

# Sitzungsberichte

der

**physikalisch - medicinischen Societät**

zu

**ERLANGEN.**

• • •

**7. Heft.**

November 1874 bis August 1875.

(Mit 4 Holzschnitten und 5 Tafeln.)



**Erlangen, 1875.**

Druck der Universitäts-Buchdruckerei von É. Th. Jacob.

## I. Geschäftliche Mittheilungen.

Die Gesellschaft besteht zur Zeit (August 1875) aus 34 ordentlichen Mitgliedern, nämlich den Herren:

Böttiger August, Apotheker.  
Dorsch Gustav Dr., Bezirks-Arzt.  
Filehne Wilhelm Dr., Privatdocent.  
v. Gerichten Eduard Dr., Privatdocent.  
Gerlach Joseph Dr., Professor.  
Gerlach Leo Dr., Assistent.  
Gordan Paul Dr., Professor.  
Gorup-Besanez Freih. v. Eugen Dr., Professor.  
Hagen Friedr. Wilh. Dr., Hofrath.  
Heineke Walter Dr., Professor.  
Hetzl Wilhelm Dr., pract. Arzt.  
Heut Gottlieb Dr., Assistent.  
Hilger Albert Dr., Professor.  
Hoffmann Eduard, Apotheker.  
Karrer Ferdinand Dr., Assistenzarzt.  
Leube Olivier Dr., Professor.  
Lommel Eugen Dr., Professor.  
Maurer August Dr., pract. Arzt.  
Michel Julius Dr., Professor.  
Möller Max Dr., Assistent.  
Nebinger Lothar Dr., Assistenzarzt.  
Nöther Max Dr., Professor.  
Penzoldt Franz Dr., Privatdocent.  
Pfaff Friedrich Dr., Professor.  
Recess Max Dr., Professor.  
Rosenhauer Wilhelm Dr., Professor.  
Rosenthal Isidor Dr., Professor.  
Schröder Carl Dr., Professor.  
Selenka Emil Dr., Professor.

Stiller Leopold, Apotheker.  
Trott Friedr. Wilh. Dr., Professor.  
Ullrich Heinrich Dr., Assistenzarzt.  
Wintrich Anton Dr., Professor.  
Zenker F. Alb. Dr., Professor.

Neu beigetreten sind während des abgelaufenen Geschäftsjahres  
die Herren:

Dr. Gerlach, Prof. Dr. Gordan, Apotheker Hoffmann,  
Dr. Hubrecht, Prof. Dr. Leube, Dr. Möller, Prof. Dr.  
Nöther, Dr. Penzoldt.

Durch Wegzug verlor die Gesellschaft die Herren:

Prof. Dr. Bäumlcr, Dr. Hubrecht, Prof. Dr. Klein,  
Dr. Rosshirt.

Durch Austritt die Herren:

Apotheker Guttenberg, Rector Dr. Reinsch.

Der Vorstand der Gesellschaft besteht zur Zeit aus den  
Herren:

Prof. Dr. Lommel, I. Director.  
" " Rosenthal, II. Director.  
" " Reess, I. Secretär.  
" " Hilger, II. Secretär.  
Apotheker Böttiger, Cassier.

Zusendungen für die Gesellschaft bittet man an den I. Se-  
cretär zu richten.



## Verzeichniss der für die Gesellschaft vom August 1874 bis August 1875 eingegangenen Druckschriften.

- Augsburg, Wochenschrift für Thierheilkunde und Viehzucht. 18. Jahrg. zweite, 19. Jahrg. erste Hälfte.
- Berlin, Gesellschaft naturforschender Freunde, Sitzungsberichte, 1873. 1874.
- Leipzig, Deutsche Vierteljahrsschrift für Zahnheilkunde. 14. Jahrg. 3. 4 und 15. Jahrg. 1. 2.
- Prag, Kgl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften, Sitzungsberichte 1874. u. 1875. No. 1. 2. Abhandl. VI. Folge, 6. und 7. Bd.
- Berlin, Deutsche chemische Gesellschaft, Sitzb. 7. Jahrg. 10—19. Heft; 8. Jahrg. 1—13. Heft.
- Regensburg, Zoolog.-mineral. Verein, Correspondenzblatt 27. Jahrg.
- Kopenhagen, Kgl. Danske Vidensk. Selskabs Forh. 1874, 1—3.
- Helsingfors, Finska Vetensk. Soc. Förh. XIV. — XVI. Bd. Bidrag till kännedom af Finlands Natur och Folk, XVIII. und XIX., XXI.—XXIII. Bd. Observations magn. et. météor. etc. V. Vol.
- Helsingfors, Sällsk. pro fauna et flora Fennica, Notis. 13. Heft.
- Bruxelles, Académie royale d. sc. de Belgique: Bulletin, 2. sér. t. 35. 36. 37. Mém. cour. etc. in 8<sup>o</sup> t. XXIII. Mém. cour. et mém. d. sav. étr. t. XXXVII u. XXXVIII. Mém. t. XL. Annuaire 1874.
- Harlem, Archives du Musée Teyler. Vol. 1. - III. „ Holl. Maatsch. d. Wetensch. Natuurk. Verh. III. II. 1. 3. 4.
- Utrecht, Prov. Genootsch. Verh. 1873. Muller, Geschied. d. Noord'sche Compagnie. 1874. Boot, De vita et scriptis Petri Wesselingi.
- London, Royal Society, Proceedings, Vol. XXI. u. XXII No. 148 - 152.
- Moscou, Soc. imp. d. Naturalistes, Bull. 1873, 4. 1874, 1—4.
- Dresden, Gesellsch. f. Natur- und Heilkunde, Jahresb. 1873/74.
- Freiburg, Naturforschende Gesellschaft, Ber. Bd. VI. 2.3.
- Emden, Naturforschende Gesellschaft, 59. Jahresb.
- Heidelberg, Naturhistorisch-Medicinischer Verein, Verh. I. 1.

- St. Gallen, Naturwissenschaftliche Gesellschaft, Bericht 1872/73.  
 Bremen, Heilgymnastisches Institut, 17. Jahresb.  
 Frankfurt a/M. Aerztlicher Verein, 17. Jahresb. üb. d. Verw. d. Med.-  
 Wesens. — Statistische Mittheilungen.  
 Hanau, Wetterauer Gesellschaft, Bericht 1868 — 73.  
 Würzburg, Physik-Medicin. Gesellschaft,  
 Verhandl. Bd. VII. VIII. 1—4.  
 Sitzungsberichte. 1873—1874.  
 Festschrift und Festrede zur 25jähr. Stiftungsfeier.  
 Wien, K. Akademie der Wissensch., Sitzgsb. Abth. II. Bd. 68 H. 3—5.  
 Bd. 69. Bd. 70. H. 1. 2. — Abth. III. Bd. 68. 69. 70. H. 1. 2. —  
 Neuchâtel, Soc. d. sc. natur., Bull. t. X. 1.  
 Odessa, Gesellsch. zur Förd. d. Gesamt-Naturw. Zeitschrift I. u. II.  
 Sitzgsb. 1873. 1874.  
 Magdeburg, Naturwissenschaftlicher Verein, Jahresber. 1—5.  
 Abhandl. 3—6.  
 Wiesbaden, Nassauischer Verein f. Naturk. Jahresb. 27. 28.  
 Bonn, Naturh. Verein f. Rheinl. u. Westph. Verh. 30. u. 31. Jahrg.  
 Dresden, K. Leop. Carol. Akad., Leopoldina Bd. X. 7—10. Bd. XI. 1—12.  
 Brünn, Naturf. Verein, Verh. 12. Bd. 1. 2.  
 Berlin, Medicinische Gesellschaft, Verh. Bd. V.  
 Liège, Société royale des sciences Mém. IV. V.  
 Hamburg, Naturwissenschaftlicher Verein, Abh. Bd. V. 4. VI. 1.  
 Graz, Naturw. Verein, Mitth. 1873. 74.  
 „ Verein d. Aerzte, Sitzb. 1873. 74.  
 Zürich, Naturforschende Gesellsch., Vierteljschr. 18. Jahrg. 1—4.  
 Salem, Peabody Acad. of science, Annual report V. 1872.  
 The American Naturaliste. VI. VII. 1—11. VIII. 1.  
 Essex Institute. Bull. Vol. 5. 1873.  
 Philadelphia, Academy of nat. sc., Proceed. I—III.  
 Boston, Society of natural history, 1873. v. XVI. 1. u. 2.  
 Washington, Report of the Smithsonian Inst. 1872.  
 Cambridge, Museum of comparative Zoology,  
 Bulletin Vol. III. 9. 10.  
 Annual Report 1872. 1873.  
 Illustrated Catalogue Nr. VIII.  
 Organisation and progress of the Anderson school. 1873.  
 Frankfurt a/M., Physikal. Verein, Jahresb. 1873; 74.  
 Görlitz, Naturf. Gesellsch., Abh. Bd. 15.  
 Bremen, Naturw. Verein Abth. IV. 2. 3. u. Beilage 4.  
 Wien, K. K. zoolog.-botanische Gesellschaft, Verh. 24 Bd.  
 Berlin, Bot. Verein der Provinz Brandenburg, 1874. XVI. Jahrg.  
 Fulda, Verein f. Naturkunde, Bericht I—III.  
 Danzig, Naturforschende Gesellschaft, Schriften III. 3.  
 Innsbruck, Naturw.-Med. Verein, Verh. II. Jahrg.  
 Halle a/S., Naturf. Gesellsch. Sitzb. 1874.

- Marburg, Gesellsch. f. ges. Naturw., Sitzb. 1866, 73.  
Nürnberg, Germanisches Museum, Anzeiger 1874.  
Petersburg, K. Botan. Garten, Abh. I. II. III. 1.  
Valencia, Inst. Medic. Bol. XIV.  
Würzburg, Prof. Wislicenus, Streckers Lehrb. VI. Aufl. II. Thl.  
Göttingen, Prof. Ehlers, Beiträge zur Kenntniss der Verticalverbreitung  
der Borstenwürmer im Meere.  
München, Dr. Ullersperger, Liberum arbitrium.  
Wien, Dr. Volkelt, Kants kat. Imperativ 1874.  
Vallombrosa, Prof. Delpino, Ult. Osservaz. P. II fasc. 2.  
München, Prof. v. Pettenkofer, Die Choleraepidemie zu Laufen.  
London, Nature 1874 und 1875 bis August incl.  
Berlin, Zeitsch. f. d. ges. Naturw. Bd. IX. u. X.  
Haag, Archives Néerlandaises T. VIII 3-4. IX. 1--5.  
Berlin, Magazin f. d. ges. Thierheilk. 40. Jahrg.  
Stettin, Entomolog. Nachrichten, 1875. 1. 2.  
Madrid, Revista de Antropología, 1874. Vol. I. 4--8. 1875. Vol. II. 1.  
Oesterreich. Vierteljahresschrift f. Veterinärk. 41, 2 42. 43.  
Gazetta Chimica Vol. IV. 5--10 und Ind., Vol. V. 1--3.  
Atti de la Soc. Ital. di scienze nat. Vol. XVI. 3--4. XVII 1--3.

---

### Druckfehler.

- Seite 17, Zeile 7 v. o. streiche: VII.  
„ 21, „ 12 v. o. lies: V statt: IV.

## II. Bericht über die Sitzungen der Societät.

Im Folgenden theilen wir den Hauptinhalt der in den Sitzungen des abgelaufenen Jahres gehaltenen Vorträge theils nach den von dem Vortragenden selbst eingereichten Aufzeichnungen, theils, in Ermangelung solcher, nach den kurzen Notizen des Protokollbuches mit.

Sitzung vom 8. November 1874.

Herr Prof. v. Gorup

berichtet über einige im Universitätslaboratorium zu Erlangen ausgeführte chemische Untersuchungen:

### I. Ueber das Vorkommen eines diastatischen und peptonbildenden Fermentes in den Wickensamen von v. Gorup-Besanez.

Nachdem durch eine Reihe von Versuchen, die Herr Hermann Will unter meiner Leitung anstellte <sup>1)</sup>, das constante Auftreten von Leucin neben Asparagin in den Wickensamen, wenn der Keimproceß unter Ausschluss des Sonnenlichtes vor sich ging, nachgewiesen war, und sich bei einer weiteren Versuchsreihe, bei welcher die Wicken in Gartenerde eingesät unter normalen Bedingungen der Keimung überlassen wurden, die Abwesenheit beider genannten Stoffe in den Keimen ergeben hatte, lag es um so näher, in diesen Derivaten der Eiweisskörper Producte eines, durch ein in den Wickensamen enthaltenes Ferment eingeleiteten Spaltungsprocesses zu vermuthen, als sie, wie ich constatirte, in dem Samen selbst ebenfalls fehlen und für Umwandlung der Eiweisskörper während der Keimung schon der Umstand spricht, dass das in dem Samen enthaltene Legumin in den Keimen völlig verschwunden ist. Die durch v. Wittich, Hüfner, Brücke u. A. nachgewiesene allgemeine Verbreitung diastatischer und peptonbildender Fermente im Thierreiche, sowie die zu ihrer vortheilhaften Gewinnung und Isolirung von v. Wittich eingeschlagenen Wege, konnten auch hier, wenn die Vermuthung eine richtige war, zum Ziele führen. Eine Anzahl nach dieser Richtung mit aller Vorsicht ausgeführten Versuche,

1) Ber. d. deutsch.-chem. Gesellsch. 1874. Nr. 3. S. 146; Nr. 7 S. 569.  
Sitzungsberichte der phys.-med. Soc. 7. Heft.

bei denen sich Herr Hermann Will zum Theile ebenfalls hülfreich erwies, ergaben nun in ganz unzweifelhafter Weise, dass in den Wickensamen ein durch Glycerin extrahirbares Ferment enthalten ist, welches sehr energisch Stärke in Traubenzucker, und Eiweisskörper (Fibrin) in Peptone verwandelt. Bei seiner Isolirung nach der Hüfner'schen Methode <sup>1)</sup> zeigten sich genau dieselben Erscheinungen, welche dieser Chemiker bei der Isolirung der Fermente aus Pankreas u. s. w. wahrgenommen hatte.

Die fein gestossenen Wickensamen wurden mit Alcohol von 96% übergossen, 48 Stunden lang stehen gelassen, sodann vom Alcohol abfiltrirt, und bei gelinder Wärme getrocknet. Nachdem sie trocken geworden, wurden sie mit syrupdickem Glycerin tüchtig durchgearbeitet, und das Glycerin 36—48 St. lang einwirken gelassen. Nach Verlauf dieser Zeit wurde der Glycerinauszug colirt, was sehr gut und rasch von Statten ging, der Rückstand gelinde ausgepresst, die erhaltenen Flüssigkeiten vereinigt, abermals colirt, und dann die Lösungen tropfenweise in ein in hohen Cylindern befindliches Gemisch von 8 Th. Weingeist und 1 Th. Aether eingetragen. Jeder einfallende Tropfen bildete sofort einen Ring, welcher sich beim Passiren der Alcoholaetherschichte allmählich trübte und in Gestalt eines flockigen Niederschlags zu Boden setzte. Der Niederschlag wurde 2—3 Tage unter Alcohol liegen gelassen, wobei er immer dichter und körniger wurde, sodann abfiltrirt und zur weiteren Reinigung, nachdem er mit Alcohol ausgewaschen war, abermals mit Glycerin behandelt. Der grösste Theil desselben löste sich; das nun in Glycerin Unlösliche zeigte alle Reactionen der Eiweisskörper. Aus der Glycerinlösung wurde das Ferment nun abermals nach dem oben beschriebenen Verfahren, wobei sich dieselben Erscheinungen zeigten, gefällt, und so in Gestalt eines schön weissen körnigen Niederschlags erhalten, welcher sich auf dem Filter bald grau färbte und beim Trocknen in eine hornartige durchscheinende Masse verwandelte. Das so erhaltene Ferment war stickstoff- und schwefelhaltig, und hinterliess beim Verbrennen ziemlich viel Asche. Es löste sich in Glycerin und in Wasser.

Einige Tropfen der wässerigen oder der Glycerinlösung zu dünnem Stärkekleister gesetzt, verwandelten innerhalb 2—3 Stun-

---

1) Journ. f. pract. Ch. N. F. V. 377 u. ff.

den erhebliche Mengen von Stärke bei + 20 bis + 30° C. in Traubenzucker. Der gebildete Zucker wurde nachgewiesen: 1) durch Fehling'sche Lösung, 2) durch alkalische Wismuthlösung, 3) durch die Gährungsprobe mit wohl ausgewaschener Bierhefe. Proben von Stärkekleister für sich, und mit etwas Glycerin versetzt, verhielten sich unter den gleichen Bedingungen negativ.

Gut ausgewaschenes schneeweisses Blutfibrin wurde nach der Grünhagen'schen Methode mit höchst verdünnter Salzsäure von 2 m. pr. m. Säuregehalt zu glasartiger Gallerte aufquellen gelassen, und etwas davon mit der gleichen Salzsäure und ein paar Tropfen der Fermentlösung versetzt. Schon nach wenigen Minuten und zwar bei gewöhnlicher Zimmertemperatur verschwanden die Contouren der Fibrinflocken, das Ganze wurde homogen, und verwandelte sich in eine schwach opalisirende Flüssigkeit. Nach 1—2 Stunden war der grösste Theil gelöst. Längere Einwirkung, ebenso wie Steigerung der Temperatur auf + 35 bis + 39° C. schienen ohne weitere Wirkung zu sein. Dass bei derartigen Peptonisirungsversuchen ein Theil der Eiwkörper grössere Resistenz zeigt und nicht in Lösung geht, ist längst bekannt. Die filtrirten Lösungen gaben alle Reactionen der Peptone in vollkommener Schärfe. Die Lösungen wurden nicht gefällt durch verdünnte Mineralsäuren, Kupfersulfat und Eisenchlorid, und blieben beim Kochen völlig klar, gefällt dagegen durch Quecksilberchlorid (nach der Neutralisation), durch Quecksilberoxyd- und oxydullösung, mit Ammoniak versetztes Bleiacetat, Silbernitrat und durch Gerbsäure; Blutlaugensalz rief in der mit Essigsäure angesäuerten Lösung nur reine Trübung hervor. Mit Kupferoxyd und Kali gaben sie prachtvoll blaue Lösung, mit Kali und höchst verdünnter Kupfersulfatlösung versetzt, eine blassrosaroth Färbung, mit dem Millon'schen Reagens rothe Färbung, mit Salpetersäure gekocht, färbten sie sich gelb. Alcohol erzeugte nur in grossem Ueberschusse flockige Fällung. Aufgequollenes Fibrin mit 0,2 procentiger Salzsäure allein behandelt, hatte sich nach mehrstündiger Einwirkung äusserlich wenig verändert und seine flockige halbopake Beschaffenheit nicht verloren.

Mit weiteren Versuchen zur Reindarstellung des Fermentes, welche jedoch nach meinen bisherigen Erfahrungen sehr viele Schwierigkeiten darbietet, bin ich gegenwärtig beschäftigt.

## II. Ueber Ratanhin von Dr. B. Kreitmair.

Im Jahre 1854 machte C. G. Wittstein die Mittheilung, dass er im amerikanischen Ratanhiaextracte Tyrosin aufgefunden habe. Einige Jahre später aber unterwarf E. Ruge unter Städeler's Leitung das amerikanische Ratanhiaextract einer eingehenden Untersuchung, und fand darin zwar nicht Tyrosin, wohl aber einen mit diesem homologen Körper von der Formel  $C_{10}H_{13}NO_3$ , dessen Verhalten mit jenem des Tyrosin's so sehr übereinstimmte, als es bei der Annahme über Homologie vorausgesetzt werden konnte. Er nannte diesen schön krystallisirenden Körper Ratanhin und sprach die Vermuthung aus, dass Wittstein's Tyrosin wohl ebenfalls Ratanhin gewesen sei. Das Interesse an der Frage musste sich steigern, als Gintl einen mit dem Ratanhin jedenfalls identischen Körper aus einem ganz verschiedenen pflanzlichen Material, aus einem unter dem Namen Angelin in den Droguenhandel gebrachten gereinigten Extracte des Harzes von *Ferreira spectabilis* (Resina d'angelim pedra in Brasilien genannt) darstellte und denselben einem genauen Studium unterwarf. Die völlige Uebereinstimmung in Eigenschaften und Zusammensetzung rechtfertigen die Ansicht Gintl's von der Identität seines Angelins und des Ratanhins Ruge's vollkommen; höchstens könnte es sich um eine feinere Isomerie handeln. Auch gewann durch die Untersuchung Gintl's die auch nach Ruge noch festgehaltene Angabe Wittstein's von dem Vorkommen von Tyrosin im Ratanhiaextracte keine Stütze, und noch viel weniger fand seine Behauptung: das Angelin Peckholt's sei unreines Tyrosin, Bestätigung. Unter diesen Umständen erschien eine Wiederaufnahme der Untersuchung des amerikanischen Ratanhiaextractes als eine um so dankbarere Aufgabe, als auch die Zersetzungsproducte des Ratanhin's, welche über seiner Constitution Aufschluss geben konnten, noch zu studiren waren.

Auf meine Anregung unterzog sich Herr Dr. Kreitmair dieser Aufgabe mit Eifer und Geschick. Leider aber gingen die Hoffnungen, die man von dem Erfolge hegen durfte, nicht in Erfüllung, wie sich aus Nachstehendem ergeben wird.

Zunächst wurde eine von Staub u. Co. in Nürnberg bezogene Parthie des amerikanischen Ratanhiaextractes nach Ruge's Vorschrift behandelt, und auf diesem Wege eine verhältnissmässig gute Ausbeute eines in prachtvollen weissen Krystalldrusen anschliessenden Körpers gewonnen, welcher, wie es sich herausstellte, mit dem Ratanhin Ruge's in allen Puncten übereinstimmte. Da jedoch die erhaltene Menge für die beabsichtigte Ausdehnung der Untersuchung unzureichend war, so liess sich Herr Dr. Kreitmair aus demselben Geschäftshause eine weitere Parthie des Extractes kommen mit der ausdrücklichen Bitte, von derselben Sorte zu nehmen. Als dasselbe nun der gleichen Behandlung wie die erste unterworfen wurde, war das Resultat ein völlig negatives. Er erhielt keine Spur des fraglichen Körpers. Auf persönliche Nachfrage erfuhr er, dass das zuerst von ihm untersuchte Extract ein schon lange im Magazin gelegener Rest war, welchen das Haus aus Hamburg bezogen haben wollte, von welcher Firma wusste man nicht mehr; während die zweite Sendung von Merck in Darmstadt stammte. Nicht glücklicher war Herr Dr. Kreitmair mit mehreren Pfunden eines Extractes, welches er durch Grundherr u. Hertel in Nürnberg sich verschaffte. Ich liess nun verschiedene Proben theils von Gehe in Dresden, theils von Jobst in Stuttgart, theils endlich aus Hamburg: dem Hauptfabrikationsorte des sogenannten deutschen Ratanhiaextractes, welches dort aus der trockenen amerikanischen Wurzel bereitet wird, kommen und stellte sie Herrn Dr. Kreitmair zur Verfügung. Das Haus Becker u. Frank in Hamburg sendete neben verschiedenen im Handel vorkommenden Extracten auch eine direct aus Peru bezogene Probe. Aber alle diese Proben ohne Unterschied enthielten keine Spur von Ratanhin. Um Nichts ausser Acht zu lassen, nahm nun Herr Dr. Kreitmair die aus Hamburg bezogenen Wurzeln selbst in Arbeit, obgleich bereits Wittstein und Ruge dieselben mit negativem Erfolge untersucht hatten; nicht glücklicher war Dr. Kreitmair. Die Wurzel selbst enthielt weder Tyrosin, noch Ratanhin, noch sonst einen krystallisirbaren, stickstoffhaltigen Körper. Nach diesen Ergebnissen war es nicht länger zu bezweifeln, dass Ratanhin als ein normaler Bestandtheil des Ratanhiaextractes nicht, sondern höchstens als zufälliger anzusehen sei, und es lag der Gedanke, es sei ein Bestandtheil einer Verfälschung des Extractes, um so näher, als das Haus Becker und

Frank in Hamburg gelegentlich der Sendung seiner verschiedenen Proben folgende Notiz beigefügt hatte:

»das gewöhnliche käufliche *Extractum Ratanhiae* kann kaum ein reines Extract aus der Wurzel sein, da es dann viel höher zu stehen käme.«

Aus den Erfahrungen von Beissenhirz, Reimann u. A. ergibt sich unzweifelhaft, dass das Extract schon von Anfang an verfälscht in den Handel kam. Von den von Dr. Kreitmair untersuchten Sorten war das als echt garantirte peruanische Extract vollständig in Wasser löslich, während das Ratanhin enthaltende trotz der angewendeten grossen Wassermenge einen bedeutenden dunkelbraunen Rückstand hinterlassen hatte. Der Niederschlag mit Bleiessig von dem Ratanhinhaltigen Extracte war blaviolettroth, ebenso der von dem aus Hamburg bezogenen peruanischen Extracte, während alle übrigen Sorten dunkelroth gefärbte Niederschläge lieferten. Dagegen gaben sämmtliche Extracte mit Eisenchlorid braungrüne, mit salpetersaurem Quecksilberoxydul blassrothe, mit Quecksilberchlorid ebenso gefärbte Niederschläge. Schwefelsäure ergab bei allen Extracten rothe flockige Fällung. Alle Extracte, in welchen Ratanhin fehlte, enthielten Gerbstoff, Zucker, Kalk und Magnesia in beträchtlichen Mengen.

Endlich unterwarf Dr. Kreitmair die am Häufigsten, wie es scheint, zur Verfälschung benützten Drogen: Katchu und Kino der Untersuchung, konnte aber auch in diesen keine Spur Ratanhin nachweisen. Es fehlten alle Anhaltspuncte, um ein bestimmtes Urtheil darüber zu gewinnen, wie das Ratanhin, welches wohl passender als Homotyrosin bezeichnet würde, in das Extract gelangt. Die gewöhnlichen Verfälschungen enthalten es, wie wir gesehen haben, nicht; eine Verfälschung mit dem Extracte von *Ferreira spectabilis* wäre möglich, ist aber nicht wahrscheinlich, eine Bildung endlich in dem Extracte selbst durch die Zersetzung irgend eines anderen Bestandtheiles desselben, welche Ruge für wahrscheinlich hält, wäre allerdings plausibel, aber nicht wohl einzusehen ist, welcher Bestandtheil dieses sein könnte. Jedenfalls müsste es ein Eiweisskörper sein, wenn man die Analogie mit den Bildungsweisen des Tyrosins gelten lassen will.

Aus dem zuerst in Arbeit genommenen Extracte erhielt Dr. Kreitmair das Ratanhin in folgender Weise: das Extract wurde

mit viel Wasser behandelt, die Lösung mit Bleiessig gefällt, das Filtrat mit Schwefelwasserstoff entbleit, und die vom Schwefelblei abfiltrirte Lösung auf ein kleines Volumen eingengt. Nach kurzem Stehen war die ganze Flüssigkeit in einen Krystallbrei verwandelt. Derselbe wurde abgepresst, mit kaltem Wasser gewaschen, dann in Ammoniak und etwas Ammoniumcarbonat gelöst, von dem abgeschiedenen Calciumcarbonat abfiltrirt, und die Lösung der freiwilligen Verdunstung überlassen. Nach einigen Tagen waren weisse, zarte Krystallbüschel angeschossen, die durch Pressen und Waschen von der Mutterlauge befreit, eine weisse, aus feinen Nadeln bestehende verfilzte Masse darstellten. Um dieselben vollständig zu entfärben und zu reinigen, wurden sie in heissem Wasser gelöst, dem etwas Bleiessig zugesetzt war, die Lösung mit Schwefelwasserstoff gesättigt und zwar bei Kochhitze, siedend heiss filtrirt und an einem kühlen Orte erkalten gelassen. Als bald krystallisirte das Ratanhin in prächtigen, blendendweissen, das ganze Gefäss erfüllenden Krystalldrusen. Mit etwas kaltem Wasser gewaschen, gepresst und getrocknet, besaßen sie alle Kennzeichen chemischer Reinheit. Die Ausbeute betrug ungefähr 0,7 pCt.

Die Elementaranalysen ergaben folgende Zahlen:

I. 0,2265 Grm. mit Kupferoxyd und vorgelegtem metallischen Kupfer, zuletzt im Sauerstoffstrome verbrannt, gaben 0,512 Kohlensäure und 0,1455 Wasser.

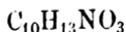
II. 0,3743 Grm. auf dieselbe Weise verbrannt, gaben 0,8434 Kohlensäure und 0,2265 Wasser.

III. 0,1635 Grm. gaben mit Natronkalk verbrannt, 0,0824 metallisches Platin, entsprechend 7,14 pCt. Stickstoff.

Hieraus ergiebt sich folgende Uebersicht:

<span style="margin-right: 40px;">Tyrosin</span> <span>Ratanhin</span>		I.	II.
<span style="margin-right: 40px;"><math>C_9H_{11}NO_3</math></span> <span><math>C_{10}H_{13}NO_3</math></span>		gefunden	
berechnet			
Kohlenstoff . .	59,67 . . 61,54	61,63 . .	61,45
Wasserstoff . .	6,07 . . 6,66	7,13 . .	6,72
Stickstoff . .	7,74 . . 7,18	7,14 . .	—

Die Zahlen, welche Dr. Kreitmair erhielt, führen demnach zur Formel:



jener des Ratanhins oder Angelins, und ebenso stimmten auch die Eigenschaften des von ihm erhaltenen Körpers mit denen des letzteren vollkommen überein. Auf Platinblech erhitzt, verbrannte er, ohne einen Rückstand zu hinterlassen unter Entwicklung des charakteristischen Geruches nach verbranntem Horn, in kaltem Wasser war er so gut wie unlöslich, schwer löslich in heissem. Alcohol und Aether nahmen nichts davon auf, dagegen wurde er sehr leicht von Ammoniak gelöst, schied sich aber beim freiwilligen Verdunsten der Lösung unverändert wieder aus. Eine festere Verbindung geht der Körper mit Ammoniak überhaupt nicht ein, da die zurückbleibende Flüssigkeit Ratanhin und Ammoniak in wechselnden Verhältnissen enthält, welche von dem Grade der Abkühlung abhängen, den die Flüssigkeit erleidet. In der Wärme scheidet sich der Körper völlig ammoniakfrei aus.

Ein nitrirtes Product, dem Dinitrotyrosin entsprechend, konnte Dr. Kreitmair nicht erhalten, ebensowenig die dem salpetersauren Nitrotyrosin entsprechende Verbindung. Mit etwa 4 Th. Wasser zu einem Brei angerührt, und mit ungefähr ebensoviel Salpetersäure versetzt, erwärmte sich die Mischung freiwillig und färbte sich dunkelrothbraun, ohne jedoch nach längerem Stehen Krystalle abzusetzen. Reibt man die Krystalle mit wenig Wasser an, und setzt vorsichtig tropfenweise Salpetersäure zu, so dass ein Theil der Krystalle noch ungelöst bleibt, so findet beim Erwärmen eine für den Körper, wie es scheint, besonders charakteristische Reaction statt. Zunächst tritt Lösung ein, und erwärmt man zum Kochen, so wird die Flüssigkeit zuerst rosenroth, dann rubinroth, blau und endlich grün, wobei gleichzeitig rothe Fluorescenz auftritt. Soll diese Reaction, wodurch Ratanhin von Tyrosin unterschieden werden kann, gelingen, so muss mit Vorsicht verfahren werden, da bei unvorsichtigem Zusatz der Salpetersäure statt des charakteristischen Farbenspiels sofort Gelbfärbung eintritt.

Sowie zu Tyrosin scheint sich auch zu Ratanhin Brom zu addiren und ein krystallisirtes Product zu entstehen; leider aber vermochte Dr. Kreitmair die Reaction wegen Mangel an Material nicht zu verfolgen. Durch die Kreitmair'schen Versuche ist aber jedenfalls die Identität seines Körpers mit dem Ratanhin Ruge's und dem Angelin Giintl's genügend festgestellt.

---

### III. Ueber Peucedanin und seine Zersetzungsproducte von Dr. Gottlieb Heut.

Der von Prof. v. Gorup geführte Nachweis<sup>1)</sup>, dass jüngere Imperatoriawurzeln an Stelle des Peucedanins (Imperatorins) einen anderen schön krystallisirenden Körper: Ostruthin enthalten, sowie einige von ihm mit Peucedanin aus Peucedanumwurzel angestellte Versuche, welche die in alle Lehrbücher übergegangene Angabe R. Wagner's, dass sich dieser Körper bei der Behandlung mit weingeistigen Kali in Oroselon und Angelicasäure spalte, als sehr fraglich erscheinen liessen, gaben zu nachstehenden Versuchen Anlass, welche ich im hiesigen Universitätslaboratorium mit Material anstellte, welches mir Herr Prof. v. Gorup freundlichst überliess. Noch bemerke ich, dass mir die seither erschienene Arbeit von Hlasiwetz und Weidel zur Zeit meiner Beobachtungen noch nicht bekannt sein konnte; ich habe sie daher nur in einem Nachtrage berücksichtigt.

#### Darstellung und Eigenschaften des Peucedanin's.

Fünf Kilogramm zerkleinerte Wurzeln von *Peucedanum officinale* L. (bezogen von Gehe u. Co. in Dresden) wurden mit fünfzehn Kilogramm 90% Alkohol sechs Tage lang bei gelinder Wärme digerirt; hierauf wurde von der durch Auspressen erhaltenen Flüssigkeit durch Destillation der Weingeist entfernt.

Die zurückgebliebene, syrupdicke Masse schied nach längerem Stehen reichliche Mengen von Krystallen aus, welche durch ein Bunsen'sches Saugfilter von der anhaftenden, braunen, schmierigen Mutterlauge thunlichst befreit wurden. Den Krystallen hing mit grosser Hartnäckigkeit ein gelber, harzartiger Farbstoff an, welcher denselben einen scharfen, kratzenden Geschmack verleiht. Durch ein zehnmaliges Umkrystallisiren aus Weingeist war es nicht möglich, ihn vollständig zu entfernen. Es wurde nun der Versuch gemacht, aus der weingeistigen Lö-

---

1) Berichte d. deutsch. chem. Gesellsch. Jahrg. VII H. 7.

sung das Peucedanin durch Wasser zu fällen; aber auch in dieser Weise konnte kein völlig geschmack- und farbloser Körper erhalten werden. Endlich wurde die ätherische Lösung desselben mit Ligroin versetzt und der Krystallisation bei gewöhnlicher Temperatur überlassen. Der Erfolg war günstig. Durch noch einmaliges Umkrystallisiren aus Weingeist wurden Krystalle erhalten, welche in ihren Eigenschaften mit den Angaben Bothe's <sup>1)</sup> und Erdmann's <sup>2)</sup> übereinstimmten. Als Schmelzpunkt fand ich in mehrfachen Versuchen + 76<sup>o</sup>, Bothe 75<sup>o</sup>, Schlatter 60<sup>o</sup> <sup>3)</sup>. Letzterer hatte es jedenfalls mit einem nicht ganz reinen Körper zu thun. Das Peucedanin löst sich nicht in Wasser, sehr wenig in kaltem, leicht in heissem Alkohol, so dass beim Erkalten der grösste Theil sich krystallinisch wieder abscheidet. Die alkoholische Lösung fluorescirt nicht. Ferner löst sich dasselbe in Aether, sehr leicht in Schwefelkohlenstoff, Chloroform und Terpentinöl, leicht in erwärmten Olivenöl, auch in heisser concentrirter Essigsäure ist dasselbe, obwohl schwierig löslich.

Durch die vielfachen Manipulationen zum Zwecke der Reindarstellung wurde die Ausbeute sehr verringert, sie betrug 1%. Die Elementaranalysen lieferten Zahlen, welche mit den von Erdmann, Bothe und Wagner <sup>4)</sup> erhaltenen gut übereinstimmten. Die Verbrennungen geschahen mit chromsaurem Blei, da mehrere derselben, welche mit Kupferoxyd und Sauerstoff gemacht wurden, zwar für den Wasserstoff ziemlich richtige, für den Kohlenstoff aber zu niedrige Werthe ergaben.

I. 0,367 unter der Luftpumpe getrocknetes Peucedanin lieferten:

0,9450 Kohlensäure	=	0,2518 Kohlenstoff	=	70,24%
0,199 Wasser	=	0,02211 Wasserstoff	=	6,02%

II. 0,1425 Peucedanin gaben:

0,368 Kohlensäure	=	0,1004 Kohlenstoff	=	70,45%
0,077 Wasser	=	0,00855 Wasserstoff	=	6,00%

---

1) Journal f. pract. Chem. 46. 371 und 50. 381.

2) Journal f. pract. Chem. 16. 42.

3) Annal. d. Chem. und Pharm. 5. 201.

4) Journal f. pract. Chem. 61. 505 und 62. 275.

Berechnet		Gefunden				
$C_{12}H_{12}O_3$		I	II	Bothe	Wagner	
12C	70,59	70,24	70,45	70,44	70,62	70,06
12H	5,89	6,02	0,00	6,05	5,99	6,19
3O	23,52	23,74	23,65	23,51	23,49	23,75.

Einwirkung von Kali auf Peucedanin.

1) Zehn Gramm Peucedanin wurden mit einer concentrirten Lösung von Aetzkali in Weingeist in einem Kolben, welcher mit einem aufrechtstehenden Kühlrohre verbunden war, sechs Stunden lang gekocht. Die weingelb gefärbte Flüssigkeit wurde mit sehr verdünnter Schwefelsäure neutralisirt. Es erfolgte die Ausscheidung eines Körpers, der nach mehrmaligem Umkrystallisiren aus heissem Alkohol die Eigenschaften und Zusammensetzung des Oroselons zeigte, wie solches von Schmedermann und Winkler <sup>1)</sup> aus der Salzsäure-Verbindung des Athamantin's beim Kochen mit Wasser erhalten wurde.

Mein Oroselon löste sich sehr wenig in kaltem Wasser, reichlicher in kochendem, woraus es sich beim Erkalten wieder in feinen krystallinischen Flocken ausschied.

Ferner löste sich dasselbe in Alkohol und Aether, in verdünnter Kalilauge (besonders beim Erwärmen) mit gelber Farbe, woraus es durch Säuren in feinen, farblosen Nadeln wieder gefällt wurde. Auch wurde aus der ammoniakalischen Lösung mit essigsauerm Blei ein schwach gelb gefärbter Niederschlag erhalten <sup>2)</sup>.

Als Schmelzpunkt des Oroselons fand ich als Mittelzahl aus mehreren Versuchen + 156°.

0,288 Oroselon lieferten:

0,7265 Kohlensäure = 0,19813 Kohlenstoff = 68,90%

0,1315 Wasser = 0,01461 Wasserstoff = 5,07%

Berechnet	Gefunden	Schmedermann u. Winkler
7C	68,85	68,90
6H	4,91	5,07
2O	26,23	26,13
		69,05
		5,02
		25,93.

1) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. 51. S. 360.

2) Je reiner die angewandte Substanz war, desto weniger war die kalische Lösung und der Bleiniederschlag gelb gefärbt.

