. Es werden nur Grundbegriffe der Statik zur Ableitung verwendet. Beim Qarastun dagegen wird die Gleichgewichtsbedingung abgeleitet aus dem Grundprinzip der Dynamik, welches als Satz I an den Anfang der Schrift gestellt ist. Thabit folgt hierin dem Gedankengang des Aristoteles. Der Qarastun kann somit nicht auf diese Schrift des Euklid zurückgehen, noch viel weniger ist er, wie Curtze meint, eine ausführlichere Bearbeitung von ihr. Denn der Hauptteil des Qarastun befaßt sich mit der Ableitung der Gleichgewichtsbedingung für den materiellen Hebel, im speziellen für die Schnellwage, während Euklids Schrift nur vom gewichtlosen Hebel handelt.

Es existiert indes noch eine andere Schrift Euklids, welche für uns von besonderem Interesse ist. Ihr Titel ist nach den vorhandenen Handschriften: „Werk des Euklid über die Schwere und Leichtigkeit der Körper und das Verhältnis eines derselben zum anderen. Verbesserung des Thabit b. Qurra al Ḥarrânî.“ Da nach dem Titel Thabit die vorliegende Übersetzung verbessert hat, muß er sich eingehend mit deren Gegenstand beschäftigt haben. Der Inhalt dieser zweiten Euklidschen Schrift in der Bearbeitung von Thabit und der Vergleich mit dem Inhalt des Qarastun gewährt

[1] Siehe E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Leipzig, S. 13.

uns einen Einblick in die wissenschaftliche Tätigkeit Thabits. Euklids Werk zeigt das bekannte Verfahren Euklids mit Definitionen und Theoremen. Ich lasse die einzelnen Sätze hier folgen:

Haupttheoreme nach Euklid über die Schwere und Leichtigkeit und das Verhältnis der Körper zueinander in zwei Abschnitten:

Abschnitt I. 1. Die an Größe gleichen Körper sind diejenigen, welche gleiche Räume erfüllen. 2. Diejenigen, die verschieden große Räume erfüllen, nennt man verschieden in der Größe, 3. Die an Körper größeren sind die an Raum ausgedehnteren.

4. Die in der Kraft gleichen sind diejenigen, welche sich in den gleichen Zeiten über gleiche Räume bewegen in ein und derselben Luft oder in ein und demselben Wasser.

5. Die, welche sich über gleiche Räume in verschiedenen Zeiten bewegen, heißen verschieden in der Kraft. 6. Und der an Kraft größere ist kleiner nach der Zeit. 7. Die in der Art sich entsprechenden Körper sind solche, die bei gleicher Größe gleiche Kraft besitzen. Sind die an Größe gleichen Körper verschieden an Kraft im Verhältnis zu derselben Luft oder demselben Wasser, so nennt man sie verschieden in der Art. 8. Der an Dichte stärkere ist der an Kraft größere.

Abschnitt II. 1. Von den Körpern, welche in gleichen Zeiten sich über verschiedene Strecken bewegen, ist der in bezug auf den Raum größere (d. h. derjenige, welcher die größere Strecke zurücklegt) der an Kraft größere. 2. Wenn man zwei Körper von derselben Art hat und einer ein Vielfaches seines Genossen ist, so ist in dem einen von ihnen dasselbe Vielfache gegenüber seinem Genossen, welches sich in der Kraft des großen gegenüber der des kleinen befindet. 3. Das Verhältnis von Körpern aus derselben Substanz ist nach der Kraft und Größe das gleiche. 4. Körper, die einem Körper entsprechen, sind entsprechende. 5, Körper, die dasselbe Verhältnis in der Kraft und in der Größe haben, sind entsprechende. 6. Von Körpern, welche bei verschiedener Größe gleich an Kraft im Verhältnis zu derselben Luft oder demselben Wasser sind, ist der dichtere der an Volumen kleinere. — Vollendet ist seine Rede.

Wir haben hier also ein von Thabit bearbeitetes Werk des Euklid. Entweder hat er es selbst aus dem Griechischen übersetzt und nach seiner Weise umgeformt, oder er hat bereits eine arabische Übersetzung vorgefunden und diese, wie es im Titel heißt, „verbessert".

Nun ist in der Einleitung, welche einem großen Teil der lateinischen Übersetzungen des Qarastun vorausgeschickt ist, angegeben: Hoc autem capitulum est innixum super librum qui nominatur liber Euclidis. Qui ergo vult aliquid eius inveniet ipsum illic exquisitum. „Dieses Kapitel (= der Qarastun) stützt sich auf die Schrift Liber Euclidis. Man kann hier einiges finden, was dort ausgewählt wurde.“

Man sieht ohne weiteres, daß die Sätze 4, 5 und 6 des I. Abschnittes von Thabit zur Grundlage seiner theoretischen Betrachtungen im Qarastun gemacht worden sind. Hier wie dort finden wir als Definition der Kraft das Produkt aus dem Gewichte des bewegten Körpers und der Geschwindigkeit[1]). Ferner ist der Satz 1 des II. Abschnittes ohne weiteres identisch mit dem dem Qarastun als Axiom vorausgestellten Satze I. Die Übereinstimmung geht so weit, daß hier wie dort übersehen wurde, zwei gleich schwere Körper vorauszusetzen. (Ohne diese Annahme hätten beide Sätze keinen Sinn.) Wenn also Thabit in dem einleitenden Brief des Qarastun von einem Buche des Euklid spricht, so ist damit sicher die Schrift „Über die Schwere und Leichtigkeit der Körper und das Verhältnis eines derselben zum anderen“ gemeint.

Bei dem indirekten Beweis des Satzes VI im Qarastun über den materiellen Hebel ist der Einfluß eines guten griechischen Geometers, aller Wahrscheinlichkeit nach des Euklid, nicht zu verkennen. Es wird hier ein materieller Zylinder in sehr viele kleine Teile zerlegt. Diese Stücke werden dann durch gleichschwere Gewichte jeweils am Endpunkte eines solchen Teiles ersetzt. Der Beweis kann schon als Versuch einer infinitesimalen Betrachtungsweise gelten, deren Gedankengang Thabit vielleicht ebenfalls, wie die mechanischen Grundlagen, von Euklid übernommen hat.

Archimedes hat allerdings auch zum Beweise des Gesetzes über den materiellen Hebel den zylindrischen Stab in einzelne Teile zerlegt. Doch ist nicht recht wahrscheinlich, daß Thabit diese Untersuchungen gekannt hat, denn sonst hätte er nicht zum Satze VI einen zwar richtigen, aber äußerst umständlichen und mühevollen Beweis geliefert, wo doch die Sache bei Archimedes bedeutend einfacher und eleganter abgeleitet wird.

---

[1]) Es sei mir gestattet, mich hier der kürzeren modernen Ausdrucksweise zu bedienen. Näheres über den Kraftbegriff bei Thabit findet sich im Abschnitt V.

V. Die Beweisführung in der Schrift über den Qarastun.

Die Schrift über den Qarastun behandelt die Aufgabe, die Gleichgewichtsbedingung abzuleiten 1. für den gewichtlosen zweiarmigen Hebel, an welchem die Gewichte in verschiedenen Abständen vom Drehungspunkte angreifen, 2. für den gewichtlosen Hebel, an dessen einem Arm ein materieller zylindrischer Stab befestigt ist; der Endzweck ist schließlich 3. die Lösung der Aufgabe: Welches Gewicht muß man am kürzeren Ende eines ungleicharmigen materiellen Hebels von zylindrischer Gestalt und gleichmäßiger Beschaffenheit anbringen, damit dadurch das Übergewicht des längeren Hebelarmes aufgehoben wird, so daß also Gleichgewicht besteht. Als bekannt wird vorausgesetzt die Länge des ganzen Hebels, die Länge der beiden Hebelarme und das Gewicht des ganzen Hebels. Alle zur Lösung dieser Aufgabe benötigten Gesetze werden bewiesen, d. h. auf einfachere Sätze (Propositionen) und schließlich auf Grundwahrheiten (Axiome) zurückgeführt.

Thabit geht bei der Ableitung des Theorems vom Hebel nicht, wie vor und nach ihm viele andere, Archimedes, Stevin, Galilei, von statischen Betrachtungen aus. Den Ausgangspunkt bildet bei ihm eine über die Bewegung von schweren Körpern unter dem Einfluß von Kräften gewonnene Erfahrungstatsache, also ein Satz, welcher der Dynamik angehört[1]).

Ausgegangen wird von einem einzigen Axiom:

Satz I. „Durchlaufen zwei bewegte Körper, K_1 und K_2, in gleicher Zeit bezw. die Strecken s_1 und s_2, so besteht die Proportion:

$s_1 : s_2 =$ Kraft der Bewegung des Körpers K_1 : Kraft der Bew. des Körpers K_2“.

Zum Verständnis dessen, was Thabit mit diesem Satze sagen will, insbesondere zur Erläuterung des Begriffes „Kraft der Bewegung (virtus motus)“, will ich folgende Überlegungen anstellen:

---

[1]) Auf Thabits Untersuchungen dürfte wohl Aristoteles von einigem Einfluß gewesen sein, da auch dieser, wenn auch in weniger scharfer Form, das Gleichgewicht am Hebel durch die Bewegung zu erklären sucht.

1. Wirkt ein und dieselbe Kraft (virtus) nacheinander auf verschieden schwere Körper, so erhält der leichteste Körper durch diese Kraft die größte, der schwerste Körper die kleinste Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeiten sind den Gewichten umgekehrt proportional.

2. Wirken verschieden starke Kräfte nacheinander auf den gleichen Körper ein, indem sie ihn jedesmal aus der Ruhelage in Bewegung überführen, so erhält der Körper durch die größte Kraft auch die größte Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeiten sind den wirkenden Kräften direkt proportional.

3. Umgekehrt kann man aus der Geschwindigkeit eines Körpers von bestimmtem Gewicht auf die Größe der Kraft schließen, welche ihn aus der Ruhelage bewegt hat. Und zwar war die bewegende Kraft um so größer, 1. je größer die Geschwindigkeit des Körpers, 2. je größer sein Gewicht ist.

Diese aus der Beobachtung gewonnenen Tatsachen waren es ohne Zweifel, welche Thabit zur Formulierung des Satzes I veranlaßten. Denn, nimmt man in dem oben mit (3) bezeichneten Gesetze zwei gleiche Gewichte an, so folgt daraus, daß sich die bewegenden Kräfte wie die Geschwindigkeiten, also wie die in gleicher Zeit zurückgelegten Wege verhalten. Das ist offenbar der Sinn vom Axiom I.

