

Über die Stetigkeit der Tangentialschmiegehalbräume eines Bogens n -ter (Realitäts-) Ordnung im projektiven R_n .

Von Ilse Sauter in Nürnberg.

In Verallgemeinerung einer naheliegenden Eigenschaft der (Halb-)Tangenten eines Konvexbogens im R_2 hat Herr Marchaud gezeigt¹⁾: Stimmen bei einem Bogen 3. Ordnung im R_3 in jedem Punkte vordere und hintere Halbtangente sowie vordere und hintere Tangentialschmiegeebene überein²⁾, so ändern sich (Halb-)Tangente und Tangentialschmiegeebene stetig mit dem Berührungspunkt. Während der Marchaudsche Beweis für die Stetigkeit der Tangente sich auch im Falle des R_n anwenden läßt, dürfte sich das im Falle der Schmiegeebene angewandte Verfahren wohl nur schwer von 3 auf n Dimensionen verallgemeinern lassen.

Gelegentlich eines Gespräches mit Herrn Haupt fand sich nun ein verallgemeinerungsfähiger Beweis für die Stetigkeit der Tangentialschmiegeebene im R_3 , welcher indes die ordnungsfeste, nicht-triviale Erweiterung des Bogens dritter Ordnung zur geschlossenen Kurve³⁾ heranzieht. Ich fand eine einfachere Fassung des Beweises, bei welcher diese Erweiterung nicht benötigt wird, und gelangte darüber hinaus zu folgendem verschärften Stetigkeitssatz: Es sei $Q_1, Q_2, \dots, Q_r, \dots$ eine von hinten (bzw. von vorn) gegen den Punkt Q konvergierende Folge von Punkten eines Bogens \mathfrak{B} von n -ter Ordnung im projektiven R_n . Dann konvergiert die Folge der vorderen und der hinteren k -dimensionalen Tangentialschmiegehalbräume, welche in Q_r an \mathfrak{B} existieren, gegen den hinteren (bzw. gegen den vorderen) k -dimensionalen Tangentialschmiegehalbraum in Q an \mathfrak{B} und zwar für

1) Marchaud, Sur les continus d'ordre borné, acta math. 55 (1930), S.105.

2) Definition von vorderer und hinterer Halbtangente bzw. vord. und hint. Tang.-schmiege(halb)ebene: Siehe Haupt, Über die Erweiterung eines beliebigen Bogens dritter Ordnung, insbesondere zu einer Raumkurve dritter Ordnung, Crelles Journal 170 (1934), Nr. 1, 6.

3) Haupt²⁾, a. a. O., Nr. 2, 5 und Einleitung, Abschnitt 4.

$k = 1, 2, \dots, n - 1$. Folglich: Fallen für jeden Punkt P von \mathfrak{B} und für $\nu = 1, \dots, k$ der vordere und der hintere ν -dimensionale Tangentialschmieghalbraum zusammen, dann ändern sich die k -dimensionalen Tangentialschmieghalbräume stetig mit P ; $1 \leq k \leq n - 1$.

Für $k < n - 1$ ergibt sich alles durch Projektion. Die Aussage für $k = n - 1$, also für die Tang.-schmieghalbhyperebene (Aussage H) läßt sich aus der entsprechenden Aussage für die Tang.-schmieghyperebene (Aussage E) gewinnen, wenn man die Orientierungsverhältnisse des „begleitenden n -Beins“ bei Bogen n -ter Ordnung beachtet. Die Aussage E hinwiederum ergibt sich aus folgendem, auch an und für sich interessanten Satz:

I. Stimmt in einem Punkte Q von \mathfrak{B} der ν -dimens. vordere Tang.-schmieghalbraum überein mit dem ν -dimens. hinteren Tang.-schmieghalbraum für $\nu = 1, \dots, k$, dann fällt jeder k -dimens. Schmiegraum im Punkte Q zusammen mit dem k -dimens. Tang.-schmiegraum im Punkte Q^4); $1 \leq k \leq n - 1$.

II. In einem beliebigen Punkte Q von \mathfrak{B} ist der k -dimens. vordere (hintere) Tang.-schmiegraum überhaupt der einzige k -dimens. vordere (hintere) Schmiegraum; $1 \leq k \leq n - 1$.

Zum Beweis dieses Satzes werden die beiden Hilfssätze benützt:

1. Irgendeine Schmieghyperebene in einem inneren Punkte Q von \mathfrak{B} hat Q zum Schnittpunkt, wenn $n \equiv 1 (2)$, und zum Stützpunkt, wenn $n \equiv 0 (2)$.

2. Vor: Es stimmen in einem Punkte Q von \mathfrak{B} der ν -dimens. vordere und hintere Tang.-schmieghalbraum überein für $\nu = 1, \dots, n - 1$.

Beh.: Unter allen Hyperebenen, die den $(n - 2)$ -dimens. Tang.-schmiegraum in Q enthalten, ist die Tang.schmieghyperebene: wenn $n \equiv 1 (2)$, die einzige Hyperebene, welche Q zum Schnittpunkt hat; wenn $n \equiv 0 (2)$, die einzige, welche Q zum Stützpunkt besitzt⁵⁾.

Eine ausführliche Darstellung des Beweises wird an anderer Stelle erscheinen.

4) Definition der Schmiegräume: Siehe Haupt²⁾, a. a. O., Nr. 1, 8 und 1,9.

5) Für $n = 3$ vgl. dazu Marchaud¹⁾, a. a. O., Nr. 32, S. 103.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Sozietät zu Erlangen](#)

Jahr/Year: 1933-1934

Band/Volume: [65-66](#)

Autor(en)/Author(s): Sauter Ilse

Artikel/Article: [Über die Stetigkeit der Tangentialschmieghalbräume eines Bogens n-ter \(Realitäts-\) Ordnung im projektiven Rn. 189-190](#)