Die von dem Oroselon abfiltrirte Flüssigkeit wurde im Wasserbade zur Trockne gebracht und der Rückstand mit verdünnter Schwefelsäure destillirt. Das Destillat besass stark saure Reaction und den Geruch nach Ameisensäure. Dasselbe wurde mit kohlen-saurem Natron neutralisirt, eingedampft und der Rückstand mit Phosphorsäure destillirt. Das auch nach längerem Stehen völlig klar bleibende Destillat wurde mit Barytwasser neutralisirt, der überschüssige Baryt durch Einleiten von Kohlensäure und Fil-tration beseitiget und der durch Eindampfen erhaltene Rückstand mit Alkohol behandelt; derselbe war in Alkohol unlöslich.

Die wässrige Lösung des Baryumsalzes mit Silbernitrat ver-setzt, schied beim Erwärmen reichlich Silber ab; mit salpeter-saurem Quecksilberoxydul in Reaction gebracht, sogleich Queck-silber.

Als Zersetzungsproducte des Peucedanin's unter der Ein-wirkung von Kali traten also Oroselon und Ameisensäure auf. Angelicasäure dagegen vermochte ich unter denselben nicht aufzufinden.

2) Acht Gramm Peucedanin wurden mit vierundzwanzig Gramm Kalihydrat in einer silbernen Schale zusammengeschmol-zen. Es trat Aufblähen und Gelbfärbung ein unter Entwicklung eines widerlichen, wasserminzenähnlichen Geruches. Die Schmelze wurde in Wasser gelöst und mit Schwefelsäure neutralisirt. Es erfolgte gleichfalls die Abscheidung von Oroselon. Das Fil-trat wurde mit Aether geschüttelt. Die abgehobene Flüssigkeit lieferte geringe Mengen von Kryställchen, deren wässrige Lö-sung sich mit Eisenchlorid dunkel violett färbte und wohl als Resorcin anzusprechen waren. Die Krystalle besaßen einen süßlichen Geschmack; zur Vornahme einer Analyse war die Menge zu gering.

Die Flüssigkeit, von welcher der Aether abgehoben war, wurde nun im Wasserbade eingedampft und mit Schwefelsäure destillirt. Das Destillat wurde in der bereits erwähnten Weise mit Barytwasser neutralisirt und zur Trennung der Barytsalze nach dem Eindampfen mit Alkohol behandelt. Aus der alkoho-lischen Lösung schieden sich deutlich monokline Kryställchen von essigsäurem Baryt aus. Zur Bestätigung wurde das Silbersalz dargestellt und analysirt.

0,140 des Silbersalzes lieferten nach dem Glühen 0,090 Sil-ber = 64,28%.

Die Formel  $C_2H_3AgO_2$  verlangt 68,68<sup>0</sup>/<sub>10</sub>. —

Der in Alkohol unlösliche Rückstand zeigte in Wasser gelöst Silber- und Quecksilbersalzen gegenüber das Verhalten der Ameisensäure.

In Rücksicht auf die Beobachtung Illasiwetz's<sup>1)</sup>, dass das Oroselon sich bei der Einwirkung von Kali in der Hitze in Resorcin und Essigsäure spaltet, erklärt sich hier das Auftreten dieses Körpers neben Oroselon und Ameisensäure einfach durch eine weitere Zersetzung des entstandenen Oroselon's.

#### Einwirkung von verdünnter Schwefelsäure auf Peucedanin.

Kocht man Peucedanin mit verdünnter Schwefelsäure in einem Kolben mit aufrecht stehendem Kühler mehrere Stunden lang, so entwickelt sich nach einiger Zeit derselbe widerliche Geruch, der sich beim Zusammenschmelzen mit Kali bemerkbar macht; das anfangs geschmolzene Peucedanin verwandelt sich wieder in einen in dichten Flocken in der Flüssigkeit herum schwimmenden, und sich theilweise darin lösenden Körper. Derselbe wurde nach dem Erkalten der Flüssigkeit, wobei noch eine krystallinische Abscheidung erfolgte, abfiltrirt, mit Wasser ausgewaschen und aus heissem Alkohol zur Krystallisation gebracht. Auch dieser Körper war Oroselon.

Das Filtrat mit kohlensaurem Natron neutralisirt, eingedampft und mit Phosphorsäure destillirt, lieferte ein neutrales Destillat.

#### Einwirkung der Halogene auf Peucedanin.

Nach Schlatter gibt Peucedanin mit Jod eine dunkle, dickflüssige Masse.

Ebenso entsteht eine braune, bei gewöhnlicher Temperatur teigartige Masse, wenn man auf Peucedanin Bromdampf einwirken lässt. Zu diesem Zwecke wurden in eine Glasdose mit übergreifenden Deckel beide Körper in zwei Porzellanschälchen gebracht. Beim Lüften des Deckels war ein Ausströmen von Bromwasserstoff nicht wahrzunehmen; dagegen hatte sich Wasser ge-

---

1) Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch. Jhg. VII. H. 8.

bildet. Es war weder ein gebromtes Substitutions- noch Additionsprodukt entstanden, wie eine zuvor in Alkohol gelöste und mit Wasser gefällte Probe nach dem Glühen mit Aetzkalk lehrte. Der gebildete Körper war in keiner Weise in eine krystallinische, für die Analyse geeignete Form zu bringen, und wurde nicht weiter verfolgt.

Ein ebenso ungünstiges Resultat lieferte der Versuch, Brom auf Peucedanin in alkoholischer Lösung einwirken zu lassen. — Auch bei der Einwirkung von Chlorgas auf Peucedanin in einer Kugelhöhre war diese eine tiefer gehende, unter Austritt von Wasser.

#### Einwirkung von Salpetersäure auf Peucedanin.

Bothe trug Peucedanin allmähig in auf 60° erwärmte Salpetersäure von 1,21 ein, wobei die Auflösung desselben sehr langsam erfolgte, was die Darstellung auch nur einigermaßen grösserer Mengen des Nitroprodukte sehr erschwert.

Ich fand es nach mehreren Versuchen für zweckmässig, das Peucedanin mit wenig Salpetersäure von 1,30 12 Stunden lang bei gewöhnlicher Temperatur in Berührung zu lassen, und hierauf kleine Portionen des Gemenges in erwärmte Salpetersäure von 1,21 einzutragen, bis jedesmal vollständige Lösung erfolgt war. Man kann hiebei die Temperatur auf 80° steigern, ohne die Ausbeute zu schädigen. Im Uebrigen verfuhr ich nach den Angaben Bothe's. Das beim Erkalten der gelb gefärbten Flüssigkeit auskrystallisirte Nitropeucedanin wurde durch zweimaliges Umkrystallisiren aus Alkohol mit allen von dem genannten Autor beschriebenen Eigenschaften erhalten.

Die Stickstoffbestimmung nach Dumas ergab für 0,334 Nitropeucedanin:

17<sup>cc</sup> Stickstoff bei 22° C. und 736<sup>m</sup> B. St.

entsprechend nach Abzug der Tension des Wasserdampfes:

15,033<sup>cc</sup> bei 0° und 760<sup>m</sup> B. St.

15,033<sup>cc</sup> Stickstoff wiegen 0,01886 = 5,65%o. —

I. 0,398 Nitropeucedanin mit Kupferoxyd und vorgelegten Kupferspirale verbrannt lieferten:

0,8525 Kohlensäure = 0,2315 Kohlenstoff = 58,66%  
 0,170 Wasser = 0,01888 Wasserstoff = 4,74%.

II. 0,310 Nitropeucedanin gaben:

0,662 Kohlensäure = 0,1805 Kohlenstoff = 58,22%  
 0,122 Wasser = 0,01355 Kohlenstoff = 4,37%.

Es fordern die Formeln <sup>1)</sup>:

	C <sub>24</sub>	60,00		C <sub>24</sub>	57,83
	H <sub>10</sub>	4,16		H <sub>11</sub>	4,41
	N	5,83		N	5,62
	O <sub>3</sub>	30,01		O <sub>10</sub>	32,14
Gefunden von Bothe			Gefunden von mir:		
	I	II		I	II
C	59,22	59,71	C	58,66	58,22
H	4,23	4,00	H	4,74	4,37
N	5,25	—	N	5,65	—

Vergleicht man meine gefundenen Zahlen mit den durch die Formeln geforderten, so finden dieselben besser durch die zweite der hier angeführten Formeln ihren Ausdruck, während sich Bothe für die erstere entschied. Demgemäss glaube ich, dass für das Nitropeucedanin zu schreiben sei: C<sub>12</sub>H<sub>11</sub>(NO<sub>2</sub>)O<sub>3</sub>, eine Formel, welche auch Limpricht in seinem Lehrbuche der organ. Chemie S. 694 acceptirte.

Ferner gelang es auch mir, ebenso wie Bothe, aus der vom Nitropeucedanin abfiltrirten Flüssigkeit Trinitroresorcin und Oxalsäure als weitere Zersetzungsprodukte des Peucedanin's aufzufinden.

Nachdem durch Eindampfen im Wasserbade die freie Salpetersäure entfernt war, wurde der Rückstand in Wasser gelöst und mit überschüssigen Kali versetzt.

Anfangs scheidet sich ziemlich reines styphimsaures Kali in gelben Nadeln aus, bei weiterer Concentration erfolgt Ausscheidung desselben neben der von oxalsaurem Kali in grossen monoklinen Säulen, welche zum Theile mechanisch getrennt werden konnten.

Zum Zweck der Analyse wurde styphninsaures Silber dargestellt.

1) Ich behalte hier zum Zwecke des Vergleiches die alten Formeln (C = 6) bei.

0,1965 des bei 100° getrockneten Silbersalzes wurden in reiner, sehr verdünnter Salpetersäure gelöst; mit Salzsäure versetzt wurden 0,190 Chlorsilber erhalten.

0,190 Chlorsilber = 0,0888 Silber = 45,24%.

Styphninsaures Silber erfordert 46,15% Silber: Pikrinsaures Silber erfordert 32,14%.

Das styphninsaure Silber krystallisirt in gelben, platten Nadeln, welche in höherer Temperatur mit grosser Heftigkeit explodiren.

### Oxypeucedanin.

Bei der Darstellung des Ostruthin's aus der Wurzel von *Imperatoria Ostruthium* erhielt Herr Prof. von Gorup einmal als Nebenprodukt einen weissen, körnigen Körper, der in kaltem Aether sehr schwierig löslich, und als Erdmann's Oxypeucedanin anzusprechen war.

Derselbe hatte die Güte, mir diese Substanz zur Untersuchung zu übergeben, welche genannte Voraussetzung vollkommen bestätigte.

Nachdem ich diesen Körper nach längerem Behandeln mit kaltem Aether für rein erachtete, nahm ich eine Schmelzpunktbestimmung vor, welche + 134° ergab. Durch fortgesetztes Auswaschen mit kaltem Aether auf einem Filter brachte ich es schliesslich dahin, denselben in Uebereinstimmung mit Bothe's Angabe auf + 140° (aber nicht höher) gesteigert zu erhalten.

Auch die Elementaranalyse lieferte ein damit übereinstimmendes Resultat:

0,364 Oxypeucedanin gaben:

0,916 Kohlensäure = 0,249 Kohlenstoff = 68,41%

0,1665 Wasser = 0,0185 Wasserstoff = 5,08%

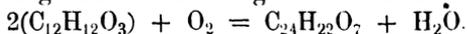
	Berechnet	Gefunden	Bothe
24C	68,25	68,41	68,13
22H	5,21	5,08	5,35
7O	26,55	26,21	26,51.

Ein Versuch, Oxypeucedanin in Wasser vertheilt durch nascenten Wasserstoff mittelst Natriumamalgame in Peucedanin überzuführen, war resultatlos.

Auffallend ist das Vorkommen von Oxypeucedanin in einer

Imperatoriwurzel, welche kein Peucedanin, sondern statt dessen Ostruthin ( $C_{14}H_{17}O_2$ ) enthielt.

Die Annahme, Oxypeucedanin sei das Oxydationsprodukt des Peucedanins innerhalb des Pflanzenkörpers kann durch folgende Gleichung zum Ausdrucke gebracht werden:



## VII. Nachtrag.

Wie schon erwähnt, kam mir leider zu spät, um noch als leitender Fingerzeig dienen zu können, die höchst interessante Abhandlung von Hlasiwetz und Weidel<sup>1)</sup> über Peucedanin und Oroselon zu Gesicht, so dass ich mich darauf beschränken muss, einige vergleichende Bemerkungen anzuknüpfen.

Hlasiwetz und Weidel erhielten durch Einwirkung von rauchender concentrirter Salzsäure auf eine heisse, concentrirte Lösung von Peucedanin Oroselon.

Ein Oroselon von gleichen Eigenschaften entstand neben Methylchlorür, als dieselben über geschmolzenes Peucedanin getrocknetes salzsaures Gas leiteten. Auch das von mir sowohl bei der Einwirkung von Kali, als bei der von Schwefelsäure auf Peucedanin erhaltene Oroselon besitzt dieselbe procentische Zusammensetzung und dieselbe äussere Beschaffenheit wie das Oroselon genannter Chemiker. Mit verdünnter Kalilauge übergossen wird es nicht gelb gefärbt; jedoch besitzt die Lösung desselben in Kalilauge eine schwach gelbe Färbung.

Bezüglich des Schmelzpunktes jedoch zeigt es eine erhebliche Differenz. Hlasiwetz und Weidel geben als solchen + 177° an; ich fand denselben bei 156° in mehreren sorgfältigst angestellten Versuchen.

Hlasiwetz und Weidel erhielten, als sie Peucedanin mit weingeistiger Kalilösung an einem Rückflusskühler kochten, und nach dem Verjagen des Weingeistes die Masse mit Wasser und Schwefelsäure destillirten, nur eine geringe Menge von Essigsäure, welche dieselben auf Rechnung der Einwirkung von Aetzkali auf den Alkohol setzten.

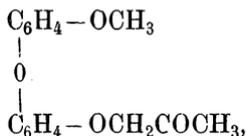
Ich erhielt bei dieser Operation ein stark saures Destillat und so starke Reactionen der Ameisensäure, dass ich eben doch Bedenken trage, mich der angedeuteten Ansicht anzuschliessen, zumal ich auch Ameisensäure unter den Zersetzungsprodukten

des Peucedanin's beim Zusammenschmelzen desselben mit Kali fand.

Auch mir gelang es nicht, in dem Destillate Angelicasäure aufzufinden; demnach dürfte Angelicasäure als Spaltungprodukt des Peucedanins zu streichen sein.

Hlasiwetz und Weidel betrachten das Oxypeucedanin als ein Gemenge von Peucedanin und Oroselon. Auch ich erhielt für diese Substanz dieselbe procentische Zusammensetzung und denselben Schmelzpunkt ( $140^{\circ}$ ), und konnte der Schmelzpunkt durch fortgesetzte Behandlung dieses Körpers durch Aether nicht erhöht werden, zwei Erscheinungen, welche für ein Gemenge immerhin auffällig sind.

Hlasiwetz und Weidel stellen auf Grund ihrer Resultate für das Peucedanin die Constitutionsformel auf



indem sie das Peucedanin als das Keton des aldehydartigen Oroselons betrachten.

Von dieser Formel  $\text{C}_{16}\text{H}_{16}\text{O}_4$  ausgehend würde für das Nitropeucedanin  $\text{C}_{16}\text{H}_{15}(\text{NO}_2)\text{O}_4$  zu schreiben sein. Diese Formel verlangt 4,41% Stickstoff, eine Zahl, die sich ziemlich weit von den Ergebnissen der Analysen entfernt. Von mir wurde Stickstoff erhalten 5,65%, von Bothe 5,25%.

Es scheint, dass Bothe's Nitropeucedanin überhaupt kein Nitroderivat des Peucedanin's, sondern das eines Zersetzungsproduktes desselben ist.

#### IV. Ueber Tricetylphosphin von **W. Bachmeyer**.

Von den Derivaten des Cetylalcohols ist eine grosse Anzahl durch die Untersuchungen v. Fridau's bereits seit langer Zeit gekannt. Zur Zeit der Arbeiten des genannten Chemikers waren aber jene interessanten organischen Körpergruppen, welche man gegenwärtig als Phosphine bezeichnet, und deren Entdeckung durch A. W. Hofmann eine der glänzendsten im Gebiete der neueren organischen Chemie ist, noch unentdeckt. Es blieb demnach hier noch eine Lücke in den Cetylalkömmlingen auszufüllen. Ich veranlasste Hrn. Bachmeyer, zu versuchen, ob nach einer oder der anderen der von A. W. Hofmann zur Darstellung der Phosphine ermittelten Methoden die Phosphine des Cetyls zu erhalten wären. Dieser Aufgabe unterzog sich derselbe bereitwilligst, wurde aber leider durch seine Verhältnisse genöthigt, die Arbeit vor der Zeit abzubrechen. Gleichwohl erscheinen mir die von ihm erhaltenen Resultate, so unvollkommen sie sind, der Mittheilung werth, da sie den Weg zu gründlicheren Untersuchungen ebnen. Ich hoffe, in nicht zu ferner Zeit Weiteres über diese Körper mittheilen zu können.

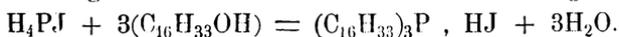
Nach einigen Vorversuchen erwies sich die Einwirkung von Jodphosphonium auf Cetylalcohol als derjenige Weg, der am ehesten zum Ziele führen konnte. Der Cetylalcohol, welcher zu den Versuchen diente, wurde von Hrn. Bachmeyer nach der Methode von W. Heintz dargestellt, und nach derselben leicht rein vom constanten Schmelzpunkte  $49^{\circ}$  erhalten. Zur Gewinnung des Tricetylphosphins wurde Cetylalcohol und Jodphosphonium im Verhältnisse von 3 Mol. Cetylalcohol auf 1 Mol. Jodphosphonium in zugeschmolzenen Röhren 12 bis 14 Stunden lang auf  $175^{\circ}$  —  $180^{\circ}$  erhitzt. Nach dem Erkalten zeigte sich ihr ganzer Inhalt zu einer schönen, schneeweissen Krystallmasse erstarrt. Nach dem Oeffnen machte sich einiger Druck bemerklich, und es entwich Phosphorwasserstoffgas, was eine unvollständige Zersetzung vermuthen liess. Der Inhalt der Röhren wurde mit Alcohol herausgespült, und

dann mit Alcohol ausgekocht, wobei vollständige Lösung erfolgte. Beim Erkalten schieden sich perlmutterglänzende, weisse Krystallblättchen aus, die aus Alcohol wiederholt umkrystallisirt gleichwohl so nicht rein erhalten werden konnten. Sie färbten sich an der Luft bald gelblich, und erwiesen sich phosphor- aber auch jodhaltig, und war das Jod offenbar nur Verunreinigung. Durch Behandlung mit wenig Aether und rasches Filtriren, wobei sich der Aether sofort gelb färbte, gelang es, freilich nicht ohne Verlust, da ein Theil des Körpers selbst dabei in Lösung ging, ihn jodfrei zu erhalten. Er stellte nun eine schneeweisse, Krystallmasse dar, welche sich auch bei längerem Stehen an der Luft und beim Trocknen nicht mehr gelb färbte. Qualitativ geprüft erwies sie sich stark phosphorhaltig, aber jodfrei.

Die quantitative Elementaranalyse ergab mit den für Tricetylphosphin berechneten nahe übereinstimmende Zahlen, nämlich

Kohlenstoff . . .	81,14	für	81,58
Wasserstoff . . .	14,21	»	14,05
Phosphor . . .	3,97	»	4,37

Es kann sonach der erhaltene Körper als das gesuchte Tricetylphosphin angesprochen werden, und der Vorgang bei seiner Bildung verläuft theoretisch nach der Gleichung:



Die von Herrn Bachmeyer constatirten Eigenschaften des Tricetylphosphin's waren nachstehende:

Prachtvoll perlmutterglänzende aus mikroskopischen feinen Nadelchen bestehende schneeweisse Masse von unangenehmen lauchartigem Geruche, bei 155° schmelzend, unlöslich in Wasser, wenig löslich in kaltem, leicht in kochendem Alcohol, schwieriger in Aether, in welchem es sich gleichwohl langsam in nicht unbeträchtlicher Menge löst, löslich endlich in Schwefelkohlenstoff, wie es scheint, ohne Zersetzung.

Dass durch die angegebene Behandlung sofort Tricetylphosphin erhalten wurde, erklärt sich wohl aus der geringen Basicität dieses Phosphins, welche mit seinem hohen Kohlenstoffgehalte im Zusammenhang steht. Doch ist sie nicht vollkommen verschwunden, wie nachstehende von Hrn. Bachmeyer gemachte Beobachtung lehrt. Versetzt man nämlich die alcoholische Lösung des Tricetylphosphins mit Salzsäure, so stellt sich eine

Trübung ein, die beim Erwärmen wieder verschwindet; nach dem Erkalten aber scheidet sich ein krystallinischer Körper ab, wahrscheinlich die salzsaure Verbindung; eine Platiuchloridverbindung zu erhalten, gelang jedoch nicht.

Aus der nach Abscheidung des Tricetylphosphin's restirenden Flüssigkeit versuchte Hr. Bachmeyer Tetracetylphosphoniumjodid zu gewinnen, jedoch vergeblich. War die Einwirkung offenbar eine unvollständige, so wurde die Trennung auch durch die Eigenschaften beider Körper sehr erschwert. Möglicher Weise wäre durch Anwendung von Benzol dieselbe zu erreichen, in welchem einer der beiden Körper sich zu lösen schien.

#### IV. Ueber das Vorkommen von Thallium im Carnallit von Dr. Hammerbacher.

Aus der Mutterlauge der Nauheimer Salzsoole krystallisirt ein Salz heraus (sog. Badesalz), das mit dem Stassfurter Carnallit fast die gleiche Zusammensetzung hat. In diesem Salze wurde von Boettger (Journal f. pract. Chemie Bd. 91. 1864 S. 126 ff.) nach geeigneter Behandlung Cäsium, Rubidium und Thallium mittelst des Spectroskop's nachgewiesen, und sogar isolirt.

Auf Anregung des Herrn Professor Dr. von Gorup-Besanez unterzog ich zuerst den Carnallit, dann auch die andern kalihaltigen Abraumsalze Stassfurt's einer Behandlung nach Boettger's Vorschrift, und lasse die erlangten Resultate hier folgen:

##### 1. Carnallit.'

Fünfhundert Gramm rother Carnallit wurden mit 1 Liter Wasser von mittlerer Temperatur übergossen, alle Salzknollen zerrührt und über Nacht stehen gelassen. Dann wurde abfiltrirt, das Filtrat um  $\frac{1}{3}$  eingedampft und in den Keller zur Krystallisation gestellt. Andern Tags war eine weisse Salzmasse auskrystallisirt, die von der Mutterlauge getrennt wurde.

Nach Boettger soll alles Chlorrybidium und Chlorcäsium in der Mutterlauge enthalten sein, während die auskrystallisirte Salzmasse nur das Chlorthallium enthalten soll.

Ich versetzte nun sowohl die Mutterlauge, als die wieder gelöste Salzmasse mit einer zur vollständigen Ausfällung des Kaliums unzureichenden Menge Platinchlorid und liess dieselbe nach tüchtigem Umrühren 24 Stunden in der Kälte stehen. Der in beiden Flüssigkeiten entstandene Niederschlag war hellgelb, und wurde jeder nach dem Decantiren in ein besonderes Platinschälchen gespült. In diesen wurden sie mit ungefähr dem 2—3 fachen Volumen Wasser ca. 20 mal je 1 Minute lang vorsichtig ausgekocht, die Flüssigkeiten noch heiss decantirt und die Niederschläge von Zeit zu Zeit zwischen den einzelnen Auskochungen mit dem Spektroskop untersucht.

In dem aus der auskrystallisirten Salzmasse stammenden Niederschlage liess sich schon nach der 10. Auskochung die grüne Thalliumlinie, sowohl bei Anwendung eines Bunsen-Brenners als einer Wasserstoffflamme gleich deutlich durch das Spektroskop erkennen. In den letzten Auskochungen war die Thalliumlinie verschwunden.

Im Niederschlage aus der Mutterlauge wurden gleich nach den ersten Auskochungen die für das Rubidium charakteristischen Linien  $\alpha$  und  $\beta$  bei 135 und 137, und die das Cäsium kennzeichnenden Linien  $\alpha$  und  $\beta$  zwischen 105 und 110 sichtbar, die erst nach vielen Auswaschungen verschwanden.

Böttger isolirte das Thallium auf folgende Weise aus dem Nauheimer Badesalz: er kochte dasselbe mit starkem Weingeist, und hierauf den Rückstand mit einer Lösung von Oxalsäure aus, filtrirte, machte mit kohlensaurem Natron alkalisch und leitete  $H_2S$  durch. Beim Erhitzen schied sich Schwefelthallium ab. Ich konnte das Thallium aus dem Carnallit nach dieser Methode nicht isolirt erhalten, wohl weil es in zu geringer Menge darin enthalten war. Das Vorkommen des Thalliums im Carnallit wurde meines Wissens bisher noch nicht beobachtet.

## 2. Sylvin.

Sylvin. Die wässrige Abkochung von 300 gr. des derben Sylvin wurde mit einer unzureichenden Menge Platinchlorid versetzt, und der entstandene Niederschlag wie der des Carnallit's behandelt.

Mittelst des Spektroskop's liessen sich in demselben sehr deutlich Cäsium und Rubidium, aber kein Thallium erkennen. Eine alcoholische Abkochung des Sylvin gab dieselben Resultate.

Die anderen kalihaltigen Mineralien, Polyhalit und Kainit, gaben weder ein Thallium- noch ein Cäsium- und Rubidiumspektrum.

---

## VI. Analysen der Asche der Früchte von *Lithospermum off.* und des Holzes von *Calamus Rotang* und *Bambusa arundinacea*,

ausgeführt von **C. Mutschler, R. Hornberger** und  
**Dr. Fr. Hammerbacher.**

Die Früchte von *Lithospermum off.* hinterlassen eingäschert ein noch vollkommen die Form der Fruchtschale zeigendes kieselerdehaltiges Aschenskelett und galten bisher als ein Typus reicher Verkieselung (H. v. Mohl, bot. Zeitung 1861. Nr. 30 u. Nr. 42). Mein College Reess machte gelegentlich einige Beobachtungen, welche darauf hinweisen, dass die charakteristischen Eigenschaften der porzellanartigen Substanz der Schalen dieser Früchte auf die Anwesenheit reichlicher Mengen von Calciumcarbonat zurückzuführen sind. Uebergiesst man nämlich die Früchte, oder die Schalen allein mit Essigsäure, Schwefelsäure oder Salzsäure, so erfolgt lebhaftes und anhaltendes Aufbrausen. Nach Auflösung des Kalks durch Essigsäure wird die Schale trüb und weich wie Knorpel, nach Auflösung desselben durch Salzsäure dagegen wird sie weich und zerreiblich, nach Behandlung endlich mit Schwefelsäure bleibt sie hart (Gypsbildung).

Diese Beobachtungen veranlassten meinen Collegen Reess, den Wunsch nach einer vollständigen quantitativen Analyse der Asche mir gegenüber auszusprechen. Eine solche wurde in meinem Laboratorium durch Herrn R. Hornberger ausgeführt. Das Ergebniss derselben war folgendes. Die Früchte lieferten den enormen Aschengehalt von 41,47<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Die qualitative Analyse der Asche ergab, dass sie sehr arm

an Alkalien, sehr reich dagegen an Kieselsäure und Kalk war, der Eisengehalt war gering, Mangan nur spurenweise vorhanden, Chlor ebenfalls nur spurenweise; ausserdem waren Schwefelsäure, Phosphorsäure und Magnesia in bestimmbarer Menge zugegen. Mit verdünnter Salzsäure brauste die Asche ziemlich stark und es hinterblieben weisslich trübe schalige Massen von Kieselerde.

In 100 Th. der Asche wurden gefunden:

incl. Kohle und Kohlensäure	Nach Abzug von Kohle u. Kohlensäure
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> . . . 0,20	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> . . . 0,28
CaO . . . 41,35	CaO . . . 59,01
K <sub>2</sub> O . . . 4,33	MgO . . . 3,15
Na <sub>2</sub> O . . . 0,54	K <sub>2</sub> O . . . 6,17
SO <sub>3</sub> . . . 0,53	Na <sub>2</sub> O . . . 0,77
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> . . . 1,52	SO <sub>3</sub> . . . 0,77
SiO <sub>2</sub> . . . 19,39	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> . . . 2,17
MgO . . . 2,21	SiO <sub>2</sub> . . . 27,68
CO <sub>2</sub> . . . 26,85	100,00
Kohle . . . 2,49	
103,41	

Die Voraussetzungen meines Collegen Reess finden in diesen Resultaten ihre volle Bestätigung. Berücksichtigt man, dass der Kohlensäuregehalt der Asche sehr beträchtlich, der an Alkalien aber sehr gering, weiterhin, dass die Früchte für sich schon mit Säuren sehr stark brausen, so kann man bei der grossen Menge vorhandenen Kalk's es für erwiesen halten, dass die Fruchtschalen vorzugsweise Calciumcarbonat und ausserdem Calciumsilicat, möglicher Weise beide in Gestalt einer Doppelverbindung enthalten. Dabei bleibt allerdings nicht ausgeschlossen, dass ein Theil der grossen Menge von 59<sup>0</sup>/<sub>100</sub> Kalk nicht in den Schalen, sondern in dem Kerne enthalten wäre, wofür auch der Phosphorsäuregehalt der Asche geltend gemacht werden kann.

## II.

Durch die vorstehenden Beobachtungen auf die Kieselpflanzen überhaupt aufmerksam gemacht, fand ich bei der Durchsicht der einschlägigen Literatur, namentlich auch bei den von Wolff

zusammengestellten Aschenanalysen <sup>1)</sup>, dass vollständige Aschenanalysen von *Calamus Rotang* und *Bambusa arundinacea* fehlen. Von beiden Pflanzen ist es aber wohl bekannt, dass ihr Holz reichliche Mengen von Kieselsäure enthält; so beobachtete schon H. Davy, dass das spanische Rohr am Stahle Funken giebt, auch wenn zwei Stücke aneinandergerieben werden. Auch ermittelte Struve, dass das Kieselskelett des spanischen Rohres aus in Kali löslicher Kieselerde bestehe. Vom Bambusrohr ist es endlich bekannt, dass die Knoten desselben mit steinartigen Concretionen (Tabashier) durchsetzt sind, welche aus Kieselerdehydrat (in Kali löslich) mit geringen Mengen von Kalk bestehen. Zur Analyse beider Holzarten wurden sorgfältig ausgewählte und gereinigte Stücke verwendet, und die Asche nach den nun üblichen Methoden bei möglichst niedrig gehaltener Temperatur bereitet.

Die Asche von *Calamus Rotang* wurde von Herrn C. Mutschler, jene des Bambusrohres von Herrn Dr. Hammerbacher analysirt.

100 Th. Asche von *Calamus Rotang* enthielten nach Abzug von Kohle, Kohlensäure und Sand:

Kieselerde . . . .	67,964
Kalk . . . . .	16,969
Magnesia . . . .	11,812
Kali . . . . .	0,653
Natron . . . . .	0,559
Eisenoxyd . . . .	0,333
Phosphorsäure . .	0,295
Schwefelsäure . .	0,755
	99,340

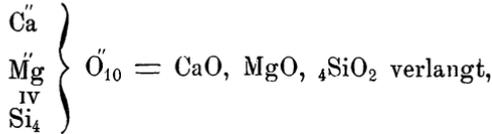
Das bei 100° C. getrocknete Rohr lieferte 3,16% Asche. Chlor war darin nicht bestimmbar, und auch der Kohlensäuregehalt der Asche sehr gering.

Die Hauptbestandtheile der Asche des spanischen Rohres sind demnach Kieselerde, Kalk und Magnesia; alle übrigen machen zusammen nur anderthalb Procente der Asche aus. Zieht man diese ab, und berechnet die übrigen Bestandtheile auf 100 Ge-

---

1) E. Wolff, Aschenanalysen etc. Berlin 1871.

wichtstheile, so erhält man Zahlen, welche sich denen, welche ein Calcium-Magnesiumsilicat von der Formel



auffallend nähern, wie nachstehende Zusammenstellung lehrt.

		berechnet		gefunden	
4SiO <sub>2</sub>	. . . 240 . .	71,4	. .	70,24	
CaO	. . . 56 . . .	16,6	. .	17,53	
MgO	. . . 40 . . .	11,8	. .	12,34	
	336	100,0		100,00	

Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung so gross, als man sie unter den gegebenen Verhältnissen nur erwarten kann, und es kann die Asche von Calamus Rotang geradezu als ein Calcium-Magnesiumsilicat angesprochen werden.

Wesentlich verschieden davon erwies sich die Zusammensetzung der Asche des Bambusrohres, welche Herr Dr. Hammerbacher analysirte.

Derselbe fand nämlich in 100 Th. dieser Asche

Kieselerde . . . . .	28,264
Kalk . . . . .	4,481
Magnesia . . . . .	6,569
Phosphorsaures Eisenoxyd	0,637
Kali . . . . .	34,214
Natron . . . . .	12,765
Chlor . . . . .	2,062
Schwefelsäure. . . . .	10,705
	<hr/> 99,697

Diese Asche war demnach sehr reich an Alkalien und arm an alkalischen Erden, ihr Kieselerdegehalt sehr bedeutend, aber immerhin geringer, als man hätte erwarten sollen. In dem Gehalte an Alkalien nähert sich diese Asche den Aschen unserer gewöhnlichen Holzarten.

VII. Untersuchung einer durch Paracentese entleerten Ascitesflüssigkeit eines Leukämischen von Hrn.

**Carl Brimmer.**

Diese Flüssigkeit zeigte so auffallende und seltene Charaktere, dass eine chemische Analyse derselben dem Arzte wünschenswerth erschien. Eine solche bot auch schon um deswillen einiges Interesse, weil es nahe lag, die im Blute Leukämischer nachgewiesenen Stoffe, namentlich aber das Pseudoglutin darin zu vermuthen.

Das Transsudat war völlig undurchsichtig, milchweiss, der Milch überhaupt völlig ähnlich, und schied beim Stehen in der That eine Art Rahmschicht ab; bei näherer Prüfung fand sich in derselben auch ein Faserstoffcoagulum von ziemlich derber Beschaffenheit. Die mikroskopische Untersuchung, welche Herr Prof. Zenker vorzunehmen die Güte hatte, ergab lediglich allerfeinste und etwas grössere Fettmolecüle und Fetttröpfchen, letztere besonders in den oberen Schichten; in diesen fanden sich auch zahlreiche grössere Körnchenkugeln, und ganz blasse Molecüle, wahrscheinlich eiweissartiger Natur. Zellengebilde irgend welcher Art konnten nicht wahrgenommen werden. Die chemische Untersuchung der neutral reagirenden Flüssigkeit, aus welcher die Faserstoffcoagula durch Coliren entfernt waren, ergab neben Serumalbumin Paralbumin, von Hilger bereits in Ascitesflüssigkeiten nachgewiesen. Das Filtrat von den Eiweisskörpern durch Kochen unter Zusatz von etwas Essigsäure abgeschieden, auf dem Wasserbade eingedampft, schied während desselben wiederholt caseinähnliche Häute ab. Der Abdampfungsrückstand wurde wiederholt mit Alcohol extrahirt, das in Alcohol Unlösliche in Wasser aufgenommen, und die filtrirte wässrige Lösung im Wasserbade concentrirt; auch zur Syrupsconsistenz gebracht, zeigte der Rückstand wenig Gelatinirfähigkeit, seine Lösung aber verhielt sich gegen Tannin, Quecksilberchlorid, Platinchlorid, Ferrocyankalium, Essigsäure und Bleiessig wie Glutinlösungen. Das im leukämischen Blute aufgefundene Pseudoglutin schien demnach auch hier, jedenfalls aber nur in geringer Menge vorhanden zu sein. Die Prüfung des in Alcohol löslichen Theils auf Sarkin, Harnsäure und Milchsäure ergab ein negatives Resultat, wozu bemerkt werden mag, dass die geringe Menge der Flüssigkeit ein anderes Resultat kaum erwarten liess.

---

VIII. Notiz über ein unter dem Namen Ditaïn in den Handel gebrachtes Chininsurrogat von v. Gorup-Besanez.

Unter obiger Bezeichnung wird ein aus *Echites scholaris* (Apocynae) dargestelltes braunes Extract von Herrn Grupe, Apotheker in Manila in den Handel gebracht und als Febrifugum empfohlen. Eine etwa 30 Grm. betragende Menge dieses Extractes wurde mir von Herrn Grupe zur Disposition gestellt. Nach dem Verfahren von Stas gelang es mir, in diesem Extracte die Gegenwart eines sehr starken, nichtflüchtigen und krystallisirbaren Alkaloides nachzuweisen, welches als solches durch alle Reactionen mit Sicherheit erkannt wurde. An weitere Versuche damit war wegen der unzureichenden Menge nicht zu denken. Wenn ich gleichwohl diese Notiz veröffentliche, so geschieht es, um die Aufmerksamkeit der Chemiker auf ein Material zu lenken, welches dankbare Resultate verspricht. Ich beabsichtige, einen meiner Schüler, wenn es ihm gelingt, sich dasselbe in genügender Menge zu verschaffen, mit der Untersuchung zu betrauen.

Sodann besprach

Herr Prof. **Selenka**

die Eifurchung und die Larvenform eines bei Villafranca beobachteten Phascolosoma. Die Uebereinstimmung mit dem Entwicklungsvorgange der Chaetopoden (Anneliden) ist eine auffallende; es konnten selbst 3 Paare seitlicher Chitinborsten bei den Phascolosomalarven nachgewiesen werden.

Derselbe erwähnt ferner die Anlage der Keimblätter bei *Holothuria tabulosa*. Das anfangs einschichtige Blastoderm stülpt sich ein: der Ort der Einstülpung wird Mund, der eingestülpte Theil wird zum Darm.

---

Sitzung vom 14. December 1874.

Herr Prof. Reess

macht folgende Mittheilung über den Befruchtungsvorgang der Basidiomyceten:

### I.

Die Annahme, dass der Fruchtkörper der Basidiomyceten gleich dem Sporocarpium der Ascomyceten aus der geschlechtlichen Befruchtung eines Carpopogoniums hervorgehe, wird heutzutage kaum Gegner finden. Sie folgt mit höchster Wahrscheinlichkeit aus den Thatsachen, welche über den Entwicklungsgang der gesamten höheren Thallophyten, insbesondere der Florideen und Ascomyceten, in den letzten Jahrzehnten erkannt worden sind. Auch hat sie erst in jüngster Zeit durch die Einreihung der Basidiomyceten unter die Carposporeen entschiedenen Ausdruck gewonnen <sup>1)</sup>. — Dagegen sind die thatsächlichen Nachweisungen über die geschlechtliche Erzeugung und die jugendliche Entwicklung des Basidiomyceten - Fruchtkörpers ziemlich ungenügend. —

Karsten ist wohl der Erste gewesen, der, unter Berufung auf ein allgemein gültiges Entwicklungsgesetz, auch für die Pilze »nicht eine Befruchtung der Basidien und Ascen« erwartete, vielmehr dieselbe »in den ersten Anfängen des Hutes« suchte <sup>2)</sup>.