Ferner ist in dem später folgenden Beweise zu Satz III der Gedanke ausgesprochen, daß die Kraft der Bewegung auch proportional ist dem Gewichte des bewegten Körpers. Diese Stelle läßt sich also mit dem Axiom I vereinigen zu unserem Gesetze (3).

(Es ist hier zu bemerken, daß Satz I überhaupt nur einen Sinn hat, wenn von zwei Körpern mit gleichem Gewicht gesprochen wird. Daß Thabit in Wirklichkeit gleichschwere Körper meint, geht aus dem Beweis des Satzes III hervor, der sich auf Satz I stützt, und in dem ausdrücklich von gleichen Gewichten gesprochen wird.)

Der Ausdruck „Kraft der Bewegung", virtus motus, hat aber die Bedeutung, die wir heute dem Begriff „Kraft" beilegen, bei Thabit nicht; denn Kräfte erteilen einem Körper eine Beschleunigung und nicht eine Geschwindigkeit. Legen wir aber der Kraft die Bedeutung „Bewegungsgröße" bei, so versteht sich Satz I ohne weiteres. Die Beantwortung dieser

Frage ist insoferne wichtig, weil ja Thabit bei dem sog. „Beweis“ des Hebeltheorems immer mit diesem Ausdruck operiert.

Ausgehend von der modernen Anschauungsweise läßt sich der Begriff Kraft im Sinne von Thabit in folgender Weise festlegen:

In dem oben mit (3) bezeichneten Gesetze, aus dem Satz I hergeleitet ist, liegt eine Definition des Begriffes „Kraft der Bewegung“. Bezeichnet man diese mit f, das Gewicht mit G, die Geschwindigkeit mit v, so liegt also im Gesetze (3) die Definition

$$f = G \cdot v.$$

Zu beachten ist, daß hier die Zeit, während deren die Kraft einwirkt, nicht berücksichtigt ist. Thabit beobachtete nur, daß z. B. ein mit der Hand fortgeschleuderter Stein um so weiter fliegt, erstens je mehr Kraft man dabei aufwendet, zweitens je kleiner sein Gewicht ist. Er betrachtet also eigentlich eine stets gleich lang wirkende Momentankraft. Unter dieser Annahme ist die Definition des Begriffes „Kraft“ durch das Gesetz $f = G \cdot v$ bekanntlich streng richtig. Es ist ja $\int_0^t F dt = M \cdot v$, wenn wir mit F unseren heutigen Kraftbegriff verbinden. Die Definitionen $f = G \cdot v$ und $F = M \cdot dv/dt$ sind miteinander verbunden durch die Abhängigkeit $f = \int_0^t F \cdot dt$. Unter Berücksichtigung des Umstandes, daß Thabit zwischen Gewicht und Masse noch nicht unterscheiden konnte, ist also gegen das Gesetz $f = G \cdot v$ nichts einzuwenden. Der Unterschied der Definition Thabits gegen die unsrige ist der, daß Thabit nicht diejenigen Veränderungen im Bewegungszustande eines Körpers betrachtet, die während der Einwirkung der Kraft auf den Körper hervorgerufen werden, sondern die Veränderungen, die der Bewegungszustand erlitten hat, nachdem die Kraft eine bestimmte Zeit hindurch auf den Körper gewirkt hat. Er versteht also unter „Kraft der Bewegung“ den Ausdruck $M \cdot v$ bezw. $G \cdot v$.

Der Ausdruck, um den es sich hier handelt, heißt in den lateinischen Handschriften „virtus motus“, also „Kraft der Bewegung“, während es im Arabischen „bewegende Kraft“ heißt, eine Ausdrucksweise, die bedeutend schärfer ist. Ich glaube jedoch, daß der Ausdruck „virtus motus“ mit vollem Bedacht so gewählt worden ist und zwar mit Rücksicht auf die späteren Entwicklungen. Ich werde nachher zeigen, daß der gleiche Ausdruck, virtus motus, bezw. im Arabischen bewegende Kraft, beim Beweis des Satzes III eine ganz andere Bedeutung haben muß als beim Satz I. Dem abendländischen Übersetzer scheint dieser Widerspruch bereits aufgefallen zu sein, und er suchte ihn zu lösen durch Änderung des Ausdrucks „bewegende Kraft“ in „Kraft der Bewegung“, was im Falle des Satzes III unbedingt einen Fortschritt darstellt. Denn hier verbindet Thabit mit dem Ausdruck „bewegende Kraft“, ohne sich dessen bewußt zu werden, wie wir sehen werden, den Begriff des statischen Momentes.

Den Satz I erachtet Thabit als Axiom und stellt sich die Aufgabe, rein deduktiv das Hebelgesetz zu finden. Er folgt auch hierin dem Gedankengang des Aristoteles. Die Aufgabe läßt sich aber nicht lösen, und Thabit begeht einen Trugschluß.

Im unmittelbaren Anschluß an das Axiom I bringt Thabit einen geometrischen Lehrsatz:

Satz II. „Denkt man sich auf einer Strecke AB einen Punkt G festgehalten und die Strecke um diesen Punkt (in einer Ebene) gedreht, so beschreiben die beiden Endpunkte A und B zwei Kreisbögen, deren Längen sich verhalten wie die Radien AG und GB.“

Hieran schließt sich dann:

Satz III. „Denkt man sich eine gewichtlose Stange AB in einem Punkte G aufgehängt und in den Endpunkten A und B zwei Gewichte angebracht, die sich umgekehrt verhalten wie die zugehörigen Hebelarme, so bleibt die Stange AB in horizontaler Lage im Gleichgewicht.“

Satz III spricht also das Hebeltheorem aus. Die Ansicht, daß ein im Gleichgewicht befindlicher Hebel immer eine horizontale Lage einnehmen müsse, beruht auf ungenauer Beobachtung und Untersuchung der Verhältnisse am materiellen Hebel und erklärt sich daraus, daß der Aufhängepunkt des zum Versuch benützten Hebels über dem Schwerpunkt lag.

Den Beweis zu Satz III führt Thabit ungefähr folgendermaßen: Hängt man zwei gleiche Gewichte P, P in gleichen Abständen l_1, l_1 vom Drehungspunkt eines gewichtlosen Hebels auf, so ist dieser im Gleichgewicht. Denn, dreht man den Hebel um den Aufhängepunkt[1]), so beschreiben beide Gewichte

[1]) In vertikaler Ebene.

P, P in der gleichen Zeit gleich große Bögen. Also ist nach Satz I die „Kraft der Bewegung" (bezw. die „bewegende Kraft") auf beiden Seiten die gleiche.

Läßt man nun das eine Gewicht an seinem Ort und verschiebt das andere Gewicht auf dem Hebelarm vom Drehungspunkte fort (Hebelarm l_2), so ist der Hebel nicht mehr im Gleichgewicht, da jetzt das zweite Gewicht bei einer Drehung des Hebels in der gleichen Zeit einen größeren Bogen w_2 beschreibt als das erste Gewicht (Bogen w_1); folglich ist jetzt die Kraft der Bewegung des zweiten Gewichtes größer als diejenige des ersten Gewichtes. Und zwar ist nach Satz II:

$$l_1 : l_2 = w_1 : w_2.$$

Also wächst im gleichen Verhältnis wie der Hebelarm l_2 auch der Bogen w_2 und somit auch die Kraft der Bewegung des zweiten Gewichtes.

Um wieder Gleichgewicht herzustellen, muß man die Kraft der Bewegung des ersten Gewichtes P durch Hinzufügen eines Zusatzgewichtes R so weit vergrößern, daß die Kraft seiner Bewegung gerade so groß ist wie diejenige des zweiten Gewichtes P. Da nun die Kraft der Bewegung proportional ist 1. der Größe der bewegenden Gewichte, 2. den in gleichen Zeiten beschriebenen Strecken, so ist die Kraft der Bewegung proportional dem Produkt $P \cdot w$ (P ist das Gewicht, w der bei der Drehung beschriebene Bogen).

Im Falle des Gleichgewichts des Hebels muß also sein:

$(P + R) \cdot w_1 = P \cdot w_2$; oder

$(P + R) : P = w_2 : w_1$ oder, da $w_2 : w_1 = l_2 : l_1$,

$(P + R) : P = l_2 : l_1$; d. h. die Gewichte müssen sich umgekehrt wie die zugehörigen Hebelarme verhalten. Setzt man $P = P_2$, $P + R = P_1$, so erhält man $P_1 \cdot l_1 = P_2 \cdot l_2$, d. h. den Satz von den statischen Momenten.

In dieser Ableitung liegt ein Trugschluß. In Satz I versteht Thabit unter „Kraft der Bewegung" das Produkt $f = G \cdot v$. Hier jedoch wird die gleiche Bezeichnung durch das Produkt $P \cdot w$ dargestellt. $G \cdot v$ und $P \cdot w$ können aber nicht demselben Begriff entsprechen, da w eine Strecke, v dagegen eine Geschwindigkeit ist. Daher bezeichnet Thabit $P \cdot w$ f ä l s c h l i c h als „Kraft der Bewegung".

Thabit sieht die maßgebende Bedingung für das Gleichgewicht am Hebel in der Gleichheit des Produktes $P \cdot w$ für beide Arme des Hebels; und dieses Produkt $P \cdot w$, d. h. das Drehungsmoment meint er in Wirklichkeit, wenn er im Satz III bezw. bei dessen Beweis den Ausdruck „Kraft der Bewegung" gebraucht[1]).

Die Behandlung des Hebeltheorems durch Thabit ist für uns noch insoferne interessant, als sie, wie leicht zu ersehen, implizite einen Versuch der Anwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen auf den Hebel darstellt.

In Satz IV führt Thabit aus:

Satz IV. „Greifen an einem und demselben Hebelarme zwei gleiche Gewichte P, P in verschiedenen Abständen vom Drehungspunkte an, so kann man ihre Wirkung ersetzen durch das Gewicht $K = 2P$, welches in der Mitte zwischen den Aufhängepunkten der Gewichte P angebracht wird."

