Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. LXXI.

Über eine Schrift über die Bewegung des Rollens und die Beziehung zwischen dem Geraden und dem Gekrümmten von *Quṭb al Dîn Maḥmûd b. Mas'ûd al Schîrâzî.*

Von Eilhard Wiedemann.

In einer großen Anzahl mathematischer Schriften der Araber sind prinzipielle Untersuchungen enthalten, die sich u. a. auf die Axiome des Euklid, auf schwierige und unklare Stellen in den Elementen u. s. f. beziehen. Es sind dies Untersuchungen, die vielfach an ganz moderne Betrachtungen anklingen (vgl. G. Jacob und E. Wiedemann, Zu *Omer-i-Chajjâm.* Der Islam, Bd. 3, S. 53. 1912.)

Da ich selbst kaum mehr dazu kommen werde, auf diesen Gebieten zu arbeiten, so habe ich einem jüngeren Gelehrten vorgeschlagen, diesen Gegenstand einheitlich zu behandeln; hoffentlich führt er die Untersuchungen durch.

Hierher gehört auch die Frage nach dem Verhältnis von der krummen zu der geraden Linie, die in dem Paradoxon gipfelt, ob die gerade Linie wirklich kürzer ist als der Bogen.

Dies Problem kommt bei den Arabern darauf hinaus, ob eine krumme und eine gerade Linie sich überdecken können, da man nur dann eine Gleichheit oder Ungleichheit beider feststellen kann. Zu der Überdeckung ist aber nötig, daß die beiden in Frage kommenden Gebilde von einer Art sind. Es zeigt sich, daß man zwischen einer Überdeckbarkeit im engeren Sinn des Wortes und einer allgemeinen (*muṭlaq*) zu unterscheiden hat.

Das oben erwähnte Problem hat *Quṭb al Dîn* (1236/37—1311) in seiner Schrift *Nihâjat al Idrâk fî Dirâjat al Aflâk*, Das höchste Vorhandensein über die Kenntnis der Sphären, eingehend behandelt. Das Werk selbst ist eine an die *Tabṣira fi'l Haija*, das Erinnerungsbuch über die Astronomie von *Naṣîr al Dîn al Ṭûsî* (1201–1274) anknüpfende ganz hervorragende Kosmographie, d. h. eine beschreibende, also nicht rechnende Astronomie, wobei aber die Ptolemäischen Anschauungen eingehende Behandlung finden.

Die uns interessierenden Ausführungen stehen am Ende des ersten Buches und schließen sich unmittelbar an die Betrachtungen über die Reflexion und Brechung des Lichtes an (vgl. E. Wiedemann, Zu den optischen Kenntnissen von *Quṭb al Dîn al Schîrâzî*. Archiv für die Geschichte der Naturwissenschaften und Technik, Bd. 3, S. 192. 1912).

Nach einer ganz kurzen Doxologie erzählt *Quṭb al Dîn*, daß er von einem ganz vortrefflichen, aber nicht genannten Manne eine Abhandlung gelesen habe, *fî Ḥarakat al Daḥraga wa Nisba bain al Mustawi wa'l Muḥani* (Über die Bewegung des Rollens und die Beziehung zwischen dem Geraden und Krummen), die an die Probleme der oben genannten Schrift *Nihâjat* usw. anknüpfte. Er verbreitet sich dann lang und breit darüber und gibt den Text der anonymen Schrift selbst, den er mit erläuternden und erweiternden Bemerkungen versieht. Dieses Werk von *Quṭb al Dîn* ist in Gotha (Katalog Bd. 2, S. 269, Nr. 1158_{18}) vorhanden und ist mir von der dortigen Bibliotheksverwaltung in gütigster Weise zur Verfügung gestellt worden.

Der Text des Anonymus beginnt mit einigen allgemeinen Redensarten, dann heißt es:

Ich stieß auf ein Werk über die Astronomie (eben dasjenige von *Quṭb al Dîn*). Es vereinigt in sich viel Nützliches, ist stark in seinen Zielen und süß (oder angenehm) in all seinen Wegen (Methoden) hin und zurück (herein und heraus) (*maṣâdir wa mawârid*), es ist der Pol der Sphäre, es ist von köstlicher Trefflichkeit, der Horizont für die Lehre von der oberen Welt,

Am Ende der ersten *Maqâla* entdeckte ich und bedachte ich aufmerksam das, was ich wörtlich wiedergebe.