Ueber seine an *Agaricus campestris* L. angestellten einschlägigen Beobachtungen hat er am 17. December 1861 der Berliner Gesellschaft Naturforschender Freunde eine Mittheilung gemacht, deren auszugsweise Wiedergabe so schwierig erscheint, dass ich vorziehe, sie wörtlich anzuführen <sup>3)</sup>:

»Herr Karsten sprach über die Entwicklung der Champignonfrucht, deren erste Anfänge er in den bisher von einigen Botanikern als Spermatien des Myceliums gedeuteten Organen er-

1) Sachs. Lehrbuch der Botanik. 1874. IV. Aufl. 335. Vergl. auch Brefeld, Schimmelpilze 1874. II. Heft. 79 u. 87.

2) Karsten, das Geschlechtsleben der Pflanzen. Berlin 1860 p. 50.

3) Abgedruckt in Bonplandia 1862 Nr. 4 p. 63 und in Karsten, Gesammelte Beiträge, Bd. I p. 344. (1865).

kannte. Die vom Redner während seiner Reise in Südamerika entdeckte und früher schon veröffentlichte Entwicklungsgeschichte der Flechtenfrucht, welche mit allen ihren Samen (Sporen) gleich den Früchten der Moose und Lebermoose aus einer einzigen Zelle sich hervorbidet, wurde von ihm als Analogon der Entwicklungserscheinungen der Champignonfrucht betrachtet. Die sogenannten Spermatien des Pilzmyceliums sind nichts weiter als die ersten, meistens unentwickelt bleibenden Anfänge der Pilzfrucht, sterile Fruchtanfänge, die auch bei den Moosen und Flechten regelmässig in grosser Menge vorhanden sind. Die entwicklungsfähigen jüngsten eiförmigen Fruchtanfänge der Pilze sieht man angefüllt mit eiweissartigem Stoffe, und dieselben werden überwuchert von Anfangs einzelnen Fäden des Pilzmyceliums, die fortwährend an Zahl zunehmen, und endlich eine dicke Rinde (Peridium, Velum) über die inzwischen sich vergrössernde centrale Eizelle bilden. — Die Früchte (Apothecien) der Flechten entstehen durch Vergrösserung und innere Entwicklung einer Astzelle der Marksicht (Gonidium) in Folge der Vermischung des Inhalts einer oder einiger Zellen der Rindenschicht, wie dies der Redner in seiner Schrift »das Geschlechtsleben der Pflanzen und die Parthenogenesis« ausführlich erörterte; nach Analogie dieses Vorganges vermuthet derselbe, dass auch eine Vermischung des Inhalts der (oben bezeichneten) fadenförmigen Zellen des Pilzmyceliums mit dem Plasma stattfindet, welches in der eiförmigen Zelle enthalten ist, die den jüngsten Zustand der Pilzfrucht darstellt. Diese Entwicklungszustände legte der Redner in natura vor.«

Später erweitert und illustriert Karsten seine Angaben durch Darstellung der Sexualorgane, der Befruchtung, und einiger jungen Entwicklungszustände des Fruchtkörpers von *Agaricus vaginatus* Bull. <sup>1)</sup>.

Hier findet er, »von den entwickelten Früchten zu immer jüngeren Zuständen zurückgehend,« durch Grösse und Plasma gehalt ausgezeichnete weibliche Zellen (»Archegonien«) am Mycelium; diese werden durch fadenförmige Myceläste befruchtet; die Befruchtung geschieht mittelst Verwachsung der beiden Sexualorgane; an der Verwachsungsstelle zeigt sich eine »den

---

1) Karsten, Bot. Untersuchungen aus dem physiol. Laborat. etc. Bd. I p. 160 ff., Taf. IX, 7—13. Berlin 1867.

feinporösen Siebwandungen ähnliche« Structur; in Folge der Befruchtung wird das »Archegonium« von Fäden eingehüllt, welche aus der Basis theils des männlichen, theils des weiblichen Zweiges entspringen. —

Die soeben skizzirte Beschreibung und besonders die Abbildung in Fig. 9 bestechen, wie bereits von de Bary <sup>1)</sup> hervorgehoben wurde, durch die auffällige Aehnlichkeit der dargestellten Verhältnisse mit dem bekannten Befruchtungsvorgang von *Peziza confluens* P. <sup>2)</sup>. Sie verlieren aber an Werth, sobald man sieht, dass für den Entwicklungszusammenhang der abgebildeten Zellengruppen mit den ferner gezeichneten, weit vorgeschrittenen Fruchtkörpern eine Beweisführung nicht einmal versucht ist. Während Karsten bei *Agaricus campestris* im heranwachsenden Fruchtkörper seine »centrale Eizelle« sich vergrössern sah, konnte er sie bei *Agaricus vaginatus* an »etwas weiter entwickelten Fruchtanfängen« nicht mehr wahrnehmen <sup>3)</sup>.

Karsten steht indessen mit dem wesentlichen Inhalt seiner Angaben nicht allein. Eine Arbeit von Oersted <sup>4)</sup> über die Befruchtungsorgane der Blattschwämme führt in der Hauptsache zu der gleichen Ansicht.

Nachdem Culturversuche von der Spore ab durch Absterben des Keimmyceliums gescheitert waren, liess Oersted das Mycelium des *Agaricus variabilis* P. aus der sonst von demselben durchzogenen Gartenerde auf Glasplatten kriechen. Er sah alsdann zunächst Conidienträger <sup>5)</sup>, Corda's altem Formgenus *Cephalosporium* entsprechend, auf dem Mycelium sich entwickeln. Später trug das gleiche Mycelium Geschlechtsorgane. Als solche beschreibt und zeichnet Oersted einerseits nierenförmige Eizel-

---

1) de Bary, Morph. u. Phys. der Pilze. Leipzig 1866 p. 172 (fortan citirt als de Bary, Handbuch).

2) Vergl. de Bary, Ascomyceten 1863 p. 10 ff. Taf. II. — Tulasne Ann. d. sc. nat. Bot. V Sér. t. 6. 1866. Taf. 11. 1<sup>2</sup>.

3) a. a. O. p. 162 und 165.

4) Oersted, A. S., in Oversigt over det kgl danske Vidensk. Selsk. Forhandl. 1865 p. 11–23, 2 Tafeln.

5) Die Keimung seiner Conidien hat Oersted übrigens nicht nachgewiesen. Demselben *Agaricus variabilis* schreibt neuerdings Fuckel noch eine andere Sorte von Conidien zu. (Vergl. Just, Botan. Jahresh. f. 1873 p. 95).

len, anderseits dünnfädige Antheridien, welche den Eizellen sich anschmiegen. Ueber eine eigentliche Verschmelzung beider Organe ist, soweit ich den dänischen Text verstehe, Nichts gesagt, ebensowenig über die nächsten Folgen der Befruchtung. Darum fehlt auch jede Vermittelung mit den zahlreich abgebildeten makroskopischen Jugendzuständen des Fruchtkörpers, welche auf dem die Gartenerde bewohnenden Mycelium aufschliessen. —

Bei der Prüfung von Oersted's Zeichnungen fällt zunächst auf, dass die Hälfte seiner Antheridien von den Eizellen wegwächst, statt sich denselben anzulegen. Sodann ergeben sich einige Bedenken über die Identität der Conidien, Sexualorgane, und Fruchtkörper tragenden Mycelien. Diese Identität übrigens zugestanden, so gilt gleichwohl der Karsten gemachte Vorwurf des mangelnden Entwicklungsnachweises doppelt und dreifach gegen Oersted, dessen Bericht sonst durch einfache Klarheit von dem Karsten'schen vortheilhaft sich auszeichnet.

---

Karsten und Oersted sind, soviel ich weiss, die einzigen Beobachter, welche im Sinne unserer heutigen Fragestellung dem Befruchtungsvorgange der Basidiomyceten näher getreten sind.

Gleichwohl ist der Streit über diesen Vorgang schon ziemlich alt; so alt, als die Frage nach der Sexualität der Pilze überhaupt. Aus der Vergleichung des stattlichen Fruchtkörpers der typischen Hymenomyceten mit einer reichgegliederten Blütenpflanze folgte für die Botaniker des XVIII. Jahrhunderts selbstverständlich die Deutung des Pilzmyceliums als Wurzel, des Pilzstrunkes als Stamm, des Hutes als Blütenstand. So spricht zuerst Micheli 1729 von den »flores«<sup>1)</sup> im Hut dieser Schwämme, Gleditsch erweitert und präcisirt Micheli's Angaben, indem er mit kühner Phantasie »Stamina«, und, in den Lamellen des Hutes verborgen, weibliche Organe unterscheidet<sup>2)</sup>. Bulliard<sup>3)</sup> endlich schildert und malt die Befruchtung der Sporen durch ein »fluide spermatique«, welches aus Gleditsch's »Stamina« sich

---

1) Micheli, *Nova plantarum genera*, 1729. p. 137.

2) Gleditsch, *Histoire de l'Ac. royale*. Année 1748. Berlin 1750. p. 60. — *Methodus fungorum*, 1753, p. 62. 81.

3) Bulliard, *Champ. de la France*. 1791. p. 12. 36. 39 ff. pl. I. fig. III.

ergiesen soll. Die späteren Autoren, bis auf die Verfasser der Monographien, Hand- und Lehrbücher der fünfziger Jahre, besprechen fast nur die hier angedeutete Form der Frage, bis schliesslich die Meinung, Gleditsch's Stamina, seit Corda »Pollinarien« genannt, seien männliche Sexualorgane, zu Grunde getragen wird <sup>1)</sup>).

Natürlich hat auch Hedwig's Ansicht <sup>2)</sup>, wonach die männlichen Sexualorgane am Stiel der Pilzfrucht, insbesondere am Ring, ihren Sitz hätten, einen Fortschritt in der Erkenntnis des Befruchtungsvorganges nicht veranlasst. Nicht einmal Ehrenberg, welcher für seine »fungi coenotoci« die Entstehung der Myceliumstränge auf eine geschlechtliche Verschmelzung der einfachen Hyphen zurückführt <sup>3)</sup>, kann als Vorläufer von Karsten und Oersted gelten.

## II.

Die Darstellung, welche Karsten und Oersted von dem Befruchtungsvorgange der Basidiomyceten gegeben, hat trotz einer gewissen inneren Wahrscheinlichkeit nicht allzuviel Anklang gefunden. Die wesentlichen Einzelheiten dieses Befruchtungsvorganges gelten heute noch für dunkel. Selbst Oersted scheint in seinen letzten Jahren auf seine eigenen Angaben nur mehr geringes Gewicht gelegt zu haben <sup>4)</sup>. Eine Wiederaufnahme

---

1) Da die hier anzuziehende, höchst ausführliche Litteratur auf unsere jetzige Fragestellung keinen unmittelbaren Einfluss geübt hat, und überdies von Tulasne und de Bary hinreichend gewürdigt ist, so verweise ich hier nur auf:

Corda, Regensburger Flora 1834. Bd. I. 113; ders., *Icones fungorum* III. p. 44.

Phoebus, *Nova Acta Ac. Caes. Leop.* XIX. 1. 1838. p. 210—232.

Hoffmann, *Botan. Zeitg.* 1856. p. 137 ff.

Tulasne, *Selecta fungorum Carpologia* 1861. Bd. I. p. 161 ff.

de Bary, *Handbuch*, 1866 p. 170 ff.

2) Hedwig, *Theoria generationis et fructificationis plant. Cryptog. Petrop.* 1784. p. 130 ff. — Schon Bulliard (a. a. O. p. 50) zeigt, dass Hedwig's männliche „Kügelchen“ nichts anderes sind, als auf den Stiel gefallene Sporen.

3) Ehrenberg, de *Mycetogenesi epistola. Nova Acta Ac. Caes. Leop. Carol.* X. 1. 1820. p. 172 f.

4) Vergl. Oersted's System der Pilze u. s. f. — Deutsche Bearbeitung von Grisebach und Reinke, 1873, p. 63.

der Untersuchungen über diese morphologisch hochwichtige Frage ist darum gewiss erwünscht.

Dabei wird es vor Allem darauf ankommen, den Entwicklungsgang einer Form von der keimenden zur reifenden Spore lückenlos zu verfolgen; der Ort, wo, und die Zeit, da die Sexualorgane auftreten, die Beschaffenheit der Sexualorgane und die Befruchtung, endlich die Ausbildung und morphologische Differenzirung des Fruchtkörpers werden gleich wichtige Abschnitte der Fragestellung sein. Die bisher zumeist in's Auge gefassten Formen mit ungeren keimenden Sporen, selten gedeihendem Keimmycel, schwer bestimmbarcn jüngsten Fruchtanfängen werden einem Untersuchungsmaterial Platz machen müssen, welches stets zu haben ist, rasch und sicher keimt, in übersichtlicher Cultur von der Spore ab wohlgenährtes Mycel und daran in kürzester Frist Fruchtkörper entwickelt, deren Zurückführung auf die allerersten Anlagen keinem Bedenken unterliegt.

Alle diese Eigenschaften vereinigen sich in hohem Grade bei den kleineren, zarten und vergänglichen, mistbewohnenden Arten der Gattung *Coprinus*. Schon Bulliard hat dieselben aus Sporen gezogen, indem er sporenbefleckten alten Pferdemit mit frischem Mist vermengte und die Mischung unter einer Glasglocke feucht erhielt<sup>1)</sup>. Eine solche Aussaat ist bekanntlich nicht einmal nothwendig, insofern der frische Pferdemit mit fast untrüglicher Sicherheit stets *Coprinus*sporen enthält, und in Folge dessen, auch unbesät, binnen kurzer Frist die Fruchträger in dichten Rasen aufschossen lässt.

Ueberdies hat de Bary schon vor 1866 den Bulliard'schen Culturversuch in wissenschaftliche Form gebracht, d. h. er hat in ausgekochtem, somit keimfreiem Mist aus den ausgesäeten Sporen des *Coprinus fimetarius* Fr. dessen junge Fruchtanfänge binnen 3 Wochen sogar auf dem Objectträger erzogen<sup>2)</sup>. Später hat Woronin die *Coprinus*cultur der fortgesetzten mikroskopischen Controle zugänglich, also erst recht entwickelungsgeschichtlich verwerthbar gemacht, insofern er den Nachweis lieferte, dass in klarem Pferdemitdecoct *Coprinus ephemerus* Bull. von der keimenden Spore bis zum ausgebildeten Frucht-

---

1) Bulliard, a. a. O. 395.

2) de Bary, Handbuch p. 190.

körper gebracht werden kann. Seine im Jahre 1872 erschienene russische Veröffentlichung ist meines Wissens in Deutschland nicht bekannt geworden und mag daher hier in einer, vom Verfasser selbst freundlichst mitgetheilten, Uebersetzung wörtlich Platz finden <sup>1)</sup>:

»M. Woronin sprach über die Culturversuche, die er mit einigen mistbewohnenden Pilzen aus der Abtheilung der Hymenomyceten angestellt hat. Herrn Woronin ist es geglückt, die Entwicklungsgeschichte des *Coprinus ephemerus* Bull., von Spore zu Spore, auf dem Objectträger, und dabei nicht auf einem festen Substrate, sondern in einer Flüssigkeit zu erhalten; er säete die Sporen dieses Pilzes in ein gut durchgekochtes und filtrirtes Decoct frischen Pferdemitestes. — Die Sporen des *Coprinus ephemerus* fangen manchmal schon 2 Stunden, spätestens aber 6 Stunden nach der Aussaat an zu keimen; in ganz reinem Wasser ist die Keimung derselben kein einziges Mal beobachtet worden. Die im Decocte ausgesäeten Sporen treiben Keimfäden, die in einigen Tagen ein sehr üppiges Mycelium geben. Auf den Hyphen eines solchen Myceliums bekam Herr Woronin die jugendlichen Fruchtkörper-Anlagen des *Coprinus ephemerus*, aus welchen auf dem Objectträger völlig normal gestaltete Pilzkörper sammt Stiel und Hut, obgleich in sehr kleinen Zwerg-Exemplaren, sich entwickelten. Obgleich die Untersuchungen von Woronin noch lange nicht als völlig abgeschlossene zu betrachten sind, geben ihm dieselben dennoch schon jetzt das volle Recht zu schliessen, dass die Methode seiner Untersuchungen (nämlich die Cultur auf Objectträgern, in kleinen Tropfen von ganz frischem Pferdemitestdecocte, welche jeden Tag durch neue ersetzt werden) zu sehr wichtigen und höchst interessanten Resultaten führen, und uns auf diese Weise hoffentlich denn auch eine klare Vorstellung der Entwicklungsgeschichte der Hymenomyceten, über welche wir bis jetzt ja in der Wissenschaft noch nichts wissen, geben wird.«

Nachdem ich für die Wiederaufnahme der Frage nach der Basidiomycetenbefruchtung zunächst *Agaricus campestris*, *Sphaerobolus stellatus*, *Crucibulum vulgare* erfolglos einer Prüfung durch

---

1) Sitzungsberichte der botanischen Section der Naturforscher-Gesellschaft zu St. Petersburg. Sitzung vom 17. (29). Februar 1872.

Sporenaussaaten unterzogen hatte, verstand es sich somit ganz von selbst, dass ich von *Coprinus* ausgehen müsse.

Ich habe von Anfang an vorzugsweise mit *Coprinus stercorarius* Bull. (im Sinne von Fries, *Epicrisis* p. 251, Monogr. Hymen. Sueciae 467, Bulliard, Champ. taf. 542 m.) gearbeitet, einfach aus dem Grunde, weil ich denselben am sichersten, raschesten und reichlichsten entwickelt fand. (Woronin's Untersuchungen an *C. ephemerus* waren mir damals noch nicht bekannt).

Wenn *Coprinus stercorarius* auf Pferdemist spontan auftritt, so reift er durchschnittlich 14 Tage nach der Entleerung des Mistes seine Fruchtkörper. Bei höherer Temperatur und Feuchtigkeit genügen 8, in trockener und kühlerer Cultur erst 18—20 Tage. Einmal erschienen, sendet er den zuerst gereiften noch einige Tage lang neue Fruchtkörper nach. — Dagegen habe ich *C. ephemerus* stets langsamer sich entwickeln sehen; er ist mir nie vor dem 24. Tage reif geworden.

Zur Aussaat wurden nur frisch abgefallene Sporen verwendet. Setzt man einen abgeschnittenen, eben entfalteten Hut auf eine Glasplatte, so findet man auf dieser binnen einer Stunde eine treue dunkelbraune Silhouette der sporentragenden Lamellen, ausschliesslich aus abgefallenen Sporen gebildet. — Durch die Reinheit dieser Sporensammlung, und die charakteristische Form und Farbe der Sporen wird die reine Aussaat und sichere Erkennung einer einzelnen Spore gewährleistet.

Ich machte sämtliche Culturen auf Objectträgern, theils in Mistdecoct, theils auf kleinen, keimfrei ausgekochten Pferdemistproben. — Letztere wurden in der Regel mit mehreren, erstere in allen entscheidenden Culturen mit einer einzigen Spore besät. Die Mistculturen gaben etwas langsamere Keimung und anfangs spärlichere Mycelbildung, trugen aber rascher und reichlicher Fruchtkörper (reife nach 8—14 Tagen). In Decoctulturen war die Keimung und Mycelbildung rasch und üppig, die Fruchtbildung mager und verzögert.

Das Decoct wurde stets aus frischem Pferdemist hergestellt. Nach dem Erkalten filtrirte sich dasselbe mikroskopisch klar. Jeweils nach einigen Tagen wurde das Decoct mit der Pipette erneut. Die besten Culturen blieben so über eine Woche lang klar und rein.

Ueberhaupt hielten sich die, in dampfgesättigte Räume

gebrachten, von Zeit zu Zeit gelüfteten Culturen meist leidlich rein. Decoctculturen mussten öfter wegen Bacterien und *Penicillium* entfernt werden, die sonstigen Störungen durch *Mucor*, *Pilobolus*, *Pleospora*, *Penicillium* und *Dictyostelium* waren selten und unerheblich.

Um die Vegetation des Myceliums und einige später zu beschreibende Entwicklungsvorgänge an demselben durch eine Reihe von Tagen in Fristen von wenigen Stunden an einem und demselben Individuum lückenlos verfolgen zu können, wurden einzelne Culturen in Geissler'schen feuchten Kammern <sup>1)</sup> unter stärkerer Vergrößerung durchgeführt.

### III.

Die reife Spore von *Coprinus stercorearius* ist eine an beiden Polen etwas zugespitzte ellipsoidische Zelle; trocken misst sie durchschnittlich 11 Mik. Länge auf 6 Mik. Breite. In trockenem Zustande anscheinend homogen und undurchsichtig, lässt sie, wasserdurchtränkt, den innern Contour ihres braunen Episporiums deutlich durchschimmern. Ueber die Existenz eines Endospors gibt aber erst die Keimung Aufschluss. Der Sporenhalt bietet nichts Bemerkenswerthes.

Die Keimung der Sporen erfolgt weder in Wasser, noch auf dem meist ziemlich trockenen Mist, auf welchem die Spore reifte. Sie unterbleibt ferner, auch wenn alle sonstigen Keimungsbedingungen erfüllt sind, da, wo die Sporen haufenweise dicht zusammenliegen. In frischem Mist und Mistdecoct tritt sie nach wenigen Stunden ein und schreitet rasch vorwärts; rascher in concentrirtem, als in dünnem Decoct.

Sie beginnt mit der Ausstülpung einer rundlichen Papille des farblosen Endospors an einem, seltener an beiden Polen. Die Papille schwillt zur kugeligen Blase von doppelter Sporenbreite, und verjüngt sich sodann zum cylindrischen, anfangs ziemlich geraden Keimschlauch. Bald verzweigt sich dieser; Aeste und Zweige gehen, wenn sie Platz zur Ausbreitung haben, meist in rechten Winkeln ab.

Wenn bei mittlerer Zimmertemperatur 4–5 Stunden genügen, um den Beginn der Keimung an frischen Sporen eintreten zu lassen, so können nach 16–20 Stunden bereits 3 oder

---

1) Vergl. Brefeld in Landw. Jahrbücher. III. Jahrg. 1874. p. 82.

4 Myceliumäste von je 10 bis 30 facher Sporenlänge entwickelt sein. Nach 3, höchstens 4 Tagen bildet das Mycelium einer Spore, im Decoct eingesenkt, ein von regelmässig radialen Hauptästen ausgehendes, in der Mitte fast lückenlos gewobenes, nach Aussen lockeres, kreisförmiges Verzweigungssystem von  $1\frac{1}{2}$ —2 Millim. Radius. Vom 4.—5. Tage kriechen seine Zweige zum Theil auf die Oberfläche und über den Rand des Tropfens heraus, oder in der Mistcultur vom Misthäufchen auf die Glasplatte herunter, um sich als spinnwebartiger Ueberzug rasch weiter auszubreiten.

Das Mycelium ist anfangs scheidewandlos, eine einzige durchschnittlich 4 Mik. breite reichverzweigte Zelle voll von farblosem homogenem Protoplasma. Mit zunehmender Verzweigung treten immer zahlreichere Vacuolen in den älteren Theilen auf. Bald folgen auch (etwa vom 2. Tage ab) Querwände. Noch später, d. h. vom 5. oder 6. Tage an erscheinen in grosser Zahl Schnallen <sup>1)</sup> an den Myceliumfäden, zuletzt fast an jeder Querwand. Sie geben ein werthvolles Kennzeichen für Agaricinen-, hier *Coprinus*-Mycelium, gegenüber jedem Eindringling in die *Coprinus*cultur. Nun finden auch häufig Anastomosen der Myceliumhyphen statt. Bald wachsen 2 oder 3 Fäden eine Strecke weit neben einander her, auf der Berührungsfäche völlig verschmelzend. In den Mistculturen entstehen so etwa vom 8.—10. Tage ab zwei- bis vielfädige Myceliumstränge <sup>2)</sup>, von denen sich bald da bald dort wieder ein Faden selbständig abzweigt.

Wo das Mycelium in der Luft wächst, so am Rande und auf der Oberfläche des Decoct-Tropfens, oder auf Mist und Glasplatten, krümmen sich einzelne oder auch gleichzeitig mehrere Zweige bald hackenförmig, bald nach Art eines Bischofsstabes; neben unregelmässig spiraligen Einrollungen, wie sie auch sonst bei Pilzmycelien vorkommen, entstehen ganz regelmässige, flache Hohlkegel von 3—5 dicht zusammenschliessenden Spiralwindungen einer Hyphenspitze gebildet («Schneckenudeln»), oder dicht zusammengezogene Korkzieher mit ebensovielen Windungen. Diese letzteren sind von den Carpogonien von *Eurotium* oft nicht zu unterscheiden, und haben mich schon darum monatelang irre geführt, weil sie häufig unmittelbar vor den Fruchtanfängen, am

---

1) Vergl. Hoffmann, Botan. Ztg. 1856, p. 156; de Bary, Handbuch, 15.

2) Vergl. de Bary, Handbuch, p. 17. 20.

5. bis 8. Tage, erscheinen. Eine entwicklungsgeschichtliche Beziehung dieser Schrauben zu den Fruchtanfängen hat sich nicht erweisen lassen. Auch sind sie nicht etwa, wie ich einige Zeit vermuthete, lediglich beim Austritt des Zweiges aus der Flüssigkeit oder dem feuchten Substrate in die Luft eingerollte Zweigenden.

---

Vor der Schnallenbildung, frühestens schon am 2., durchschnittlich am 3. oder 4. Tage, erscheinen an dem Mycelium von *Coprinus stercorearius* auf besondern Trägern abgeschnürte stäbchenförmige Zellen. Ihre Existenz ist im de Bary'schen Laboratorium wenigstens seit 1870 bekannt, aber bisher meines Wissens nie öffentlich erwähnt worden. Sie entstehen im gleichen Entwicklungsstadium in der Mistcultur, wie im Decoet, an letzterem Orte nur zahlreicher.

Lässt man eine Spore in einem Decoettropfen auf dem Objectträger auskeimen, so sieht am 4. Tage etwa die Mitte der Oberfläche des Tropfens wie bestäubt aus. Bald breitet sich der »Anflug« nach dem Tropfenrande aus. Bläulich glänzende Körnchen tauchen über das Niveau empor. Unterm Mikroskop erscheint jedes Körnchen als ein gestieltes kugeliges Köpfchen aus kleinen, stäbchenförmigen, vom Träger zahlreich abgeschnürten Zellen, welche durch einen capillar emporgesogenen und festgehaltenen Tropfen zusammengehalten, sofort auseinanderfallen, wenn man das Köpfchen in die übrige Flüssigkeit eintaucht. Dann liegen viele stäbchenförmige Zellen lose um ihren Träger.

Diese entstehen folgendermassen :

Vom 2. oder 3. Tage nach der Sporenaussaat ab erheben sich Seitenzweige des Myceliums in grosser Zahl, später auch Zweigspitzen, in senkrechter Richtung. Sie wachsen aus zu schlank kegelförmigen oder lang cylindrischen, straffen, plasmaströtenden Zellen. Bald treiben sie an der Spitze, oder auch seitlich, mehrere kurze, dünne, gerade Zweiglein aus, die ich Stäbe nennen will. Nun fängt die rasch ausgewachsene Trägerzelle an, sich durch Querwände zu theilen, zuweilen auch einen Ast auszusenden. Darauf treiben alle Zellen, unterschieds- und regellos, zumeist am oberen Ende, Stäbe aus. — Hat der Stab eine gewisse Länge erreicht, so theilt er sich; die obere Hälfte bricht

ab, die untere wächst weiter, um sich wieder und noch einmal zu theilen. So wird in etwa 2 Tagen sämtliches Protoplasma des Stabträgers zur Stabbildung verbraucht. Schliesslich fallen die Stabreste auch noch ab, und der plasmaleere Träger wird einem Lindenzweige, der seine Knospen verloren, vergleichbar. An seinem Fusse liegen dann 50—60 durch wiederholte Theilung der Stäbe entstandene Stäbchenzellen.

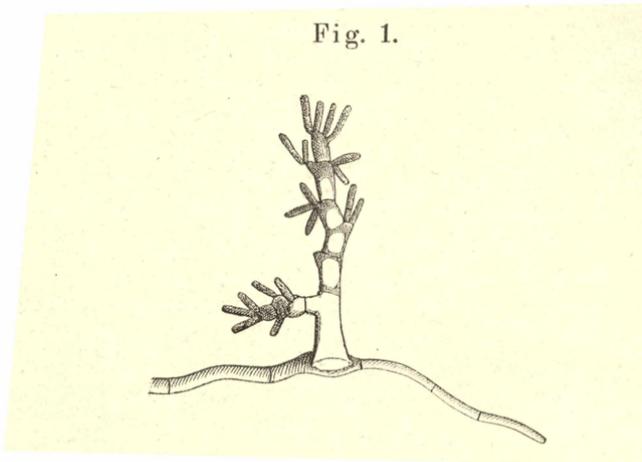


Fig. 1. Ausgewachsener Stäbchenträger von *Coprinus stercorarius*, der einen Theil seiner Stäbchen bereits abgeworfen hat. 4 Tage nach der Sporenaussaat in Mistdecoct. Vergr. 620.

Diese Entwicklungsgeschichte der Träger und Stäbchenzellen lässt sich leicht schrittweise verfolgen, wenn man einen 2 oder 3 Tage alten Sporenceimling mit einem Decocttropfen in eine Geissler'sche feuchte Kammer saugt. Darin treten, zumal am Luftumspülten Tropfenrande, die Stäbchenträger in grosser Menge auf und lassen, sofern sie an die Luft gelangen, 40—60 Stäbchen zierlich um sich herfallen. Man überzeugt sich dabei, dass ein und derselbe Stab sich 4—5 mal theilen kann; man sieht aber nie mehr als 3 Stäbchenzellen auf dem Träger unmittelbar zusammenhängen.

Ein Beispiel der Entwicklungsfolge geben nachstehende Aufzeichnungen:

(Zimmer-Temperatur 18–22° C.)

Eine Trägeranlage	erhebt sich vom Mycelium	1. Tag früh	9.
»	» spitzt sich kegelförmig zu	» » »	11.
»	» trägt 3 Stäbe	» »	Ab 7.
»	» » 5 Stäbe, davon 2 getheilt	» » »	11.
»	» » 7 » » 5 »	} II. Tag früh	8.
und zum Theil auseinandergefallen			

Das Mycelium erzeugt etwa 2–3 Tage lang immer neue Stäbchenträger. Ebensolang dauert ungefähr die Entwicklung des einzelnen Trägers. Ausnahmsweise, im Verhältniss selten, entstehen die Stäbchenzellen unmittelbar am Mycelium.

Von der Structur der Stäbchenzellen ist wenig zu berichten. Sie sind cylindrisch, etwa 4,5 Mik. lang, 1,5 Mik. breit, mit farbloser zarter Membran und einem eben noch unterscheidbaren Protoplasmakörper versehen.

Es lag nahe, diese Stäbchenzellen als Conidien zu betrachten. Dafür habe ich sie lange Zeit gehalten, ohne ihre Keimfähigkeit auch nur zu prüfen. Aber sie sind keimungsunfähig.

Zahlreiche, bis zum 5. und 6. Tage verfolgte Aussaaten der ganz frischen Stäbchenzellen ergaben nie eine Keimschlauch- oder Mycelbildung, auch wenn gleichzeitig zur Controle ausgesäete *Coprinussporen* oder *Mucorconidien* keimten, und die Keimung dieser letzteren ohne Beeinträchtigung der Stäbchenzellen hinsichtlich des Raumes und der Ernährung geschah.

Dagegen scheint es zuweilen, als ob die abgefallenen Stäbchenzellen im Decoct sich durch Quertheilung spärlich vermehrten. Man findet nämlich in der Stäbchenaussaat auch noch am 2. oder 3. Tage Stäbchenpaare, gerade, oder im stumpfen Winkel an der Theilungsstelle gebrochen. — Um diese leicht beobachtbare Erscheinung richtig deuten zu können, muss zunächst betont werden, dass eine Theilung einer einzelnen ausgesäeten Stäbchenzelle nie beobachtet wurde, ferner, dass bei größeren Aussaaten eine Täuschung durch Bacterien meist wahrscheinlich, und niemals völlig ausgeschlossen ist.

Für die Keimungsunfähigkeit entscheidend scheint mir aber folgender Versuch:

Es wird ein eben die Stäbchenbildung beginnender Keimling in die Geissler'sche Kammer gesogen, und bei etwa 500 facher Vergrößerung ein und derselbe Stäbchenträger durch 4 Tage be-

obachtet. Nur so ist es möglich, die Stäbchenzellen sicher zu identificiren. Ein Stab theilt sich, und wird, zweigetheilt aber noch nicht zerfällt, vom Träger abgestossen. Den nächsten Tag liegt er etwas vom Träger abgerückt, und ist an der Theilungsstelle gebrochen. Dann rücken die 2 getrennten Hälften allmählig auseinander, theilen sich aber nicht weiter. Einzeln vom Träger abgelöste Stäbchenzellen theilen sich nicht. Oft bemerkt man, dass ihr Inhalt sich zersetzt, obgleich daneben das Mycel wächst und gedeiht. Demnach findet eine Theilung der Stäbchenzellen überhaupt nicht statt. Objecte, die eine solche wahrscheinlich machen, sind entweder unzerfällt losgelöste Stäbchenpaare, oder etwa Bacterien.

Nun ist es durchaus unwahrscheinlich, dass so zarte und vergängliche Gebilde, wie die Stäbchenzellen, zum Zweck ihrer etwaigen Weiterentwicklung nothwendig erst das Substrat wechseln müssen. Wenn sie auf dem Mist und Mistdecoct nicht keimen, so wird man sie für keimungsunfähig ansprechen dürfen.

Nach allem Angeführten sind somit unsere Stäbchenzellen keine Conidien, sondern — »Spermatien«<sup>1)</sup>. Spermatien mit dem ganzen aussichtsreichen Fragezeichen, welches einem Theil dieser Gebilde ohne Zweifel zukömmt. Es muss nunmehr entschieden werden, ob die Stäbchenzellen von *Coprinus*, wie die Flechten- und Uredineenspermatien, als muthmasslich männliche Zellen bei der Entstehung des Fruchtkörpers unmittelbar betheilt sind.

---

Um die jüngsten Fruchtanfänge, bezw. die Carpogonien von *Coprinus* kennen zu lernen, musste ich von makroskopisch bestimmbaren Jugendzuständen Schritt für Schritt auf jüngere zurückgehen. Mein Ausgangspunkt waren Fruchtanfänge

---

1) Vergl. Tulasne, *Selecta fung. Carp.* I. 181. Stahl, *Botan. Zeitg.* 1874. Nr. 12.

Ob die Stäbchenträger von *Coprinus* etwa als Hyphomycetengenus früher bekannt und benannt gewesen, habe ich nicht sicher ermitteln können. Da dieselben aber sehr klein und zart und einer zufälligen Beobachtung ausserhalb bestimmt gerichteter Culturen kaum zugänglich sind, zweifle ich sehr daran.

Mit Coemans' angeblichen »Conidien« von *Coprinus* (*Bull. de l'Ac. d. sc. d. Belgique.* II. Sér. tome XV. 636 ff. 1863) haben sie bestimmt keine Beziehung.

von etwa  $1\frac{1}{2}$ – $2\frac{1}{2}$  Millim. Höhe, von der Form eines Spielkegels, mit deutlicher Einschnürung an der Scheidungsstelle von Hut und Stiel<sup>1)</sup>. Solche erscheinen in den Mistculturen vom 5.–17. Tage, durchschnittlich vom 10. Tage ab in grosser Menge. Eine einzige Spore lieferte auf einem Mistproböchen von 1 Quadratcentimeter 29 solche Fruchtanlagen<sup>2)</sup>.

Dieselben entstehen nie im Substrat, sondern stets oberflächlich: auf Strohsplintern, Spelzen, oder auf der Glasplatte nahe am Misthäufchen. Sie sitzen niemals auf Myceliumsträngen, sondern stets auf einfachen Hyphen, getragen von einem rundlichen lockeren Teppich secundären Myceliums.

Zustände dieses Alters lassen sich nun mit voller Sicherheit zurückführen auf makroskopisch gerade noch sichtbare weisse Körnchen von etwa 0,1 Millim. Durchmesser. Diese stellen auf zarten Längsdurchschnitten sowohl, als auch beim Zerdrücken und Maceriren ein homogenes Geflecht dar aus gleichartigen, im Centrum nahezu senkrecht, in der Peripherie convergirend aufwärts wachsenden Fäden, deren basale Zellen kurz und dünn, deren apikale Zellen dagegen verlängert und dicker erscheinen. Zahlreiche hin- und hergebogene Seitenzweige verwischen einigermassen die Regelmässigkeit des Filzgewebes. Eine Karsten'sche »centrale Eizelle« oder irgend ein besonderes Entwicklungsprodukt einer solchen lässt sich in keiner Weise unterscheiden. Auch ist es mir bis jetzt nicht gelungen, in solchen Entwicklungszuständen für die frühzeitige Scheidung basidiogener und steriler Fäden Anhaltspunkte zu gewinnen<sup>3)</sup>.

1) Vergl. etwa de Bary, Handb. p. 68 fig. 25a. Hoffmann, Icones analyticae, II. Taf. IX. fig. 2.

2) Von 12 gleichmässig ausgekochten Mistproben wurden 6 mit je einem *Coprinus*sporenkeimling bepflanzt, die 6 übrigen nicht besät.

Die letzteren trugen keinen *Coprinus*, die ersteren

1–4	}	Fruchtkörper.
2–11		
3–12		
4–29		
5 Nichts		
6 „		

3) Diesen Satz, wie Alles auf die Entwicklung des Fruchtkörpers nach der Befruchtung Bezügliche, muss ich mit allem Vorbehalt aussprechen, insofern ich erst jetzt die Entwicklungsgeschichte des Fruchtkörpers selbst eingehend werde vornehmen können.

Die eben beschriebenen Zustände des Fruchtkörpers gehen hervor aus mikroskopischen, ähnlich gebauten Fadenknäueln, im Ansehen sehr jungen Cystocarprien von *Nemalion* und *Batrachospermum* vergleichbar. Die Hyphenzellen sind noch alle gleich: kurz, verhältnissmässig dick, plasmastrotzend. Von besonderen Resten oder Entwicklungsproducten eines Carpogoniums keine Spur.

Alle bisher angeführten Thatsachen lassen sich ebensogut wie in der Decoectultur auch auf Mistculturen constatiren, besonders übersichtlich an demjenigen Mycelium, welches im Umkreis der Mistprobe auf die reine Glasplatte herunterkriecht. Die jüngsten alsbald zu beschreibenden Zustände dagegen habe ich nur in Decoectulturen gesucht. Sobald auf dem Niveau einer solchen die erste bestimmbare Fruchtanlage als weisses Pünktchen erschien, wurde die Cultur folgendem Untersuchungsverfahren geopfert <sup>1)</sup>: ohne Verschiebung des Myceliumteppichs wird das Mistdecoct durch Wasser allmählig ersetzt; dann das gesammte Präparat mit Fuchsin roth gefärbt, und mit einem Deckglas bedeckt. So fallen die intensiv gefärbten jugendlichsten Hyphenknäuel am meisten ins Auge. Zur Aufklärung der Einzelheiten muss dann selbstverständlich Kali oder Ammoniak, mit der Anilinfärbung wechselnd, wiederholt angewandt werden.