Der Beweis besteht in einer mathematischen Ableitung. Wirkt das eine Gewicht P am Hebelarm λ_1, das andere am Hebelarm λ_2 und halten diese beiden Gewichte ein am anderen Ende des Hebels (Hebelarm λ) angebrachtes Gewicht E im Gleichgewicht, so hält jedes einzelne der beiden Gewichte P einem Teile von E das Gleichgewicht. Diese beiden Teile seien E_1 und E_2, so daß also $E_1 + E_2 = E$ sein muß. Dann ist:

$E_1 : P = \lambda_1 : \lambda$ und $E_2 : P = \lambda_2 : \lambda$;

also: $(E_1 + E_2) : P = (\lambda_1 + \lambda_2) : \lambda$ oder $E : P = (\lambda_1 + \lambda_2) : \lambda$ oder:

$E : 2P = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) : \lambda$.

Da nun $2P = K$ ist, und $\frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$ gleich dem Hebelarm (l) von K, so ist:

$E : K = l : \lambda$, d. h. nach Satz III muß K das Gewicht E im Gleichgewicht halten.

---

[1]) Duhem bespricht I, S. 356 u. 357 die verschiedenen Axiome, aus denen man das Hebelgesetz ableiten kann. Bei dieser Gelegenheit führt er als Axiom des Aristoteles einen Satz an, der dem Sinne nach unserem Satze III entspricht, und bemerkt, daß in den Qarastun das gleiche Axiom übernommen worden sei. Dieser Satz ist jedoch im Qarastun nicht als Axiom, sondern ausdrücklich als Proposition eingeführt; denn der Beweis zu Satz III stützt sich auf das Axiom I.

So lautet im wesentlichen der Beweis im Arabischen. In den lateinischen Handschriften ist er verstümmelt, wie in der Anmerkung zu Satz IV im Texte nachzulesen ist.

Auf den Satz IV läßt sich ohne weiteres der folgende Satz V zurückführen:

Satz V. „Nimmt man auf einem Arme eines gewichtlosen Hebels einen Punkt A an, hängt an den Hebelarm eine beliebige Anzahl gleicher Gewichte P so, daß immer die Aufhängepunkte je zweier derselben symmetrisch zu A liegen und halten alle diese Gewichte einem am anderen Hebelarm wirkenden Gewicht das Gleichgewicht, so wird dieses auch bestehen bleiben, wenn man die Gewichte P ersetzt durch ein in A aufgehängtes Gewicht, das gleich ihrer Summe ist."

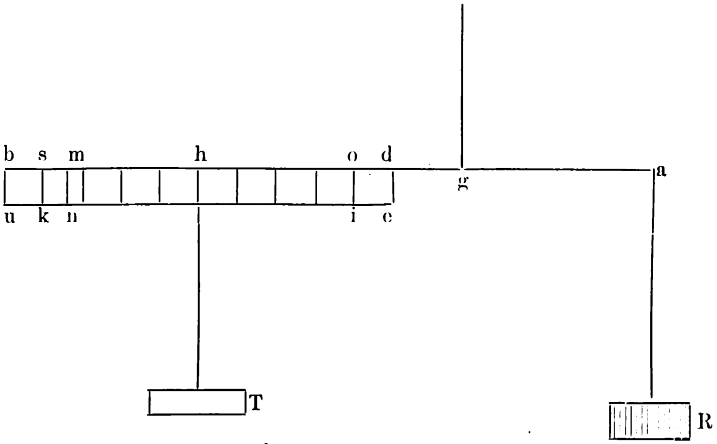
Satz VI. In dem Satz VI wird behauptet, daß ein homogener Zylinder von durchaus gleichmäßiger Gestalt und Materie, der seiner Länge nach an einem Arme eines gewichtlosen Hebels befestigt ist, in seiner Wirkung auf die Drehung des Hebels ersetzt werden kann durch ein gleichschweres Gewicht T, welches an seinem Mittelpunkte angreift.

Wie Thabit den Beweis dieses Satzes führt, ist sehr interessant und stellt seinen mathematischen Fähigkeiten ein glänzendes Zeugnis aus.

Die lateinischen Handschriften geben den Beweis in ganz verstümmelter Form und, mit Ausnahme der Hs. Wien, völlig sinnlos wieder.

Ich gebe im folgenden den Beweis dem Sinne nach so, wie er im Arabischen durchgeführt ist.

Angenommen, die Linie ab sei nicht im Gleichgewicht, sondern neige sich z. B. mit dem Ende a nach unten. Dann müßte man zur Herstellung des Gleichgewichtes dem Gewichte T ein Gewicht L hinzufügen. Merke ich mir nun auf dem Balken bdeu ein Stück bmnu an, das ebenso schwer ist wie L, so kann ich bdeu in eine gerade Anzahl gleicher Teile teilen, von denen einer kleiner ist als bmnu. Diese Teile deio, bsku u. s. w. von denen jeder das Gewicht G habe, denken



wir uns nun von der Linie ab entfernt und jeden einzelnen durch sein Gewicht G ersetzt und auf der Linie bd dort aufgehängt, wo vorher sein linker Endpunkt war, also das Stück deio in o, bsku in b u. s. f. Ein gleiches Gewicht G denken wir uns bei d aufgehängt, damit zu beiden Seiten von h gleichviele Gewichte hängen. Dann wird auf jeden Fall die linke Seite des Hebels sinken und R in die Höhe gehoben werden. Denn, solange das ausgedehnte, massive Gewicht am linken Arm befestigt war, bestand ja Gleichgewicht. Nun wurde erstens jedes einzelne Teilstück weiter vom Drehungspunkt entfernt angebracht und zweitens das Gewicht G hinzugefügt. Folglich ist jetzt links das Drehungsbestreben größer als rechts. Nun hängen also zu beiden Seiten von h gleichviele, gleichschwere Gewichte, von denen immer je zwei gleichen Abstand von h haben. Nach den früheren Sätzen ändert sich nun am Drehbestreben nichts, wenn wir diese einzelnen Gewichte alle abhängen und ihre Summe in h anbringen, so daß also in h ein Gewicht $T + G$ hängt. Dieses Gewicht $T + G$ hätte also ein größeres Drehbestreben als das Gewicht R in a. Nun muß nach dem obigen $G < L$ sein. Wir hätten also den Fall, daß der Hebel im Gleichgewicht wäre, wenn in h das Gewicht $T + L$ hinge, daß dagegen das Drehbestreben links größer wäre, wenn dort das kleinere Gewicht $T + G$ angebracht wäre. Dies ist unmöglich. Folglich muß unsere Annahme, daß die Seite a nach unten neigt, falsch sein.

In ähnlicher Weise wird dann gezeigt, daß auch b sich nicht nach unten neigen könne. Soweit der Beweis des Satzes VI im Arabischen.

Das Nächstliegende wäre es für Thabit wohl gewesen, den Beweis in der Weise auf den Satz V zurückzuführen, wie es die Hs. Wien tut. Hier wird der Zylinder in eine große, gerade Anzahl kleiner Teilzylinder zerlegt. Jedem dieser Zylinder entspricht ein gleich schwerer, der symmetrisch in bezug auf den Mittelpunkt A des ganzen Zylinders liegt. Denkt man sich diese einzelnen Teile durch gleichschwere Gewichte ersetzt, die an den Stellen am Hebel aufgehängt sind, wo vorher die dem Mittelpunkt des ganzen Zylinders zugekehrten Enden der einzelnen Teilstücke sich befanden, so bleibt der ganze Hebel wie vorher im Gleichgewicht. Denn die eine Hälfte der Gewichte hat jetzt eine größere, die andere Hälfte eine kleinere Entfernung vom Drehungspunkt als vorher, wo die einzelnen Teile längs des Hebels kontinuierlich verteilt waren. Das Gesamtdrehungsbestreben hat sich also nicht geändert. Nun lassen sich die einzelnen Gewichte nach Satz V im Mittelpunkte des Zylinders vereinigen, wodurch Satz VI bewiesen ist.

Eine derartige Darstellung des Beweises ist die nächstliegende. Thabit hat sie gewiß auch erwogen. Doch dürfte sie ihm nicht als einwandfrei erschienen sein. Es bleibt die Frage offen, ob die Vermehrung des Drehbestrebens auf der einen Seite von A wirklich gleich der Verminderung desselben auf der anderen Seite von A ist. Es spricht für das feine mathematische Empfinden Thabits, daß er diesen Beweis verworfen und dafür einen anderen, allerdings etwas langwierigen indirekten Beweis geliefert hat. Dieser ist eine hervorragende mathematische Leistung von zwingender Beweiskraft.

Wie gesagt, wäre das Nächstliegende ungefähr der obige Beweis nach Hs. Wien gewesen. Noch heute bedient man sich dieses Gedankenganges, um den Begriff des Schwerpunktes abzuleiten. Die Ungenauigkeit der Ableitung wird heute dadurch überwunden, daß man den Zylinder in unendlich viele, unendlich dünne Schichten zerlegt und ihre statischen Momente addiert. Diese infinitesimale Betrachtungsweise war den Alten unbekannt.

Thabit versucht also seinen Beweis auf andere Weise. Und doch führt auch er in seiner Schlußfolgerung den Begriff des Unendlichkleinen in Wirklichkeit schon ein. Wenn er sagt, es ließe sich auf dem Zylinder immer ein Stück abschneiden, das kleiner ist als das Zusatzgewicht L, so ist damit ausgedrückt: Das Zusatzgewicht kann so klein sein als nur immer, so kann man das abzuschneidende Stück immer noch kleiner machen.

Der indirekte Beweis Thabits zu Satz VI kann aufgefaßt werden als der erste Schritt zur Einführung des Begriffes „Schwerpunkt", und zwar auf einem ganz anderen Wege als dem heute üblichen. Es wird tatsächlich bewiesen, daß das Gewicht eines materiellen, homogenen Körpers als im geometrischen Mittelpunkt des Körpers angreifend gedacht werden kann.

Es ist sehr bedauerlich, daß der soeben besprochene Beweis Thabits in keiner der lateinischen Handschriften richtig überliefert worden ist. Er ist auf diese Weise den abendländischen Gelehrten nicht zugänglich geworden. Die von Thabit angewandte Methode hätte ungemein befruchtend auf die weitere Entwickelung der Verwendung des Unendlichkleinen, also der infinitesimalen Betrachtungsweise wirken können. Es wäre interessant zu erfahren, ob vielleicht irgend ein späterer Gelehrter sich den Gedankengang Thabits zu eigen gemacht hat.