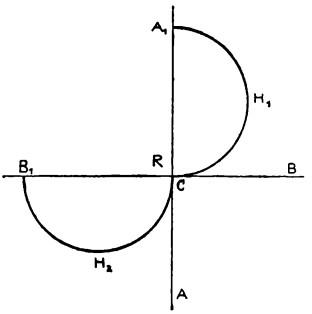
Jenes[1]) (d. h. die optischen Betrachtungen) habe ich mitgeteilt. Jetzt will ich das Problem besprechen, für das ich eine genaue Prüfung seiner Erklärung (seines Beweises) versprochen habe. Es ist das Problem, daß die große Menge der Ansicht ist, daß der Satz (*Ḥukm*), nach dem die gerade Linie kürzer als der Bogen ist, eine falsche Annahme ist. Dabei gehen manche so weit, daß sie behaupten, daß diese beiden Gebilde nicht von einer Art sind, und daß es nur bei Gegenständen einer und derselben Art möglich ist, ein Urteil über Gleichheit und Verschiedenheit zu fällen. Dieses beruht nämlich darauf, daß man die verglichenen Gegenstände, sei es in Gedanken oder in der praktischen Ausführung, zur Deckung bringt, wie dies bei Gegenständen der gleichen Art geschieht. Um dies Mittel anzuwenden, muß man entweder ein Verfahren zu Hilfe nehmen, bei dem die gerade Linie die Eigenschaft der Gradlinigkeit verliert und dafür bei ihr eine Krummlinigkeit eintritt, oder man schlägt das umgekehrte Verfahren bei der kreisförmigen Linie ein. Beides ist aber unmöglich, denn die Geradlinigkeit wie die Krummlinigkeit sind keine akzidentellen Eigenschaften, die an den Linien verschwinden können, sondern es sind zwei spezifische Unterschiede (*Faṣl*) oder etwas, was spezifische Eigenschaften vertritt. Deshalb urteilen die Philosophen, daß das Kreisrunde eine Art für sich ist, verschieden von dem Geraden, und daß eine jede krumme Linie (*al munḥanîja*), die von den anderen krummen Linien verschieden ist, eine Art für sich ist. Von den Gebilden einer jeden Art kann man die einen mit den anderen zur Deckung bringen. Sagt aber jemand, daß eine Schwierigkeit darin besteht, daß die Gleichheit und Verschiedenheit auf der Überdeckbarkeit beruht, die zwischen gleichartigen Körpern vorhanden ist [wobei aber trotz der Gleichartigkeit eine Überdeckbarkeit im engeren Sinne nicht möglich ist; man kann ein Quadrat und ein Dreieck nicht miteinander zur Deckung

1) Hier kommt wörtlich die Stelle aus der *Nihâjat*; der Text, den ich benutzen konnte (Berlin Ahlwardt Katalog 5682), ist fehlerfreier als der Gothaer.

bringen], so muß dagegen betont werden, daß es sich bei der Überdeckbarkeit nur um eine allgemeine (*muṭlaq*, d. h. eine im weiteren Sinn) handelt. (D. h. um eine solche, wie sie etwa durch eine einfache geometrische Konstruktion erreicht wird.)

Wir wissen ja, daß die gegenseitige Überdeckbarkeit nicht eine „Wieheit" (*Mâhîja* Wesenheit) für die Gleichheit und Verschiedenheit ist, und daß etwa erstere nicht in die Wieheit dieser beiden (Eigenschaften) eintritt. Daher können zwei Größen gleich sein, obgleich sie sich nicht überdecken lassen.

So ist es im folgenden Fall. Wir haben zwei gleiche gerade Linien, $A A_1$, $B B_1$, die einen rechten Winkel R begrenzen; auf ihnen ziehen wir in wechselseitiger Lage zwei Halbkreise H_1 und H_2. Die Winkel sind in beiden Hälften, wie man durch Übereinanderlagerung erkennt, gleich. Außer dem rechten Winkel $A_1 C B_1$ hat man noch zwei rechte Winkel[2]), der eine ist von den beiden Halbkreisbögen da, wo sie in C zusammenstoßen, gebildet, der andere ist von den geraden Linien AC und BC gebildet. Es ergibt sich die Gleichheit desjenigen Winkels, der von den Kreislinien begrenzt ist, und des rechten, der von den geraden Linien begrenzt ist, trotzdem sich die beiden Winkel nicht übereinanderlagern lassen [und zwar im engeren Sinne des Wortes]. Wir haben das bei einer Überdeckung im allgemeinen als richtig erkannt. Dabei haben wir aber nicht verlangt, daß die gerade Linie ihre Geradlinigkeit verliert und an deren Stelle eine Krummlinigkeit tritt. Denn auch ohne daß eine solche Veränderung eintritt, ist Gleichheit der Winkel möglich.



Jenes ist der Fall, wenn wir den Umfang eines Kreises auf einer geraden Linie bewegen, so daß er die letztere berührt, indem er sich auf ihr dreht (rollt), bis er zu seinem

2) Der Winkel, den die beiden Kreisbögen an der Stelle C, wo sie zusammenstoßen, bilden, ist ein rechter; der Araber beachtet nicht, daß der Winkel durch die Tangenten an den Kreisbögen bei C gebildet wird, also auch von zwei Geraden. — Die Figur steht nicht in der Handschrift.