An solchen Präparaten gelang es, die zuletzt beschriebenen Jugendzustände der *Coprinus*frucht weiter zurückzuführen auf unregelmässig geformte Knäuelchen aus ganz wenigen, gedärmartig verschlungenen Hyphen. Diese sind ausgezeichnet durch eine gewisse Ueppigkeit der Verzweigung und schwellige, ovale oder tonnenförmige, plasmavolle Zellen. Als Abkömmlinge des *Coprinus*myceliums sind diese von einem einzigen Faden getragenen Knäuel, wie ihre alsbald zu schildernden Erstlingszustände sicher gekennzeichnet durch die Schnallen ihres Tragfadens.

Jede Bemühung, in dergleichen jüngsten Fruchtanlagen charakteristische Hyphengruppen zu erkennen, welche etwa als Carpogonium und Pollinodium hätten gedeutet werden können, war wieder vergeblich.

---

1) Ich brauche kaum zu versichern, dass ich einzelne Decoectulturen bis zu hutabgrenzenden Fruchtkörpern durchgeführt habe. Ich erhielt so von einer Spore bis 12 makroskopisch bestimmbare Fruchtanlagen. Die meisten gehen natürlich an Nahrungsmangel zu Grunde.

Als einfachste Fruchtanfänge erscheinen wenigzellige Spitzen eines kurzen Seitenzweiges vom Mycelium. Durch Dicke und Tonnenform der Zellen, durch ihren reichen Plasmagehalt sind sie auffällig gekennzeichnet. Sie können übrigens füglich im Ansehen den Carpogonien von *Ascobolus* verglichen werden. Mit Rücksicht auf die folgenden Nachweisungen will ich sie auch sofort als Carpogonien bezeichnen.

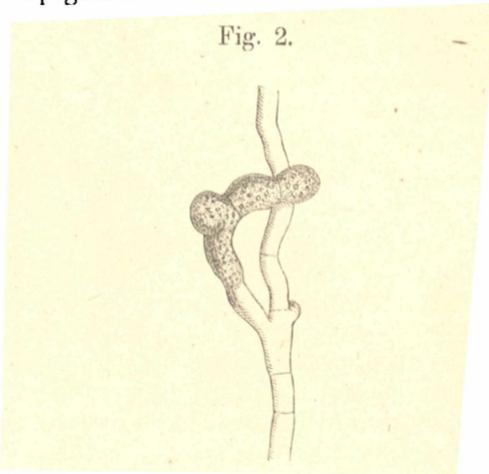


Fig. 2. Carpogonium von *Coprinus stercorearius*. 7 Tage nach der Sporenaussaat im Mistdecoct. (Hartnack Objectiv X. Ocular 3).

Es war nun, beim völligen Mangel sonstiger Anzeichen für eine Befruchtung des Carpogoniums auf eine etwaige Copulation desselben mit den früher beschriebenen Spermastien zunächst zu achten. Dass zur Zeit des Auftretens der Carpogonien (vom 6. Tage ab etwa) vor Kurzem gereifte Spermastien zu Tausenden vorhanden sind, und zuweilen in Häufchen um die Fruchtanlagen herumliegen, braucht kaum besonders hervorgehoben zu werden.

In der That kamen Zustände zur Beobachtung, wo die Spitze des bereits einen Zweig tragenden Carpogoniums mit einer stäbchenförmigen Zelle verschmolzen war (Fig. 3) und weiter entwickelte Stadien (wie Fig. 4), welche eigentlich für sich selbst sprechen.

Indem ich die speciellere Beweisführung an Fig. 4 anknüpfe, hebe ich zuerst die zweifellose Abstammung des Knäuels

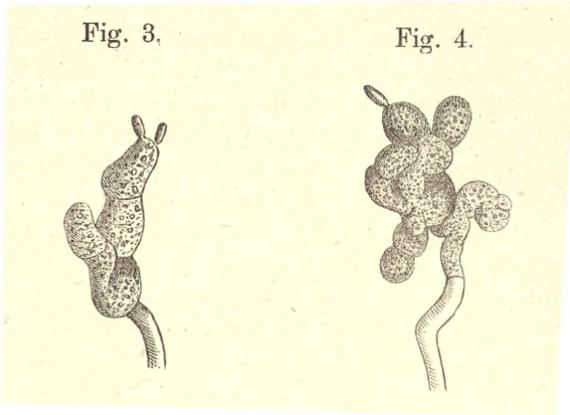


Fig. 3. Befruchtetes Carpogonium,  
Fig. 4. Befruchtetes und weiterentwickeltes Carpogonium von *Coprinus stercorarius*.  
Fig. 3 am 6., Fig. 4 am 7. Tage nach der Sporenaussaat in Mistdecoct.  
(Hartnack Obj. X. Oc. 3).

vom *Coprinus*mycelium, sodann den Umstand hervor, dass das Stäbchen an der Spitze der Fruchtanlage nicht ein Zweig der Fruchtanlage selbst sein kann. Die Fruchtanlage ist mit Protoplasma dicht gefüllt; das Stäbchen inhaltsleer, wie ausgesogen, nimmt mit Anilin kaum eine blassrosenrothe Färbung an; es ist demnach bestimmt kein junger Zweig der Fruchtanlage, sondern eine der Fruchtanlage sich ansetzende fremde Zelle. Dass es ein Spermatorium von *Coprinus* ist, wird sich aus ihm selbst niemals beweisen, und überhaupt höchstens wahrscheinlich machen lassen.

Vergleicht man aber die Gesamtheit der angeführten Thatsachen mit den Verhältnissen, welche an verwandten Thallophyten bewiesen oder wahrscheinlich gemacht sind, so drängt sich eine einzige Deutung mit hoher Wahrscheinlichkeit auf: Die Spermatorien von *Coprinus* sind männliche Zellen, ihr Träger das Antheridium, ihre Function die Befruchtung des Carpogoniums. In Folge der Befruchtung wächst das Carpogonium zum Fruchtkörper aus.

Die Beweismittel für meine Deutung verlieren nicht an Werth, wenn ich gestehe, dass ich ähnliche Zustände wie Fig. 3 und 4 erst sechsmal habe beobachten können. Diese Beobach-

tungen fielen in zwei kurze constant heisse Perioden des letzten Sommers, in denen ich sicher war, am 3. und 4. Tage die reifen Antheridien, am 5. und 6. die Befruchtung, vom 7. ab junge Fruchtanlagen zu finden, während bei wechselnder oder kühler Temperatur die ganze Entwicklung sich unsicher in die Länge zieht. Durch die Einführung der Culturen in Thermostaten mit einer Temperatur von 25° würde die Wiederholung entsprechender Beobachtungen sicherlich erleichtert. Uebrigens darf nicht vergessen werden, dass man an einer Fruchtanlage, deren Carpogonium von Hyphen bereits umwachsen ist, von dem copulirten Spermatorium nichts mehr sehen kann, und dass diese Gebilde, wenn sie erst ihren Inhalt ergossen haben, äusserst zart sind.

Die geringe Zahl massgebender Beobachtungen, und vor Allem die Unmöglichkeit, eine im Myceliumnetz aufgegangene allerjüngste Fruchtanlage zu drehen, sind die Ursache, dass ich über wesentliche Einzelheiten des Befruchtungsvorganges und seiner Folgen schlecht unterrichtet bin.

Die stets constatirte Mehrzelligkeit des unbefruchteten Carpogoniums legt die Frage nahe, ob etwa die Spitze desselben lediglich als Conceptionsorgan fungire, die Fruchtanlage dagegen nur aus den andern (2) Zellen sich entwickle? Die vorliegenden Beobachtungen sprechen sämmtlich für eine solche Verschiedenheit.

Sie sprechen ferner für die Annahme, dass der ganze Fruchtkörper ausschliesslich aus dem Carpogonium herauswachse, ohne Betheiligung mycelentsprossener Hyphen <sup>1)</sup>.

Uebrigens erfordert diese Frage, und die höchst wichtige nach der Differenzirung des Fruchtkörpers selbst, durchaus weitere Untersuchungen.

#### IV.

Wenn die oben festgehaltene Deutung meiner Beobachtungen an *Coprinus* berechtigt ist, so sind Sexualorgane und Befruchtungsvorgang von *Coprinus* den entsprechenden Verhältnissen bei Flechten und Florideen zunächst verwandt.

Was zunächst die männlichen Sexualorgane betrifft, so braucht die Aehnlichkeit in Entstehung und Bau der Spermarien

---

1) Vergl. auch Brefeld, Schimmelpilze II. 87–88. Anm.

bei Flechten und *Coprinus* kaum erst hervorgehoben zu werden. Aber auch zwischen den Antheridien mancher Florideen und denen von *Coprinus* besteht hinsichtlich des morphologischen Aufbaues grosse Uebereinstimmung.

Sodann zeigt sich bezüglich der Carpogonien sowie des Befruchtungsvorganges und seiner Folgen zwischen Flechten, Florideen und *Coprinus* im Wesentlichen kein anderer Unterschied, als die Existenz eines Trichogyns bei Flechten und Florideen, und der Mangel eines solchen bei *Coprinus*. In dem Trichogyn aber sehe ich nur eine Anpassung der gleichen Grundform des Carpogoniums; eine Anpassung, welche man bei den Florideen auf die Diöcie und das Wasserleben zurückzuführen versucht wäre, wenn das Trichogyn nicht auch den Flechten und wahrscheinlich den Uredineen zukäme.

Beachtenswerth erschiene dann die Gleichartigkeit der Sexualorgane neben der Verschiedenheit der morphologischen Gliederung und anatomischen Structur bei Flechten, Florideen und Basidiomyceten.

Inwiefern kann nun aber der für *Coprinus* wahrscheinlich gemachte Befruchtungsvorgang als Typus für die Basidiomyceten überhaupt angenommen werden?

Ein Vergleich mit den in dieser Beziehung bekannten Ascomyceten (und Florideen) lehrt zunächst, dass der Bau der Sexualorgane und der Vorgang der Befruchtung sehr verschieden sein können bei gleichem Bau des Fruchtkörpers und gleicher Stellung der Sexualorgane im gesammten Entwicklungsgang. — Es ist somit von vornherein nicht unwahrscheinlich, dass auch bei den Basidiomyceten entsprechende Verschiedenheiten bestehen. Insbesondere wäre es durchaus nicht überraschend, wenn Basidiomyceten mit unterirdischem Mycelium und unterirdischer Befruchtung statt der Antheridien von *Coprinus* Pollinodien besässen. Unter dieser Voraussetzung liegt sogar zwischen meinen Angaben und denen Oersted's und — soweit ich sie verstehe — Karsten's keine unüberbrückbare Kluft.

Endlich muss hervorgehoben werden, dass gegen eine vorsichtige Uebertragung meiner für *Coprinus* vorgetragenen Auffassung auf die Basidiomyceten überhaupt aus der bekannten Entwicklungsgeschichte dieser Pilze eine Einwendung nicht abzuleiten ist.

Selbstverständlich steht auch unsere seltene Bekanntschaft

mit Spermarien der Basidiomyceten jener Verallgemeinerung nicht im Wege. Man kennt ja überhaupt viel zu wenig jugendliche Basidiomycetenmycelien. Die spärlichen Angaben über »Spermarien« und »Conidien« von Basidiomyceten, ungesichtet und im Einzelnen unvollständig, wie sie sind, verdienen zur Zeit keine Berücksichtigung <sup>1)</sup>.

Sodann macht

Herr Prof. Klein

im Anschlusse an seine frühere Mittheilung: »Ueber eine Classe binärer Formen« <sup>2)</sup> folgende Bemerkungen:

Ich bin neuerdings darauf aufmerksam gemacht worden, dass die binären Formen, welche durch die Ecken der regulären Körper dargestellt werden, wenn man die ungeschriebene Kugel als Repräsentantin eines complexen Werthgebietes  $x+iy$  auffasst, bereits von Schwarz in einer Abhandlung über die hypergeometrische Reihe <sup>3)</sup> betrachtet worden sind. Schwarz wird in derselben durch functionentheoretische Untersuchungen, die ich hier nicht näher auseinandersetze, da sie dem Vergleichspuncte fern liegen, zu folgender geometrischer Aufgabe geführt:

Alle Kreisbogendreiecke zu finden, welche bei ihrer Vervielfältigung nach dem Symmetriegesetz nur zu einer endlichen Anzahl von der Lage und Gestalt nach verschiedenen Kreisbogendreiecken Anlass geben, von der aus er dann zu den regulären Körpern gelangt. Meine anfängliche Fragestellung (vergl. die frühere Mittheilung) ist eine ähnliche, aber allgemeinere gewesen. Ich verlangte:

1) Vergleiche darüber u. A.

Hoffmann, Botan. Zeitung 1856. p. 153.

Tulasne, Select. fung. Carp. I. 168.

de Bary, Handb. p. 189 ff.

Hartig, Wichtige Krankheiten der Waldbäume 1874, p. 26 f.

Just, Botan. Jahresbericht für 1873, p. 92 u. 94.

2) Vergl. den Sitzungsbericht vom 13. Juli.

3) Borchardt's Journal Bd. 75 (1873): Ueber diejenigen Fälle, in welchen die Gaussische hypergeometrische Reihe eine algebraische Function ihres vierten Elementes darstellt.

Sitzungsberichte der phys.-med. Soc. 7. Heft.

Man soll alle endlichen Gruppen linearer Transformationen einer Veränderlichen angeben und musste längere Zwischenbetrachtungen anstellen, um zu beweisen, dass alle Transformationen einer solchen Gruppe jedesmal repräsentirt werden können durch Rotationen der  $x+iy$  Kugel um ihren Mittelpunkt, worauf denn der Uebergang zu den regulären Körpern sich von selbst ergab. Wollte man diese Fragestellung in die von Schwarz gewählte Form kleiden, so würde sie wesentlich darauf hinauskommen: Man soll alle Kreisbogenvielecke bestimmen, deren Wiederholungen nach dem Symmetriegesetz nur zu einer endlichen Anzahl von der Lage und Gestalt nach verschiedenen Kreisbogenvielecken Anlass geben.

Die Gleichungen für die durch die regulären Körper repräsentirten Formen, von denen ich die des Ikosaeders in canoni-scher Gestalt angab <sup>1)</sup>, entwickelt Schwarz vollständig und kommt dabei insbesondere beim Ikosaeder zu der auch von mir bemerkten homogenen linearen Relation zwischen  $f^5$ ,  $H^3$ ,  $T^2$ . Während ich aber auf den Umstand besonderes Gewicht lege, dass  $H$  und  $T$  Covarianten von  $f$  sind, und dementsprechend den Satz aufstelle, dass das vollständige Formensystem von  $f$  durch  $H$ ,  $T$  und eine Invariante  $I : f$  erschöpft ist <sup>2)</sup>, betrachtet Schwarz weiterhin die durch diese Formen vermittelte Abbildung zweier complexen Gebiete auf einander, insbesondere die conforme Abbildung der regulären Körper auf die geschlossene Kugelfläche. — Ich will übrigens nicht unerwähnt lassen, dass die in Rede stehende Relation zwischen  $f^6$ ,  $H^3$ ,  $T^2$  nur ein ein-facher Fall einer allgemeinen, in der Invariantentheorie bekann-ten Beziehung ist, wie es denn überhaupt nicht schwer ist, mit den Mitteln der symbolischen Rechnung meine das Formensystem betreffenden Behauptungen zu erweisen. Aber ich bin zu den-selben durch unmittelbare geometrische Betrachtung gelangt, ausgehend vom Begriffe der Covariante resp. Invariante, und eben hierauf möchte ich Gewicht legen.

Wegen der von mir in meiner früheren Mittheilung ange-

---

1) Ich bedauere, dass dieselbe durch einen Druckfehler entstellt ist. Sie soll heißen

$$x_1^{11}x_2 - x_1x_2^{11} + 11x_1^6x_2^6 = 0.$$

2) Diese Invariante tritt auch in, der fraglichen Relation als Coefficient von  $f^6$  auf, wenn man die Homogenität in den Coefficienten von  $f$  herstellen will.

gebenen Verhältnisse bei der Auflösung der Ikosaëdrgleichung hoffe ich demnächst weitere Mittheilungen machen zu können. Ich begnüge mich heute, die fertige Gestalt der Gleichung fünften Grades anzugeben, auf welche man die Ikosaëdrgleichung reduciren kann. Dieselbe lautet:

$220c^2x^5 + 100c(1 + c)x^3 + 3(1 + 13c + c^2)x = K$ ,  
wo  $c$  die Irrationalität bedeutet:

$$c = \frac{11 + 3\sqrt{-15}}{-11 + 3\sqrt{-15}}$$

Meine frühere Angabe wegen der bei dieser Umformung nöthig werdenden Adjunction von  $\sqrt{5}$  ist also dahin zu verbessern, dass nicht  $\sqrt{5}$ , sondern  $\sqrt{-15}$  adjungirt werden muss.

Hierauf spricht

Herr Prof. **Wintrich**

über Causation und Analyse der Herztöne.

Die erfahrensten und tüchtigsten Kliniker und Physiologen aller gebildeten Nationen sind nach langer und gründlicher Arbeit und vielem Streiten mit imponirender Majorität zu der wissenschaftlichen Ueberzeugung gelangt, dass die sogenannten Herztöne zusammengesetzt werden aus den Klappentönen und dem systolischen Muskelton.

### I. Die Klappentöne.

Sie entstehen nur im Beginne der Systole und der Diastole des Herzens.

Die systolischen Klappentöne, isochron an der Valvula bicuspid. und Val. tricuspid. erzeugt, geben ihren Ton nicht während der ganzen Zeitdauer der Zusammenziehung des Herzmuskels und des dadurch erzeugten Blutdruckes auf dieselben, sondern die akustische Pause zwischen dem ersten Klappentone und der Wiederkehr der Diastole, also der Entstehung des sogenannten 2. Klappentones (Beginn der Diastole) kann proportional zur Langsamkeit der Herzrotationen sogar einen längeren Zeitabschnitt in Anspruch nehmen, als die Tönung selbst.

Somit decken sich die Zeitdauer des Tönens und diejenige der systolischen Klappenspannung nicht. Ganz so verhalten sich die Töne der Semilunarklappen der Aorta und Arter. pulmonalis.

Man hört sie nur beim Beginne der Diastole. Zwischen diesem tonbegleiteten Anfang der Diastole und der Wiederkehr der Systole (I. Ton) liegt die 2. akustische Pause, ebenfalls rücksichtlich der Dauer proportional der Langsamkeit der Herzrotationen. Werden die letzteren durch Digitalis, grosse Gaben Kali nitricum, Veratrin, Icterus, Gehirndruck etc. sehr retardirt, dann fällt es auch dem weniger geübten Forscher auf, dass die Dauer der Klappentöne sinnenfällig nicht so wächst mit der Verlangsamung der Herzfunktion, als die akustische Pause im 1. und 2. Herztempo. Mag also das Herz in einer Minute 100 Mal oder nur 30 Mal schlagen, so ändert sich die Zeitdauer der Klappentöne kaum nachweisbar, wohl aber die Länge der akustischen Pause, und zwar umgekehrt proportional zur Frequenz der Herzrotationen. Diese Unterscheidungen gelingen jedoch auch dem geübten Arzte nicht mehr, wenn die Frequenz der Herzrotationen eine grosse ist. Wir sind demnach berechtigt, bezüglich der Klappentöne, eine systolische und diastolische Pausenzeit zu unterscheiden.

Eine wissenschaftlich begründete Einsicht in die Causation und das eigenthümliche zeitliche Verhalten der Klappentöne in Rücksicht ihrer Kürze gegenüber der relativen Länge der Klappenspannung durch den Blutdruck während der ganzen Dauer der Systole und der Diastole wird vermisst.

Vielleicht helfen nachstehende Experimente und Erörterungen den Weg zu solcher Einsicht bahnen.

Die Herzklappen stellen membranartige Gebilde dar, welche durch ruckweise und plötzlich eintretenden Blutdruck gespannt werden.

Ahnen wir die gegebenen Verhältnisse nach! Beachten Sie folgende Vorrichtung:

Eine etwa 15 Cent. lange, nur 1 Millimeter in den Wänden dicke, im Lumen  $4\frac{1}{2}$  Cent. haltige Kautschukröhre ist oben und unten an einen weissblechernen Ring luftdicht gebunden. Ueber das obere Ringende wird eine ganz dünne, kaum  $\frac{1}{2}$  Millim. dicke Kautschuklamelle — ebenfalls luftdicht — befestigt.

Der untere Blechring zeigt sich durch eine trichterförmige Blechkapsel verschlossen. Diese Kapsel trägt in der Mitte eine circa 2 Millimeter im Lumen haltende kleine Blechröhre, über welche eine kurze entsprechende Kautschukröhre fest gebunden

ist, deren Lumen durch einen Quetschhahn luft- und wasserdicht verschlossen werden kann.

Diese Vorrichtung kann von der kleinen Blechröhre aus sehr bequem mit Luft, als auch luftblasenfrei mit Wasser oder einer andern tropfbaren Flüssigkeit so gefüllt werden, dass die am oberen Ende befindliche, ganz schlaff aufgebundene, sehr dünne Kautschuklamelle in diesem Zustande bleibt, oder auch verschieden stark gespannt werden kann. Bei geschlossenem Quetschhahn kann man durch ruckweise und plötzlich ausgeführten Händedruck auf die Kautschukröhre auch die Lamelle bis zur Kugelgestalt spannen.

Sobald man nun mit einer der genannten elastischen Flüssigkeiten durch möglichst schnell auf die Kautschukröhre ausgeübten Händedruck die Membran ebenfalls plötzlich spannt, so zeigt sich der Effekt diametral entgegengesetzt, je nachdem dieser Druck die vorher ganz schlaffe Membran oder diese trifft, wenn sie vor dem erfolgenden Drucke noch so schwach oder stark gespannt worden war.

Nur, wenn die ganz schlaffe Membran der schnelle Druck trifft, tönt sie ganz ähnlich einem Herzklappenton, ist sie dagegen, wenn auch nur sehr schwach gespannt, so vermag der noch so schnell und noch so stark ausgeübte Druck keinen Ton zu erzeugen.

Vergleicht man die Zeitdauer des Tones mit derjenigen der Spannung, so fällt sofort die Eigenthümlichkeit auf, dass nur der plötzliche Uebergang von der Gleichgewichtslage der Moleküle (im schlaffen Zustande der Membran) zu dem des schnellen Auseinandergezerrtwerdens derselben bei der Spannung von dem Tone begleitet wird. Ein noch so starkes Weiterspannen, und erfolge dieses auch weiterhin verschieden ruckweise, gibt ein negatives Resultat.

Sehr interessant dürfte auch noch folgendes Verhalten sein: Treibt man die dünne Membran zu einer durchsichtigen, dünnwandigen Kugel auf und lässt sie in diesem Zustande etwa nur 10 Minuten verharren, so erscheint nachher im Umfange von beiläufig einem Cubikcentimeter in rundlicher oder ovaler Gestalt eine einsinkende, ganz schlaffe Stelle im Centrum der Membran, wenn diese vorher mässig gespannt über den Blechring gebunden worden war, während die angrenzenden Membranthteile in den Zustand der vorigen Spannung zurückkehren, sobald man

durch Oeffnen des Quetschhahns die Luft bis zum Gleichgewichtszustande hatte austreten lassen. Der Hahn wird nach diesem Austritte abermals geschlossen und nun ruckweise auf die Kautschukröhre ein Druck geübt. Dieser kann sogar sehr schwach sein, wenn er nur schnell genug erfolgt, so tönt diese kleine schlaife Membranfläche sehr deutlich klappenähnlich. Nach einiger Zeit (5–15 Minuten) verliert sich die Erschlaffung und damit die Möglichkeit des Tönens. Nach zu ofter Wiederholung des Experimentes bleibt die bezeichnete Erschlaffung und damit die Fähigkeit der Membran, fort und fort zu tönen unter dem Einflusse derselben Umstände.

Der auffindbaren Proportionalität bei der Causation solcher Töne wird man noch näher treten können, wenn man das Tönen von Membranen und ihnen ähnlichen Gebilden unter dem Einflusse des ruckweisen Zuges studirt. Wir benützen dazu verschieden grosse, kurze, lange, breite, dicke Kautschukmembranen und solche Röhren. Werden alle diese vorerst, wenn auch nur mässig, durch Zug gespannt und erfolgt sodann ruckweise und plötzlich eine noch so starke weitere Dehnung, so entsteht kein Ton, während er sofort erscheint, wenn diese Theile aus dem Zustande der vollständigen Ruhe und Erschlaffung plötzlich ruckweise in den der Spannung übergeführt werden. Auch hiebei begegnet man demselben Verhalten bezüglich der Zeitverhältnisse. Der Ton bildet sich nur während des raschen Ueberganges von der Erschlaffung zur Spannung und ist von sehr kurzer Dauer gegenüber der ohne Unterbrechung zunehmenden Spannung, welche bei Röhren relativ lange über die Zeitdauer des Tones fortgesetzt werden kann.

Durch eine hinlängliche Zahl von Veränderungen der Umstände in Rücksicht auf Grösse, Dicke, Länge etc. der Membranen und Röhren und die verschiedenen Arten des Zuges gelangt man zu nachstehenden Sätzen und proportionalen Verhältnissen:

- 1) Bereits gespannte Membranen und Röhren aus Kautschuk versagen jede Tonbildung bei weiterer wenn auch plötzlichen und noch so starken Spannung.
- 2) Bringt man sie aber vom schlaffen Zustande durch raschen Zug zum Tönen, so zeigt sich dieser Ton von kürzerer Dauer als der fortgesetzte Zug.

- 3) Diese Dauer ist caeteris paribus direct proportional zur Schwingungsfläche der Membran oder zur Länge der Gummiröhre; aber umgekehrt proportional zur Dicke der Membran und Röhrenwände.
- 4) Die Schwingungszahl (Höhe) des Tones ist umgekehrt proportional zur Grösse und dem Gewichte der genannten Theile und direkt proportional zur Stärke der Spannung.
- 5) Die Intensität des Tones geht gleichen Schritt mit der Schnelligkeit und Stärke des Druckes oder Zuges.
- 6) Zu dicke und zugleich zu kleine kurze Membranen und Röhren bringt man weder durch plötzlichen Druck noch Zug zum Tönen, wenn sie sich auch vorher in vollkommener Ruhe (Gleichgewichtslage) befanden.

Eine weitere interessante Thatsache verdient Erwähnung:

Ziemlich grosse Membranen und lange Gummiröhren lassen, wenn man sie rasch und ruckweise mit einem Male in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren macht, im Momente dieser Rückkehr ebenfalls einen klappenähnlichen Ton hören, welcher aber kürzer und schwächer ist, als der durch Ruck und Zug erzeugte erstere Ton. Kleine Flächen, wie die Herzklappen, und sehr kurze Röhren versagen diesen zweiten Ton <sup>1)</sup>.

Diese beschriebenen Töne an elastischen Membranen, Röhren und ihnen ähnlichen Gebilden entstehen also überhaupt, wenn deren Moleküle aus dem Zustande des Gleichgewichts plötzlich durch Zug oder Druck gerissen und von einander gezerrt werden. Wenn durch Zug oder Druck dieses Gleichgewicht bereits gestört worden war, so vermag keine, wie immer der Stärke und Art nach verschiedene weitere Gleichgewichtsstörung durch Zug oder Druck einen Ton zu erzeugen. Schnellen die auseinandergezerrten Moleküle plötzlich in ihre Gleichgewichtslage zurück und schlagen so gleichsam auf einander, dann vernehmen

---

<sup>1)</sup> Die Anwendung aller dieser Sätze auf die Umstände, unter welchen die elastischen Gefässröhren resp. Arterien allenfalls einen Ton zu vermitteln vermögen, sei den Lesern überlassen.

wir bei sonst geeigneten Umständen wieder einen Ton, aber einen schwächeren und kürzeren, als die erstere Art des Tones war.

Mit diesem Satze und den angegebenen proportionalen Verhältnissen bei der Causation solcher Töne gelingt eine klare Einsicht in das Zustandekommen und sonstige Verhalten der Klappentöne des Herzens, ohne dass die klinische Erfahrung einen erheblichen thatsächlichen Widerspruch erheben könnte.

Man wird es verständlich finden, warum der Klappenton der V. bicusp. oder tricuspidalis fehlen kann bei vollkommener histologischer Intactheit dieser Gebilde und ungeschwächter oder sogar sehr verstärkter Muskelthätigkeit der betreffenden Ventrikel, wenn diese Klappen, ehe selbe der systolische, plötzliche Blutdruck treffen kann, schon vorher etwas gespannt worden sind während der Diastole der Ventrikel durch hypertrophische Muskeln in den zugehörigen Vorhöfen, oder bei hochgradiger Insufficienz der Semilunarklappen der Aorta selbst mit colossaler excentr. Hypertrophie des linken Ventrikels, da während der Herzdiastole von dem elastischen Arteriensysteme her das Blut mit einer jedenfalls relativ grossen Kraft und Schnelligkeit in die Höhle des Ventrikels zurückgetrieben wird, um die Valv. bicuspidalis zu spannen, ehe ein ruckweiser noch so starker Zuwachs dieser Spannung durch die unmittelbar nachfolgende Ventrikelsystole hinzutritt.

Wenn eine sehr kräftige praesystolische Contraction z. B. des linken Atriums die Valv. bicuspidalis rasch genug spannt, so liegt die grösste Wahrscheinlichkeit eines praesystolischen Klappentones nahe. Die systolische Tönung wird dadurch an der Valv. bicuspidalis unmöglich, nicht aber an der Valvula tricuspidalis, deren systolischer Ton unmittelbar auf den praesystolischen der V. bicuspidalis folgen muss. Auf diese Weise kämen dann im I. Herztempo Doppeltöne zur Wahrnehmung, deren Beurtheilung durch obige Umstände präziser wird.

Dass man an einzelnen sehr degenerirten Klappen, z. B. an der V. bicuspid., wenn dieselbe auch noch so verdickt und ihre Sehnenfäden, welche zu den Papillarmuskeln gehen, ebenfalls theils verwachsen, theils sehr verdickt sind, dennoch durch richtige instrumentale Auskultation neben den Geräuschen einen kurzen Klappenton unterscheiden kann, wenn einer der Klappenzipfel eine Insel eines dünn gebliebenen elastischen Membran-

theiles einschliesst, dürfte nun begreiflich sein nach dem Experimente mit der zuerst beschriebenen Vorrichtung.

Nicht minder wird man Anstand nehmen, zu bezweifeln, dass die Sehnenfäden der Ventrikelklappen zur Erzeugung des ersten Klappentones ihren physikalisch wohl begründeten Antheil haben müssen, welcher Factor jedoch — selbstverständlich — bei der Bildung des 2. Klappentones an den Semilunarklappen der Aorta und Art. pulm. wegfällt.

## II. Der systolische Muskelton des Herzens.

Sowohl klinische Erfahrungen, als ganz besonders das beweiskräftige, bekannte Experiment Dogiel-Ludwig's <sup>1)</sup> haben die Existenz des systolischen Muskeltones des Herzens ausser Zweifel gesetzt. Dass der Muskelton ein sehr tiefer (etwa 36 Schwingungen in der Secunde) sei, darüber belehrt das eigene Gehör und präciser noch die Helmholtz'schen Studien. Ebenso gibt die einfachste Beobachtung den Beweis, dass der Muskelton so lange nachhält, als die Contraction des Muskels dauert. Also wir haben auch einen systolischen, sehr tiefen Herzmuskelton und dieser muss erfahrungsgemäss so lange anhalten, als die Contraction des Muskels thätig ist, somit während der vollen Dauer der Systole.

Obwohl der Muskelton durch seine Tiefe und Zeitdauer auffällig von den Klappentönen sich unterscheidet, so hat es doch seine Schwierigkeiten, beide — allerdings gleichzeitig beginnenden — Erscheinungen zu trennen.

Die Hauptursache liegt in der Art unserer Gehirneempfindungen beim Hören. Wenn zwei Tonquellen gleichzeitig auf das Gehörorgan wirken, so deckt der stärkere Eindruck den schwächeren und dies um so leichter, je grösser die Differenz der Stärke einerseits und je gleichartiger die Tonschwingungen andererseits derselben sind. Der Vortragende demonstirte dieses Verhalten mittelst einer Stimmgabel. —

In jenen Fällen, in welchen wegen Schwäche des Herzmuskels der Klappenton überwiegt, deckt dieser den Muskelton;

---

<sup>1)</sup> Habe, unterstützt von Herrn Prof. Dr. Rosenthal, das bezügliche Experiment an einem mittelstarken Hunde mit aller Beachtung des Auschlusses von Fehlerquellen voriges Jahr ausgeführt.

im Falle der Muskelton an Stärke dem Klappentone überlegen ist, deckt der erstere den letzteren.

Sobald man aber passende Resonatoren anwendet mit der veränderlichen Resonanzfähigkeit, wie solche der viel höheren Tonlage der kürzeren Klappentöne einerseits oder dem tieferen, längeren Muskelton anderseits entspricht, so gelingt die Unterscheidung leicht und die Differenz der Tonstufe und der Zeitdauer zwischen beiden Schallerscheinungen fällt selbst dem Ungeübten auf.

Einen solchen Resonator zeigte der Vortragende den Mitgliedern der Gesellschaft an zwei Kranken in der Form seines früher beschriebenen Polyskopes.

Zugleich bemerkte derselbe, dass alle Resonatoren einseitige Instrumente seien und z. B. auch das an sich vortrefflich verwerthbare Polyskop beim Aufsuchen der Fötalherztöne, oder der akustischen Erscheinungen, wie solche grössere Flüssigkeitsergüsse in den Thoraxraum begleiten, von dem unbewaffneten Ohre übertriffen werde.

Alle Resonatoren (genauer Consonatoren) im Sinne von umschlossenen Luftschallräumen wirken an das Ohr gebracht in zweifacher Weise: ..

1) Sie leiten die verschiedensten Schallwellen, welche auch sonst in das unbewaffnete Ohr gelangen und gehört werden können, ebenfalls dahin, aber diejenigen durch Consonanz sehr verstärkt, deren Schwingungszahl mit der des Eigentones eines solchen Consonators übereinstimmt. Durch diese Verstärkung werden die übrigen Töne, Geräusche etc., welche nebenbei noch eindringen, gedeckt und so nicht wahrgenommen.

2) Befinden sich unter den zugeleiteten Tönen, Geräuschen etc. keine solchen, deren Schwingungszahl im Ganzen oder theilweise mit derjenigen des Consonators übereinstimmt, so wirken solche zugeführten Impulse als Erreger des Eigentones eines solchen Consonators. Diese Erregbarkeit ist sehr verschieden. Es würde zu weit führen, bei dieser Gelegenheit hierauf näher einzugehen. Ein Fundamentalexperiment möge einstweilen genügen.

Man befestige an eine Blechröhre von 1 Meter Länge und etwa 8 Centimeter Lumen unten und oben eine dünne Schweinsblase mit mässiger Spannung und lasse dieselbe trocken werden. Damit auscultire man die Brust. Sowohl die Herztöne, als auch

das gewöhnliche Inspirationsgeräusch wird nicht mehr als solches vernommen, sondern nur noch mit dem Rhythmus dieser Schallimpulse der Metallklang der Röhre. Die gewöhnlichsten Rasselgeräusche, sogar schon das Picken einer etwas lautgehenden Taschenuhr — erregen den Metallklang der Röhre. Alle diese Erreger legen ihre Tonfarbe und ihre sonstigen Schallqualitäten, welche sie dem unbewaffneten Ohre kund geben, ganz und gar ab, und wirken nur, wie irgend ein anderer Impuls. Nur der Rhythmus der Impulse wird beibehalten und täuscht z. B. metallisch klingende Herztöne, metallisch klingende Rasselgeräusche etc. vor, welchen Charakter sie an und für sich nicht zu besitzen brauchen.

Das beste Hörinstrument, um das nackte Ohr zu ergänzen, ist ein etwa 1 Centim. dickes und 24 Centim. langes spanisches Rohr, unten und oben mit geeigneten Platten von Korkholz versehen. Die enthaltene Luft dient vortrefflich zur Verstärkung der Resonanz ohne die Nachteile der Consonatoren zu verursachen. Ein solches Stethoskop wurde der Gesellschaft vorgelegt und probirt.

---

Sitzung vom 11. Januar 1875.

Herr Prof. Gerlach

demonstrirte das Scioptikon mit einer von ihm angebrachten Einrichtung zu stärkerer Vergrößerung. Er hat das Instrument mit einem vertikal gestellten, verschiebbaren Objecttisch nach Art eines gewöhnlichen Mikroskopobjectisches versehen und mit mittelstarken Objectiven (insbesondere Zeiss CC) armirt. So wird, wie der Vortragende an zahlreichen mikroskopischen Präparaten zeigte, eine brauchbare 80fache Vergrößerung erzielt.

Hierauf machte

Herr Prof. Rosenthal

eine berichtigende Mittheilung zu seinem am 13. Juli 1874 gehaltenen Vortrag über die Methode seiner Bodentemperaturmessungen.

Herr Prof. Selenka

zeigte ein neues binoculäres Mikroskop von Seibert und Kraft in Wetzlar.

---

Sitzung vom 8. Februar 1875.

Herr Prof. Hilger spricht:

1) über die Verwendung des reinen Sauerstoffes in der chemischen Grossindustrie und giebt eine Uebersicht über jene Darstellungsmethoden, welche seit der Entdeckung dieses Elementes zur Ausführung kamen. Unter den zahlreichen Principien der Darstellung, welche bis jetzt in der chemischen Grossindustrie versucht wurden, werden als werthvoll und eine Zukunft verheissend bezeichnet die Methode von Tessié du Motay: Bildung von Mangansaurem Natron durch Erhitzen von Braunstein und Aetznatron bei Zutritt von Luft, der Kohlensäure beraubt, und Zersetzung dieser Masse durch Wasserdämpfe  $1:4\text{NaOH} + 2\text{MnO}_2 + 2\text{O} = 2(\text{Na}_2\text{MnO}_4) + 2(\text{H}_2\text{O})$   $2:2(\text{Na}_2\text{MnO}_4) + 2\text{H}_2\text{O} = \text{Mn}_2\text{O}_3 + 4\text{NaOH} + 3\text{O}$  und das mechanische Princip von Mallet, auf die Fähigkeit des Wassers gegründet, die atmosphärische Luft, in einem anderen Mischungsverhältniss, aufzunehmen. Während die Luft im freien Zustande eine Mischung von 0,79 N und 0,21 O in einem Volumen darstellt, ist die Zusammensetzung der in Wasser gelösten Luft in einem Volumen 0,67 N und 0,3 O. Wird demnach ein bestimmtes Volumen Luft mittelst Saug- und Druckpumpen wiederholt in Wasser unter vermehrtem Drucke eingepresst, so gelingt es, einen Sauerstoff mit nur wenig Stickstoff zu erhalten, der eine vortreffliche Verwendung nach allen Seiten hin besitzt. — Eingehendere Besprechungen dieser beiden Methoden bezüglich ihrer Ausführung im Grossen reihen sich an.