In den lateinischen Handschriften folgt nach dem Satz VI ein Satz, den ich mit VIa bezeichnen will:

Satz VIa. „Irgend eine (gewichtlose) Linie werde in zwei verschiedene Abschnitte geteilt und im Teilungspunkt aufgehängt. Auf der einen Seite wird im Endpunkte ein Gewicht aufgehängt, auf der anderen Seite sei ein materielles Stück an einem Teile dieser Seite befestigt, das eben und durchaus gleichmäßig ist, wie in den vorhergehenden Darlegungen, wie es bei materiellen Hebelarmen der Fall ist. Die Linie sei dann im Gleichgewicht. Dann muß sich das in dem einen Endpunkte der Linie angebrachte Gewicht zu dem Gewichte des materiellen Stückes, das an einem Teile der Linie befestigt ist, verhalten wie die Linie, welche begrenzt ist vom Aufhängepunkt und dem Mittelpunkte des materiellen Teiles, zum anderen Hebelarm."

Dieser Satz bringt gegenüber Satz VI nichts wesentlich Neues. Es schließt sich daran Satz VII.

Satz VII. „Hat man einen materiellen Zylinder von der Länge λ und dem Gewichte P, teilt seine Länge durch einen Punkt G in zwei Abschnitte λ_1 und λ_2 und hängt ihn im Punkte G auf, so wird der längere Teil des Zylinders nach abwärts sinken. Um Gleichgewicht herzustellen, muß man am Ende des kürzeren Armes λ_2 ein Gewicht X aufhängen, dessen Größe man erhält aus

$$X = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda} \cdot P \cdot \frac{\lambda}{2\lambda_2} \text{“}.$$

Der Beweis dieses Satzes wird geführt, indem Satz VIa angewendet wird auf das Stück des Hebels, um welches der größere Hebelarm länger ist als der kürzere.

Das Obige enthält den wesentlichen Inhalt der Schrift vom Qarastun und läßt die Art der Beweisführung erkennen. Die Schrift zerfällt dem Inhalt nach in zwei Teile. Der erste Teil befaßt sich mit der Ableitung des Hebelgesetzes für einen gewichtlos angenommenen zweiarmigen Hebel. Der zweite Teil untersucht die Verhältnisse am materiellen Hebel.

Thabit sucht aus dem aus der Dynamik übernommenen Axiom, dem Satz I, rein deduktiv das Hebelgesetz abzuleiten. Diese Ableitung beruht auf einem Irrtum, hervorgerufen durch eine falsche Auffassung des Begriffes „Kraft der Bewegung“.

Bei der Behandlung des materiellen Hebels geht Thabit anscheinend selbständig vor. Er bedient sich eines ganz eigenartigen, indirekten Verfahrens, um darzutun, daß das Gewicht eines materiellen Zylinders von durchaus gleichförmiger Gestalt und Substanz, der an einem gewichtlosen Hebel der Länge nach befestigt gedacht ist, als im Mittelpunkt des Zylinders angreifend angenommen werden kann.

Der Endzweck der Schrift ist die Ableitung des Satzes VII, welcher den eigentlichen Qarastun, den ungleicharmigen, materiellen Hebel behandelt. Es wird berechnet, welches Gewicht an dessen kürzerem Ende angebracht werden muß, um den längeren Arm im Gleichgewicht zu erhalten.

VI. Text der Handschrift Ambros. T 100, Mailand.

Vorbemerkung.

Der Veröffentlichung liegt zugrunde die Hs. Ambr. T 100. Verglichen habe ich sie mit Par. 8680. Wo der Text der Hs. Ambr. verstümmelt war, habe ich ihn aus anderen Hss. richtig gestellt und die Veränderung in den Fußnoten vermerkt.

1. Wörter, die von mir eingefügt wurden, sind in < > Klammern eingeschlossen. 2. Handschriftlich überlieferte Wörter, die von mir getilgt wurden, sind in [ ] Klammern eingeschlossen. 3. Lücken des Textes oder unleserliche Stellen sind mit . . . bezeichnet. 4. Diejenigen Stellen, welche in der von Herrn Prof. Wiedemann veröffentlichten arabischen Hs. nicht enthalten sind, sind zwischen * * eingeschlossen. 5. Außerdem enthalten die Anmerkungen am Schluß eingehenden Aufschluß über die Unterschiede zwischen dem lateinischen und dem arabischen Text. 6. Die Interpunktionszeichen sind von mir eingesetzt. 7. Ich hatte beabsichtigt, im Text die heute übliche Schreibweise, z. B. quae statt que, haesitavi statt hesitavi anzuwenden, habe aber davon schließlich Abstand genommen, da die Druckbogen bereits in der alten Schreibweise fertiggestellt waren. Es sollten dadurch unnötige Kosten vermieden werden.

Abkürzungen: M = Cod. Ambr. T 100 Milano. W = Wien IV 57 Nr. 5203. P = Paris 8680. B = Cod. Basil. F II 33. Th = Thorn R 4° 2.

Thebit, Liber de ponderibus, sive de Statera.

*Continuet deus conservationem tuam et multiplicet ex salute portionem tuam, ut non priver ego germano, qualis tu es, qui abstergit mentes cum inquisitione sua et excitat animum ad speculandum et inprimit scientiam per naturam suam et circuit se per se ipsum et commovet super illud quod expellit assimilationem ab eo et ab eo exponuntur veritates. legi o frater epistolam tuam in eo quod dixi de speculatione tua in causis karastonis cum vestigiis inventis in eo ex figuris demonstratis super ipsum. et tu quidem invenisti ea postquam cessans ab aliis occupatus fuisti in eis et bene exercuisti cogitationem in eis. inter ignotum quod non recipiunt mentes et ignotum quod non verificat experimentum vel consecutio perpendi ergo super illud permutationem linguarum interpretum et vicissitudines manuum scriptorum.

hesitavi ergo cum illo. et tu non sanasti ex malicia opinionis animam tuam. et tu quidem quesivisti a me expositionem eius conditionibus planis et intentionibus detectis et viis que appropinquare faciunt a longitudine eius, et alleviant difficultatem eius. et ego quidem respondebo tibi in eis de eo quod quesivisti et ultime dicam tibi ex eis ubi volueris cum significationibus sufficientibus et demonstrationibus sanis. Scies ergo locum erroris et unde multiplicatus est adeo donec forsitan factus est comprehendens et fit communis [jam scivisti]. dirigat te deus et tui pectoris illuminet intellectum. quod cause karastonis derivate sunt ex figuris geometricis, non ergo fit excusatio ei qui vult eas intelligere a consideratione earum cum speculatione illius in pluribus locis sicci. cognitio figurarum sectorum et intentionum proportionalitatis eorum et qualiter est earum assimilatio et cognitio proportionalitatis linearum in numeris ad invicem. Liber enim noster iste non tollat diversitatem illius et eius expositionis. Hoc autem capitulum innixum est super librum qui nominatur liber Euclidis.

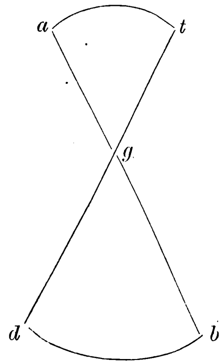
Qui ergo vult aliquid eius inveniet ipsum illic exquisitum. Quia ergo iam premisimus quod necesse fuit premitti de rememoratione eius quod convenit ei qui considerat hoc capitulum et intelligat ipsum. tunc incipiamus exponere illud adquod tendimus et quod volumus.*

I. Dico ergo quod omnium duorum spaciorum que duo mota secant in tempore uno proportio unius ad alterum est sicut proportio virtutis motus eius quod secat spatium unum ad virtutem motus secantis spacium alterum.

*Et ponam ad illud exemplum.

Dico duorum viatorum perambulat unus 30 miliaria et perambulat secundus 60 miliaria in tempore uno. Notum est ergo quod virtus motus eius qui perambulat 60 miliaria dupla est virtutis motus eius qui perambulat 30 miliaria. Sicut spacium quod est 60 miliaria est duplum spacii quod est 30 miliaria. Hec est proportio recta per se inter quam et inter intellectum non est medium separans ea.*

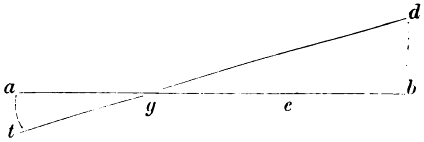
II. Et post hoc dico quod omnis linea que dividitur in duas sectiones et figitur punctum eius sectans et movetur linea tota penitus motu quo non redit ad locum suum tunc ipsa facit accidere duos sectores similes duorum circulorum, medietas diametri unius quorum est linea longior et medietas diametri secundi est linea brevior et quod proportio arcus quidem quem significat punctum extremitatis unius duarum linearum ad arcum quidem quem significat punctum linee secunde, est sicut proportio linee revolventis illum arcum ad lineam secundam.



Cuius exemplum est quod linea ab dividitur in duas sectiones divisas super punctum g et figam punctum eius g et movebo super ipsam lineam ab motu quo non redit ad locum suum. et movebo ipsam ad punctum t et fiet linea td ipsa linea ab. dico ergo quod due figure atg et bdg sunt duo sectores similes duorum circulorum et medietas diametri unius quorum est ag et medietas diametri secundi est bg et quidem proportio arcus at ad arcum bd est sicut proportio linee ag ad lineam gb. Cuius demonstratio est quod punctum g est fixum et quod linea ab movetur super ipsam et punctum a iam signavit apud motum linee ab arcum circumferentie circuli cuius diametri medietas est ag, qui est arcus at. et punctum b iam signavit apud motum linee arcum bd et quoniam in duobus angulis oppositis apud punctum g equalibus est sector agt similis sectori bgd. ergo proportio arcus bd ad circumferentiam sui circuli est sicut proportio arcus at ad circumferentiam sui circuli et proportio circuli ex quo est arcus at ad circulum ex quo est arcus bd est sicut proportio medietatis diametri unius eorum ad secundam et est ag ad gb. Manifestum est ergo ex eo quod diximus quod proportio arcus at ad arcum bd est sicut proportio ag ad gb. *non enim est simile illius nisi sicut si esset linea ab decem et linea ag ex ea quatuor oporteret ut arcus at sequeretur arcum bd quoniam ag sequitur gb et illud est quod demonstrare voluimus.

