Über einen Satz von Herrn J. Hjelmslev.

Von Otto Haupt.

Von Herrn J. Hjelmslev rührt der Satz her, daß ein ebener Bogen endlicher Ordnung (der keine Strecken enthält) aus endlich oder abzählbar unendlich vielen Konvexbogen und deren Häufungspunkten besteht [1]). Herr Hjelmslev macht dabei die Voraussetzung, daß es sich um einen „gewöhnlichen" Bogen handelt, d. h. um einen Bogen, der nur gewöhnliche differenzierbare Punkte [2]) und überdies keine mehrfachen Punkte besitzt. Herr Rosenthal hat gezeigt, daß der Hjelmslevsche Satz auch noch gilt, wenn man mehrfache Punkte und Spitzen nicht ausschließt [3]).

Ich bin nun von anderen Überlegungen her auf einen, soweit mir bekannt, neuen und einfachen Beweis des fraglichen Satzes geführt worden. Dieser Beweis erfordert überdies nicht, daß man Ecken ausschließt, zeigt also, daß der Hjelmslevsche Satz für Bogen endlicher Ordnung (ohne Strecken) mit beliebig vielen mehrfachen Punkten, Spitzen und Ecken richtig ist. Es sei gestattet, den Gedankengang des Beweises in aller Kürze darzulegen; eine ausführliche Darstellung wird später erscheinen.

Der Beweis beruht wesentlich auf der Verwendung des Begriffes „Punkt von n-ter Ordnung" ($n \geqq 2$) bezw. „Punkt von endlicher Ordnung" auf einem Bogen B; so nenne ich einen Punkt, dessen beliebig kleine Umgebungen auf B noch Bogen

---

1) J. Hjelmslev, Contribution de la géométrie infinitésimale de la courbe réelle (Overs. ov. d. kgl. Danske Vidensk. Selsk. Forhandl. 1911, Nr. 5, S. 482).

2) Vgl. A. Rosenthal, Über die Singularitäten der reellen ebenen Kurven. Math. Ann. **73**, S. 482 [1913].

3) Rosenthal, a. a. O., S. 519.

n-ter Ordnung bezw. Bogen endlicher Ordnung sind. Beispiele solcher Punkte lassen sich leicht konstruieren.

Soll jetzt ein Bogen B aus abzählbar vielen Konvexbogen und deren Häufungspunkten bestehen, so dürfen ersichtlich die Punkte k-ter Ordnung ($k \geqq 3$) bezw. die Punkte endlicher Ordnung nirgends auf B dicht liegen. Der Beweis des Hjelmslevschen Satzes ergibt sich nun so: Man zeigt der Reihe nach, daß die Punkte $2m$-ter Ordnung ($m \geqq 2$), ferner die Punkte ($2m$-1)-ter Ordnung nirgends dicht liegen, und schließt mit Hilfe dieser Feststellungen, daß ein Gleiches für die Punkte endlicher Ordnung gilt. Der erste Teil erledigt sich übrigens sogleich durch die Bemerkung, daß die Punkte $2s$-ter Ordnung nur dann überall dicht auf B liegen, wenn $s=1$, also B konvex ist.

Es sei noch bemerkt, daß sich die Begriffe „Punkt n-ter Ordnung“ usw. ohne weiteres auf Raumkurven usw. übertragen. Eine Untersuchung der hiermit angedeuteten Fragestellungen bleibe vorbehalten.

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Sozietät zu Erlangen

Jahr/Year: 1928

Band/Volume: 60

Autor(en)/Author(s): Haupt Otto

Artikel/Article: Über einen Satz von Herrn J. Hjelmslev. 327-328