2) Ueber die Ultramarinfabrikation. Es werden Proben von Ultramarin vorgelegt, welche bei schlechter Fabrikation gebildet wurden, gelbes, grünes, violettees und blaues Ultramarin, welche dazu berufen sein dürften, Aufschlüsse über die chemische Constitution des Ultramarines überhaupt zu geben. Das Wesen der Fabrikation des Ultramarinblaus wird kurz

dargestellt, sowie Betrachtungen über die Constitution des Farbstoffes angeknüpft.

3) Redner legt ferner der Gesellschaft Papierproben vor, aus Holzstoff mit alleinigem Zusatze von Kaolin dargestellt, nebst dem rohen ungebleichten und gebleichten Holzstoff.

4) Endlich macht der Vortragende Mittheilung über das von ihm beobachtete Vorkommen von Lithium in den Gesteinen der Muschelkalkformation, was bisher noch nicht beobachtet war, sowie über das Auftreten desselben Elementes in einem Löss von Geisnidda bei Nidda in Oberhessen.

Sodann berichtete

Herr Professor **Leube**

über die Fühlbarkeit der in den Magen eingeführten Sonde von der vorderen Bauchwand aus.

Die Magensonde wurde bis jetzt im Gegensatz zu ihrer Benennung eigentlich nicht als Sonde für den Magen, sondern nur als Sonde für den Oesophagus benützt, um Existenz und Sitz von Strikturen, Divertikeln etc. in demselben festzustellen. Führt man die Sonde bis in den Magen, so verbindet man damit den Zweck, Flüssigkeiten durch sie in die Magenöhle hinein oder aus derselben heraus zu bringen.

Gelegentlich der Untersuchung einer Patientin mit Magendilatation fühlte ich, nachdem eine circa 70 Centimeter lange Sonde bis an ihr oberstes Ende eingeführt war, beim Betasten des Unterleibs ihre Spitze überraschend deutlich durch die Bauchdecken durch, links über der Symphyse.

Als ich im Anschluss an diesen Befund bei 6 scheinbar gesunden Personen die Sonde einführte, ergab sich, dass bei zweien die Sondenspitze weit unterhalb des Nabels, bei 4 in der Gegend oder einen Finger breit unterhalb des Nabels mit aller Deutlichkeit palpabel war. Aus diesen Versuchen ging so viel hervor, dass die Grenze, bis zu welcher die Sonde in einem normalen Magen nach unten vorgeschoben werden kann, mindestens in der Höhe des Nabels liegt. Ob bei den 2 Patienten, bei welchen die Sondenspitze wenigstens 3 Querfinger tief unterhalb des Nabels gefühlt werden konnte, die untere Magenwand besonders weit nach unten hin sich ausdehnen liess, oder ob hier eine la-

tente Magendilatation vorlag, sollten Versuche an der Leiche entscheiden.

Darauf bezügliche Experimente lehrten nun, dass die natürliche Lage der *Curvatura major* nicht als die Grenze angesehen werden darf, bis zu welcher die Sonde nach unten hin vorgeschoben werden kann, sondern dass die der *Cardia* gegenüberliegende Stelle der unteren Magenwand nach Art eines Handschuhfingers über die andrängende Sondenspitze nach abwärts vorgestülpt werden kann. Und zwar kann diese Ausstülpung am Cadaver ungefähr bis zu einer Horizontale forcirt werden, welche durch beide *Spinae ilium anteriores superiores* gezogen wird.

Am Lebenden ist eine solche Ausdehnung nicht denkbar, da dieselbe am Cadaver mit Verletzung der Schleimhaut, ja zuweilen mit Perforation der im Uebrigen durchaus nicht cadaverös erweichten Magenwandung erreicht wird. Es ist nur möglich, dass absolut unempfindliche Magenwände bis gegen jene oben-angegebene Linie, etwas weiter als bis zur Nabelhorizontale durch die Sonde hinuntergedrängt werden können. Je näher die letztere gegen die Darmbeinhorizontale hin gefühlt wird, um so sicherer ist die Diagnose der Magendilatation, die absolut sicher ist, wenn wie in dem erstgenannten Fall die palpable Sondenspitze gar unter diese Horizontale zu liegen kommt. Unter solchen Umständen gelingt es selbst, vom Rectum aus bei der combinirten Untersuchung, indem von vorne her das Sondenende nach rückwärts gedrängt wird, das letztere zwischen den palpirenden Fingern zu fühlen.

Auf diese Weise ist denn nun für die Erkennung der Magendilatation, für welche bis jetzt ein ganz sicheres diagnostisches Hülfsmittel fehlte, ein rein objektiver Anhalt gewonnen. Ausserdem erklärt sich aus diesen Thatsachen der Umstand, dass bei der Auspumpung des Magens die Schleimhaut, weil sie nach unten ausgestülpt dem Sondenfenster direkt anliegt, leicht aspirirt werden kann, weiterhin, dass zuweilen Stockungen im Auslaufen der Magenflüssigkeit ohne Verstopfung der Catheteröffnung durch feste Massen des Mageninhalts eintreten können, und endlich ist es angesichts dieses Sachverhalts noch dringender als früher geboten, ein stärkeres Vordrücken der Sonde um jeden Preis zu vermeiden, dieselbe vielmehr nur so weit nach abwärts zu schieben, als es ohne jede Beschwerde von Seiten des Patienten geschehen kann.

Herr Prof. Gordan

legte eine Arbeit des Herrn Dr. Harnack vor:

Bemerkungen zur Theorie der ternären cubischen  
Formen.

In einer demnächst in den Math. Annalen erscheinenden Abhandlung, deren wesentlichste Resultate ich auch an dieser Stelle vorgelegt habe (vgl. diese Berichte v. 13. Juli 1874), habe ich nachgewiesen, wie die Parameterdarstellung der allgemeinen Curve 3. Ordnung zur Lösung neuer geometrischer Probleme Anlass giebt, insbesondere aber auch Fragestellungen beantwortet, die zunächst als durch die Invariantentheorie gefordert erscheinen; so lässt sich das Problem der Integration für die Hauptcoincidenzcurven der Connexe  $Q$  und  $\Theta$  sowie der gesammten Connexschaar  $\lambda Q^2 + \mu \Theta^3$  mit Hülfe der elliptischen Transscendenten erledigen. Bei Ableitung dieser Sätze hatte ich bisher die geometrischen Betrachtungen vorwiegend betont und die allgemeine algebraische Formulierung vorerst bei Seite gelassen. Mit Bezugnahme auf meine frühere Mittheilung erlaube ich mir daher im Folgenden einige Resultate vorzulegen, die sich auf den Zusammenhang beziehen, welcher zwischen den dort behandelten Problemen, speciell deren Lösung durch elliptische Functionen, und der Theorie der ternären cubischen Formen besteht; wesentliche Anregung zu diesen Untersuchungen habe ich Herrn Prof. Gordan zu verdanken. — Zunächst werde ich nachweisen, wie die Lösung des oben gekennzeichneten Integrationsproblems aus einer an sich wichtigen Gleichung für das elliptische Differential hervorgeht, sodann aber auf die algebraische Gleichungsform der zum Connex  $Q$  gehörigen Hauptcoincidenzcurven des näheren eingehen.

Bezeichnet man das überall endliche Differential, welches sich auf die zu Grunde gelegte Curve  $f = a_x^3 = 0$  bezieht, mit  $\frac{|c_x dx|}{a_x^2 a_c} = D$ , so muss eine Gleichung für diese Differentialwerthe bestehen, wenn man auf der Curve von den drei Schnittpunkten einer geraden Linie  $u_x = 0$  zu den entsprechenden drei Schnittpunkten einer benachbarten Geraden  $(u + du)_x = 0$  fort-

schreitet, d. h. es muss sich eine cubische Gleichung bilden lassen, durch welche die drei Werthe von  $D$  als abhängig von den Coordinatenwerthen  $u_i$  und  $du_i$  erscheinen. Setzt man die willkürlichen Constanten  $c_i = (ru)_i$  wobei  $r_i$  neue willkürliche Grössen bedeuten und berücksichtigt ferner, dass  $u_x = 0$ ,  $d(u_x) = 0$ , so erhält man:  $(du)_x r_x + a_x^2 (aru)D = 0$ . Bildet man nun eine ebensolche Gleichung durch Einführung neuer Grössen  $s_i$  für  $r_i$ , so sind aus diesen beiden Gleichungen, sowie der Bedingung  $u_x = 0$  die Grössen  $x_i$  zu eliminiren.

Als Resultat dieser Elimination ergibt sich die gesuchte Gleichung:

$$1. \quad D^3.F + 3D.\Theta + 2f = 0,$$

wobei  $F, \Theta, f$  die in der Formentheorie geläufigen Bedeutungen haben <sup>1)</sup>, nur dass hierbei die Grössen  $x$  durch die Unterdeterminanten  $(udu)$  ersetzt sind. Dass in dieser Gleichung der Coefficient von  $D^2$  verschwindet, ist nach dem Abel'schen Theoreme deutlich, ebenso dass für einen Punkt  $(udu)$ , welcher der Gleichung  $f = 0$  genügt, zwei Differentialwerthe entgegengesetzt gleich sind.

Stellt man indess die Bedingung auf, dass zwei Wurzeln der Gleichung einander gleich werden, die Discriminante derselben also verschwindet, so wird:

$$2. \quad F(\Theta^3 + Ff^2) = -2Q^2F = 0.$$

Der Factor  $F$  ist eine uneigentliche Lösung (dass für  $F = 0$  zwei Wurzeln der Gleichung scheinbar  $\infty$  werden, hängt damit zusammen, dass für einen Punkt  $c$  der Tangente das Differential zunächst die Form  $\frac{0}{0}$  erhält, die Elimination also im Allgemeinen nicht ohne weiteres durchführbar ist) und es folgt die Bedingung:

$$3. \quad Q = (abu)^2(cau)(cdu)^2(bdu) = 0.$$

Soll überhaupt bei dem Uebergange von einer Geraden zu der benachbarten zwischen zwei Differentialen das constante Verhältniss  $q$  bestehen, so muss die Bedingung erfüllt sein:

$$4. \quad Ff^2 + \frac{(3\sigma-2)}{\sigma^3} \Theta^3 = 0 \text{ wenn } \sigma = \frac{2}{3} \cdot \frac{(q^2 + q + 1)}{q(q+1)}$$

---

<sup>1)</sup> Clebsch u. Gordan: Ueber cubische ternäre Formen. Math. Annal. Bd. VI.

Durch diese Gleichungen ist der Satz bewiesen:

Sind die Punkte der Fundamentalcurve durch doppelt periodische Functionen eines Parameters  $v$  dargestellt, so erhält man die Integralgleichungen der Hauptcoincidenzcurven, indem man aus den Coordinaten zweier Punkte mit den Argumenten  $v$  und  $\varrho v + \text{Const.}$ ,  $x_i = \varphi_i(v)$  und  $y_i = \varphi_i(\varrho v + c)$ , die Coordinaten der Verbindungslinie  $u = (xy)$  zusammensetzt; durch den Werth von  $\varrho$  ist immer der zugehörige Connex characterisirt, durch  $c$  die Integrationsconstante geliefert.

Man erkennt, dass für den Connex  $\Theta \varrho$  gleich den complexen Werthen von  $\sqrt[3]{1}$  wird, die Hauptcoincidenzcurven demnach für allgemeine Werthe des Modul nicht algebraisch sind.

Unter denjenigen Connexen, deren Hauptcoincidenzcurve für jeden Modul algebraisch werden, für welche also  $\varrho$  eine rationale Zahl bedeutet, zeichnet sich in besonders einfacher Weise der Connex  $Q$  selbst aus, für welchen  $\varrho = 1$  (oder auch gleich  $-2$ , oder  $-\frac{1}{2}$ ) wird. Es soll im Folgenden eine allgemeine Gleichung dieser Curven unabhängig von der Parameterdarstellung entwickelt werden; der Weg, welcher zur Bildung derselben leitet, ist indess zunächst noch kein directer.

Die vier von einem Curvenpunkte  $\xi$  ausgehenden Tangenten geben zufolge der Theorie der binären biquadratischen Formen zu einem Büschel von je vier Geraden Anlass, indem man die Gleichung der vier Tangenten mit der Gleichung ihrer Hesseschen Covariante linear zusammensetzt. Auf diese Weise erhält man das System:

$$5. \quad \begin{aligned} \lambda p_x^4 + \lambda q_x^4 &= x(4a_x^3 b_x b_\xi^2 - 3a_x^2 a_\xi b_x^2 b_\xi) \\ &+ \lambda(a_x^3 \alpha_x \alpha_\xi^2 - 3a_x^2 a_\xi \alpha_x^2 \alpha_\xi + 3a_x a_\xi^2 \alpha_x^3) = 0. \end{aligned}$$

Greift man in jedem Curvenpunkte  $\xi$  ein durch bestimmte Werthe von  $\frac{x}{\lambda}$  characterisirtes System von vier Linien heraus und fragt nach deren Umhüllungsgebilde, so sind aus vorstehender Gleichung, sowie der Bedingungsgleichung  $a_\xi^3 = 0$  mit Einführung der Gleichungen  $u_x = 0$   $u_\xi = 0$  die Grössen  $\xi$  zu eliminiren, ein Problem, dessen Lösung mit Hülfe der Resultante einer binären quadratischen und einer binären cubischen Form geleistet wird.

Es entsteht für die gesuchte Curve die Gleichung:

$$6. \quad G_1 F + \lambda(\alpha \Sigma + \lambda T)^2 = 0$$

wobei  $G_1 = \alpha^3 - \frac{S}{2} \alpha \lambda^2 - \frac{T}{3} \lambda^3$  bedeutet.

An diese Gleichung eines Systemes von Curven 6. Classe lässt sich eine grosse Reihe geometrischer Sätze anknüpfen, von denen folgender hervorgehoben werden soll. Bezeichnet man die Gleichung einer Curve des syzygetischen Büschels  $\alpha f + \lambda \mathcal{A}$  mit

$F_{\alpha\lambda} = 0$ , so lässt sich dem Systeme die Form geben  $\frac{dF_{\alpha\lambda}}{d\alpha} = 0$ ;

im Zusammenhange mit einem früher bewiesenen Satze, dass jede der Curven 6. Classe 9 Doppeltangenten besitzt, die durch je einen der 9 Wendepunkte hindurchgehen, erhält man dann aus dieser Gleichungsform das Theorem: Eine durch bestimmte

Werthe von  $\frac{\alpha}{\lambda}$  charakterisirte Curve besitzt die 9 Wendetangenten der durch die nämlichen Werthe von  $\frac{\alpha}{\lambda}$  bestimmten Curve  $\alpha f + \lambda \mathcal{A}$  zu Doppeltangenten.

Durch die Gleichung  $G = \alpha^4 - S\alpha^2\lambda^2 - \frac{4T}{3} \alpha\lambda^3 - \frac{S^2}{12} \lambda^4 = 0$  sind also 4 Curven gegeben, bei denen je drei Doppeltangenten zu einer dreifachen zusammenfallen.

Dass in der That die so definirten Curven die weitere Eigenschaft besitzen, zugleich dem Connexe Q als Hauptcoincidenzcurven anzugehören, lässt sich durch Bildung ihrer Differentialgleichung folgendermassen beweisen. Betrachtet man das System von vier Linien  $\alpha p_{\alpha^4} + \lambda q_{\alpha^4} = 0$  in zwei benachbarten Curvenpunkten  $\xi$  und  $\xi + d\xi$ , so bestimmen die Schnittpunkte je zweier Strahlen, welche sich als benachbarte entsprechen, den auf diesem Strahle gelegenen Berührungspunkt. Demnach sind, um die Berührungspunkte zu erhalten, welche auf den von  $\xi$  ausgehenden Strahlen gelegen sind, die Constanten  $\alpha, \lambda$  aus den für  $\xi$  und  $\xi + d\xi$  gebildeten Gleichungen zu eliminiren. Das Product der vier Kegelschnitte, welches aus der Elimination von  $\frac{\alpha}{\lambda}$  für zwei beliebige Curvenpunkte hervorgeht, besteht in zwei benachbarten Punkten, wenn  $(\xi d\xi)_i = a_{\alpha^2} a_i$  gesetzt wird, aus dem Polarkegelschnitt des Punktes  $\xi$  multiplicirt mit dem Producte der 6 Linien, welche dem Büschel als Covariante 6. Ordnung

angehören, d. h. es wird die Functionaldeterminante von  $p\xi^2, q\xi^2, a\xi^3$ :

$$7. \quad (pqf) = ax^2a\xi (-2L\xi^2f + 6L\xi f\xi - 6Lf\xi^2).$$

Unter  $L$  ist hier die bekannte Zwischenform (vierter Ordnung, erster Classe) zu verstehen, wenn in derselben  $u = (x\xi)$  gesetzt wird, mit  $L\xi, f\xi$  u. s. w. sind, die Polaren, von  $x$  nach  $\xi$  gebildet, bezeichnet.

Der gesuchte Berührungspunkt eines von  $\xi$  ausgehenden Strahles liegt also auf dem Polarkegelschnitt dieses Punktes. Die drei Punkte, in denen eine Gerade  $u$  von drei Curven des Systemes tangirt wird, sind demnach durch die Hauptcoincidenz von

$$(adu)(bdu)(cdu)ax^2bx^2cx^2 = 0$$

d. h. durch die Hauptcoincidenz von  $fQ = 0$  gegeben, womit das oben aufgestellte Theorem in der That bewiesen ist.

Durch Umkehr dieses Weges kann man von der Differentialgleichung  $Q = 0$  ausgehend zur Aufstellung der Integralgleichung  $\frac{dF_{x\lambda}}{dx} = 0$  gelangen und hat somit eine allgemeine

rein algebraische Integrationsmethode für dieselbe gewonnen. Da sich in allen hierbei auftretenden Relationen die doppelt periodischen Functionen einführen lassen, welche durch Umkehr des längs der Curve hin erstreckten Integrales erhalten werden, so wird sich für letztere eine Reihe beachtenswerther Gleichungen ergeben; besonders scheint die Untersuchung des Zusammenhanges, welcher zwischen der Constante  $\kappa, \lambda$  und der in die doppelt periodischen Functionen eingehenden Integrationsconstante bestehen muss, weiteres Interesse zu verdienen.

Sitzung vom 8. März 1875.

Herr Professor Hilger spricht:

1) über die Verwendung des reinen Sauerstoffes in der chemischen Grossindustrie und giebt eine Uebersicht über jene Darstellungsmethoden, welche seit der Entdeckung dieses Elementes zur Ausführung kamen. Unter den zahlreichen Principien der Darstellung, welche bis jetzt in der chemischen Grossindustrie

versucht wurden, werden als werthvoll und eine Zukunft verheissend bezeichnet: die Methode von Tessié du Motays: Bildung von mangansaurem Natron durch Erhitzen von Braunerstein und Aetznatron bei Zutritt von Luft, der Kohlensäure beraubt, und Zersetzung dieser Masse durch Wasserdämpfe ( $1, 4\text{NaOH} + 2\text{MnO}_2 + 2\text{O} = 2(\text{Na}_2\text{MnO}_4) + 2(\text{H}^2\text{O})$ )  
 $2, 2(\text{Na}_2\text{MnO}_4) + 2\text{H}_2\text{O} = \text{Mn}_2\text{O}_3 + 4\text{NaOH} + 3\text{O}.$ )

und das mechanische Princip von Mallet, auf die Fähigkeit des Wassers gegründet, die atmosphärische Luft in einem andern Mischungsverhältniss aufzunehmen. Während die Luft im freien Zustande eine Mischung von 0,79N und 0,21O in einem Volumen darstellt, ist die Zusammensetzung der in Wasser gelösten Luft in einem Volumen 0,67N und 0,33O. Wird demnach ein bestimmtes Volumen Luft mittelst Saug- und Druckpumpen wiederholt in Wasser unter vermehrtem Drucke eingepresst, so gelingt es, einen Sauerstoff mit nur wenig Stickstoff zu erhalten, der eine vortreffliche Verwendung nach allen Seiten hin besitzt. — Eingehendere Besprechungen dieser beiden Methoden bezüglich ihrer Ausführung im Grossen reihen sich an.

2) Ueber die Ultramarinfabrikation. Es werden Proben von Ultramarin vorgelegt, welche bei schlechter Fabrikation gebildet wurden, gelbes, grünes, violette und blaues Ultramarin, welche dazu berufen sein dürften, Aufschlüsse über die chemische Constitution des Ultramarines überhaupt zu geben. Das Wesen der Fabrikation des Ultramarinblaus wird kurz dargestellt, sowie Betrachtungen über die Constitution des Farbstoffes angeknüpft. —

3) Redner legt ferner der Gesellschaft Papierproben vor, aus Holzstoff mit alleinigem Zusatze von Kaolin dargestellt, nebst dem rohen ungebleichten und gebleichten Holzstoff.

4) Endlich macht der Vortragende Mittheilung über das von ihm beobachtete Vorkommen von Lithium in den Gesteinen der Muschelkalkformation, was bisher noch nicht beobachtet war, sowie über das Auftreten desselben Elementes in einem Löss von Geisnidda bei Nidda in Oberhessen, worüber später ausführlichere Mittheilung erfolgen wird.

Hierauf trägt Herr Professor **Gerlach** vor:

### Zur Morphologie der Tuba Eustachii.

Von dem Gehörorgan der Leiche eines halbjährigen Kindes, dessen Carotis mit Gélatine und Berlinerblau eingespritzt worden war, fertigte ich, nachdem das Praeparat einige Wochen in verdünnter Säure gelegen hatte, vertikale Durchschnitte an und spaltete dabei die ganze Tuba von dem Ostium pharyngeum bis zu dem Ostium tympanicum in eine Reihe von einigen vierzig Lagen. Die meist schon richtig beschriebenen topographischen Verhältnisse des Tubenknorpels namentlich zu dem *Musc. pterygoid. int.* sowie zu dem Spanner und Heber des weichen Gaumens übergehend, erlaube ich mir, auf ein Structurverhältniss der Tubenschleimhaut aufmerksam zu machen, welches, soviel mir bekannt, bis jetzt noch nicht beschrieben ist. Es betrifft das Vorkommen von Balgdrüsen in der Tuba, welche in dem ganzen knorpeligen Theil der Röhre von dem Ostium pharyngeum an bis zu dem Uebergang der Tuba cartilaginea in die Tuba ossea ungemein zahlreich auftreten. Am häufigsten sind dieselben in dem mittleren Theile der knorpeligen Tuba, wo geradezu eine Balgdrüse neben der anderen liegt. An dem Grunde dieser Bälge sind, mehr in dem submucösen Bindegewebe gelegen, massenhaft acinöse Schleimdrüsen vorhanden, deren Ausführungsgänge theils zwischen die Balgdrüsen, theils in die Hohlräume derselben einmünden. Die Bälge der Tubenschleimhaut sind aber kaum halb so gross, als diejenigen der Gaumen- und Rachenmandel, nehmen aber nahezu die ganze Dicke der Tubenschleimhaut ein. Die Wand der Bälge ist 0,3 bis 0,4 Mm. dick und besteht aus der bekannten conglobirten Drüsensubstanz (*Henle*). Abtheilungen der letzteren in Form geschlossener Follikel kommen in derselben nicht vor, sondern die ganze Wand der Balgdrüse besteht hier aus diffuser conglobirter Drüsensubstanz, welche übrigens nach aussen scharf abgegrenzt ist und auf deren innerer Fläche unmittelbar das Tubenepithel aufsitzt.

Zu den bis jetzt drei bekannten Localitäten der oberen Abtheilung des Nahrungsschlauches, an welchen Balgdrüsen nachgewiesen wurden, in der hinter dem Zungen-V gelegenen Drüsenregion der Zunge in den Tonsillen und in dem Dache des

Pharynx (Luschka), ist somit eine neue hinzugekommen in der Tuba Eustachii, welche man vielleicht nach der Analogie von Pharynxmandel, Tubenmandel nennen könnte.

Sodann berichtet

Herr Prof. Reess

über *Ustilago ? capensis* n. sp., einen neuen Brandpilz vom Kap der guten Hoffnung.

Durch Herrn Prof. Dr. Buchenau in Bremen erhielt ich je ein Köpfchen von »*Juncus capensis* Thbg. leg. Ecklon ca. 1829« und »*Juncus lomatoxyllus* Spreng. (leg. Bergius hyem. 1815—16)« beide vom Kap, mit dem Ersuchen, einen dieselben bewohnenden Brandpilz zu beschreiben. Diesem Wunsche soll die folgende Mittheilung entsprechen.

Die pilzkranken Blütenköpfchen unterscheiden sich an beiden Arten bei flüchtiger Betrachtung kaum von gesunden. Einer genaueren Prüfung verräth sich die Erkrankung alsbald durch die etwas verlängerten und angeschwollenen, meist aus dem auseinandergedrängten Perigon hervorschauenden Fruchtknoten.

Diese selbst sind durchschnittlich 2,5 Mill. lang, (die gesunde reife Frucht etwa 2 Mill.), unregelmässig aufgedunsen, oft bis zu völliger Verwischung der an der gesunden Frucht vorhandenen 3 Kanten und 3 Furchen. Die Griffel sind verkürzt, ihre Narbenschkel verdickt.

Ein Querschnitt lässt sofort die Ursache der beschriebenen Degeneration erkennen: Die drei Fruchtknotenfächer sind mit goldgelbem, zuweilen klumpig verklebtem Sporenpulver gefüllt. Der Bau der Sporen ist bei beiden *Juncus*arten derselbe.

Die Spore ist kugelig, ihr Durchmesser in Wasser 15—16 Mill. Das Episporium ist durch breite Netzleisten ausgezeichnet, welche verhältnissmässig weite, fünf- oder sechsseitige, wenig vertiefte Areolen einfassen. Ein feiner Sporendurchschnitt zeigt das dicke, farblose, homogene Endosporium, umschlossen von dem doppelt so dicken Episporium. Dieses besteht 1) aus einer dünnen, unter jeder Areole nach innen gewölbten, den goldgelben Farbstoff ausschliesslich führenden, innersten Schichte; 2) aus den dichten aber farblosen, einwärts sich verjüngenden Netzleisten; 3) aus den wasserreichen farblosen Areolen.

Bei einzelnen Sporen ist das Episorium dünner, seine Netzleisten sind noch breiter, die Areolen unregelmässig begränzt und meist mit einem flachen centripetalen Tüpfel versehen.

Mein Sporenmaterial (45 bezw. 60 Jahre alt) widerstand natürlich jedem Keimungsversuch. Ich konnte somit die Gattung nicht bestimmt feststellen, welcher der vorliegende Pilz angehört. Ueber des letzteren Ustilagineennatur kann ein Zweifel nicht bestehen. Ebenso wenig darüber, dass derselbe eine noch unbeschriebene Art bildet. Er hat weder mit Schröters<sup>1)</sup> Sorisporium Junci, noch mit Tulasne's<sup>2)</sup> Ustilago pilulaeformis etwas zu thun, obgleich die letztere ebenfalls eine südafrikanische fruchtknotenbewohnende Art darstellt. Ustilago pilulaeformis ist nämlich, (wenn überhaupt eine Ustilago) durch ihre unregelmässigen, glatten Sporen und die besondere Art und Weise, wie sie den Fruchtknoten und einen Theil von dessen Umgebung zerstört, von unserer Species durchaus verschieden.

Ueber die einzelnen Veränderungen, welche Ustilago capensis an den befallenen Blüten hervorruft, und über die wahrscheinliche Art ihres Eindringens und ihrer Verbreitung in der Nährpflanze hat sich noch das Folgende ermitteln lassen:

Die Perigontheile erleiden durch den Pilz keine Veränderung. Dagegen verkümmern ohne Ausnahme die Staubgefässe. Während in der gesunden Blüthe Filament und Anthere (trocken) zusammen etwa 2 Mill. messen, so sind dieselben in der kranken Blüthe kaum  $\frac{1}{2}$  Mill. lang. In den verkrüppelten Antheren sind zwar die Fächer angedeutet, der Pollen aber nicht gebildet.

An den pilzkranken Fruchtknoten verhalten sich die Fruchtwand, die Scheidewände und ihre Verwachsungsstellen anatomisch durchaus normal. Die Placenten und Samenknospen dagegen sind entweder gänzlich zerstört, oder es ragen in die Sporenmasse hinein einzelne, den Placenten zugehörige gleichsam angeessene Gewebereste. Nur einmal fand ich in zwei Fächern eines Fruchtknotens mitten in der Sporenmasse je einen deutlich abgegränzten, der Placenta anhängenden, durchaus sporenerfüllten Rest einer Samenknospe

---

1) Abhandl. d. schles. Gesellsch. f. vaterl. Cultur. Abth. f. Naturw. u. Med. 1869/72 p. 6. -- Hedwigia 1873 p. 153.

2) Annales d. sciences nat. III Sér. Botanique Tome VII. p. 93. pl. 5. fig. 27—30. —

Selbstverständlich sind alle Theile der alten Herbariumspflanzen von Schimmelpilzmycelien da und dort durchzogen besonders reichlich erscheinen diese in der Sporenmasse der, Ustilago. Aber es finden sich auch zwischen den Sporen, ferner im Parenchym der Fruchtknotenaxe und des oberen verbreiterten Endes vom Köpfchenstiel alte, leere, derbwandige Mycelfäden, welche nach ihrem ganzen Ansehen, sowie nach ihrem im Gewebe intercellularen Verhalten ganz mit Ustilagineenmycelium übereinstimmen. Diese Myceliumform fehlt der Fruchtwand, den Scheidewänden und allen andern Blüthentheilen.

Da nun, nach Herrn Buchenau's gefälliger Mittheilung, an den pilzbefallenen Pflanzen sämtliche Köpfchen und Blüten erkrankt sind, die Vegetationsorgane aber stets gesund aussehen; da ferner die anatomische Untersuchung der Fruchtwand und der Scheidewände schlechterdings keine vom Pilz ausgehende Veränderung aufweist, so wird die Annahme erlaubt sein, der Pilz dringe in die jugendliche Pflanze (Keimpflanze?) ein, wachse ohne bemerkbare Schädigung bis in die Fruchtknotenbasis hinauf und fructificire im Fruchtknoten ausschliesslich auf Rechnung der Samenknospen und der Placenten <sup>1)</sup>.

Endlich bespricht:

Herr Prof. Dr. **Fr. Pfaff**

#### Versuche über die Plasticität des Eises.

Das Phänomen der Gletscherbewegung war es, welches die meisten der Naturforscher, die sich mit demselben beschäftigten, veranlasste, Versuche über das Verhalten des Schnees und Eises gegenüber Druck anzustellen. Die Gebrüder v. Schlagintweit, Tyndall waren die ersten, welche mit Rücksicht auf das Verhalten der Gletscher derartige Experimente machten. Später hat Helmholtz eine Reihe sehr schöner Versuche beschrieben, aus denen hervorging, dass durch starken Druck Schnee in Eis verwandelt, Eis in Stückchen zerklopft wieder in einen homogenen Eiscylinder verwandelt, ein solcher durch Oeffnungen von kleinerem Durchmesser gepresst werden könne u. dergl. mehr.

---

<sup>1)</sup> Eine Abbildung des Pilzes wird in Herrn Buchenau's Monographie der kapischen Juncaceen mitgetheilt werden.

Es war damit constatirt, dass sich das Eis unter starkem Drucke in beliebige Formen bringen lasse, sich also plastisch verhalte auch im Kleinen, wie die gewaltigen Eisströme der Gletscher im Grossen, die sich auch den Engungen und Erweiterungen der Thäler, durch die sie strömen, anpassen. Die 1850 von Faraday entdeckte Erscheinung, welche später als Regelation so vielfach discutirt wurde, gab den Schlüssel zur Erklärung dieses Verhaltens. So viel mir bekannt ist, hat keiner der genannten oder ein anderer Naturforscher den Druck zu bestimmen gesucht, unter welchem das Eis seine Form verändert, alle haben auch mit grossem Drucke gearbeitet, der auch in der That nöthig ist, um rasch sichtbare Resultate zu erhalten. Nur Moseley <sup>1)</sup> hat mehrere Versuchsreihen angestellt, um zu ermitteln, bei welchem Drucke oder Zuge das Eis reisst, zerdrückt wird und seine Plasticität bemerkbar wird, d. h. bei welchem Drucke eine Verschiebung der Eistheilchen eintritt. Er fand, dass um einen Eiscylinder zu zerreißen für 1 Qu.-Zoll des Querschnittes je nach der Temperatur ein Gewicht von 70—116 ℔ oder  $5\frac{1}{2}$ —9 Atmosphärendruck nöthig war, um ihn durch Druck zu zerbrechen auf den Qu.-Zoll 101,8 ℔ erforderlich waren und eine Verschiebung zu erzeugen 97,89 bis 118 ℔ oder 7,5—9 Atmosphärendruck auf den Qu.-Zoll wirken mussten. Ich habe diesen Winter (1875) eine Reihe von Versuchen angestellt, um etwas nähere numerische Werthe über die erforderlichen Druckgrade zu erhalten, welche noch nachweisbar die Form des Eises zu ändern im Stande sind, da es gerade für die Gletscherbewegung von Interesse ist, welches das Minimum des Druckes sei, bei welchem sich noch das Eis plastisch, d. h. nachgiebig verhält.

Die Resultate, welche ich dabei erhalten habe, sind Jedem, der die spröde Natur des Eises ins Auge fasst, gewiss ebenso überraschend, wie die Beweglichkeit einer solchen Eismasse, wie sie ein Gletscher darstellt, Anfangs Jeden überraschend und wunderbar erschien. Es geht nemlich daraus hervor, dass auch der geringste Druck schon hinreicht, um Eistheilchen zu verschieben, wenn er anhaltend wirkt und die Temperatur des Eises und der Umgebung nahe dem Schmelzpunkte ist. Schon Moseley hat den Einfluss der Tempera-

---

<sup>1)</sup> On the mechanical properties of Ice. Philos. Mag. 1870.

tur auf die mechanischen Eigenschaften des Eises erkannt, aber offenbar nicht in seinem ganzen Umfange.

Es ergibt sich aus meinen Versuchen, dass das Eis sich nahe seinem Schmelzpunkte in der That wie Wachs verhält und bei einem Drucke von nur 2 Atmosphären sich so nachgiebig zeigt, dass z. B. ein hohler Cylinder von Eisen, von 11,5 mm. Durchmesser und 1,7 Wandstärke in 2 Stunden bei einer Temperatur zwischen  $-1$  und  $0,5$  Grad 3 mm. tief in das Eis eindrang. Welchen Einfluss die Temperatur hat, dafür will ich nur einige Data aus meinen Versuchen anführen.

Derselbe Eisencylinder sank unter demselben Drucke bei einer Temperatur zwischen  $-4^{\circ}$  und  $-3^{\circ}$  in 12 Stunden um  $1\frac{1}{4}$  mm. tief ein, während bei einer zwischen  $-6$  und  $-12^{\circ}$  schwankenden Temperatur in 5 Tagen bei einem Drucke von 5 Atmosphären das Einsinken nur 1 mm. betrug, also in 12 Stunden nur  $\frac{1}{10}$  mm.!

Steigt die Temperatur der Umgebung über den Schmelzpunkt, so wird die Weichheit des Eises so gross, dass in einer Stunde schon derselbe Eisencylinder 1 cm. tief unter dem gleich geringen Drucke sich senkte, obwohl er vollständig von Schnee eingehüllt war, um die Erhöhung der Temperatur des Eisencylinders über Null zu vermeiden. Dass in der That die Schmelzung des Eises, die allerdings wegen der bekannten Erniedrigung des Gefrierpunktes durch Druck unter Null nicht ganz vermieden werden kann, von kaum merklichem Einfluss bei diesem Versuche war, ging daraus hervor, dass der innere Eisencylinder vollkommen genau den Eisencylinder ausfüllte, so dass er nicht herausfiel, sondern herausgepresst werden musste, und kaum eine Spur flüssigen Wassers in der Vertiefung sich zeigte, welche der herausgehobene Eisencylinder zurückliess.

Als Druckvorrichtung bei allen diesen Versuchen diente ein einarmiger Hebel, aus einer 86 cm. langen Stahlstange von rechteckigem Querschnitte bestehend, die an ihrem hinteren Ende durchbohrt und an einem Stahlzapfen, um den sie sich leicht drehen konnte, befestigt war. Durch diese einfache Vorrichtung konnte man jeden beliebigen Druck constant, so lange man wollte, erhalten.

In einer andern Versuchsreihe bei einer Temperatur der Luft von  $2,5^{\circ}$  C. wurden verschiedene hohle eiserne Cylinder und ein solides Stück Stahl, dessen flache Basis genau 1 Qu.-Centim.

hatte, auf Eis gestellt und dieses dann ungefähr 1 Fuss hoch mit Schnee bedeckt. Bei einem Drucke auf ein Stahlstück von 6,4 cm. Flächeninhalt gleich  $\frac{1}{3}$  Atmosphäre sank dasselbe in 3 Stunden um 14 mm. in das Eis ein, während die Abschmelzung der Oberfläche desselben während dieser Zeit kaum messbar war, ungefähr  $\frac{1}{4}$  mm. betrug. Das viereckige solide Stahlprisma, einen Druck von  $\frac{1}{3}$  Atmosphäre ausübend, senkte sich um 4 mm. in 5 Stunden. Aus allen diesen Versuchen zeigt sich sehr deutlich, wie bedeutend die Nachgiebigkeit des Eises selbst gegen die geringsten Druckgrade bei einer seinem Schmelzpunkte nahen Temperatur wird. Wir dürfen daraus den Schluss ziehen, dass bei dieser Temperatur die Plasticität des Eises erst, wenn der Druck ebenfalls Null wird, auf Null herabsinkt, aber mit sinkender Temperatur sehr rasch sinkt. In welchem Verhältnisse aber dies erfolge, das zu ermitteln dürfte eine grössere Anzahl genauer Versuche verlangen, als ich angestellt habe.

Man nimmt, auf einige Versuche von Tyndall gestützt, noch immer an, dass das Eis nicht im Geringsten dehubar und biegsam sei, obwohl in der neueren Zeit mehrfache Beobachtungen gemacht wurden, welche zwingen, dem Eise etwas Biegsamkeit zuzuschreiben. Die älteste mir bekannte derartige Beobachtung rührt von Kane her, welcher bemerkte, dass eine grosse mit ihren Rändern auf 2 anderen aufliegende Eisscholle sich im Verlaufe einiger Monate bog.