Jam diximus, in duobus spaciis que sequuntur duo mota in tempore uno quod proportio virtutis motus unius eorum ad virtutem motus alterius est sicut proportio spacii quod ipsum secat ad spacium alterum et punctum *a* apud motum linee iam secavit arcum *a t*; et punctum *b* iam secavit etiam apud motum linee arcum *b d*. et illud in tempore uno. ergo proportio virtutis motus puncti *b* ad virtutem motus puncti *a* est sicut proportio duorum spaciorum que secuerunt duo puncta in tempore uno unius ad alterum, sicut proportio arcus *b d* ad arcum *a t*. et haec proportio iam ostensum est quod est sicut proportio *b g* ad lineam *a g*. Quoniam ergo est secundum hoc exemplum linea *b g* sex et linea *a g* quatuor est virtus motus puncti *b* quantum virtus motus puncti *a* et quantum medietas eius. hec est propositio manifesta detecta ei qui speculatur eam et vult eam intelligere.*

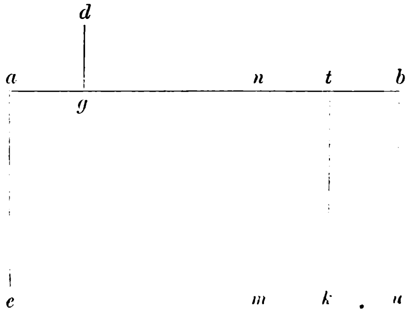
III. Cum ergo iam manifestum est istud tunc dico quod omnis linea que dividitur in duas sectiones diversas et estimatur quod linea suspendatur per punctum dividens ipsam et quod duorum ponderum proportionalium sicut proportionalitas duarum partium linearum unius ad comparem suam secundum alternationem suspenditur unum in extremitate unius duarum sectionum et secundum in extremitate altera tunc linea equatur super equidistantiam orizontis.



Cuius exemplum est quod linea *a b* dividitur in duas sectiones super punctum *g* et suspenditur linea ab hoc puncto et ponuntur in duobus punctis duarum extremitatum eius duo pondera proportionalia utrisque donec fit proportio ponderis suspensi in puncto *a* ad pondus suspensum in puncto *b* sicut proportio linee *b g* ad lineam *a g*. Dico ergo quod linea sit veniens super equidistantiam orizontis ita quod si nos inclinemus punctum *a* ad punctum *t* et elevetur punctum *b* ad punctum *d* sufficiet pondùs *a* donec redeat linea *a b* ad locum suum ex equidistantia orizontis. Cuius hec est demonstratio. Secabo ex *b g* longiore quod sit equale *a g* breviori quod sit *g e*. Si ergo suspendantur super duo puncta *a*, *e* duo pondera equalia equidistabit linea *a e* orizonti, quoniam virtus motus duorum punctorum est equalis secundum quod ostendimus donec si inclinaverimus punctum *a* ad punctum *t* sufficiet cum eo pondus quod est apud punctum *a* donec redeat ad locum suum et situm arcus *a t*. et quoniam permutabimus pondus ex puncto *e* ad punctum *b* et voluerimus ut linea remaneat super equidistantiam orizontis est nobis necesse ut addamus in pondere quod est apud *a* adiectionem aliquam donec fit proportio eius totius ad pondus quod est apud *b* sicut proportio *b g* ad *g a* quoniam virtus puncti *b* superfluit super virtutem puncti *a* per quantitatem superfluitatis *b g* super *g a* secundum quod iam ostendimus. pondus igitur quod est apud punctum fortioris est minus pondere quod est apud punctum debilioris secundum quantitatem qua proportionatur arcus arcui: cum ergo est apud punctum *b* pondus et est apud *a* pondus secundum et est proportio ponderis *a* ad pondus *b* sicut proportio *b g* ad *g a* equidistat linea *a b* orizonti. *Et ego exemplificabo tibi illud ut addatur ex intellectu eius. Dico ergo si esset linea *b g* sex ex numeris et linea *a g* quatuor ex numeris oporteret ex eis que premisimus ut sit virtus puncti *a* due tertie virtutis puncti *b*. Cum ergo suspenderimus a duobus punctis *a*, *b* duo pondera equalia non rectificabit pondus quod apud *a* ex pondere quod est apud *b* nisi per quantitatem virtutis puncti *b* quod est due tertie. Ergo est pondus *a* non rectificans pondus *b*.

Cum ergo voluerimus ut rectificet ipsum totum donec remaneat super equidistantiam orizontis dicamus quod numerus qui rectificat duas tertias eius quantum ponitur super ipsum quantum est medietas eius rectificat totum ipsius. est ergo pondus quod est apud *a* equale ponderi quod apud *b* et medietati equale eius et hec quidem proportio est proportio *b g* que est sex ad *g a* que est quatuor et illud est quod voluimus ostendere.*

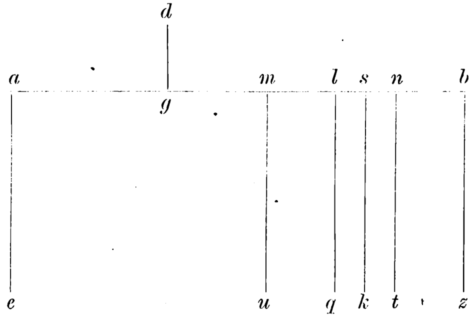
IV. Omnis linea que dividitur in duas sectiones diversas et suspenditur linea ex puncto secante et ponitur in uno duorum laterum eius pondus aliquod in puncto extremitatis eius et pondus aliud in puncto alio inter hanc extremitatem et punctum dividens ex loco suspensionis et pondus tertium ex extremitate altera et equatur linea super equidistantiam orizontis. tunc quoniam aggregantur duo pondera que suspenduntur in uno duorum laterum et permutantur de loco suo et suspenduntur in puncto medio ex eo quod est inter ea equatur illa linea super equidistantiam orizontis.



Verbi gratia linea *a b* dividitur in duas sectiones divisas super punctum *g* et suspenditur cum hoc puncto ex suspensorio *g d* et suspenditur ex eo in latere *a g*, et est punctum *a*, pondus *e* et in latere *g b* duo pondera equalia quorum unum est u cum puncto extremitatis eius quod est b et pondus aliud m cum puncto altero in eo quod est inter g et b et est punctum n. equatur ergo linea $a\,b$ et sit super equidistantiam orizontis.

Dico ergo quod quoniam nos diviserimus lineam $n\,b$ in duas medietates super punctum t et aggregavimus duo pondera u et m et permutaverimus ea utraque et suspenderimus cum puncto t sicut suspenditur k; quod linea $a\,b$ remanet super illud super quod fuit ex equidistantia orizontis. Cuius demonstratio est quod duo pondera n, m cum suspenduntur cum duobus punctis b, n sunt rectificantes pondus e in actractione perpendicularis ad inferiora. et consurgit tibi equalitas ponderis eius super equidistantiam orizontis. et unum quodque eorum rectificat partem ponderis e. pondus quidem u rectificat ex eo quantitatem cuius proportio ad pondus u est sicut proportio $b\,g$ ad $g\,a$. et pondus quidem m rectificat illud quod remanet ex eo. et proportio illius quantitatis que remanet ex eo ad pondus m est sicut proportio $n\,g$ ad $g\,a$. et quoniam aggregavimus has duas quantitates scilicet duo pondera m, u, et aggregavimus ea, fiet proportio ponderis e totius ad duo pondera $m\,u$ aggregata sicut proportio $b\,g$ et $n\,g$ aggregatarum ad duplum $g\,a$. et non dicimus duplum $g\,a$ nisi quoniam una queque duarum linearum $b\,g$ et $n\,g$ est proportionalis secundum singularitatem suam ad $g\,a$. postquam ergo aggregavimus duas lineas equales ad $g\,a$ duplamus $g\,a$ ut compleatur proportio. et nos quidem iam divisimus $n\,b$ in duas medietates super punctum t. ergo linea $t\,g$ est medietas duarum linearum $b\,g$ et $n\,g$ aggregatarum, quoniam linea $n\,b$ est superfluitas eius quod est inter duas lineas. et nos iam divisimus eam super punctum t in duas medietates et posuimus medietatem eius super lineam breviorem que est linea $n\,g$. ergo fit $t\,g$ medietas duarum linearum. ergo proportio tg que est medietas duarum linearum bg et ng, ad ga que est medietas dupli sui est sicut proportio ponderis e ad duo pondera m u aggregata. ergo proportio e ad k est sicut proportio tg ad ag. Jam ergo manifestum est quod duo pondera um quoniam aggregantur et suspenduntur in puncto medio ex eo quod est inter ea quod linea remanet super illud super quod fuit de equidistantia orizontis. *et non est illud nisi sicut dico si linea ab sit tridecim et gb ex ea sit tria et ga decem et ng duo et pondus m quatuor et pondus u quantum ipsum et pondus e sit ignotum. pondus ergo m rectificat de pondere e quantitatem proportio cuius ad pondus m est sicut proportio ng ad ga et est duo ad decem et est quinte decime per quantitatem que rectificat pondus m et est quatuor quinte unius. et pondus u rectificans ipsum secundum e rectificat ex ipso quantitatem cuius proportio ad u est sicut proportio bg ad ga quod est tria ad decem et est tres decime. ergo illud quod remanet de pondere e est tresdecime u quod est quatuor. et illud est unum et una quinta. ergo pondus e totum per hanc proportionem est duo et proportio totius e ad m et u aggregata est sicut proportio quinque ad duplum ga quod est viginti. linea vero nb que est unum iam divisa est in duas medietates. quare sit linea tg duo et medium. ergo proportio tg ad ga que est decem est sicut proportio duorum que sunt pondus e ad octo que sunt duo pondera mu aggregata. et illud est quod ostendere volumus.*

V. Quia ergo istud iam ostensum est, tunc dico quod omnis linea que dividitur in duas sectiones diversas deinde suspenditur linea a puncto dividente ipsam et ponitur in uno laterum eius pondus aliquod, in latere altero pondera equalia et comparitates linearum que sunt inter pondera sunt equales sicut linea postrema equalis linee prime et secunda sequens postremam equalis secunde a prima et ita omnis linea sue compari et equidistat linea orizonti. tunc illa pondera si aggregentur et suspendantur in puncto medio ex eo quod est inter pondus primum et postremum equidistabit linea orizonti.