Ausgangspunkt zurückkehrt. Dann sind Anfang und Ende an der geraden Linie zwei Punkte und auf dem Kreis ein Punkt. Jene gerade Linie ist gleich dem Umfang des Kreises. Zwischen dem Anfang und dem Ende auf der geraden Linie findet man aber keinen Punkt, den nicht ein Punkt des Kreises berührte.

Diese Überdeckung wird, da sie neu entsteht, zu einem Ding, das auch nicht einen Augenblick das gleiche bleibt (es tritt ja an immer anderen Punkten die Berührung ein), wie dies doch bei gleichartigen Dingen der Fall ist. Das schadet aber nichts, denn es ist nur eine Bedingung für die Überdeckung der gleichartigen, nicht aber für die Überdeckung im allgemeinen. Wir sind der Ansicht, daß es eine Bedingung ist, aber wir sind nicht der Ansicht, daß die Krumm- und die Geradlinigkeit zwei spezifische Unterschiede und, was sie vertreten, sind, sondern sie gehören zu den akzidentellen Verschiedenheiten.

Ist dem aber so, so kann dem Geraden die Geradlinigkeit entzogen werden und an ihre Stelle Krummlinigkeit treten und für beide ein Urteil in bezug auf Gleichheit und Ungleichheit gegeben werden.

Entsprechend unseren Ausführungen über die gerade Linie und den Kreisumfang können wir auch die Oberfläche des Zylinders und diejenige des Kreiskegels auf eine ebene Fläche F lagern. Es ist ja zwischen ihnen die Berührung auf einer geraden Linie möglich. Daher ist die ebene Fläche, die zwischen den beiden Linien (auf der Fläche F) liegt, auf denen die Berührung zu Beginn der Bewegung und an deren Ende stattfindet, gleich der Fläche des Zylinders und des Kegels [3]).

Das ist eine getreue Wiedergabe dessen, was sich in dessen Werk findet.

Hier schließen die Ausführungen des Anonymus. Mit ihnen beschäftigt sich dann *Quṭb al Dîn.* Seine Ansicht wird wie üblich mit „ich sage“ oder ähnlich eingeleitet, diejenige des Anonymus mit „er sagt“.

Ich, d. h. *Quṭb al Dîn,* will das behandeln, was sich gerade meinen Blicken über diesen Gegenstand darbot und zwar

3) Hier schließt der Text der *Nihâjat al Idrâk.*

entsprechend der Ansicht des Verfassers der Schrift [des Anonymus], des *Imâm*, des großen Gelehrten, des trefflichsten der späteren Gelehrten, des Sultans der Philosophen, des Königs der Weisen, des Vorbildes der Gelehrten. Gott lasse seine Hoheit ewig dauern.

Daher sage ich, wenn ich so verfahre, daß ich beide Seiten untersuche, so trägt keine der beiden Ansichten den Sieg davon. Wir behaupten nicht, daß die gerade Linie und der Kreis nicht von einer Art (*Gans*) sind. Daher ist ein Urteil über Gleichheit und die Verschiedenheit möglich. Die Zurückweisung [der betreffenden Ansicht] stützt sich darauf, daß sowohl die gerade Linie als auch der Kreis eine „Wievielheit" (*Kamîja*), es ist dies die Größe, Menge (*Miqdâr*) und eine Wieheit (*Mâhîja* Wesenheit) besitzen, letzteres ist die Beschaffenheit (*Waḍ'*). Und warum sagt Ihr dann, daß, wenn zwei Größen der Beschaffenheit nach nicht gleich sind, sie auch der Größe nach nicht gleich sein müssen? Dies kommt daher, daß die Gleichheit in der Größe nicht auf der Gleichheit in der „Wieheit" beruht. Dies ist der Fall, weil sie (die Wievielheit) keine „Wieheit" ist und auch nicht in sie eintritt (etwas mit ihr zu tun hat).

Ich behaupte, daß das tiefere Eindringen in die Lehre (Rede, *Kalâm*) über diesen Gegenstand genau diese Lehre der Menge feststellen muß, indem die in ihr erwähnten Voraussetzungen (*Muqaddîma*) voneinander unterschieden werden, um klar zu legen, ob das, was man in ihr vorbringt, paßt oder nicht.

Ich hoffe später auf die Abhandlung zurückkommen zu können.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Sozietät zu Erlangen

Jahr/Year: 1926-1927

Band/Volume: 58-59

Autor(en)/Author(s): Wiedemann Eilhard

Artikel/Article: Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. LXXI. Über eine Schrift über die Bewegung des Rollens und die Beziehung zwischen dem Geraden und dem Gekrümmten. 219-224