Ich machte mehrere Versuche in ähnlicher Weise, wie es hier die Natur vor Kane ausgeführt hatte. Ein parallelepipedisches Stück Eis von 52 cm. Länge, 2,5 cm. Breite und 1,3 cm. Dicke wurde an seinen beiden Enden auf Holzstücke gelegt, so dass jeder Seits 5 mm. auflagen. Vom 8. Februar bis zum 15. Februar, wo die Temperatur zwischen  $-12$  und  $-3,5^{\circ}$  C. schwankte, senkte sich die Mitte äusserst wenig, doch entschieden von einem Tage zum andern merklich, nemlich durchschnittlich 2—3 mm. in 24 Stunden, so dass sie am 15. Febr. 11,5 mm. im Ganzen betrug. Von da an stieg die Temperatur, blieb aber noch bis zum Mittag des 16. unter Null, dennoch bewirkte diese Steigerung auch hier eine rasche Steigerung der Biegung, indem dieselbe in 24 Stunden (von 8 Uhr M. am 15. bis zu derselben Zeit am 16.) den Betrag von 9 mm. (also 20,5 im Ganzen) erreichte. Ein Einreissen des Eises war nirgends zu bemerken, auch die untere Fläche zeigte bei der sorgfältigsten Betrachtung keine

Spur von einem Spältchen. Bis 2 Uhr nahm die Senkung nochmals um 3 mm. zu, die nächste Besichtigung um 5 Uhr, während welcher Zeit die Temperatur auf  $+3^{\circ}$  gestiegen war, zeigte den Stab in 2 Stücke zerbrochen.

Es betrug also bis zur letzten Beobachtung die Biegung in senkrechter Richtung d. h. die Höhe des auf der Mitte der Sehne des Bogens, welchen das Eis zuletzt bildete, errichteten Perpendikels 23,5 mm., was gewiss bei der Länge der Sehne von 51 cm. sehr beträchtlich zu nennen ist, und jedenfalls den Beweis liefert, dass das Eis nicht so absolut unnachgiebig gegen Dehnung und Zug sich verhält, wenn derselbe nur langsam genug einwirkt. Ich habe dann auch noch versucht, die Ausdehnung des Eises durch Zug zu bestimmen. An ein Eisprisma von denselben Dimensionen wie das zur Biegung verwendete, wurde unten ein Gewicht von 3 Kilogrammen gehängt und 7 Tage so sich selbst überlassen und zwar in denselben Tagen vom 11.—17. Februar. Es war in der Weise aufgehängt, dass 3 cm. von den Enden entfernt mit einem heissen Drahte ein Loch durch dasselbe gebohrt und durch dieses eine Schnur gezogen wurde. Am 16., wo die Temperatur stieg, bewirkte die dadurch bewirkte Weichheit des Eises, dass die Schnur nach und nach durchschnitt. Doch konnte bis dahin eine Verlängerung des Eis cylinders zwischen den 2 ganz nahe an den Enden angebrachten Marken, bestehend aus 2 spitzen in den Stab eingefrorenen Holzstückchen, die nur mit den Spitzen hervorragten, um 1 mm. nachgewiesen werden. Durch das Durchschneiden der Schnur wurden auch diese Marken in ihrer Lage verändert, so dass die weitere Dehnung bis zum Zerreißen nicht sicher bestimmt werden konnte.

Auch hier zeigt sich also, dass längere Zeit fortgesetzter Zug, selbst wenn er gering ist, das Eis dehnt, dass es sich also nahe seinem Schmelzpunkte wie andere Körper sowohl gegen Druck, als gegen Zug nachgiebig zeige, namentlich aber dem ersteren gegenüber bei einer Temperatur nahe Null als ein eminent plastischer Stoff anzusehen sei.

Die Bewegungserscheinungen der Gletscher werden demnach auch weniger auffallend mehr erscheinen, und ebenso wirft dieses Verhalten des Eises gegen Druck bei verschiedenen Temperaturen ein neues Licht auf die Thatsache, dass die Schnelligkeit dre Bewegung mit der Temperatur steigt. Da das Gletschereis und die Luft darüber wenigstens in den Sommermonaten eine

Temperatur besitzt, die sehr wenig vom Gefrierpunkte abweicht, so genügt demnach auch ein sehr geringer Druck, um dieselbe in Bewegung zu setzen, und die sog. Gleitungstheorie erhält, wie ich glaube, durch die vorhergehend geschilderten Versuche eine neue Stütze.

---

Sitzung vom 10. Mai 1875.

Nach Vornahme der statutenmässigen Neuwahl des Vorstandes theilte

Herr Prof. Rosenthal

weitere Ergebnisse <sup>1)</sup> seiner Untersuchungen über Reflexe mit:

9. Im normalen Zustande folgt auf jede sensible Reizung der untern Extremitäten eines Froschs eine Beugebewegung. Nach Strychninvergiftung dagegen sieht man nur Streckbewegungen auftreten. Der Unterschied zwischen diesen Beuge-reflexen und Streckreflexen beruht darin, dass durch Strychnin die Ausbreitung der Reflexe auf Leitungsbahnen, welche sonst grössern Widerstand bieten, erleichtert wird.

10. Strychninvergiftung erleichtert auch das Zustandekommen der Reflexe überhaupt. Doch ist diese »Erhöhung der Reflex-erregbarkeit« nur unbedeutend.

11. Die früher aufgestellten Sätze über Reflexzeit und Zeit der Querleitung gelten sowohl für die Beuge- wie für die Streckreflexe. Die absoluten Werthe dieser Zeiten werden durch Strychninvergiftung verringert. Die Verringerung ist bedeutender für die Zeit der Querleitung als für die Reflexzeit.

12. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erregung in den motorischen Nerven ist unabhängig von der Reizstärke. Ausreichende wie übermaximale Reize geben ganz gleiche Werthe.

---

1) Vgl. die erste Mittheilung in der Sitzung vom 1. Februar 1873.

Die gegentheiligen Angaben beruhen auf Täuschungen, welche bei übermaximalen Reizen sehr leicht eintreten können.

13. Strychninvergiftung hat keinen Einfluss auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erregung in den motorischen Nerven.

14. Abkühlung des Rückenmarks setzt die Reflexerregbarkeit bedeutend herab. Die Reflexzeit und die Zeit der Querleitung werden dabei erheblich verlängert, letztere in höherem Maasse als erstere.

15. Obgleich jeder Theil des Rückenmarks unter Umständen im Stande ist, Reflexübertragung zu vermitteln, so geschieht die Uebertragung und insbesondere die Querleitung doch nicht in allen Theilen des Rückenmarks gleich leicht und durchaus nicht immer in der Höhe der eintretenden Nerven.

16. Die Reflexübertragung und besonders die Querleitung erfolgen am leichtesten in der Medulla oblongata. Ist die Verbindung der peripherischen Nerven mit der Medulla oblongata unterbrochen, so bleiben früher ausreichende Reize unwirksam, während übermaximale Reize noch wirksam sind.

17. Schwächere Reize geben stets nur einseitige Reflexe, stärkere Reize beiderseitige Reflexe. Die Querleitung im Rückenmark kommt also schwerer zu Stande als die Uebertragung der Reflexe von den sensiblen Bahnen zu den motorischen derselben Rückenmarkshälfte.

18. Schwächere Reize, welche an sich unwirksam sind, können bei häufiger Aufeinanderfolge Reflexe auslösen. Es findet also im Rückenmark eine Summation aufeinander folgender sensibler Eindrücke statt. Dieser Umstand kommt bei der Beurtheilung dauernder Reize, wie sie bei der Türk'schen Methode angewandt werden, in Betracht.

---

Sitzung vom 14. Juni 1875.

Herr Prof. Dr. Fr. Pfaff

sprach

Ueber die Stellung der Grenzschichten zwischen  
Keuper und Lias.

Zwischen den obersten entschieden als Keuper anzusehenden Sandsteinlagen der Trias und den untersten ebenso sicher dem Lias angehörigen Mergelschichten findet sich bekanntlich eine Reihe von Schichten, die in Franken und Schwaben theils aus grauem Schieferthon, theils aus glimmerigen Sandsteinen von weisslicher Farbe, theils aus einem grobkörnigen ockerfärbigen Sandsteine bestehen und seit längerer Zeit dadurch besonders interessant geworden sind, dass sie eine grosse Menge von organischen Resten aus dem Pflanzen- und Thierreiche einschliessen. Die Pflanzen sind meist in dem mehr oder weniger dunkelgrauen Thone, aber auch in den meisten Glimmersandsteinen enthalten, während die Reste von Knochen, Zähnen, die oft in so ungeheurer Menge sich finden, dass man diese wenig mächtigen Schichten als Bonebed bezeichnete, in den obersten gelblichen Sandsteinen, in Franken aber sehr selten, sich finden. Schon seit längerer Zeit hat man nun darüber discutirt, ob dieser Schichtencomplex zum Keuper oder zum Jura zu rechnen sei, ohne darüber zu einem bestimmten Resultate gekommen zu sein, indem die einen sie dem Keuper, wieder andere dem Lias zu rechneten. Vom paläontologischen Standpunkte aus dürfte diese Frage schwer zu entscheiden sein. Sowohl die Pflanzen- als die Thierreste stimmen weder mit den tiefer gelegenen der älteren Trias, noch mit denen der höheren Liasschichten so überein, dass sie dadurch unbedingt als Keuper oder Liassglieder angesprochen werden dürften. Sie sind mit beiden verwandt, zeigen aber auch wieder solche Verschiedenheiten, dass je nachdem man mehr das erstere oder das letztere betont und ins Auge fasst, das Urtheil so oder so ausfallen wird.

In der jüngsten Zeit nun ist in der nächsten Umgebung von Erlangen ein neuer Steinbruch angelegt worden, der diese Zwischenlager durchschneidet, welcher insoferne für diese Streitfrage wichtig ist, als er Lagerungsverhältnisse darbietet, wie sie meines

Wissens bis jetzt nirgends beobachtet wurden, aus denen die Zugehörigkeit der Pflanzen führenden grauen Thone zum Keuper entschieden hervorgeht.

Die meisten unserer höher gelegenen Steinbrüche sind in dem ziemlich feinkörnigen plump geschichteten, vielfach zerklüfteten weissen sog. Stubensandsteine angelegt, der vorzugsweise zu Bausteinen gebrochen wird. Auf diesem liegen nun oft ohne alle Spur von Zwischengliedern die grell gelben groben Sandsteine (z. B. bei Marloffstein), häufig aber folgen auf ihn zunächst die grauen Thonlager mit den Pflanzen. In unserer näheren Umgebung finden sich dieselben mit ihren charakteristischen Pflanzen, vorzugsweise Farren und Coniferen angehörig, bei Atzelsberg, Marloffstein, an der Jägersburg und bei Lauf. Dasselbe ist, wenn auch weit verbreitet, doch wenig constant, von geringer Mächtigkeit, kaum 1—2 Fuss und meist rasch sich auskeilend. In dem Atzelsberger Steinbruche z. B. war das Pflanzenlager auf der Ostseite sehr schön entwickelt, leider wurde es durch den Abraum des nach Westen weiter fortgesetzten Steinbruches verschüttet und fehlte westlich. Einige 100 Schritte noch weiter westlich ist nun in dem neuen Steinbruche wieder ein solches Pflanzenlager aufgeschlossen, keilt sich aber soweit die Felswand entblösst ist, schon wieder aus, so dass die Auskeilung hier sehr schön beobachtet werden kann. Das Interessante an diesem Lager ist nun das, dass es mitten in dem plumpen massigen weissen Sandsteine steckt, somit seine gleichzeitige Bildung mit diesem constatirt ist. Soweit die Felswand bis jetzt entblösst ist, giebt sie von unten nach oben folgendes Profil:

1 Meter weisser Sandstein

0,45 — grauer Thon mit den Pflanzen rasch sich im Sandsteine auskeilend

2,40 — weisser Sandstein

0,60 — sehr feiner gelblicher thoniger Sandstein

1,80 — grobkörniger grellgelber Sandstein (Bonebed) mit schwachen gräulichen Zwischenlagen

0,60 — bräunlicher Lehm

Dammerde.

Nach diesen Lagerungsverhältnissen stehe ich nicht an, die Zugehörigkeit der Pflanzenlager zu dem Keuper anzunehmen, da, wie erwähnt, die Pflanzen genau mit denen übereinstimmen, sich

auch genau in demselben guten, selbst eine Präparation der Epidermis gestattenden Zustande der Erhaltung befinden, wie die etwas höher zwischen weissem Sandsteine und Lias gelegenen.

Dass damit auch eine Zugehörigkeit des gelben körnigen Sandsteines zum Keuper bewiesen sei, möchte ich nicht behaupten. Für diesen muss die Entscheidung noch in suspenso bleiben, obwohl, wie ich schon früher ausgesprochen habe, mir die Zugehörigkeit desselben zum Lias insoferne aus seinen Lagerungsverhältnissen wahrscheinlicher ist, als er bei uns stets in der Nähe des Lias angetroffen wird, der Keuper dagegen auch ohne ihn da endet, wo die Liasschichten weiter entfernt sind. Vielleicht geben sich die verschiedenen Partheien mit dem Theilungsvorschlage hinsichtlich der Grenzglieder zwischen Keuper und Lias zufrieden, dass die Pflanzenreste enthaltenden dem Keuper, das Bonebed dem Lias zugetheilt werde.

Hierauf trägt

Herr Prof. Schröder

vor:

Ueber die Drainage des Douglas'schen Raumes bei der Ovariectomie.

Gestatten Sie mir, meine Herren, dass ich Ihnen heute in aller Kürze meine Ansicht auseinandersetze über eine der brennenden Tagesfragen der operativen Gynaekologie, nämlich über die Drainage des Douglas'schen Raumes bei der Ovariectomie.

Nachdem Peaslee zuerst bei Peritonitiden das Ablassen des Exsudates aus der Bauchhöhle als wirksamste Art der Behandlung empfohlen hatte, bemächtigte sich Sims dieser Anschauungen und kam zu dem Satz, dass man am besten bei jeder Ovariectomie, sicher aber bei allen, bei denen wegen bereits bestehender peritonealer Reizung oder wegen ausgedehnter Adhäsionen eine peritoneale Exsudation nach der Operation zu erwarten sei, die Punction und Offenhaltung des Douglas'schen Raumes ausführen müsse.

Der Gedankengang, den Sims dabei verfolgte, ist im wesentlichen folgender:

Sims nimmt an und stützt diese Annahme auf eine ganze Reihe von Todesfällen (aus den Spencer-Wells'schen Operationen

entnommen), dass die grosse Mehrzahl der nach der Ovariectomie Gestorbenen an Septicaemie zu Grunde geht, und dass diese bedingt ist durch ein in der Bauchhöhle sich ansammelndes und eine jauchige Zersetzung eingehendes Exsudat. Er kommt deswegen zu dem Schluss, dass es die Hauptaufgabe einer rationellen Therapie sein müsse, dies Exsudat aus der Bauchhöhle zu entfernen, dass man dies in leichter und einfacher Weise aber nur dann thun könne, wenn man schon während der Operation die nöthigen Vorkehrungen dazu getroffen habe.

Diesen Ausführungen, die Sims mit der überzeugenden Meisterschaft der Darstellung, die ihm eigenthümlich ist, gegeben hat, schliessen sich in Deutschland die meisten Stimmen an. Vor allem ist es Nussbaum, der diese Idee mit Begeisterung aufnimmt, und von ihr ein neues Heil für die Ovariectomie erhofft, aber auch Spiegelberg spricht sich sehr warm für dieselbe aus.

Ich sehe in diesen Anschauungen eine wesentliche Gefahr für die Ovariectomie und kann die Richtigkeit der Sims'schen Ausführung nicht anerkennen.

Denn, so sehr ich auch mit Sims darin übereinstimme, dass die meisten Operirten an Septicaemie zu Grunde gehen, so kann ich doch nicht zugeben, dass das seröse, röthliche Exsudat die schreckliche Rolle dabei spielt, die Sims ihm zuschreibt.

Denn dass Trans- und Exsudationen in die Bauchhöhle an sich nicht zur Zersetzung und zur Herbeiführung septischer Zustände neigen, lehrt die tägliche Erfahrung. Ja, dass auch nach Ovariectomien das Exsudat nicht das Schreckgespenst ist, für das Sims es erklärt, davon habe ich mich wiederholt überzeugt.

Ich habe dreimal unter Umständen operirt, unter denen eine Exsudation in die Bauchhöhle mit Sicherheit zu erwarten war, ohne dass irgendwelche Spuren eines septischen Processes aufgetreten sind.

In dem ersten Fall operirte ich bei bereits bestehender exsudativer Peritonitis. Nach der Operation hielt der Meteorismus und das Erbrechen noch einige Tage an, besserten sich aber bald und es erfolgte ungestörte Genesung. In den beiden andern Fällen ist allerdings der Tod eingetreten, aber doch erst am 12. resp. 15. Tage an einer Complication, die jedenfalls nicht durch septische Vorgänge in der Bauchhöhle bedingt war, nämlich am Tetanus. In dem ersten dieser Fälle war die ganze vordere Fläche des Tumors mit der Bauchwand verwachsen, so dass die Erken-

nung des Peritoneum und die Trennung des Tumors von demselben sehr grosse Schwierigkeiten darbot. Aus den ausgedehnten Verwachsungsflächen musste nothwendig eine Exsudation stattfinden. Trotzdem erfolgte ungestörte Heilung der Bauchwunde keine Spur von peritonaler Reizung trat auf, und es fand sich als der am 9. Tage aufgetretene Tetanus Gelegenheit zur Section bot, die Bauchhöhle vollkommen gesund, von einem sich zersetzenden Exsudate war keine Rede.

In dem letzten Fall handelte es sich nicht um ganz so ausgedehnte, aber um so festere Adhäsionen, die nur mit grosser Mühe getrennt werden konnten. Dabei fand sich ein seröses röthliches Transsudat in der Bauchhöhle vor, das auch während der Operation sich immer wieder ansammelte und so schliesslich zum Theil in der Bauchhöhle gelassen werden musste. Die Operirte hatte kaum die geringste Empfindlichkeit, sehr wenig Fieber und befand sich nach 8 Tagen vollkommen wohl. Sie hatte normale Temperatur, gar keine Empfindlichkeit und sehr kräftigen Appetit, zeigte also sicher keine septischen Erscheinungen. Bei ihrem am 15. Tage ebenfalls an Tetanus erfolgten Tode fanden sich in der Bauchhöhle an den Därmen allerdings kleine fibrinöse Flocken, an wenigen Stellen auch kleine Eiterablagerungen, die sich mit der Messerklinge leicht abschaben liessen, und im kleinen Becken war eine röthliche seröse Flüssigkeit. Trotz alledem war von septischen Erscheinungen keine Rede gewesen, und sie wäre unzweifelhaft genesen, wenn' nicht der unheilvolle Tetanus intercurriert wäre.

Woran liegt es nun, dass in einem Fall ein sicher vorhandenes Exsudat gar keine Störungen hervorbringt, ja vielleicht nicht einmal leichte peritonitische Erscheinungen macht, während ein anderes Mal an eine ganz leichte kaum mit einer Insultation des Bauchfells verbundene Operation sich die furibunden Erscheinungen einer septischen Peritonitis anschliessen?

Dieser Unterschied beruht nach meiner Ueberzeugung allein darauf, ob von aussen eine Infection erfolgt oder nicht. Bleibt dieselbe aus, so ist das Exsudat vollkommen unschädlich und wird mit Leichtigkeit und ohne Reizung vom Bauchfell resorbirt, ist sie aber erfolgt, so zersetzt sich das Exsudat oder wo kein Exsudat war, tritt eine furibunde Peritonitis auf, die ein sich schnell zersetzendes Exsudat liefert.

Ist diese Anschauung richtig, so liegt es auf der Hand, dass

nicht das sich ansammelnde Secret der Punct ist, gegen den die Therapie gerichtet werden muss, sondern dass die Verhütung der Infection es ist, worauf alles ankommt. Wenn wir nun auch trotz aller Vibrionenforschungen immer noch nicht genau wissen, worin die inficirende Substanz besteht, so steht doch für mich fest, dass sie von aussen übertragen wird und dass die Uebertragung in der Regel durch die Hände, Instrumente oder sonstige Geräthschaften des Operirenden resp. seiner Assistenten erfolgt.

Wollen wir also die inficirenden Substanzen abhalten, so werden wir in gesunden Lokalitäten operiren müssen, werden auf absolute Reinheit der Hände, Wäsche, Kleidung, der Instrumente, Schwämme etc. sorgfältig achten müssen. Um auch die in die Bauchhöhle dringende Luft so viel wie möglich zu desinficiren, empfiehlt es sich, wie ich es jedes Mal thue, im Carbonsäurenebel zu operiren.

Verhütet man auf diese Weise mit peinlicher Genauigkeit die Infection, so zersetzen sich die Exsudate nicht und geben deswegen auch nicht zu septischen Erscheinungen Anlass. Es ist also unter diesen Umständen die Drainage unnöthig; und, wenn sie unnöthig ist, muss sie unterlassen werden, da sie jedenfalls die Operation complicirter, schwieriger, länger dauernd und gefährlicher macht.

Ich würde mich deswegen während der Operation nur dann zur Drainage entschliessen, wenn ich, was natürlich nicht vorkommen soll, glaubte, die Kranke inficirt zu haben, oder wenn zersetzende Massen — etwa aus einer jauchenden Cyste — in die Bauchhöhle eingedrungen wären.

Eine ganz andere Stellung nimmt die Drainage der Bauchhöhle ein als therapeutisches Mittel gegen eine bereits bestehende septische Peritonitis. Denn wenn auch das Exsudat weder die ursprüngliche Ursache noch das einzige Symptom des septischen Zustandes ist, so muss doch zugegeben werden, dass seine Entfernung dringend wünschenswerth ist.

Freilich ist dieselbe dann schwer zu erreichen. Der Douglas'sche Raum ist leicht zu punctiren nur dann, wenn ein abgekapseltes Exsudat in ihm ist. Nur dann bildet sich ein Tumor hinter dem Uterus, dem leicht beizukommen ist. Gerade in diesen Fällen ist aber die Entleerung nicht unbedingt geboten, da das Exsudat durch Abkapselung unschädlich gemacht ist und der Resorption oder dem Durchbruch verfällt.

Ist aber freies Exsudat in der Bauchhöhle, so wölbt sich der Douglas'sche Raum nicht vor. Es ist dann schwer und gefährlich (weil leicht zu Nebenverletzungen führend) den Douglas'schen Raum zu punctiren. Besonders häufig fühlt man das Bedürfniss dazu bei Peritonitis puerperalis. Hier aber liegt der Cervix des anteflectirten Uterus dem Rectum so eng an, dass man nicht weiss, wohin man stechen soll.

Man könnte in solchen Fällen daran denken, das Exsudat durch die Laparotomie von den Bauchdecken aus abzulassen. Durch eine einfache Incision der Bauchdecken aber lässt sich die Bauchhöhle in genügender Weise nicht ausspülen. So scheint es mir in solchen Fällen das einzig wirksame Verfahren zu sein, die Laparotomie zu machen und dann von innen die Durchstossung und Drainirung des Douglas'schen Raumes vorzunehmen. Vielleicht wird dies noch die Behandlung der septischen Peritonitis, wenn auch ein hoher Grad von Zuversicht dazu gehört, bei einer an allgemeiner Peritonitis Leidenden diese Operation vorzunehmen.

Zum Schluss möchte ich nochmals meine Ansicht dahin praecisiren, dass nicht das Exsudat nach der Ovariectomie an sich die Ursache der Septicaemie ist, sondern dass dasselbe vollkommen unschädlich ist, wenn es sich nicht zersetzt, dass die Zersetzung aber nur nach Infection eintritt, und dass deswegen nicht die Fortschaffung des Exsudates des punctum saliens ist, sondern die Verhütung der Infection.

Sodann berichtet

Herr Prof. Selenka

über seine, in der Neapler Zoologischen Station angestellten Beobachtungen über die

Embryologie von *Cucumaria doliolum*,  
zugleich ein Beitrag zur Keimblättertheorie.

Die reifen und schon im Mundatrium befruchteten Eier werden von dem Weibchen in Menge ruckweise ausgestossen; und da dieselben leichter als das Seewasser sind, treiben sie hart unter dem Wasserspiegel her. Erst nachdem ein einschichtiges Blastoderm gebildet worden und die Embryonen aus der Eihaut ausgekrochen sind, vermögen sie mittels ihres Wimperkleides

frei im Wasser umherzuschwimmen; mit dem theilweisen Schwund der Geisselfäden ist aber gar bald diese freie Beweglichkeit wieder auf ein langsames Hin- und Hertreiben am Wasserspiegel reducirt, bis mit dem Vorstülpen der Tentakeln zugleich der Oeltropfen im Kopflappen schwindet, die jungen Thiere zu Boden sinken und unter gleichzeitigem Abwerfen der noch restirenden Wimperreife sich ausschliesslich kriechend fortbewegen.

Nachdem das Ei befruchtet ist, verschwindet der Kern und es wird meistens ein Tröpfchen Protoplasma — der Koth des Eies — ausgepresst. Innerhalb einer oder einiger Stunden erscheint im Innern und nahezu in der Mitte des Dotters ein heller Fleck (Kernhof), in dessen Centrum der Kern neu entsteht, der seinerseits wieder aus 8—20, zu einer Beere vereinigten kleinen Körpern (Kernkeime, Goette) zusammengesetzt wird. Dergleichen Kernkeimhaufen mit umgebendem hellen Kernhof erkennt man noch sehr deutlich auf den Querschnitten des aus zweiunddreissig Furchungskugeln gebildeten Blastoderms, und erst bei der Weiterfurchung nehmen die Kerne die Gestalt einer glatten Kugel, ohne umgebenden Kernhof, an.

Die Furchung des ganz opaken Dotters ist eine totale und anfangs scheinbar ganz regelmässige. Sobald aber bei fortschreitender Theilung sich die Furchungs- oder Segmentationshöhle, deren Inneres von einer durchsichtigen dickschleimigen Masse («Gallertkern») erfüllt ist, vergrössert hat und die Zahl der Furchungskugeln auf zweiunddreissig gestiegen ist, zeigen sich auch schon Grössendifferenzen unter denselben: einige (4?) benachbarte Zellen erscheinen etwas voluminöser, und sie sind es, welche das Entoderm und zugleich das Mesoderm aufbauen. An dieser Stelle bildet sich später die Einstülpung, und da der Ort der Einstülpung zum hinteren Körperende wird, nenne ich denselben den »hinteren Pol«, im Gegensatz zu dem gegenüberliegenden »vorderen Pol«. Von einem »oralen Pole« kann man erst später sprechen, sobald nämlich der mit einem Oeltropfen erfüllte vordere Kopfkegel von dem bauchständigen Munde verdrängt und auf den Rückengeschoben ist.

Deutlicher noch als an den normal entwickelten Embryonen erkennt man die Lage des vorderen Poles an solchen Eiern, welche sich in Folge mangelhafter Ventilation zu langsam und träge abfurchen, indem die die Einstülpung bildenden Zellen von

vornherein abnorm gross bleiben\*). Aus solchen Eiern konnte ich später in gut gelüftetem Wasser eigenthümlich gestaltete, künstliche Gastrulen züchten, bei denen die Mesodermbildung ausblieb.

Wenn die etwas unregelmässige Furchung an normal sich entwickelnden Eiern auch nicht gleich anfangs nachzuweisen ist, sondern erst später deutlich hervortritt, so muss doch schon bei den ersten beiden Furchungskugeln eine Grössendifferenz angenommen werden. Und allerdings liegt denn auch schon der erste Zellkern nicht ganz im Centrum des Dotters. In dieser excentrischen Lage ist aber zugleich die Orientirung des späteren Embryos gegeben.

Innerhalb eines halben Tages schreitet nun die Dottertheilung weiter vor, bis das einschichtige Blastoderm aus ungefähr 250 cylindrischen Geisselzellen besteht. Die Dicke dieses einschichtigen Kugelmantels ist dann etwa gleich dem Radius des inneren glashellen Gallertkerns, welcher letzterer von nun an die Rolle eines (ungeformten) Nahrungsdotters spielt. Nur an einer Stelle — dem hinteren Pole — ist das Blastoderm um ein Weniges dicker, d. h. sind die Blastodermzellen höher.

Nachdem nun der Embryo die Dotterhaut durchbrochen hat, um frei im Wasser umherzuschwimmen, zieht er sich im Verlauf von ungefähr zwölf Stunden um ein Fünftel seines Durchmessers zusammen. Hierauf treten am hinteren Pole, unter gleichzeitiger Abplattung desselben, einige (3—8) Blastodermzellen in's Innere. An optischen wie an wirklichen Querschnitten habe ich mich auf's Sicherste überzeugt, dass nur vom aboralen Pole aus ein Einrücken der Blastodermzellen in die Furchungshöhle stattfindet; nie beobachtete ich diesen Vorgang an einer andern Stelle, weder zu dieser Zeit, noch später.

Die vom hinteren, abgeplatteten Pole des Blastoderms (dem späteren Entoderm) sich loslösenden Zellen sind nun die Bildungsheerde des Mesoderms. Durch Theilung vermehren sie sich rasch auf Kosten des inneren Gallertkernes, und während der Grundstock dieser Mesodermzellen immer an der ursprünglichen Bildungsstätte liegen bleibt, kriechen immer neue, abgeschnürte Tochterzellen als amöboide Körper oder »Wanderzellen«

---

\*) Dieselben abnormen Vorgänge konnten auch bei künstlich befruchteten Eiern von *Holothuria tubulosa* nachgewiesen werden.

auf und durch den Gallertkern, bis endlich die ganze Furchungshöhle wie von einem lockern Balkennetz sternförmiger Zellen durchsetzt erscheint. Am Dichtesten und eine fast geschlossene Platte bildend finden sich diese Wanderzellen schliesslich als innere Auskleidung des ganzen Ektoderms, und aus diesen entsteht die Cutis. Die Mutterzellen des Mesoderms aber bleiben stets auf dem Entoderm (oder demjenigen Theile des Blastoderms, welcher sich zum Urdarm einstülpt) als einschichtiges Zellenlager liegen, indem sie dasselbe wie ein anliegender Mantel überziehen, und aus ihnen entsteht die Muskulatur.

Wenn die Einstülpung des Blastoderms, welche ich Urdarm nenne, bis an das Centrum des Gallertkerns vorgedrungen und nunmehr eine birnförmige Gestalt angenommen hat, zeigt uns ein imbibirter und aufgehellter Längs-Medianschnitt aufs Deutlichste folgende Zellenlagen, folgende »Keimblätter«.

Gegen das einschichtige, aus cylindrischen Geisselzellen bestehende Ektoderm legt sich innen eine fast geschlossene Zellenlage, die Cutiszellen. Das ebenfalls aus Geisselzellen zusammengesetzte einschichtige Entoderm ist überzogen von einem gedrängten, einschichtigen Zellenlager, den Muskelzellen. Die ursprüngliche Leibes- oder die Furchungshöhle aber wird von sternförmigen, gelegentlich mit ihren Ausläufern untereinander zusammenhängenden Zellen locker durchsetzt, doch ist ein grosser Theil des ursprünglichen Gallertkerns noch erhalten.

Während nun diese Reste des Gallertkerns (mitsammt den ihn durchsetzenden sternförmigen Zellen) allmählig durch die blasenförmigen Darmgebilde eingeengt und endlich durch Resorption ganz zum Verschwinden gebracht werden, bleibt im vorderen Körperdrittel die Furchungshöhle (d. h. der Gallertkern mit den ihn durchsetzenden Zellen) noch lange bestehen; es kommt hier (unter allmählicher Resorption der sternförmigen Zellen) zur Bildung eines grossen Oeltropfens, welcher die Larve schwimmend an dem Meeresspiegel hält, den hinteren Pol nach unten gewendet. Erst mit dem Hervorwachsen der zwei ersten Saugfüsschen und der fünf ersten Tentakeln tritt ein Schwund dieses Gebildes, und damit der Furchungshöhle überhaupt, ein.

Kehren wir zurück zur Geschichte des Urdarms: Die Einstülpung, zunächst angedeutet durch die Abplattung des aboralen Poles, zeigt zuerst die Form eines hohlen, kleinen Zapfens, der

(vom Muskelblatt überzogen) allmählig fast bis gegen die Mitte des Embryos vorrückt, eine birnförmige Gestalt annimmt, und schliesslich nach vorn zu sich ein wenig gabelt. Dieser ganze vordere Theil schnürt sich, als gekrümmter Schlauch, vom Urdarm ab, und aus ihm bildet sich das Wassergefässsystem und die Peritonealblase (»laterale Scheiben«, Metschnikoff). Der gekrümmte Schlauch entsendet nämlich, nachdem er sich vom Urdarm abgeschnürt hat, einen hohlen Ausläufer dorsalwärts, welcher alsbald die Haut berührt und an der Verwachungsstelle eine Oeffnung nach aussen erhält; es ist der sog. Steinkanal. Beiläufig sei hier bemerkt, dass einige Zeit später in der Mitte dieses Kanals eine seitliche, blasenförmige Auftreibung entsteht, welche zum neuen Madreporenköpfchen des Steinkanals wird, sobald die Oeffnung nach aussen sich schliesst. Weiter schnürt sich von dem erwähnten gekrümmten Schlauch ein hinteres Stück, die Peritonealblase, ab; der übrigbleibende Theil stellt den Ringkanal mit seinem Anhange, dem Steinkanal, dar.

Da der Urdarm, wie oben erwähnt worden, aus zwei Zellschichten besteht, nämlich den inneren Geisselzellen und dem äusseren Muskelbelege, so müssen auch alle Ausstülpungen desselben von vorn herein dieselben Zellschichten aufweisen. Längs- und Querschnitte von in Goldchlorid oder Osmiumsäure und Chromsäure gehärteten Embryonen und Larven lassen fast durchweg diese zwei Zellschichten erkennen. So lässt sich z. B. an den Tentakeln noch nach vielen Wochen eine Muskelschicht und ein Innenbeleg von plattenförmigen Geisselzellen nachweisen.

Nachdem der Urdarm sich also in drei Organe getheilt hat, nämlich in den transversal von vorn und oben nach unten und hinten ziehenden Wassergefässschlauch (Ringkanal), in die im hintern Körperdrittel dorsalwärts gelegene Peritonealblase und in den Körperdarm, wächst der letztere (unter immer weiter schreitendem Längswachsthum des Körpers) rechts am Wassergefässschlauch, der jetzt einen Halbring mit äusserer Kanalmündung darstellt, vorbei. Sodann entsteht hinter dem vorderen Körperdrittel eine tiefe (zweischichtige) ventrale Hauteinstülpung, aus welcher der vordere, später verstülpbare Theil des Schlundkopfes und mit ihm wahrscheinlich die Nerven, hervorgehen. Dieser Munddarm trifft bald mit dem Körperdarm zusammen und verwächst mit ihm, und während diese Verwachsung geschieht, entsendet der halb-

ringförmige Wassergefässschlauch in den Gallertkern hinein drei blasenförmige Ausstülpungen nach vorn und eine mediane bauchständige nach hinten; aus der ersteren entstehen die drei Tentakeln, zu denen sich alsbald zwei andere gesellen, letztere bildet den ersten mittleren ventralen Ambulakralkanal, dessen blindes Ende sich bald gabelt, um später zwei Saugfüsschen zu bilden.

Die zweischichtige Peritonealblase, welche hier nicht, wie bei anderen Echinodermen der Fall ist, in zwei »laterale Scheiben« zu zerfallen scheint, umwächst nun den Körperdarm, und sobald dieselbe zu einem breiten, hohlen Ringe umgeformt ist, bläht sie sich auf und es erweitert sich ihr Lumen, ein Process, durch welchen die nunmehr in der Fünffzahl vorhandenen, vom Ringkanal aus hervorgestülpten Ambulakralkanäle gegen die Körperwandung angeedrückt werden. Anderseits verwächst die Wandung der Peritonealblase mit der äusseren Darmwandung, gegen welche sie sich fest anlegte. Bei dieser Ausdehnung macht die Peritonealblase, an der hinteren Fläche des Ringkanals angekommen, Halt. Dieser, sowie die fünf Tentakeln, werden also nicht von derselben überzogen; dagegen geschieht dies mit zwei anderen Anhängen des Ringkanals, nämlich dem im mittleren Körperfüntel schräg nach hinten und oben verlaufenden Steinkanal, und der jetzt links vom Ringkanal aus sich vorstülpenden Poli'schen Blase. Und indem die Poli'sche Blase sich vergrössert und in die Peritonealblasen-Höhle hineinwächst, drängt sie die Wandung der letzteren vor sich her und verwächst mit ihr. Demnach setzt sich die Wand der ausgebildeten Poli'schen Blase eigentlich aus vier Zellenblättern zusammen, von denen die beiden mittleren (aus dem Muskelblatt stammenden) jedoch histologisch bald nicht mehr auseinander zu halten sind.

Ueber die Bildung der fünf subcutanen Längsmuskeln, welche sich beim entwickelten Thiere vorfinden, habe ich nicht in's Reine kommen können wegen der totalen Undurchsichtigkeit der Embryonen und Larven. Die beschriebenen Vorgänge konnten fast allein an Querschnitten studirt werden, welche durch Massen-Einbettung in Paraffin mittels des Leyser'schen Mikrotoms in beliebiger Feinheit (bis zu  $\frac{1}{450}$  Millimeter und weniger) auf's Leichteste und Schnellste gewonnen wurden, so lange das Paraffin noch warm war. Dagegen schien mir die

subcutane Ringmuskelschichte allein aus dem äusseren Zellenblatte der Peritonealblase hervorzugehen.

Von der weiteren Umbildung der Larven sei hier nur noch hervorgehoben, dass die Tentakelblasen sich vergrössern und, indem sie die aus Epidermis und Cutis bestehende Körperhaut vor sich her drängen, nach Aussen treten, um sich endlich in je mehrere Aeste zu verzweigen, deren Enden eine Anzahl (8 bis 20) aus Epidermiszellen entstandene einzellige Drüsen tragen. Letztere secerniren eine klebrige Flüssigkeit, mittels deren die Tentakelzweige sich an Steine und Pflanzen festzukleben vermögen. — Aehnlich geschieht die Bildung der zwei primitiven, bald lang ausstreckbaren Füsschen, deren Ende jedoch zu einer Saugscheibe mit kräftiger Ringmuskulatur ausgebildet wird.

Zur Zeit, wo die Tentakeln und die zwei Füsschen nach aussen treten, beginnt der Schwund des das vordere Körperdrittel ausfüllenden, und noch Kernreste der »sternförmigen Zellen« zeigenden Oeltropfens. Durch das Hervortreten der fünf die Mundöffnung umstellenden Tentakeln wird dieser Kopfkegel rückenwärts gedrängt, er wird kleiner und kleiner und schwindet endlich ganz. Währendem rückt die Mundöffnung stets weiter gegen den vorderen Körperpol, bis sie endlich in die Längsaxe des Körpers trifft und nun dem After grade gegenüber liegt.

Die provisorischen Kalkgebilde der Haut, bestehend in ziemlich grossen, durchbrochenen Platten, entstehen sämmtlich in der Cutis.

Noch ist der Geschichte des Cilienkleides zu gedenken, welches schon während des Furchungsprocesses auftritt. Das Blastoderm der abgefurchten Eier besteht aus etwa 250 Geisselzellen. Die Einstülpung, der Urdarm, wimpert ebenfalls im Innern, sowie sämmtliche später aus derselben hervorgehenden Gebilde mit Ausnahme des Peritoneums, wie es scheint. Das äussere, anfangs continuirliche Cilienkleid erfährt jedoch zur Zeit, wo der Munddarm sich bildet, eine theilweise Rückbildung, indem sich die Geisseln nur noch in Form von vier Reifen und einem vorderen Wimperfelde erhalten. Mit dem Austritt der Tentakeln aus dem Körper und der hierdurch bedingten Verschiebung der Haut werden später gelegentlich, hie und da, einzelne Geisselzellen mitgenommen und bleiben dann oft noch nach Wochen an beliebigen Stellen der Tentakeln oder der Füsschen sichtbar. Sobald aber der Oeltropfen im Kopf-

kegel resorbirt worden und die junge Holothurie zu Boden gesunken ist, um sich nun ausschliesslich kriechend fortzubewegen, schwinden alle Wimpern der Haut.