Exempli causa linea *a b* dividatur super punctum *g* et suspendatur linea ex *g d* et ponatur in puncto *a* pondus *e* et suspendatur ex eo et ponantur in linea *g b* quatuor pondera equalia ex quibus sit pondus in puncto *b* et pondus secundum cum puncto *n* et pondus tertium cum puncto *l* et pondus quartum cum puncto *m* et linea *b n* sit equalis linee *l m* et pondus suspensum cum puncto *b* sit *z* et pondus suspensum cum puncto *n* sit *t* et pondus quod cum puncto *l* sit *q* et pondus quod est cum puncto *m* sit *u*. dico ergo quod quoniam diviserimus lineam *b m* in duas medietates super punctum *s* et permutaverimus pondera quatuor *z* et *t* et *q* et *u* et suspendaverimus ea omnia ex puncto *s* sicut suspenditur *k*, quod linea remanebit super illud super quod fuit ex equidistantia orizontis. Cuius demonstratio est quod punctum *s* est medium linee *m b*. Cum ergo nos aggregaverimus duo pondera *u z* et suspenderimus ea cum puncto *s* rectificabunt de pondere *e* quod rectificant in locis suis ubicunque fuerint ex linea secundum quod ostendimus. et linea *b n* est equalis linee *l m* et linea *b s* est equalis linee *s m.* ergo necesse est ut sit *s n* equalis *s l.* Cum ergo permutaverimus duo pondera *t q* et posuerimus ea iterum cum puncto *s* ad medium quod est inter utroque rectificabunt illud quod rectificabant in locis suis ex linea secundum quod iam ostendimus. Manifestum est ergo ex eo quod diximus quod quoniam aggregaverimus pondera *z t q u* et suspendaverimus ea cum puncto *s* sicut suspenditur *k* quod ipsa rectificant de pondere *e* illud quod rectificabant in locis suis in quibus erant ex linea. et quod linea *b a* remanet equalis super illud super quod erat ex equidistantia orizontis. et illud est quod volumus ostendere.

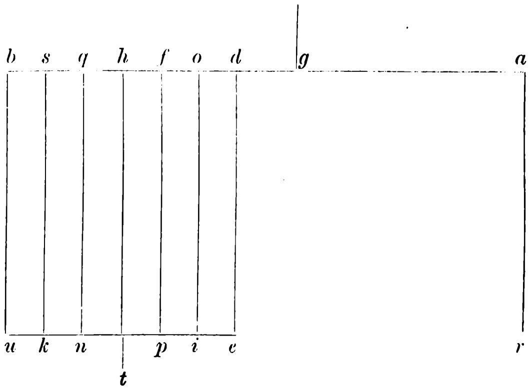
Iste demonstrationes sunt demonstrationes si manifeste et cause recte in lineis, non in perpendicularibus. cum perpendiculares sint habentes crossitudinem, et cum suspenduntur absque puncto medio est ei quod superfluit ex eis ab equalitate pondus et non est illud cum pondere suspenso cum puncto uno linee perpendicularis. currit ergo cursu linearum proportionalium et non superfluit pondus aliquod ex eis super equalitatem nisi cum pondere continuo vel expanso simplici et non currant plures eorum qui currant in hoc capitulo nisi per hoc quod ponunt has demonstrationes quibus elevatur vel aequatur comparem examen sicut lapis cum quo parabatur aurum vel aliquid quod ponderat quantum aliud in quo ponuntur ea que ponebantur super perpendiculares habentes crossitudinem. Quod autem facit te scire quo est via ad utendum illo in perpendicularibus superfluentibus ad equalitatem manifestum est et detectum ex demonstrationibus precedentibus in lineis.*

VI. Dico ergo quod quoniam estimamus lineam rectam divisam in duas sectiones diversas et suspenditur linea ex puncto dividente ipsam et suspenditur in uno laterum eius et cum puncto extremitatis eius pondus aliquod et estimamus quod in latere eius altero sit pondus expansum, equalis crossitudinis, continuum cum puncto illius lateris secundum illud super quod invenitur crossitudo in perpendiculari trutine et quod illa crossitudo rectificat pondus quod est in extremitate linee donec sit linea equalis super equidistantiam orizontis. Quod si nos opinemus vel estimemus quod linea portionis habentis crossitudinem denudetur ex illo pondere continuo equalis expansionis et suspendatur in puncto medio linee portionis tunc linea remanet super illud super quod fuit equalis super equidistantiam orizontis.

Cuius exemplum est quod linea *a b* dividitur in duas sectiones diversas super punctum *g* et suspenditur linea ex isto puncto dividente ipsam et ponitur in puncto *a* pondus suspensum ex ea quod est pondus *r* et in linea *d b* ex linea *g b* pondus simplex fixum continuum in toto sui secundum equalitatem sicut est crossitudo perpendicularis trutine et crossitudo est *d b u e* et rectificat pondus *r* ad equalitatem *a b* super equidistantiam orizontis.

Dico ergo quod si nos denudemus lineam *d b* de crossitudine *d b e u* et aggregemus eam cum puncto in medio linee *d b* super punctum *h* sicut suspenditur *t* remanebit *a b* super illud super quod fuit de equidistantia orizontis.

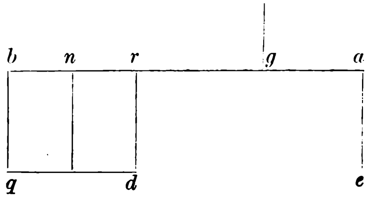
Erit ergo unum duorum laterum linee *a b* declivius ad inferiora quam latus alterum. Sit ergo illud quod declive est ex uno duorum laterum illud quod est in parte *a* si possibile est. ergo si volumus equare pondus erit nobis necesse ut addamus in pondere *t* additionem aliquam. sit ergo additio hec pondus *l* et accipiamus de portione *d b e u* partem linee *d b* que nueret lineam *d h* redeat cum multiplicibus linee *b h* et illud quidem possibile est. Quantum quoniam accipimus ex linea *b d* partem equalem multiplicibus possibile est ut redeat. Sit ergo illa pars *b s* ergo linea *b h* dividitur cum equali-



tate *b s* et similiter dividitur *d h* cum equalitate linee *b s* et sint divisiones linea *b s* et linea *s q* et linea *q h* et linea *h f* et linea *f o* et linea *o d* et separetur portio habens crossitudinem cum lineis que secant eam super partes equales que sint *b u* *s k* *q n* *f p* *o i* *d e.* portio igitur *s u* est equalis portioni *d i* in pondere et in duobus spaciis simplicibus secundum lineam *d o* et lineam *s b* sunt equales. et pondus unius eorum est compar suo compari a puncto loci medii. Si ergo estimemus quod portio *d o* denudetur ex portione *d i* et suspendatur pondus huius portionis ex puncto *o* rectificabit ex pondere *r* partem maiorem quam sit pars quam rectificabat cum erat expansum super *d o* quoniam suspensorium eius tunc erit longinquius a suspensorio *g* quam reliqua portio *d i.* et portio *s u* ex portione perpendicularis habentis crossitudinem si aggregetur etiam et suspendatur cum puncto *s* rectificabit ex pondere *r* partem minorem parte quam rectificabat cum erat fixa ut simplex expansa quoniam eius suspensio tunc erit propinquior suspensorio *g* quam reliqua portio *s u* et omni quidem puncto portionis *d i* ex portione *s u* est compar in pondere et spacio. Cum ergo denudatur *b s* ex crossitudine *s u* et *d o* ex crossitudine *d i* et aggregantur pondera utriusque et suspendimus ea cum puncto medio ex eo quod est inter ea, quod est punctum *h* rectificant illud quod rectificabant in loco eorum ubi erant ex crossitudine linee. et declaratur ex hoc quod quoniam denudamus portiones *o p* *q k* ex crossitudine sua et aggregantur illa duo pondera et permutantur ex loco eorum et suspenduntur in loco medio rectificant quod rectificabant in locis suis ubi erant ex crossitudine portionis et similiter crossitudo duarum portionum *h n*, *h p* cum denudatur crossitudo earum a linea *f q* et suspenditur cum puncto medio ex eo quod est inter eas et est punctum *h* rectificant etiam quod rectificabant in locis suis ubi erant ex crossitudine duarum portionum.

Manifestum est ex eis que exposuimus quod istarum portionum quoniam aggregantur pondera et denudantur a linea *d b* et suspenduntur sicut suspenditur pondus *t* quod ipsa equant illud quod equabant cum sunt fixa expansa super lineam. et pondus *t* est equale portioni *d b* et rectificans eam in attractione perpendicularis ad inferiora. ergo pondus *t l* plus est quam pondus portionis *d b* et vehementius rectificans in attractione perpendicularis et portio *d b* rectificabit pondus *r* suspensum ex puncto *a*. ergo pondus *t l* rectificat plus quam pondus *r*. vero pondus *t* secundum quod fabricavimus rectificans est pondus crossitudinis portionis *d b* et equale ei in pondere et crossitudo *d b* rectificat *r*. ergo pondus *t* est rectificans pondus *r*. Iam ergo ostensum est quod crossitudo portionis *d b* quoniam denudatur a linea *d b* et aggregatur et suspenditur cum puncto medio ex eo quod est inter duo puncta *d*, *b* remanet linea secundum quod ostendimus ex equidistantia orizontis rectificans pondus *r* et illud est quod declarare volumus.

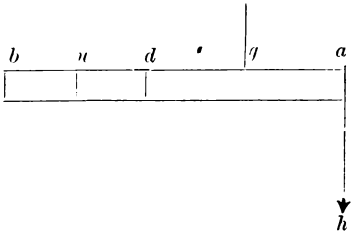
* VIa. Postquam ergo iam ostensum est istud tunc dico quod omnis linea que dividitur in duas sectiones diversas si suspendatur ex puncto dividente ipsam et ponatur in uno laterum eius et in puncto extremitatis eius pondus aliquod, et in latere eius secundo portio perpendicularis plana continua secundum equalitatem secundum quod ostendimus super quam sit perpendicularis trutinarum in parte una illius lateris fixa in eo et equidistat linea orizonti, quod proportio ponderis suspensi ex puncto extremitatis linee ad pondus portionis perpendicularis fixe in quadam parte linee est sicut proportio linee que est inter suspensorium et inter punctum medium portionis habentis crossitudinem ad lineam secundam.