---

Es ist mir nicht vergönnt, an diesem Orte in eine detaillirte Beschreibung und Discussion einzutreten, da solche nur unter gleichzeitiger Mittheilung einer Anzahl von Figuren mit Erfolg geschehen könnte; letzteres liegt aber vorläufig noch ausserhalb des Rahmens dieser Zeitschrift. Ich belasse es vorläufig bei dem mitgetheilten Extract, welches zur Genüge die Unrichtigkeiten der Kowalevsky'schen Mittheilungen (Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Holothurien in *Mém. Acad. St. Pétersbourg*. VII. Serie. Tome XI, No. 6. 1867) erweist, dafür sich besonders den Metschnikoff'schen Beobachtungen (Studien über die Entwicklung der Echinodermen und Nemertinen, in: *Mém. Acad. St. Pétersbourg*. VII. Série. Tome XIII, No. 8 1869) anschliesst, um meine Zeichnungen und Notizen ablagern zu lassen und später zugleich mit Untersuchungen über die Embryologie der *Holothuria tubulosa* in breiterer Form vorzulegen.

Sitzung vom 12. Juli 1875.

Herr Professor **Hilger**

legt eine Probe Eosin (Tetrabromfluorescëinkalium) vor, welches von der Soda- und Anilinfarbenfabrick Ludwigshafen a. R. dargestellt wird und spricht über dessen Darstellung und chemische Constitution mit Berücksichtigung der Arbeiten von Baeyer und Caro, Fischer und Anderen. Ansserdem spricht derselbe über: Schlackenwolle, ein Nebenproduct der Eisenindustrie, welches als schlechter Wärmeleiter vielfache Verwendung findet und auch zu Filtrationszwecken in chemischen Laboratorien und Fabriken Beachtung verdient.

Eine Probe, aus dem Krupp'schen Werke in Essen stammend, wird vorgelegt. —

Hierauf legt Herr Prof. Gordan folgende zwei Mittheilungen vor:

Geometrisches zur Construction der Hesse'schen Covariante binärer, biquadratischer Formen.

Von L. Wedekind.

Im Verlauf von Untersuchungen, welche die Aufdeckung geometrischer Beziehungen innerhalb des Gebietes der niedrigsten binären Formen zum Gegenstand hatten, bin ich auf eine Construction der Covariante  $H$  einer biquadratischen Form  $f$  geführt worden, deren Ergebnisse in nachstehendem kurz skizzirt werden sollen.

Zur Orientirung über die Methode, die dem eingeschlagenen Verfahren zu Grunde gelegt wurde, sei es gestattet, einige einleitende Bemerkungen voranzustellen.

Die binäre Veränderliche wird unbeschränkt beweglich gedacht und dementsprechend zu ihrer geometrischen Darstellung in Riemann'scher Weise die Repräsentation der complexen Variablen auf einer Kugelfläche benutzt. Um auf dieser Fläche die Ortsbestimmung ihrer einzelnen Punkte projectivisch allgemein zu halten, wird ein Coordinatensystem eingeführt, das sich aus analogen Verhältnissen bei der auf einer Geraden interpretirten binären Veränderlichen einfach herübernehmen lässt. Der Uebersichtlichkeit halber sei angenommen, dass durch den Kugelmittelpunkt ein rechtwinkliges Axenkreuz gehe, welches der Fläche in Punctepaaren  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  begegnet. Alsdann kann man etwa die Punkte  $C' C A$  zu Fundamentalpunkten einer Coordinatenbestimmung machen, indem man ihnen in gleicher Reihenfolge die Zahlwerthe  $0 \infty 1$  beilegt und dann weiter, um den ausgesprochenen Zweck zu erreichen, die Lage jedes anderen Kugelpunctes  $P$  durch den numerischen Werth des Doppelverhältnisses

$$(C' C P A)$$

definirt \*).

---

\*) Ueber die Bedeutung, in welcher das Doppelverhältniss von vier Puncten der Kugel zu verstehen ist, verweise ich auf meine Arbeit: Beiträge zur geometrischen Interpretation binärer Formen. Erlangen 1875.

Hinsichtlich der biquadratischen Formen ist speciell an folgendes zu erinnern \*):

Sind  $\varphi \psi \chi$  die in bekannter Weise resultirenden quadratischen Factoren der Covariante sechster Ordnung von  $f$  und bezeichnen  $m' m''$  die Wurzeln der cubischen Resolvente von  $\alpha f + \lambda H$ , so findet die Identität statt:

$$0 = (m' - m'') \varphi^2 + (m'' - m) \psi^2 + (m - m') \chi^2.$$

Man kann nun  $\varphi \psi \chi$  als ternäre Variable und demzufolge die vorstehende Identität in der ternären Ebene als die Gleichung eines Kegelschnitts interpretiren; diese Curve wird dadurch innerhalb der Ebene zum Repräsentanten unseres binären Werthgebietes, insofern für dasselbe nur reelle Werthe von  $\frac{x_1}{x_2}$  in Frage kommen, und auch an ihr lassen sich mitbin die

Verhältnisse verfolgen, die zwischen  $f$  und  $H$  statthaben. Freilich gilt das zunächst, wegen der bei dieser Darstellungsweise postulirten Realität des ganzen Gebietes, nur in beschränktem Umfange; und um deshalb die erkannten Beziehungen bequem in ihrer vollen Allgemeinheit überblicken zu können, bedarf es wieder der Rückkehr zur  $x + iy$ -Kugel. Der hierdurch implicirte Uebergang wird durch ein Uebertragungsprincip vermittelt, das von Herrn Prof. Klein angegeben worden ist\*\*), und dessen charakteristische Eigenthümlichkeit, soweit sie auf die vorliegende Aufgabe ihren Einfluss erstreckt, darin besteht, dass es den Constructionen harmonischer Punkte auf dem Kegelschnitt die Ermittlung räumlicher Geraden coordinirt, welche auf gegebenen Geraden projectivisch senkrecht stehen und dieselben zu gleicher Zeit schneiden; von gemeinsamen Perpendikeln zweier Geraden ist immer nur dasjenige zu berücksichtigen, welches zum Theil in die Kugel selbst eindringt. In diesem Sinne ist daher weiterhin bei dem in Aussicht genommenen Problem ausschliesslich von räumlichen Senkrechten die Rede, und es ist in keiner Weise von Belang, wenn das projectivische Senkrechtstehen gelegentlich in eine metrische Perpendicularität übergeht.

Abschliessend endlich ist zu erwähnen, dass der Darstellung von  $\alpha f + \lambda H$  auf der Kugel vier Punkte  $f_1 f_2 f_3 f_4$  dienen\*\*\*),

\*) Vgl. Clebsch, Theorie der binären, algebraischen Formen; §. 40 u. f.

\*\*) Vgl. diese Berichte, Sitzung vom 10. Nov. 1873.

\*\*\*) Klein, Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. Erlangen 1872. Verlag von A. Deichert.

deren gegenseitige Lagenbeziehungen sich am besten durch das nachstehende Schema rechtwinkliger (auf die Axen AA', BB', CC' gegründeter) Coordinaten a b c

$$\begin{array}{l} f_1 : a \quad b \quad c ; \quad f_3 : -a \quad -b \quad c \\ f_2 : a \quad -b \quad -c ; \quad f_4 : -a \quad b \quad -c \end{array}$$

versinnlichen lassen. — Je zwei zusammengehörigen Formen f und H (wo f der Kürze halber statt  $\alpha f + \lambda H$  gesetzt ist) wird durch die Gleichungen

$$D_f = (f_1 f_2 f_3 f_4), \quad D_H = (H_1 H_2 H_3 H_4)$$

ein ganz bestimmter von den sechs Doppelverhältnisswerthen ihrer vier Wurzelpuncte zugeordnet; jener möge durch den Punct F', dieser durch den Punct H' der Fläche repräsentirt sein.

Die Construction, um die es sich handelt, verfährt in der Weise, dass sie bei gegebenem f den darstellenden Punct F' von D<sub>f</sub> aufsucht, dass sie aus diesem die Lage von H' ableitet, und dass sie aus H' den Ort der Form H auf der Kugel entwickelt.

Die einzelnen Schritte, die in dieser Absicht zu thun sind, und die es hier genügt, lediglich nach ihrer Bedeutung für die Kugel zu formuliren, bestehen in folgendem:

1. Um F' zu finden, errichte man das gemeinsame Perpendikel P<sub>f</sub> der Axe AA' und der Gerade f<sub>1</sub> f<sub>2</sub>; gegen dasselbe fälle man aus dem Puncte C eine Senkrechte, die die Kugel noch in F<sub>1</sub><sup>(f)</sup> und von hier aus gegen AA' eine Senkrechte, die die Fläche in dem weiteren Puncte F<sub>2</sub><sup>(f)</sup> treffen möge. Zieht man hiernach zu F<sub>1</sub><sup>(f)</sup>A und der Axe CC' ein gemeinsames Perpendikel, so schneidet ein neues Perpendikel, welches man gegen das letztere aus F<sub>2</sub><sup>(f)</sup> fällt, die Kugel in dem verlangten Puncte F'.

2. Zwischen den Puncten F', H' besteht in Gemässheit ihrer Bedeutung die Relation

$$H' = \frac{2 - F'}{2 F' - 1} \cdot F'.$$

Auf Grund dieser Beziehung kann man H' linear construiren, wenn F' gegeben ist: Ein Perpendikel, das man aus F' gegen AC zieht, legt den Punct  $2 - F' = F''$ , und ein solches, das man aus A gegen F'C zieht, den Punct  $2F' - 1 = F'''$  der Kugel fest. Eine Senkrechte, die aus F''' gegen das gemeinsame Perpendikel von CC' und F' F'' geführt wird, begegnet der Kugel im Punct H'.

3. H' befindet sich in der gleichen Abhängigkeit von der Form H, wie F' von dem Quadrupel f. Der letzte Schritt der

Construction, die Aufsuchung der darstellenden Punkte von  $H$ , kommt mithin unmittelbar auf eine Umkehrung des unter 1. gegebenen Verfahrens hinaus. In der Configuration, welche dieses Verfahren zur Voraussetzung hat, treten mannigfache Beziehungen zu Tage; vermöge derselben wird man in den Stand gesetzt, jene Umkehrung, die zunächst nicht ohne weiteres bewerkstelligt werden kann, gleichfalls mit linearen Hilfsmitteln durchzuführen: Man ziehe  $H'A$  und fälle gegen diese Gerade und  $CC'$  eine gemeinsame Senkrechte, welche die Kugel — auf der positiven Seite der Ebene  $BCB'C'$  — in  $\Gamma_1^{(H)}$  treffe. Diesen Punkt verbinde man mit  $C$  und errichte auf  $\Gamma_1^{(H)}C$  und  $AA'$  das gemeinsame Perpendikel  $P_H$ . Ein gemeinsames Perpendikel, welches auf  $P_H$  und  $AA'$  steht, schneidet die Kugel in den Punkten  $H_1, H_2$ , aus denen die Lage der ganzen Form  $H$  direct hervorgeht, die als der Schaar  $\lambda f + \lambda H$  angehörig dem nämlichen Schema unterliegt, das oben für die Punkte  $f_1 f_2 f_3 f_4$  angegeben wurde.

### Ueber einen Beweis des Abel'schen Theoremes.

Von Axel Harnack.

Der Jacobi'sche Satz lässt in der Fassung, in welcher er zum Beweise des Abel'schen Theoremes verwandt wird\*), eine beachtenswerthe Eigenschaft nicht erkennen, auf welcher, wie mir scheint, seine Anwendbarkeit für das genannte Theorem wesentlich beruht. Diese Eigenschaft in Kürze hervorzuheben und ihre Verwerthung für die algebraischen Integrale zu formuliren, ist der Zweck der nachstehenden Mittheilung. Wengleich durch diese Formulirung die Bedeutung des Theoremes inhaltlich keineswegs verallgemeinert werden kann, so gewinnt der algebraische Gedanke doch eine durchsichtige Gestaltung und wird zugleich einer neuen geometrischen Deutung fähig.

Bezeichnen in homogenen Coordinaten

$$1) \quad a_x^{m_1} = 0 \quad b_x^{m_2} = 0 \quad c_x^{m_3} = 0$$

die Gleichungen dreier ebenen Curven vom Grade  $m_1, m_2, m_3$ , so wird die Functionaldeterminante derselben durch:

$$\varphi = a_x^{m_1-1} b_x^{m_2-1} c_x^{m_3-1} (abc)$$

---

\*) In der den Integralen dritter Gattung entsprechenden Verallgemeinerung ist dieser Satz aufgestellt worden von Clebsch und Gordan: Theorie der Abel'schen Functionen pag. 39.

gegeben sein. Bildet man nun dem verallgemeinerten Jacobi'schen Satze gemäss einen Ausdruck von der Form:

$$2) \quad D = \frac{U_x^{m_1+m_2+m_3-3}}{(abc) a_x^{m_1-1} b_x^{m_2-1} c_x^{m_3-1}} \quad \text{oder} \quad D \cdot \varphi - U = 0$$

wobei U eine beliebige Function vom angegebenen Grade bedeutet, und untersucht die Summe der Werthe von D in den Schnittpunkten je zweier der drei Curven, was beispielsweise für die  $m_1, m_2$  Schnittpunkte der beiden Curven a und b durch das Zeichen:  $\sum D$  ausgedrückt werden mag, so ist die

$$a_x^{m_1} = 0 \quad b_x^{m_2} = 0$$

Relation, deren Bedeutung im Folgenden nachgewiesen werden soll, durch die Gleichung ausgedrückt:

$$3) \quad m_3 \sum D = m_1 \sum D - m_2 \sum D \\ a_x^{m_1} = 0 \quad b_x^{m_2} = 0 \quad b_x^{m_2} = 0 \quad c_x^{m_3} = 0 \quad c_x^{m_3} = 0 \quad a_x^{m_1} = 0.$$

Um nämlich die Summe der Werthe von D für das erste Schnittpunktsystem unabhängig von x zu erhalten, denke man sich überhaupt die umfassendere Aufgabe gestellt: es sollen aus der Gleichung 2) sowie aus den beiden Gleichungen:  $a_x^{m_1} = 0 \quad b_x^{m_2} = 0$  die Grössen x eliminirt werden. Durch diese Elimination müsste eine Gleichung vom Grade  $m_1 \cdot m_2$  in D hervorgehen, deren Wurzeln die Werthe von D in den einzelnen Schnittpunkten von a und b liefern. Die Summe aller dieser Werthe wird dann dadurch gegeben sein, dass man den Coefficienten von  $D^{m_1 m_2 - 1}$  durch den negativ genommenen Coefficienten von  $D^{m_1 m_2}$  dividirt. Für diese beiden Coefficienten lässt sich aber in der That ein Bildungsgesetz auch ohne wirkliche Durchführung der Elimination aufstellen. Da nämlich der Factor von  $D^{m_1 m_2}$  aus der Resultante von a, b und  $\varphi$  besteht, so zerfällt er in zwei Factoren,\*) von denen der eine die Resultante der drei Curven a, b, c repräsentirt, indess der andere, unabhängig von den Coefficienten c, die Berührungsinvariante der beiden erstgenannten Curven darstellt. Weil aber bei einer Berührung der beiden Curven gleichzeitig zwei Werthe von D zu-

\*) Salmon, Geometrie der höheren ebenen Curven; bearbeitet v. Fiedler (Art. 98).

sammenfallend unendlich gross werden, so ergibt sich die weitere, für unsere Aufgabe wesentliche Folgerung, dass auch der Coefficient von  $D^{m_1 \cdot m_2 - 1}$  die nämliche Berührungsinvariante zum Factor haben muss. Der andere Bestandtheil dieses Coefficienten wird demnach so nur zu bilden sein, dass man in die Resultante der Curven  $a, b, c$ , in welcher immer noch eine Reihe der Symbole  $a, b, c$  zu Symbolen  $\varphi$  zusammengefasst ist, für die Symbole von  $\varphi$  die von  $U$  substituirt; der so erhaltene Ausdruck ist noch mit dem Zahlenfactor  $m_1 \cdot m_2$  zu multipliciren. Bei Bildung des Quotienten fällt also die Berührungsinvariante von  $a$  und  $b$  fort, so dass die Coefficienten von  $a, b, c$  gleichberechtigt in ihm auftreten. Die weitere Einsicht, dass dann auch der nämliche Ausdruck nur mit veränderten Zahlenfactoren für das Schnittpunktsystem  $(m_2 m_3)$  und  $(m_3 m_1)$  hervorgeht, ist aus den angedeuteten Entwicklungen einfach zu erschliessen. Der vorausgestellte Satz ist somit, freilich ohne wirkliche Bildung der auftretenden Formen, bewiesen. Für den Fall, dass die Function  $U$  eine der Grössen  $a, b$  oder  $c$  zum Factor hat, muss die Summe der Werthe von  $D$  verschwinden\*), was jetzt zufolge der Gleichung 3) evident ist.

Ueberträgt man diesen Satz auf die algebraischen Integrale, so lässt er unmittelbar eine Eigenschaft derselben erkennen, die sich bei dem gewöhnlichen Gange erst als Folgerung aus dem Abel'schen Theoreme ergibt. Es sei das allgemeinste irrationale Differential in homogener Darstellung definirt durch die Form:

$$I \quad D = \frac{\alpha_x^{n+\nu-3} |cxdx|}{\beta_x^\nu a_x^{n-1} a_c} \quad (\text{unter der Bedingung: } f = a_x^n = 0)$$

wobei über die Curven  $\alpha_x^{n+\nu-3}, \beta_x^\nu$  keine speciellen Voraussetzungen gemacht sind. Untersucht man alsdann die Summe der Integrale, hingeleitet von den  $m \cdot n$  Schnittpunkten einer Curve  $\varphi_x^m = 0$  bis zu den  $m \cdot n$  Schnittpunkten einer Curve  $\psi_x^m = 0$  mit der Fundamentalcurve  $f = 0$ , so ist diese Summe bis auf eine Constante gleich der mit  $-\frac{n}{\nu}$  multiplicirten Summe der Integrale des Differentiales:

---

\*) Jacobi: Crelles Journal Band 14 u. 15.

$$\text{II} \quad D' = \frac{\alpha_x^{n+\nu-3} |cxdx|}{a_x^n \beta_x^{\nu-1} \beta_c} \quad (\text{unter der Bedingung: } \beta_x^\nu = 0)$$

wenn jetzt diese Integralsumme genommen wird, auf der Curve  $\beta_x^\nu = 0$  von den  $m \cdot \nu$  Schnittpunkten von  $\varphi_x^m = 0$  bis zu den entsprechenden Schnittpunkten von  $\psi_x^m = 0$ . Mit anderen Worten: Jede auf ein Schnittpunktsystem der Fundamentalcurve mit einer beliebigen anderen Curve bezügliche Integralsumme, lässt sich direct durch die Summe neuer Integrale darstellen, welche längs derjenigen Curve hinerstreckt sind, die auf der ersten die Unendlichkeitspunkte des Integrales ausschneidet. Die beiden im Nenner stehenden Curven haben also für jedes Schnittpunktsystem in Bezug auf Bildung der Integralsumme vollkommen gleiche Bedeutung.

Falls  $\beta_x^\nu$  eine rationale Curve, insbesondere also eine gerade Linie, darstellt, so wird durch diese Vertauschung die Summe von irrationalen Integralen ohne weiteres durch eine Summe von rationalen Integralen ausgedrückt, wie solches das Abel'sche Theorem verlangt.

Ich will im Folgenden nur noch den letzten Fall behandeln, also ein Differential dritter Gattung, dessen  $n$  Unendlichkeitspunkte (abgesehen von denjenigen, welche durch etwaige Singularitäten der Fundamentalcurve bedingt sind) auf einer Geraden liegen — ein Fall, auf welchen bekanntlich das allgemeine Differential durch Partialbruchzerlegung immer gebracht wird.

Die Integralsumme gebildet vom Differential:

$$\text{III} \quad D = \frac{\alpha_x^{n-2} |cxdx|}{v_x a_x^{n-1} a_c} \quad (\text{unter der Bedingung: } f = a_x^n = 0)$$

für ein Schnittpunktsystem von  $\varphi_x^m$  bis  $\psi_x^m$  längs der Curve  $f$  geht über in die mit  $-n$  multiplicirte Summe der rationalen Integrale des Differentiales:

$$\text{IV} \quad D' = \frac{\alpha_x^{n-2} |cxdx|}{a_x^n v_c} \quad (\text{unter der Bedingung: } v_x = 0)$$

wenn jetzt diese Summe genommen wird, längs der Geraden  $v_x$  auch wieder von den  $m$  Schnittpunkten mit  $\varphi$  bis zu den  $m$

Schnittpunkten mit  $\psi$ . Das längs der Curve hinerstreckte Integral ist gewissermassen auf das längs der Geraden erstreckte abgebildet, wobei aber immer nur einer Gruppe von  $mn$  Schnittpunkten auf der Curve eine Gruppe von  $m$  Schnittpunkten auf der Geraden entspricht. Die Unendlichkeitspunkte beider Integrale bleiben hierbei die nämlichen, während mit den  $n(n-2)$  Punkten, in denen das Differential III verschwindet, nur  $n-2$  Verschwindungspunkte des Differentiales IV correspondiren. Der Beweis unseres Satzes folgt aus dem oben bewiesenen durch eine Substitution, welche das Differential III so umformt, dass im Nenner desselben nur eine Functionaldeterminante erscheint. Die einfachste Substitution dieser Art ist die, welche für den willkürlichen Punkt  $c$  den Schnittpunkt der Geraden  $v_y = 0$  und  $\varphi_x^{m-1} \varphi_y = 0$  einführt, wobei  $y$  die laufenden Coordinaten bedeuten, also  $c_i = \varphi_x^{m-1}(\varphi v)_i$  setzt. Darnach wird:

$$D = - \frac{\alpha_x^{n-2} \varphi_x^{m-1} \varphi_{dx}}{(a\varphi v) a_x^{n-1} \varphi_x^{m-1}} \quad (\text{unter der Bedingung: } a_x^n = 0 \ \varphi_x^m = 0).$$

Durch die Substitution:  $c_i = \varphi_x^{m-1} a_x^{n-1}(a\varphi)_i$  wird aber  $D'$  in die Form:

$$D' = \frac{\alpha_x^{n-2} \varphi_x^{m-1} \varphi_{dx}}{(a\varphi v) a_x^{n-1} \varphi_x^{m-1}} \quad (\text{unter der Bedingung: } v_x = 0 \ \varphi_x^m = 0)$$

übergeführt, woraus sich unter Voraussetzung der Gleichung 3) die behauptete Relation ergibt. Für Differentiale erster Gattung enthält die Function  $\alpha_x^{n-2}$  den Factor  $v_x$  selbst und die Summe der Werthe von  $D$  ist für jedes Schnittpunktsystem ( $mn$ ) gleich 0, da jedes  $D'$  in diesem Falle sogar einzeln verschwindet.

Bei den normirten Differentialen dritter Gattung, in denen  $\alpha_x^{n-2}$  durch alle Unendlichkeitspunkte bis auf zwei gelegt ist, lässt sich die endgültige Darstellung der Integralsumme durch die Differenz zweier Logarithmen ohne weitere Rechnung bilden, wenn man nunmehr von der Form  $D'$  ausgeht. Die soeben gemachte Voraussetzung wird, wenn  $\xi$  und  $\eta$  diejenigen beiden Punkte auf der Geraden  $v = (\xi \eta)$  bezeichnen, durch welche die Curve  $\alpha_x^{n-2}$  nicht hindurchgeht, vermittels der Bedingung:

$$C (av u)^n = u \int_{\xi}^{\eta} (av u)^{n-2}$$

eingeführt, wobei die Grössen  $u$  Variable,  $C$  eine beliebig festzustellende Constante bedeutet. Setzt man alsdann für die  $m$

Schnittpunkte von  $v$  mit  $\varphi$  die Werthe:  $(v u^{(i)})$ , ebenso für die entsprechenden Schnittpunkte von  $v$  mit  $\psi$  die Werthe  $(v w^{(i)})$ , führt demnach in IV die Substitution  $x = (vu)$ ,  $dx = (vdu)$  aus, so folgt:

$$\begin{aligned} \sum \int_{\varphi}^{\psi} D &= -n \sum \int_{\varphi}^{\psi} D' = -nC \sum_{i=1}^m \int_{u^{(i)}}^{w^{(i)}} \frac{(vdu)}{u_{\xi}^{(i)} u_{\eta}^{(i)}} \\ &= nC \left[ \sum_{i=1}^m \log \frac{u_{\eta}^{(i)}}{u_{\xi}^{(i)}} - \sum_{i=1}^m \log \frac{w_{\eta}^{(i)}}{w_{\xi}^{(i)}} \right] \end{aligned}$$

Nun ist aber  $\varphi_{\xi}^m = u_{\xi}^{(1)} u_{\xi}^{(2)} \dots u_{\xi}^{(m)}$  u. s. w. und also geht dieser Ausdruck in die Form über:

$$nC \log. \frac{\varphi_{\eta} \psi_{\xi}}{\varphi_{\xi} \psi_{\eta}}$$

Es braucht wohl nicht besonders ausgeführt zu werden, dass der behandelte Satz seine Gültigkeit für Schnittpunktsysteme beliebig vieler Variabelen nicht verliert und dem entsprechend zum Beweise des Abel'schen Theoremes bei mehrfachen Integralen verwerthet werden kann.

Herr Professor Klein aus München hat nachfolgende Mittheilung eingesandt:

#### Ueber eine Gleichung zwölften Grades.

Die Gleichung zwölften Grades, welche, bei Interpretation der Variabeln  $x + iy$  auf der Kugel, durch die Ecken eines regulären Ikosaeders repräsentirt werden kann, und die algebraisch, wie man findet, durch die Eigenschaft charakterisirt ist, eine verschwindende vierte Ueberschiebung mit sich selbst zu besitzen, gibt, wie ich bereits bei früheren Gelegenheiten aussprach <sup>\*)</sup>, zu Resolventen des sechsten und fünften Grades Veranlassung. Im Folgenden sollen dieselben mit Hülfe geometrischer Betrachtung hergestellt werden. Sie ergeben sich dabei als geradezu identisch mit Gleichungen des sechsten und fünften Grades, welche in den Untersuchungen Brioschi's, Hermite's und Kronecker's über die Auflösung der allge-

<sup>\*)</sup> Vergl. diese Berichte Juli 1874. December 1874.

meinen Gleichung fünften Grades auftreten, und wegen deren man, da Brioschi's ursprüngliche Angaben durch numerische Unexactheiten entstellt sind, den Aufsatz von Joubert: Sur l'équation du sixième degré, III (Comptes Rendus 1867, I p. 1237 bis 1240) vergleichen mag.

Das Princip, welches ich bei Aufstellung der Resolventen benutze, ist folgendes. Es sei eine (geschlossene) Gruppe von linearen Substitutionen der Veränderlichen  $x + iy$  gegeben. Vermöge derselben werden die Punkte der  $x + iy$ -Kugel in Systeme von je  $n$  zusammengefasst, unter denen sich, mehrfach zählend, Gruppen von einer geringeren Punktzahl befinden können. Ist nun die Gleichung einer solchen Punctgruppe (ev. nachdem man sie zu einer Potenz erhoben, so dass der Grad  $= n$ )  $\pi = 0$ , die Gleichung einer anderen Punctgruppe derselben Beschaffenheit  $\pi' = 0$ , so sagt das gemeinte Princip aus, dass alle Punctgruppen der betreffenden Art durch

$$k\pi + k'\pi' = 0$$

dargestellt sind.

Betrachten wir jetzt ein Ikosaeder,  $f$ , und eins der von gegenüberstehenden Ecken gebildeten Paare,  $\varphi$ . Der Inbegriff der übrigen 10 Ecken heisse  $\frac{f}{\varphi}$ . So gibt es, wie man an einem Modelle sofort übersieht, eine Gruppe von 10 Bewegungen, die  $\varphi$  und  $\frac{f}{\varphi}$  ungeändert lassen, während sie die einzelnen Punkte von  $\varphi$  und von  $\frac{f}{\varphi}$  alle unter einander vertauschen. Vermöge dieser 10 Bewegungen gehen auch die 20 Ecken des zugehörigen Pentagondodékaeder's in sich über und zwar spalten sie sich in zwei einfach zählende Systeme von je 10.  $H$  wird daher ein Product zweier Factoren  $k\varphi^5 + k'\frac{f}{\varphi}$  sein, d. h. man kann setzen

$$H = \lambda\varphi^{10} + \mu\varphi^4f + \nu\frac{f^2}{\varphi^2}$$

Betrachtet man hier  $\varphi^2$  als Unbekannte, so hat man eine Resolvente sechsten Grades der gesuchten Art.

Zur Bestimmung der Coëfficienten bedarf ich eines Zurückgehens auf die früher angegebene (und auch von Schwarz, Borch. Journ. Bd. 76 benutzte) kanonische Form;

$$f = x_1^{11}x_2 + 11x_1^6x_2^6 - x_1x_2^{11}.$$

Dann findet man für

$$\pi = [f, f]^6, \quad H = [f, f]^2, \quad T = [f, H]$$

folgende Werthe:

$$\pi = B \cdot f, \quad B = \frac{5}{84}.$$

$$12^2 H = -(x_1^{20} + x_2^{20}) + 228 (x_1^{16} x_2^5 - x_1^5 x_2^{16}) - 494 x_1^{10} x_2^{10},$$

$$12 T = (x_1^{30} + x_2^{30}) + 522 (x_1^{25} x_2^5 - x_1^5 x_2^{25})$$

$$- 10005 (x_1^{20} x_2^{10} + x_1^{10} x_2^{20}).$$

(Dieser Werth von T wird erst später benutzt).

Man nehme nun etwa

$$\varphi = x_1 x_2.$$

Es kommt:

$$12^2 \cdot H = - 5^5 \cdot \varphi^{10} + 2 \cdot 5^3 \cdot \varphi^4 \cdot f - \frac{f^2}{\varphi^2}$$

und somit für

$$\pi = - \frac{5}{3} \frac{\varphi^2}{\sqrt[3]{f}} :$$

$$\pi^6 + 10 \pi^3 - \frac{144 H}{\sqrt[3]{f^5}} \cdot \pi + 5 = 0.$$

Um dieser Gleichung für ein beliebiges Coordinatensystem Gültigkeit zu ertheilen, hat man nur die Invariante B von f und die Discriminante  $\Delta$  von  $\varphi$  einzuführen. Dann ergibt sich:

Sei  $\varphi$  ein Punctepaar des Ikosaeder's,  $\Delta$  die zugehörige Determinante; f, H, B haben die oben angegebene Bedeutung. So setze man:

$$\pi = - \frac{5}{4} \sqrt[3]{\frac{84 B}{5 f} \cdot \frac{\varphi^2}{\Delta}}$$

Dann besteht die Gleichung:

$$\pi^6 + 10 \pi^3 + \frac{720 H}{\sqrt[3]{2100 B f^5}} \pi + 5 = 0.$$

Die Resolvente fünften Grades erhält man folgendermassen. Die 30 Ecken der Covariante T (welche den Halbirungspuncten der Kanten des Ikosaeder's entsprechen) zerfallen in fünf Gruppen von 6, die ein reguläres Oktaeder bilden. Sei nun t eins der letzteren, so findet man, dass dasselbe durch 12 von den 60 Bewegungen, die das Ikosaeder mit sich zur Deckung bringen

in sich übergeht. Bei diesen 12 Bewegungen vertauschen sich die Ecken von  $f$  untereinander. Andererseits spalten sich die 24 Punkte  $\frac{T}{t}$  in zwei Gruppen von je 12 zusammengehörigen.

Man wird also setzen können:

$$\frac{T}{t} = \lambda t^4 + \mu t^2 f + \nu f^2,$$

und fasst man hier  $t$  als Unbekannte auf, so hat man eine Gleichung fünften Grades der geforderten Art.

Die Ausrechnung gestaltet sich folgendermassen.

Man findet für die kanonische Form eins der Oktaeder  $t$  gleich

$$(x_1^2 + x_2^2) (x_1^4 + 2 x_1^3 x_2 - 6 x_1^2 x_2^2 - 2 x_1 x_2^3 + x_2^4).$$

(Die zugehörige Invariante  $[t, t]^6 = a$  hat den Werth  $\frac{20}{3}$ )

In Folge dessen ist:

$$\frac{12 T}{t} = t^4 - 10 t^2 f + 45 f^2$$

und setzt man nun

$$p = \frac{t}{\sqrt{f}},$$

so kommt:

$$p^5 - 10 p^3 + 45 p = \frac{12 T}{\sqrt{f^5}}.$$

Unter Uebergang zu allgemeiner Coordinatenbestimmung hat man also:

Sei  $t$  eins der Oktaeder,  $a$  die zugehörige Invariante,  $f$ ,  $B$  und  $T$  wie früher. So setze man

$$p = 4 \sqrt{\frac{-7B}{af}} \cdot t.$$

Dann besteht die Gleichung \*):

$$p^5 - 10 p^3 + 45 p = \frac{30 T}{\sqrt{-105 B f^5}}.$$

---

\*) Mit dieser Gleichung stimmt die bei früherer Gelegenheit (Dec. 1874) angegebene:

$220 c^2 q^5 + 100 c (1 + c) q^3 + 3 (1 + 13 c + c^2) q = k$   
 nach einer leichten Umformung überein, sofern man für  $c$  den (dort unrichtig angegebenen) Werth

$$\frac{\sqrt{7 \pm \sqrt{15}}}{128}$$

einsetzt.

Der aus den Arbeiten Brioschi's bekannte Zusammenhang zwischen dieser Gleichung fünften und der vorangeführten sechsten Grades ergibt sich geometrisch folgendermassen: Sind  $\psi, \chi$  zwei quadratische Factoren von  $f$ , mit resp. gleicher Determinante genommen, so stellen, wie man leicht findet, sowohl

$$\psi + \chi = 0, \text{ als } \psi - \chi = 0$$

ein Punctepaar von  $T$  dar. (Auch die Functionaldeterminante  $[\psi, \chi] = 0$  repräsentirt ein solches, wie beiläufig angeführt sei). Es seien nun die 6 Punctepaare von  $f$ , unter Bevorzugung eines derselben, als  $\mathcal{F}_\infty, \mathcal{F}_0, \mathcal{F}_1 \dots \mathcal{F}_4$  bezeichnet und mit der Determinante  $-1$  genommen. So kann man in kanonischer Form setzen:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_\infty &= 2 x_1 x_2 \\ \mathcal{F}_\nu &= \frac{2}{5} \left( \varepsilon^{-\nu} x_1^2 + x_1 x_2 - \varepsilon^\nu x_2^2 \right) \\ &\left( \varepsilon = e^{\frac{2i\pi}{5}} \right) \end{aligned}$$

Dann findet man für die fünf Oktaeder, die in verständlicher Weise durch  $t_0, t_1 \dots t_4$  benannt sein sollen:

$$\sqrt[3]{\frac{t_\nu}{a_\nu}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-3\sqrt[5]{5}}{32} (\mathcal{F}_\infty + \mathcal{F}_\nu) (\mathcal{F}_\nu + 1 + \mathcal{F}_\nu - 1) (\mathcal{F}_\nu + 2 + \mathcal{F}_\nu - 2) \\ &= \frac{3}{32} (\mathcal{F}_\infty - \mathcal{F}_\nu) (\mathcal{F}_\nu + 1 - \mathcal{F}_\nu - 1) (\mathcal{F}_\nu + 2 - \mathcal{F}_\nu - 2) \end{aligned}$$

und also

$$= \frac{3i\sqrt[4]{5}}{32} \sqrt{(\mathcal{F}_\infty^2 - \mathcal{F}_\nu^2)(\mathcal{F}_\nu^2 + 1 - \mathcal{F}_\nu^2 - 1)(\mathcal{F}_\nu^2 + 2 - \mathcal{F}_\nu^2 - 2)}$$

In Folge dessen hat man zwischen der entsprechenden Wurzel  $p_\nu$  der Gleichung fünften Grades und den sechs Wurzeln  $\pi_\infty, \pi_0, \dots \pi_4$  der Gleichung sechsten Grades folgende Beziehung:

$$p_\nu = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \sqrt{(\pi_\infty - \pi_\nu) (\pi_{\nu+1} - \pi_{\nu-1}) (\pi_{\nu+2} - \pi_{\nu-2})}$$

Endlich trägt vor:

Herr Prof. Lommel

Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes.

## I.

Unter der Bezeichnung „Interferenz des gebeugten Lichts“, welche weiter unten ihre Rechtfertigung finden soll, fassen wir eine Reihe von Erscheinungen zusammen, von denen die bisher bekannten als „Farben dicker Platten“ oder als „Interferenzen diffusen Lichts“ beschrieben worden sind.

Der Entdecker der „Farben dicker Platten“ ist Newton, welcher sie unter folgenden Umständen beobachtete <sup>1)</sup>. Im dunkeln Zimmer falle durch eine kleine inmitten eines weissen Papierschirms angebrachte Oeffnung ein dünnes Bündel Sonnenstrahlen auf einen Hohlspiegel von belegtem Glase; die kleine Oeffnung befindet sich im Krümmungsmittelpunkt des Spiegels. Wenn die Axe des Spiegels mit der Richtung des Strahlenbündels zusammenfällt, und somit das regelmässig zurückgeworfene Licht durch die Oeffnung des Schirmes zurückkehrt, zeigt sich diese von kreisförmigen Ringen umgeben, welche bei Anwendung von weissem Lichte farbig, im homogenen Lichte aber abwechselnd hell und dunkel erscheinen. Wird die Axe des Spiegels gegen die Richtung des einfallenden Lichtbündels allmählig geneigt, so dass die regelmässig reflectirten Strahlen auf dem Schirme seitlich von der Oeffnung ein Bild derselben entwerfen, so erweitert sich das Ringsystem, während es (bei kleinen Neigungen wenigstens) kreisförmig bleibt; sein Mittelpunkt aber befindet sich stets auf halbem Wege zwischen der Oeffnung und ihrem Bilde, d. h. in dem Punkte, wo die Axe des Spiegels dem Schirme begegnet. Durch die Oeffnung und ihr Bild schlingt sich jetzt ein weisser Kreis; indem sich dieser mit dem ihn umgebenden farbigen Ringsystem bei fortschreitender Neigung des Spiegels immer mehr erweitert, sieht

---

1) Newton, Optics, II. Buch, IV. Theil. 1704.

man aus dem gemeinsamen Mittelpunkt immer neue Farbenringe hervorquellen und das vom weissen Kreise umschlossene Feld erfüllen. Sobald die Neigung des Spiegels 10 bis 15 Grad erreicht, bleiben die Ringe nur noch in ihrem hellsten Theile, nämlich in der Nähe des weissen Bildes der Oeffnung sichtbar; man sieht alsdann zu beiden Seiten desselben und zwar senkrecht zu der nach der Oeffnung gezogenen Geraden farbige Streifen, welche sich der geradlinigen Form um so mehr nähern, je stärker der Spiegel geneigt wird. — Newton erkannte, dass die Ringe sehr lichtschwach werden, wenn man die Belegung von der Hinterfläche des Spiegels entfernt, und dass ein Metallspiegel sie gar nicht hervorbringt, und schloss daraus, dass zur Entstehung derselben die beiden Flächen des Glasspiegels zusammenwirken müssen. Durch sorgfältige Messungen gelang es ihm, die empirischen Gesetze der Erscheinung festzustellen; er fand, dass die Durchmesser der hellen Ringe sich wie die Quadratwurzeln aus den geraden, diejenigen der dunkeln Ringe wie die Quadratwurzeln aus den ungeraden Zahlen verhalten; dass diese Durchmesser dem Krümmungsradius des Spiegels direct, und der Quadratwurzel aus der Glasdicke umgekehrt proportional sind, dass sie ferner um so kleiner werden je grösser die Brechbarkeit der Strahlen, und je kleiner das Brechungsverhältniss der Glassorte ist, aus welcher der Spiegel verfertigt wurde.