Exempli causa linea *a b* sit divisa in duas sectiones diversas super punctum *g.* et suspendatur linea ex puncto *g* et ponatur in puncto *a* pondus *e* suspensum ex eo et in parte linee *b g* pondus fixum planum equalis continuitatis secundum illud super quod sunt perpendiculares trutinarum et sit illud portio *r b q d* et rectificet pondus *e* in attractione perpendicularis et dividatur longitudo portionis habentis crossitudinem in duas medietates super punctum *n.* dico ergo quod proportio ponderis *e* ad pondus portionis habentis crossitudinem est sicut proportio linee *n g* ad *a g.* cuius hec est demonstratio quod pondus. *r b q d* est pondus simplex et non est cum pondere suspenso cum puncto uno linee *r b* et iam ostendimus quod cum denudetur linea *r b* ex crossitudine portionis *r b q d* et pondera aggregata suspendantur cum puncto medio linee *r b* et illud est punctum *n*, et quidem linea remanet super illud super quod fuit ex equidistantia orizontis. et quidem pondus suspensum cum puncto *n* erit rectificans pondus *e*. Estimanus ergo quod portio *q d b* habet pondus, suspensum cum puncto *n*. erit ergo tunc proportio ponderis *e* ad pondus portionis sicut proportio linee *g n* ad lineam *g a*. et non est exemplum illius nisi si esset linea *b g* octo ex numeris et *g a* tria et linea *r b* sex. nam linea *g n* erit quinque et erit proportio ponderis *e* ad pondus portionis habentis crossitudinem sicut proportio linee *n g* ad *g a*.

Cum ergo est pondus *e* verbi gratia unum est ponderi portionis equale et duabus tertiis ipsius et illud est quod ostendere voluimus.*

VII. Ponamus autem nunc sermonem nostrum super perpendicularem crossam equalem et qualiter sit usus harum demonstrationum in eo. Dico ergo quod quoniam est perpendicularis recta, equalis crossitudinis et substantie, et suspenditur perpendicularis cum puncto ipsius non super medio et volumus scire qualiter accipiamus quantitatem ponderis quod cum suspenditur cum extremitate sectionis brevioris ex duabus sectionibus perpendicularis equatur super equidistantiam orizontis, tunc nos scimus pondus illius perpendicularis et scimus longitudinem eius, et longitudinem cuiusque duarum sectionum eius. et accipiemus superfluum quod est inter duas sectiones et multiplicabimus ipsum in pondus perpendicularis et dividemus quod aggregatur super longitudinem perpendicularis quod ergo egreditur ex divisione est illud pondus superfluitatis quod est inter duas sectiones. et est portio perpendicularis superfluens super equalitatem. deinde accipimus pondus huius portionis et multiplicamus ipsum in longitudinem perpendicularis et quod aggregatur dividimus ipsum super duplum sectionis brevioris duarum sectionum perpendicularis quod aggregatur ex divisione est quantitas que cum suspenditur cum extremitate sectionis brevioris duarum sectionum perpendicularis equatur pondus eius super equalitatem orizontis. cuis exemplum sit ut estimemus lineam *a b* perpendicularem rectam equalis crossitudinis et substantie et suspendi cum puncto non super ipsius medium quod sit punctum *g* et sit linea *g b* longior linea *g a.* Volo igitur scire quanta sit quantitas ponderis quod cum suspenditur cum puncto *a* equatur pondus *a b* super equidistantiam



orizontis. dividimus ergo ex *g b* quod sit equale *a g* et remanet *d b.* dividamus ergo ipsam in duas medietates super punctum *u.* dico ergo quod quoniam multiplicamus longitudinem *d b* in pondus totius perpendicularis et dividimus quod aggregatur super longitudinem perpendicularis tunc quod egreditur ex divisione est pondus portionis *d b* et quoniam multiplicamus pondus *d b* in longitudinem perpendicularis et dividimus quod aggregatur super duplum sectionis minoris, tunc quod egreditur ex divisione est quantitas que cum suspenditur ex puncto a equatur perpendicularis $a\,b$ super equidistantiam orizontis.

Cuius hec est demonstratio. linea $a\,b$ est perpendicularis equalis crossitudinis non addit partis pondus mensure eius super partem secundam equalem illi. et linea $g\,d$ est equalis linee $g\,a$ in pondere suo et sua longitudine et punctum g est punctum medium ex eo quod est inter a et d. quare unum eorum rectificat secundum. et perpendicularis $d\,b$ est superfluitas super equalitatem.

Cum ergo voluerimus dicimus quod proportio cubiti vel mensure $d\,b$ ex cubito $b\,a$ est sicut proportio ponderis $d\,b$ ex pondere $b\,a$. ergo multiplicatio linee $d\,b$ in pondus $b\,a$ divisa super cubitum $b\,a$ est pondus $d\,b$. *et illud quidem non est nisi sicut si esset linea $a\,b$ decem et linea $a\,g$ duo et $g\,d$ equalis ei, et $d\,b$ residua. et est pondus perpendicularis $d\,b$ quod est duodecim, et perpendicularis $a\,d$ in attractione perpendicularis est sicut linea cui non est pondus.* et perpendicularis $d\,b$ est cum pondere continuo cum portione linee $a\,b$. Iam autem ostendimus quod linea dividitur in duas sectiones diversas et suspenditur ex puncto dividente ipsam et in portione eius pondus planum fixum in eo et in puncto quod est in extremitate pondus secundum suspensum ex eo et quod quoniam duo pondera sunt in rectificatione proportio ponderis extremitatis ad portionem est sicut proportio linee que est inter suspensorium et inter punctum medium portionis ad lineam secundam que sequitur pondus.

Notum est ergo ex eo quod ostendimus quod proportio ponderis quod suspenditur cum puncto a ut sit rectificans pondus portionis ad pondus portionis $d\,b$ est equalis portioni linee $g\,u$ ad $g\,a$. quoniam u est punctum medium linee $d\,b$ et linea $g\,u$ est medietas linee $a\,b$, quoniam linea $d\,b$ est superfluitas eius quod est inter duas sectiones. et iam divisimus eam in duas medietates et addidimus medietatem eius super lineam breviorem ergo linea *g u* est medietas totius linee. et proportio eius ad *g a* est sicut proportio totius linee ad duplum linee *a g*. ergo cum multiplicamus pondus *d b* in longitudinem linee *a b* et dividimus quod provenit super duplum *a g* est illud quod egreditur ex divisione et ipsum pondus quod rectificat pondus superfluitatis perpendicularis donec remanet equalis super equidistanciam orizontis.

Iam ergo expositum est tibi frater quod iuvat te a labore mentis et abiuvat te ab opere cogitationis et sanat te ex lumine veritatis et facit te consequi studium anime. et quoniam volumus artem carastonis in perpendiculari equali, noti cubiti et ponderis, et iam scivimus per demonstrationes quas ostendimus quanta sit quantitas ponderis quod cum suspenditur cum extremitate sectionis brevioris equatur pondus illius perpendicularis super equidistantiam orizontis. tunc possibile est ut ponamus illud pondus consequens punctum extremitatis sectionis brevioris aut in latere cum suspensione eius aut cum additione ponderis super ipsam quare fit perpendicularis tunc quidem linea cui non est pondus. deinde dividimus lineam longiorem per illud quod voluimus ex sectionibus a parte portionis ad sectionem minorem. Erit ergo quod ponderat pondus gravati carastonis apud omnem sectionem eius notum secundum portionem perpendicularum rememorationis in lineis. et possibile est iterum ut faciatur pondus lateris ad rectificationem perpendicularis equalis super equidistantiam orizontis. secundum illud super quod est res carastonum hodie. Erit ergo illud augmentum in ponderatis et currit pondus in gravate in sectionibus secundum proportionalitatem predictam. et erit additio in ponderatis consequens in omni sectione earum. Hanc igitur artem adiuvant demonstrationes et verificant experimentum. Cum ergo uteris ex eis illo quod demonstravimus et intellexeris ex demonstrationibus illorum illud quod permisimus extrahet te a termino hesitationis et deteget te ab errore assimilationis et faciet te videre locum rectitudinis et faciet te cognoscere casum erroris. finitus est liber carastonis editus a thebit filio core.

Anmerkungen zum Texte.

(Die fetten Ziffern bedeuten die Seitenzahlen, die übrigen die Zeilen. Offenbare Verstümmlungen wurden nicht besonders vermerkt.)

166. 1) Thebit] Titel von neuerer Hand. De Ponderibus Titel in P. Daneben ist in P von neuerer Hand schwer leserlich beigefügt Thebit . . . Jordani. Die Abhandlung folgt in P unmittelbar auf *Jordani de ponderibus* und wird anscheinend fälschlicherweise als Teil dieses Werkes angesehen. — Titel fehlt in Th. — Titel in W: Thebit filius Chori de Carastone et ponderibus. Carasto autem est, ubi unum bracchium est longius quam aliud, sibi oppositum. Scribitur . . . — In B: Liber Crastonis. Vel Thebit filius Chore. Incipit de figuris sectoribus (von neuerer Hand). 2) Der zwischen *. . . * eingeschlossene Brief fehlt wie im Arabischen, so auch in W und Th. 3) ut non] fehlt P. 6) circuit] Duhem übersetzt „sich schärfen"; wahrscheinlich liest er secavit. 15) vel consecutio] fehlt P. 29) pectoris] aus P; in M verstümmelt. 30) ergo] fehlt P.

167. 8) intendimus P. 16) viatorum] aus P; in M verstümmelt in motorum. In Th macht der eine Wanderer 20, der andere 10 Meilen. Im Arabischen fehlt das Zahlenbeispiel. perambulat] in P ambulat. 18) motus] fehlt P. 20) Sicut — 30 miliaria] fehlt P. 22) recta] recepta P. 32) quidem] fehlt P. 34) punctum extremitatis lineae secundae P.

168. 5) lineam a b — suum] fehlt P. 13) et quidem — lineam g b] fehlt im Arabischen, doch ist gleich darauf wie hier bewiesen, daß sich die Bögen wie die Radien verhalten. Das folgende Zahlenbeispiel fehlt ebenfalls wieder, ebenso in W, doch ist es in allen anderen Hss., auch in Th. enthalten. 35) sequuntur] secant P.

169. 16) In dieser allgemeinen Fassung ist Satz III im Arabischen nicht enthalten; er lautet dort wie hier der nun folgende Satz: Cuius exemplum est — orizontis. Der Beweis des Satzes im Arabischen scheint dem Übersetzer nicht überzeugend genug gewesen zu sein, weshalb er ihn auf seine Weise erweiterte, wobei er aber die irrige Ansicht bekundet, daß ein im Gleichgewicht befindlicher Hebel, wenn er aus der Gleichgewichtslage gebracht wird, unter allen Umständen wieder in die frühere Lage zurückkehren müsse. Der Beweis ist hier natürlich ebenso unbefriedigend wie im Arabischen, da eben das Hebelgesetz eine Erfahrungstatsache ist, die sich durch geometrische Betrachtungen allein nicht ableiten läßt.

170. 17) adiectionem] additionem P. 35) due tertie] fehlt P.

171 3) duas tertias] fehlt P. 8) que quidem P. 9) Vor dem Satz IV ist im Arabischen eine Abhandlung eingeschoben, die sich in keiner der lateinischen Übersetzungen findet. Sie führt zunächst an, daß bei einem materiellen Hebel mit ungleichen Hebelarmen die vorher abgeleiteten Gesetze ebenso gelten, wenn man die Dicke des kürzeren Hebelarmes so weit vermehrt, bis der Balken ohne angehängte Gewichte im Gleichgewicht ist.

Weiterhin wird ausgeführt, daß das Gleichgewicht nicht gestört wird, wenn man die Gewichte, anstatt am Hebel selbst, an Stäben anbringt, die in den vorherigen Aufhängepunkten der Gewichte senkrecht auf dem Hebel befestigt sind. Sodann wird der Fall behandelt, daß diese Stäbe schräg zum Hebelarm stehen.

In der Beiruter Hs. ist dann noch ein Abschnitt, von E. Wiedemann als „Einschiebsel" bezeichnet, der von der sog. Römischen Schnellwage handelt, bei welcher am kurzen Hebelarm eine Wagschale hängt und am längeren Arm ein Laufgewicht verschiebbar ist. — Es ist möglich, daß der ganze Abschnitt erst von einem späteren Bearbeiter der arabischen Texte angefügt worden ist, denn er ist mit dem Aufbau der Schrift nicht organisch verbunden. Seine Ergebnisse werden weiterhin gar nicht mehr verwertet.

20) Satz IV genau wie im Arabischen. 21) ex ea P.

172. 6) Der folgende Beweis findet sich zwar in allen Handschriften, scheint aber doch entstellt wiedergegeben zu sein. Die Gleichung $E : (M + U) = (bg + ng) : 2ga$ ist richtig. Doch beruht die Ableitung derselben auf einem elementaren Fehler. Es wird nämlich angenommen, wenn 1. $E_1 : U = bg : ga$ und 2. $E_2 : M = ng : ga$ ist, daß dann $(E_1 + E_2) : (U + M) = (bg + ng) : (ga + ga)$ sein müßte. Im Arabischen ist der Beweis richtig. 12) cum] fehlt P. 13) bn] fälschlich bd P. Überhaupt in P mit vielen Fehlern.

173 6) duo pondera] ergänze aequalia. 9) orizontis]. Das folgende Zahlenbeispiel fehlt wieder im Arabischen und in W. In P sind Zahlzeichen geschrieben: 10, 13, 4. Auch hier finden sich viele Fehler in P. 31) Satz V samt Beweis und Beispiel scheint der Übersetzer ins Lateinische selbständig verfaßt zu haben. Im Arabischen folgt hier (unter Beziehung auf die in der zu Satz IV gehörigen Figur angewandten Bezeichnungsweise): „Hängt man an die Linie *bn* beliebig viele Gewichte, es können auch unendlich viele sein, die alle gleich sind, und zwar so, daß zwischen *t* und *b* eben so viele wie zwischen *t* und *n* hängen, und zwar in gleichen Entfernungen von *t*, und ist die Gesamtheit der Gewichte zusammen gleich *k*, so ist wiederum der Balken horizontal im Gleichgewicht." — Im Anschluß hieran kommt dann Satz VI.

175. 15) Der Abschnitt findet sich mehr oder minder verstümmelt in M, B, P, während er in W und Th. fehlt. 18) absque] soll wohl heißen non absque. 34) Das, was hier Satz VI heißt, findet sich im Arabischen als sog. Beweis für den Satz: „Wenn das Gewicht *K* gleichmäßig und in gleicher Weise und kontinuierlich ausgebreitet ist in dem Bereich zwischen *b* und *n*, so bleibt der Balken (wie vorher) im Gleichgewicht." Es ist klar, daß Satz VI kein Beweis für diesen Satz, sondern nur dessen Umkehrung ist. Wahrscheinlich hat ein arabischer Abschreiber aus „Lehrsatz" „Beweis" gemacht, denn der Lehrsatz selbst ist im Arabischen bewiesen.

176. Zu Satz VI. In P ist anstatt *r* in der Figur *t* gesetzt, im Text jedoch richtig *r*. Ebenso in der Figur *x* statt *u*. In W ist statt *r*, *e* genommen. Der ganze Beweis ist im Lateinischen verstümmelt. Der Übersetzer wollte sich offenbar an die im Arabischen angewandte Beweisführung halten, hat sie aber, da sie ziemlich umständlich ist, nicht verstanden. Vergleiche S. 160/161. W läßt das Zusatzgewicht L ganz weg und führt dann den Beweis folgendermaßen:

Nimmt man das Stück *di* vom materiellen Stück *dbue* weg und hängt ein ihm gleiches Gewicht im Punkte *o* auf, so wird beim linken Hebelarm das Drehbestreben nach unten größer, weil das Gewicht weiter vom Drehungspunkt entfernt ist als vorher das Stück *di*. Nimmt man aber das Stück *bk* weg und hängt es im Punkte *s* auf, so wird dieses Drehbestreben kleiner als vorher. Führt man beide Veränderungen zugleich aus, so bleibt der Hebel im Gleichgewicht. Ebenso kann man die Stücke *op*, *fx*, und *su*, *qx* vom Hebel entfernen und ihnen gleiche Gewichte entsprechend in den Punkten *f*, *h* und *q*, *h* aufhängen, ohne das Gleichgewicht zu stören Nimmt man aber alle diese Gewichte ab und hängt sie zusammen im Punkte *h* auf, so muß ebenfalls nach den früheren Sätzen Gleichgewicht herrschen.

177. 24) ut simplex] fehlt P.

178. 7) illud] aus P übernommen; in M heißt es fälschlich secundum. 25) $t\,l] = t + l$.

179. 3) Satz VIa fehlt im Arabischen. 27) medietates super . . . crossitudinem] fehlt P.

180. 35) aggregatur] im Sinne von egreditur. 36) perpendicularis]. Hier folgt im Arabischen der Satz: „Bei dem Begriff der Multiplikation und Division folgt man hier nur dem, was bei den Rechnern üblich ist, von dem wir Zahlreiches erprobt haben."

181. 18) Figur in P falsch. Es ist dort *gd* nicht gleich *ga*. 19) dividimus] im Sinne von subtrahieren.

182. 2) Der folgende Beweis gibt die etwas unübersichtliche arabische Entwicklung nur dem Sinne nach wieder. 5) mensure] mensure vel cubiti P; im übrigen recht fehlerhaft in P. 15) Es sollte wohl hier ein Zahlenbeispiel folgen, wird aber nicht durchgeführt.

183. 10) Das folgende Schlußwort fehlt wieder in den Hs.Hs., in denen der Brief am Anfang fehlt, also in Th und W. 14) noti cubiti vel mensurae et ponderis P.

184. 5) finitus]. Dieser letzte Satz fehlt P.

VII. Verzeichnis der lateinischen Fachausdrücke.

abeualitas] linea dividitur cum aequalitate bs, die Linie wird in gleiche Teile von der Größe bs eingeteilt.

aequatur linea super aequidistantiam orizontis, die Linie bleibt in horizontaler Lage im Gleichgewicht.

aggrego addieren] illud quod aggregatur, anscheinend verstümmelt statt egreditur das was herauskommt, das Resultat.
anguli oppositi, Scheitelwinkel.
attractio perpendicularis ad inferiora, der senkrechte Zug nach unten.
circulus, Kreis.
consecutio, Schlußfolgerung.
compar, Genosse (ein Hebelarm in bezug auf den andern).
comparitates, entsprechende Stücke.
crossitudo, Dicke, Umschreibung für den Begriff Masse, Materie[1]).
cubitum, die Elle, Teilstück.
debilioris punctum, der Endpunkt des kürzeren Hebelarmes.
demonstratio, Beweis.
diameter, Durchmesser.
denudo lineam de crassitudine, einen materiellen Zylinder (Linie) seiner Masse entkleiden.
declive, abschüssig, nach unten neigend (von einem Hebelarm).
expositio, Auseinandersetzung, Darstellung.
figo, festhalten.
fortioris punctum, der Endpunkt des längeren Hebelarmes.
innitor, sich anlehnen, stützen.
milliarium, Meilenstein, Meile (1000 Schritte).
penitus, gründlich. gänzlich, weithin, weit.
perpendicularis, Wagebalken, Hebelarm
propositio, Vorstellung, Thema, Theorem, Lehrsatz.
revolvo, durchwälzen, beschreiben (von Punkten, die eine Kurve beschreiben).
residuum, der Rest.
seco, durchschneiden, durchlaufen.
sectio, Abschnitt.
signo, zeichnen, bilden (z. B. ein Punkt bildet bei seiner Bewegung eine Linie).
significatio, Bezeichnung, Zeichen, Andeutung.
spatium, Raum, Strecke
statera (*στατήρ*), die Wage.
sufficio, ausreichen, genügen.
sufficiet punctum a. Der Punkt a wird (dem Zuge des andern Gewichtes) nachgeben.
superfluitas, Überschuß, Differenz.
trutina, Wage.
virtus motus, Kraft der Bewegung. Im Satz I hat v. m. die Bedeutung einer Kraft, im Beweis zu Satz III jedoch die Bedeutung eines statischen Momentes.

---

[1]) Die meisten Handschriften haben das mittelalterliche crossitudo oder grossitudo nur Thom hat crassitudo.

Herrn Geheimrat Professor Dr. E. Wiedemann sei auch an dieser Stelle mein herzlichster Dank für seine gütige Unterstützung bei meinen Studien zum Ausdruck gebracht. Ebenso danke ich Herrn Professor Dr. Würschmidt und Herrn Privatdozenten Dr. Frank für manchen freundlichen Rat. Auch den Herren Universitäts-Professoren Dr. Heerdegen und Dr. Stählin bin ich für ihre gütige Hilfe zu aufrichtigem Dank verpflichtet.