Ogleich Newton diese Erscheinung aus der Annahme erklärte, dass das an der Vorderfläche des Spiegels zerstreute Licht an der hintern Fläche je nach der Schiefe der Strahlen unter wechselnden Accessen reflectirt werde, so kam er doch nicht auf den Gedanken, das Diffusionsvermögen, welches jeder Spiegelfläche wegen unvermeidlicher Unvollkommenheit der Politur eigen ist, absichtlich zu erhöhen. Erst der Herzog von Chaulnes <sup>1)</sup> bemerkte bei Wiederholung der Newton'schen Versuche im Jahre 1755, dass die Ringe weit glänzender auftraten, als sein Hauch zufällig die Spiegelfläche gestreift hatte, und trübte von nun an seine Spiegel absichtlich, und zwar mit verdünnter Milch. Ihm verdanken wir auch eine wesentlich verbesserte Anordnung des Newton'schen Versuchs; er concentrirte nämlich mittelst einer Linse das vom Heliostaten kom-

---

1) Duc de Chaulnes, Observations sur quelques expériences de Newton. Mém. de l'anc. Acad. des sc. 1755, p. 136.

mende Sonnenlicht im Mittelpunkte der Schirmöffnung, so dass von hier aus ein Kegel divergirender Strahlen unter senkrechter Incidenz auf den Spiegel gelangte; durch die grössere Lichtmenge, welche auf diese Weise nutzbar gemacht wird, wird der Glanz der Erscheinung ganz ausserordentlich erhöht. Ferner zeigte der Herzog von Chaulnes, dass Farbenringe von der nämlichen Natur entstehen, wenn eine getrübe Glimmerplatte vor einem metallenen Hohlspiegel aufgestellt wird. Sir William Herschel<sup>1)</sup> fand sogar, dass solche Ringe hervor gebracht werden können, wenn man vor dem Spiegel ein feines Pulver (Puder) in die Luft streut.

Th. Young war der erste, welcher die Erklärung der „Farben dicker Platten“ aus den Principien der Undulationstheorie wenigstens andeutete<sup>2)</sup>. Ohne sich auf eine eingehendere Untersuchung einzulassen, schreibt er sie der Interferenz zweier Lichtbündel zu, von denen das eine beim Eintritt, das andere beim Austritt aus der Vorderfläche Diffusion erleidet.

Eine sehr ausführliche Arbeit über unsern Gegenstand besitzen wir von Biot<sup>3)</sup>, welcher in Gemeinschaft mit Pouillet und Deflers nicht nur die Versuche Newton's und des Herzogs von Chaulnes wiederholte, sondern auch viele Versuche mit belegten und nicht belegten Linsen verschiedener Gestalt anstellte und zahlreiche Messungen ausführte. Biot legte dieser Klasse von Erscheinungen eine hohe Bedeutung bei, weil er in ihnen eine feste Stütze der von ihm so hartnäckig vertheidigten Emissionshypothese erblickte. Die Formeln nämlich, welche Biot aus der Hypothese der Accesses entwickelte, stimmten allerdings, soweit sie mit den Messungen verglichen wurden, mit diesen überein. Diess thut aber nicht minder, und zwar in Bezug auf alle Umstände der Erscheinung, die weit einfachere Formel, welche Sir John Herschel in seinem Treatise on Light<sup>4)</sup>, den Andeutungen Young's folgend, aus der Undulationstheorie ableitete.

---

1) Phil. Trans. 1807. p. 231.

2) Young, On the theory of light and colours, Phil. Trans., 1802, p. 41. — Miscell. Works, I, p. 140. — Lectures on Natural Philosophy, London 1807, p. 471.

3) Biot, Traité de physique, t. IV. Paris, 1816. p. 149—229.

4) Encyclopaedia Metropolitana, Arts. 676—687. Auch besonders unter dem Titel: On the Theory of Light, London 1828.

Schon Newton hatte die Erscheinung auch subjectiv beobachtet, indem er nach Entfernung des Schirmes sein Auge an die Stelle brachte, wo die Ringe auf dem Schirme sich gezeigt hatten. Er sah nun den Spiegel von prachtvollen farbigen Streifen bedeckt, welche sich erweiterten oder zusammenzogen und ihre Richtung änderten, je nachdem er das Auge bewegte. Aehnliche Streifen nahm Whewell<sup>1)</sup> wahr (1829), als er neben einer Kerzenflamme vorbei derart in einen trüben ebenen Spiegel blickte, dass die Bilder des Auges und der Flamme nahe bei einander gesehen wurden; das Bild der Flamme erscheint alsdann inmitten eines Bündels farbiger Streifen, welche auf der durch Flamme und Auge zum Spiegel senkrecht gelegten Ebene senkrecht stehen. Diese Beobachtung wurde an Quetelet mitgetheilt, welcher sie in der von ihm herausgegebenen Zeitschrift publicirte<sup>2)</sup>.

Die Theorie dieser Whewell'schen (oder auch Quetelet'schen) Streifen wurde zuerst von Schläfli<sup>3)</sup> auf den von Young und J. Herschel gegebenen Grundlagen ausgearbeitet, und von Mousson<sup>4)</sup> durch sorgfältige Messungen bestätigt. Mit grosser Ausführlichkeit und Allgemeinheit wird endlich die Theorie der nach Newton's Methode erzeugten Ringe sowie der Whewell'schen Streifen behandelt von Stokes<sup>5)</sup>. In dieser auch an bemerkenswerthen Versuchsergebnissen reichen Arbeit wird zum ersten Male ein Princip ausdrücklich hingestellt, welches schon den Rechnungen Herschel's und Schläfli's stillschweigend zu Grunde lag, nämlich: „dass zwei Bündel diffusen Lichts nur dann mit einander interferiren, wenn sie an einem und demselben Theilchen zerstreut worden sind.“ In der Einleitung zu

---

1) Whewell, On a new kind of coloured fringes, Phil. Mag. (4. I. 1851. p. 336. In dieser Note nimmt Whewell gegenüber Quetelet die Priorität der Beobachtung für sich in Anspruch.

2) Quetelet, sur certaines bandes colorées, Corresp. phys. et mathém. V. 1829. p. 394.

3) Schläfli, über eine durch zerstreutes Licht bewirkte Interferenzerscheinung. Grunert's Archiv XIII. 1849. p. 299.

4) Mousson, über die Whewell'schen oder Quetelet'schen Streifen, Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft, 1850, p. 57. Schw. Denkschr. 1853, p. 3.

5) Stokes, on the colours of thick plates, Camb. Trans. IX. 1851. p. 147. — Poggendorff's Ann. Ergänzungsband III.

dieser Abhandlung wird eine bemerkenswerthe Abänderung des Newton'schen Versuchs angegeben, welche wenig bekannt geworden zu sein scheint, und daher hier im Vorbeigehen Erwähnung finden soll. Bringt man nämlich eine Kerzenflamme in den Krümmungsmittelpunkt eines getrübbten Hohlspiegels, so dass sie mit ihrem ungekehrten Bilde zusammenfällt, so sieht man sie von einem sehr schönen gleichsam in der Luft schwebenden farbigen Ringsystem umgeben.

Obgleich die Literatur über diese Klasse von Erscheinungen, wie aus dieser kurzen Zusammenstellung hervorgeht, eine ziemlich reichhaltige ist, hielt dennoch neuerdings Herr Sekulic<sup>1)</sup> die Whewell'schen Streifen, als er sie zufällig beobachtete, für noch unbekannt, und scheint auch in einer zweiten Publication<sup>2)</sup> von dieser Meinung noch nicht zurückgekommen zu sein. Auch Herr Feussner<sup>3)</sup> hat sich mit denselben beschäftigt, ohne die über den Gegenstand bereits vorhandenen Arbeiten zu kennen.

## II.

Nach dem oben erwähnten Principe von Stokes erzeugt jeder Punkt der getrübbten Spiegelfläche sein eigenes elementares Ringsystem, welches, vorausgesetzt dass das diffuse Licht die Erscheinung verursache, mit den von andern Punkten herrührenden „incohärent“ ist. Damit die Erscheinung auf einem Schirme mit hinlänglicher Lichtstärke auftrete, muss man Sorge tragen, dass die von zahlreichen Punkten herrührenden elementaren Systeme mit ihren Mittelpunkten genau oder wenigstens sehr nahe zusammenfallen. Bei dem Newton'schen Versuch wird diess erreicht durch Anwendung eines Hohlspiegels, in dessen Krümmungscentrum der durchlöcherete Schirm aufgestellt ist. Biot und Pouillet haben gezeigt<sup>4)</sup>, dass auch ebene und

---

1) Eine merkwürdige Interferenzerscheinung. Pogg. Ann. Bd. 149. 1873. S. 126.

2) Ueber die an bestäubten und unreinen Spiegeln sichtbare Interferenzerscheinung; Pogg. Ann. Bd. 154. 1875. S. 308.

3) Ueber die von Hrn. Sekulic beschriebene Interferenzerscheinung. Pogg. Ann. Bd. 149. 1873. S. 561.

4) Biot, *Traité de physique* t. IV. p. 192 ff.

selbst convexe Spiegel Ringe geben, wenn man in jedem Fall die zur Erreichung des angegebenen Zweckes geeigneten Vorkehrungen trifft. Bei dem ebenen Spiegel musste das einfallende Strahlenbündel aus parallelen Strahlen bestehen und sehr dünn sein, was durch Einschaltung eines engen Diaphragma's auf den Weg der vom Heliostaten kommenden Lichtstrahlen erreicht wurde. Wegen der geringen Lichtmenge, welche auf diese Weise zur Wirkung kommt, fällt aber die Erscheinung sehr lichtschwach aus.

Durch folgende Anordnung gelang es mir nun mittelst eines ebenen Spiegels die Ringe weit glänzender objectiv darzustellen, als sie je mit einem Hohlspiegel nach Newton's Methode erhalten wurden.

Ein horizontales Bündel Sonnenstrahlen (SS Fig. 1), so breit als der Heliostat es zu liefern vermag, fällt auf eine vertical gestellte durchsichtige Spiegelglasplatte AA, welche zu den einfallenden Strahlen unter einem Winkel von etwa  $45^\circ$  geneigt ist; die von der Glasplatte reflectirten Strahlen treffen senkrecht auf den zur Seite vertical aufgestellten belegten und auf seiner Vorderfläche getrübten Spiegel BB, so dass sie nach der Reflexion an demselben durch die Glasplatte zurückkehren. Jenseits der Glasplatte treffen sie auf eine Linse L, deren Axe mit derjenigen des reflectirten Strahlenbündels zusammenfällt. Auf einem Schirme MM, welcher im Brennpunkt F der Linse senkrecht zu ihrer Axe aufgestellt ist, entwirft dieselbe nun ein kleines Sonnenbild, welches von einem prachtvollen farbigen Ringsystem umgeben ist.

Das einfallende Strahlenbündel hatte einen Durchmesser von  $56^{\text{mm}}$ ; mindestens ebenso breit muss der Spiegel sein, wenn sämtliche Strahlen zur Verwerthung kommen sollen; derselbe bildete ein Quadrat von  $70^{\text{mm}}$  Seite, und wurde möglichst nahe an die Glasplatte, ein Quadrat von  $100^{\text{mm}}$  Seite, herangerückt. Andersseits wurde auch die Linse, deren Durchmesser beispielsweise  $65^{\text{mm}}$  und deren Brennweite  $858^{\text{mm}}$  betrug, so nahe als möglich an der Glasplatte aufgestellt, damit sie möglichst viele von den zur Erscheinung beitragenden Strahlen auffange. Mit einem Spiegel, dessen Glasdicke nahezu  $2^{\text{mm}}$  betrug, zeigte alsdann der 7. rothe Ring, welcher noch deutlich gesehen wird, einen Durchmesser von etwa  $100^{\text{mm}}$ . Bei Anwendung einer Linse von grösserer Brennweite sind die Ringdurchmesser natür-

lich in demselben Verhältnisse grösser. Die Erscheinung ist so glänzend, dass bei Anwendung von Sonnenlicht das Zimmer nicht verdunkelt zu werden braucht. Sie lässt sich selbstverständlich auch mittelst Drummond'schen oder noch besser elektrischen Lichtes darstellen.

Um das Ringsystem auf dem Schirme zu sehen, bedarf es übrigens einer Linse gar nicht, wenn nur der Schirm hinlänglich weit von dem Spiegel entfernt wird. Bei derselben Anordnung wie oben, jedoch ohne Linse, erscheint im verdunkelten Zimmer auf einem circa 10 Meter vom Spiegel entfernten Schirme ein noch immer hinlänglich lichtstarkes Ringsystem, dessen fünfter rother Ring (der 6. ist noch deutlich sichtbar) einen Durchmesser von einem Meter hat. Diese mit den einfachsten Mitteln, nämlich einem trüben Spiegel und einer Glasplatte, ausführbare Darstellung des Ringsystems gehört zu den schönsten objectiven Interferenzversuchen.

Dreht man die Glasplatte oder den Spiegel ein wenig aus der bisher angenommenen Stellung heraus, so beobachtet man alle jene Wandlungen des Ringsystems, welche oben bei Besprechung des Newton'schen Versuches beschrieben wurden.

Da es mir wünschenswerth erschien, die eben angegebene Vorrichtung sowohl zur objectiven Darstellung als auch zur subjectiven Beobachtung des Ringsystems stets zur Hand zu haben, liess ich folgenden kleinen Apparat (Fig. 2) construiren. Am einen Ende einer Messingröhre von 35<sup>mm</sup> Länge und 20<sup>mm</sup> innerem Durchmesser ist ein kleiner auf der Rückseite mit Silber belegter Spiegel von etwa 1,5<sup>mm</sup> Glasdicke mittelst seiner Fassung eingeschraubt. In die Röhre ist eine zweite eingeschoben, welche an ihrem dem Spiegel zugewendeten Ende unter einem Winkel von 45° zu ihrer Axe schräg abgeschnitten und daselbst durch ein planparalleles Glas verschlossen ist. Gegenüber dieser Glasplatte besitzt die äussere Röhre einen Ausschnitt, welcher parallel zur Röhrenaxe 18<sup>mm</sup> misst, und ein cylindrisches Strahlenbündel von diesem Durchmesser einzulassen vermag; an das andere Ende der inneren Röhre kann eine Linse von 60<sup>cm</sup> Brennweite, oder auch ein Diaphragma mit rundem Schloch angeschraubt werden.

Dieser kleine Apparat, welchen man etwa „Reflexions-Stephanoscop“ nennen könnte, genügt vollkommen zur objectiven Darstellung der Farbenringe nach der oben dargelegten Methode,

sei es mit oder ohne Linse. Man klemmt ihn nämlich mit horizontal gerichteter Axe in einem geeigneten Stativ ein, so dass das von der Lichtquelle gelieferte parallele Strahlenbündel durch den Ausschnitt der Röhre eintritt und senkrecht auf den Spiegel fällt; vor dem vorderen Ende wird in der geeigneten Entfernung der Schirm aufgestellt. Ausserdem aber kann das Instrumentchen auch zur subjectiven Beobachtung der Ringe dienen; man stellt es alsdann am bequemsten vertical, nämlich mit seinem flachen Boden auf eine horizontale Unterlage, während der Ausschnitt einer einigermaßen entfernten Lichtquelle von geringer Ausdehnung, z. B. einer 2 bis 3 Meter entfernten Kerzenflamme, zugewendet ist; blickt man dann nach Entfernung der Linse von oben hinein, so sieht man das Bild der Kerzenflamme, sobald dasselbe mit dem Bilde der Pupille zusammenfällt, von schönen farbigen Ringen umgeben, welche, wenn man den Apparat ein wenig neigt, in „Whevell'sche Streifen“ übergehen.

Bei unserer Methode der Darstellung des Ringsystems sind sowohl die einfallenden Strahlen, als auch diejenigen vom Spiegel ausgehenden Strahlenpaare, welche in einem Punkte des Schirmes zur Vereinigung und Interferenz kommen, unter sich parallel. Die Theorie der Erscheinung vereinfacht sich vermöge dieses Umstandes ausserordentlich, und darf hier um so mehr einen Platz finden, als dieser bisher im Versuch nicht realisirte Fall auch theoretisch nirgends besonders hervorgehoben worden ist.

Der Punkt A (Fig. 3) auf der Vorderfläche des Spiegels, welchen wir nach Massgabe des Stokes'schen Principis allein zu betrachten haben, empfängt erstlich Licht durch den einfallenden Strahl SA, welcher mit dem Lothe AL den Einfallswinkel  $i$  bildet; von ihm aus gehen nun Strahlen in allen möglichen Richtungen nach der belegten Hinterfläche des Spiegels, werden hier regelmässig reflectirt und treten, nachdem sie an der Vorderfläche eine Brechung erlitten, in die Luft aus. Einer dieser Strahlen AM sei innerhalb des Glases unter dem Winkel  $\varphi'$ , und nach seinem Austritt (nach NQ) im Punkte N unter dem Winkel  $\varphi$  zum Lothe geneigt, so hat man, wenn  $\mu$  das Brechungsverhältniss des Glases bezeichnet:

$$\sin \varphi = \mu \sin \varphi'.$$

Der Punkt A empfängt aber auch Licht durch einen zweiten

mit SA parallel einfallenden Strahl S'B, welcher im Punkte B in das Glas hinein gebrochen und im Punkte P der Hinterfläche nach A hin regelmässig reflectirt wurde, und wird dadurch zum Ausgangspunkt von Strahlen, welche nach allen möglichen Richtungen in die Luft austreten. Einer dieser Strahlen (AR) ist parallel zu dem Strahl NQ, und interferirt mit ihm in demjenigen Punkte der Brennebene der Linse, welcher auf der zur Strahlenrichtung AR parallelen Linsenaxe liegt.

Um den Gangunterschied des Strahlenpaares AR und NQ zu bestimmen, fällen wir von den Punkten B und N die Senkrechten BU und NV resp. auf die Strahlen SA und AR; der Gangunterschied  $\delta$  ist alsdann, wenn man berücksichtigt, dass die Wege BPA und AMN im Glase zurückgelegt werden, und dass BP = AP und MN = AM ist:

$$\delta = 2\mu \cdot AP + AV - (UA + 2\mu \cdot AM).$$

Bezeichnet man nun die Glasdicke des Spiegels mit d, und den zum Einfallswinkel i gehörigen Brechungswinkel mit r (so dass  $\sin i = \mu \sin r$  ist), so hat man

$$AP = \frac{d}{\cos r}$$

$$AV = 2d \operatorname{tg} \varphi' \sin \varphi$$

$$UA = 2d \operatorname{tgr} \sin i$$

$$AM = \frac{d}{\cos \varphi'},$$

folglich

$$\begin{aligned} \delta &= 2d \left( \frac{\mu}{\cos r} + \operatorname{tg} \varphi' \sin \varphi - \operatorname{tgr} \sin i - \frac{\mu}{\cos \varphi'} \right) \\ &= \frac{2\mu d}{\cos r} (1 - \sin^2 r) - \frac{2\mu d}{\cos \varphi'} (1 - \sin^2 \varphi') \\ &= 2\mu d (\cos r - \cos \varphi'), \end{aligned}$$

oder auch

$$\text{I.} \quad \sin^2 \frac{1}{2} \varphi' = \sin^2 \frac{1}{2} r + \frac{\delta}{4\mu d}.$$

Bei Ableitung dieser Gleichung wurde keineswegs vorausgesetzt, dass die Ebene, welche die beiden Strahlen AR und NQ enthält, mit der Einfallsebene SAL zusammenfalle; sie kann vielmehr um das Einfallslot AL durch alle Azimute gedreht werden, ohne dass die Gleichung (I.) zu gelten aufhört; daraus geht hervor, dass alle Strahlen, welche den nämlichen Gangun-

terschied  $\delta$  haben, zu dem Einfallslothe AL und daher auch zur Axe der Linse unter dem nämlichen Winkel  $\varphi$  geneigt sind, und daher auf dem Schirme in den Umfang eines Kreises treffen, welcher um den Brennpunkt als Centrum beschrieben ist. Zugleich leuchtet ein, dass alle von den verschiedenen Punkten des Spiegels herrührenden Kreise von gleichem Gangunterschied auf dem Schirme zusammenfallen.

Bei den erwähnten Versuchen sind die Winkel  $i, r, \varphi, \varphi'$  stets so klein, dass man ohne merklichen Fehler

$$\sin \frac{1}{2} r \text{ durch } \frac{1}{2} \sin r = \frac{1}{2\mu} \sin i,$$

ferner

$$\sin \frac{1}{2} \varphi' \text{ durch } \frac{1}{2} \sin \varphi' = \frac{1}{2\mu} \sin \varphi$$

und demnach die genaue Gleichung (I.) durch die genäherte

$$\text{II.} \quad \sin^2 \varphi = \sin^2 i + \frac{\mu \delta}{d}$$

ersetzen kann. Bezeichnet man die Brennweite der Linse mit  $f$  und den Radius des dem Gangunterschied  $\delta$  entsprechenden Kreises mit  $q$ , so ist

$$q = f \operatorname{tg} \varphi$$

oder mit hinlänglicher Genauigkeit

$$q = f \sin \varphi;$$

wird endlich noch  $e_0$  statt  $f \sin i$  gesetzt, so hat man auch

$$\text{III.} \quad e^2 = e_0^2 + f^2 \cdot \frac{\mu \delta}{d}.$$

Für  $\delta = 0$  ist

$$e = e_0 = f \sin i;$$

der Kreis ohne Gangunterschied, welcher bei Anwendung von weissem Licht weiss erscheint, geht sonach durch den Punkt, in welchem sich die regelmässig reflectirten Strahlen auf dem Schirm vereinigen. Im Innern dieses Kreises ist  $\delta$  negativ, ausserhalb positiv.

Für homogenes Licht von der Wellenlänge  $\lambda$  treten dunkle Ringe ein, so oft  $\delta = \frac{2n+1}{2} \lambda$ , helle Ringe, so oft  $\delta = \frac{2n}{2} \lambda$  ist, unter  $n$  eine ganze Zahl verstanden. Den dunkeln Ringen entspricht also die Gleichung

$$\text{III. a)} \quad e^2 = e_0^2 + f^2 \cdot \frac{(2n+1)\mu\lambda}{2d}.$$

Trifft das einfallende Strahlenbündel senkrecht auf den Spiegel, so ist  $i$  und darum auch  $e_0 = 0$ , und man hat

$$\text{III. b) } \quad \rho^2 = f_2 \cdot \frac{(2n + 1)\mu\lambda}{2d}.$$

Im letzteren Falle gelten also folgende Gesetze: Die Halbmesser der aufeinanderfolgenden dunkeln Ringe verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den ungeraden Zahlen; sie sind ferner der Brennweite der Linse und den Quadratwurzeln aus dem Brechungsverhältniss des Spiegelglases und aus der Wellenlänge direct, und endlich der Quadratwurzel aus der Glasdicke umgekehrt proportional.

Die Formel III. b) ist die nämliche, welche Herschel für die durch einen Hohlspiegel erzeugten Ringe Newton's gefunden hat, mit dem einzigen Unterschied, dass dort der Krümmungsradius des Hohlspiegels statt der Brennweite der Linse steht.

Um die Formel (III. b) mit der Beobachtung zu vergleichen, wurden, während ein rothes Glas die Oeffnung des Heliostaten verschloss, die Durchmesser der dunkeln Ringe auf folgende Weise gemessen. Auf dem weissen Papierschirm waren zwei feine zu einander senkrechte Linien gezogen, deren Kreuzungspunkt in den Mittelpunkt des Sonnenbildchens gerückt wurde. Längs dieser beiden Linien wurden die Durchmesser der Ringe mit dem Zirkel gemessen, indem dessen Spitzen auf die dunkelsten Stellen eingesetzt wurden; aus den beiden wenig von einander abweichenden Zahlen, welche sich auf diese Weise ergaben, wurde das Mittel genommen. Eine solche Messungsreihe wurde mit einer achromatischen Linse von 858<sup>mm</sup> Brennweite, eine zweite mittelst einer nicht achromatischen Linse von 917<sup>mm</sup> Brennweite durchgeführt.

Für die 8 ersten Ringe ergaben sich folgende Werthe in Millimetern:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
$f=858^{\text{mm}}$	27,30;	46,50;	59,90;	70,75;	80,25;	88,60;	96,40;	103,40.

$f=917^{\text{mm}}$	29,45;	49,70;	64,00;	75,55;	85,80;	94,80;	103,00;	110,40.
---------------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------

Diese Zahlenwerthe sind aber nicht unmittelbar mit der Formel (III. b) vergleichbar. Jeder Punkt der Sonnenscheibe erzeugt nämlich sein eigenes Ringsystem; für einen Punkt des

Sonnenrandes z. B. ergibt sich der Radius  $e_1$  des  $(n + 1)$ ten dunkeln Ringes aus der Gleichung

$$\text{III. a)} \quad e_1^2 = e_0^2 + f^2 \frac{(2n + 1)\mu\lambda}{2d},$$

unter  $e_0$  den Radius des Sonnenbildchens auf dem Schirme verstanden, während für den Sonnenmittelpunkt der Radius  $e$  des gleichvielten Ringes aus der Gleichung

$$\text{III. b)} \quad e^2 = f^2 \frac{(2n + 1)\mu\lambda}{2d}$$

hervorgeht. In dem Zwischenraum zwischen diesen beiden Ringen, dessen Breite  $e_1 - e$  ist, muss die dunkelste Stelle liegen, auf welche bei der Messung eingestellt wurde. Nehmen wir an, was auch sehr nahe zutrifft, dass sie in die Mitte des Zwischenraumes falle, so ist  $e_1 + e$  der beobachtete Durchmesser, von welchem man die Correctur  $e_1 - e$  abziehen muss, um den auf den Mittelpunkt reducirten Durchmesser  $2e$  zu erhalten. Zieht man die beiden obigen Gleichungen von einander ab, so erhält man

$$e_1^2 - e^2 = e_0^2$$

und daraus

$$e_1 - e = \frac{e_0^2}{e_1 + e};$$

man findet also die Correctur, indem man das Quadrat des Radius des Sonnenbildchens durch den beobachteten Durchmesser dividirt. Mit der Linse von  $858^{\text{mm}}$  Brennweite zeigte das Sonnenbildchen einen Durchmesser von  $8^{\text{mm}}$ , mit der Linse von  $917^{\text{mm}}$  einen solchen von  $8,5^{\text{mm}}$ . Mittelst dieser Daten berechnen sich folgende Correcturen:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
$f = 858^{\text{mm}}$ :	0,59;	0,35;	0,27;	0,23;	0,20;	0,18;	0,17;	0,15.
$f = 917^{\text{mm}}$ :	0,60;	0,36;	0,28;	0,24;	0,21;	0,19;	0,17;	0,16.

Zieht man dieselben der Reihe nach von den obigen durch Messung gefundenen Werthen der Durchmesser ab, so erhält man die in der folgenden kleinen Tabelle unter der entsprechenden Rubrik aufgeführten „reducirten“ Durchmesser, welche der Formel (III. b) genügen müssen. Um zunächst das Gesetz zu bewahrheiten, dass sich die aufeinander folgenden Durchmesser verhalten wie die Quadratwurzeln der ungeraden Zahlen, be-

rechnen wir nach demselben aus einem Durchmesser, z. B. aus dem dritten, alle übrigen; die gefundenen Werthe sind in nachstehender Tabelle den reducirten Beobachtungen unter der Ueberschrift „berechnet“ an die Seite gestellt, und die kleinen Differenzen beweisen, dass die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie eine vollkommen befriedigende ist.

	f = 858mm			f = 917mm		
	beobachtet u. reducirt	berechnet	Diff.	beobachtet u. reducirt	berechnet	Diff.
1	<sup>mm</sup> 26,71	<sup>mm</sup> 26,67	+ 0,04	<sup>mm</sup> 28,85	<sup>mm</sup> 28,50	+ 0,35
2	<sup>mm</sup> 46,15	<sup>mm</sup> 46,19	— 0,04	<sup>mm</sup> 49,34	<sup>mm</sup> 49,36	— 0,02
3	<sup>mm</sup> 59,63	<sup>mm</sup> 59,63	0	<sup>mm</sup> 63,72	<sup>mm</sup> 63,72	0
4	<sup>mm</sup> 70,52	<sup>mm</sup> 70,55	— 0,03	<sup>mm</sup> 75,31	<sup>mm</sup> 75,40	— 0,09
5	<sup>mm</sup> 80,05	<sup>mm</sup> 80,00	+ 0,05	<sup>mm</sup> 85,59	<sup>mm</sup> 85,49	+ 0,10
6	<sup>mm</sup> 88,42	<sup>mm</sup> 88,44	— 0,02	<sup>mm</sup> 94,61	<sup>mm</sup> 94,51	+ 0,10
7	<sup>mm</sup> 96,23	<sup>mm</sup> 96,15	+ 0,08	<sup>mm</sup> 102,83	<sup>mm</sup> 102,75	+ 0,08
8	<sup>mm</sup> 103,25	<sup>mm</sup> 103,28	— 0,03	<sup>mm</sup> 110,24	<sup>mm</sup> 110,36	— 0,12

Die Gleichung (III. b) wird übrigens nach allen Beziehungen, welche sie zum Ausdruck bringt, am besten dadurch verificirt, dass wir aus ihr unter Zugrundlegung der reducirten Werthe von  $\rho$  die Wellenlänge  $\lambda$  berechnen. Dabei lassen wir aber den ersten Ring, welcher ziemlich breit und verwaschen erscheint, und daher nur eine unsichere Messung gestattet, ausser Acht.

Die Glasdicke des Spiegels war  $d = \overset{\text{mm}}{1,978}$ ; nehmen wir das Brechungsverhältniss  $\mu$  zu 1,5 an, so ergeben sich aus der ersten Beobachtungsreihe Werthe von  $\lambda$ , welche zwischen  $\overset{\text{mm}}{0,0006358}$  und  $\overset{\text{mm}}{0,0006380}$  liegen, und aus der zweiten Reihe Werthe zwischen  $\overset{\text{mm}}{0,0006353}$  und  $\overset{\text{mm}}{0,0006382}$ ; aus beiden Reihen aber ergibt sich der nämliche Mittelwerth

$$\lambda = \overset{\text{mm}}{0,0006368}.$$

Das durch das rothe Glas gegangene Licht war nun freilich nicht homogen, sondern sein Spectrum erstreckte sich vom äussersten Roth ein wenig über die Linie D hinaus bis in's Gelb. Der Sinn unseres Resultates kann natürlich nur der sein, dass

in der durch das rothe Glas gelieferten Mischfarbe die Strahlen von der angegebenen Wellenlänge an Lichtstärke hervorragten, so dass auf dem Schirme die dunkelsten Stellen da eintreten mussten, wo diese hellste Strahlengattung fehlte. In der That zeigte bei der spectroscopischen Untersuchung des rothen Glases der Augenschein, dass sein Spectrum zwischen den Fraunhofer'schen Linien C und D am hellsten war.

Zum Gelingen der Messungen ist nothwendig, dass sowohl der Spiegel als die reflectirende Glasplatte planparallel sei. Da es aber schwer hält, sich grössere Platten von dieser Eigenschaft zu verschaffen, so wird man zu Messungszwecken lieber Platten von kleineren als den oben angegebenen Dimensionen anwenden. Platten von 20 bis 25<sup>mm</sup> Durchmesser sind vollkommen genügend. —

Zur subjectiven Beobachtung und Messung des Ringsystems bei ebenen Platten eignet sich besonders das Spectrometer. Der kleine Spiegel (s, Fig. 4) wird auf dem Tischchen des Instruments nahe am Rande, dem Beobachtungsfernrohr F gegenüber, mit Klebwachs befestigt und mittelst der Methode der Spiegelung des Fadenkreuzes genau senkrecht zur Fernrohraxe gestellt, welche mit der Axe des Collimators C einen stumpfen Winkel von etwas mehr als 90° einschliesst. Das vom Heliostaten kommende Licht trifft zuerst auf eine Linse L von kurzer Brennweite (36<sup>mm</sup>), welche in der Ebene des weitgeöffneten Spaltes ein sehr kleines Sonnenbildchen entwirft. Das aus der Collimatorlinse austretende parallele Strahlenbündel wird von einer planparallelen Glasplatte p, welche in der Mitte des Tischchens zwischen Spiegel und Fernrohr mit Klebwachs befestigt ist, auf den Spiegel reflectirt; damit es genau senkrecht auf denselben treffe, braucht man die Glasplatte nur so zu stellen, dass das kleine Sonnenbild am Fadenkreuz gesehen wird. Indem man das Fadenkreuz auf die Endpunkte der horizontalen Durchmesser der Ringe durch Drehen des Beobachtungsrohres einstellt, während das Tischchen feststehen bleibt, ergeben sich die angularen Durchmesser der Ringe. Als Beispiel diene folgende an einem sehr dicken Spiegel ( $d = 5,745^{\text{mm}}$ ) und mit dem nämlichen rothen Lichte wie oben vorgenommene Messung. Der Limbus des Meyerstein'schen Spectrometers war in Viertelgrade getheilt und mittelst der Nonien konnten noch 20' abgelesen werden.

Zwei Messungen desselben Ringes differirten höchstens um 40'', nur beim ersten Ringe erhob sich der Unterschied bis zu einer Minute. Bei der getroffenen Anordnung war die Correctur wegen des Durchmessers des Sonnenbildchens sehr geringfügig; da nämlich die Brennweite der vor dem Spaltrohr aufgestellten Linse 36<sup>mm</sup>, diejenige der Collimatorlinse 220<sup>mm</sup> betrug, so wurde der scheinbare Sonnendurchmesser von 32' (im Verhältniss von 36 : 220) auf 5¼' vermindert, und für die aufeinanderfolgenden Ringdurchmesser ergaben sich, nach der oben entwickelten Regel berechnet, folgende nur auf wenige Secunden sich belaufende Correcturen:

$$6,4; 3,7; 2,7; 2,3; 2,0; 1,7; 1,6.$$

In der Rubrik „beobachtet“ der folgenden kleinen Tabelle finden sich nun als Mittel aus fünf Messungen die corrigirten Halbmesser. Unter Zugrundlegung des für den dritten Ring gefundenen Werthes wurden die Zahlen der zweiten Columne aus Formel (II.), nämlich, weil in unserem Falle  $i = 0$  und

$$\delta = \frac{2n + 1}{2} \lambda \text{ war, aus}$$

$$\sin^2 \varphi = \frac{(2n + 1)\mu\lambda}{2d}$$

berechnet. Dass die Voraussetzungen, welche dieser Gleichung zu Grunde liegen, bei unserer Beobachtungsmethode zutreffen, liegt auf der Hand. Die Uebereinstimmung zwischen Messung und Rechnung ist auch in der That, wie die Columne der Differenzen zeigt, eine sehr befriedigende.

	$\varphi$ beobachtet	$\varphi$ berechnet	Differenz
1.	31' 42''	31' 27''	+ 15''
2.	54 33	54 29	+ 4
3.	10 10 20	10 10 20	0
4.	1 23 15	1 23 13	+ 2
5.	1 34 19	1 34 22	3.
6.	1 44 20	1 44 19	+ 1
7.	1 53 32	1 53 25	+ 7

Berechnet man aus den Werthen der ersten Columne und zwar wiederum mit Ausschluss des ersten Ringes und unter der Annahme, dass  $\mu = 1,5$  sei, die Wellenlänge  $\lambda$ , so findet man Werthe, welche zwischen  $0,0006428^{\text{mm}}$  und  $0,0006405^{\text{mm}}$  liegen und als Mittel

$$\lambda = 0,0006416^{\text{mm}}$$

geben, eine Zahl, welche von der früher gefundenen nur wenig abweicht. Die Ursache der Abweichung dürfte in einer Verschiedenheit der Brechungsverhältnisse der Glassorten der beiden Spiegel zu suchen sein.

Nicht nur an Spiegeln von verschiedener Glasdicke wurde das Ringsystem beobachtet und gemessen, sondern auch in Füllen, wo die spiegelnde und die getrübe Fläche durch eine Luftschicht von einander getrennt waren. Es wurde nämlich ein Silberspiegel mit der Silberfläche nach vorn dem Beobachtungsfernrohr gegenüber aufgestellt, und vor denselben eine planparallele Glasplatte, deren hintere dem Spiegel zugewendete Seite getrübt war. Indem man das Fadenkreuz mit seinem Spiegelbilde zur Deckung brachte, konnten sowohl Spiegel als Glasplatte zur Fernrohraxe senkrecht gestellt werden. Für diesen Fall hat man in den obigen Formeln  $\mu = 1$ ,  $\varphi' = \varphi$ ,  $r = i$  zu setzen. Die Messungen befanden sich auch hier mit der Theorie in befriedigendem Einklang.

Will man die Aenderungen verfolgen, welche das Ringsystem bei allmählicher Neigung der einfallenden Strahlen durchmacht, so geschieht diess am besten, indem man das Tischchen des Spectrometers sammt den darauf befestigten Platten um seine Axe dreht; die Aenderung des Einfallswinkels ist alsdann gleich der dem Tischchen ertheilten Drehung. Die reflectirten Strahlen bleiben dabei stets ihrer ursprünglichen Richtung parallel und das Bild des Lichtpunktes bleibt unbeweglich am Fadenkreuz stehen. —

Die durchsichtige reflectirende Glasplatte wurde zur subjectiven Beobachtung dieser Klasse von Erscheinungen bereits von Stokes <sup>1)</sup> benutzt, jedoch in etwas anderer Weise, als es hier geschehen ist. Um nämlich die „Whewell'schen Streifen“ als vollständiges Ringsystem zu sehen, was bei der früher üb-

---

1) Pogg. Ann. Ergänzungsband III. S. 570.

lichen Beobachtungsweise wegen des Kopfschattens nicht möglich war, liess Stokes einen Strahlenkegel, der vom Brennpunkt eines kleinen Hohlspiegels ausging, auf den getrübten Planspiegel fallen, und stellte zwischen beide Spiegel eine unter einem Winkel von etwa  $45^{\circ}$  geneigte Glasplatte; der grössere Theil des vom Brennpunkte kommenden Lichtes ging durch die Glasplatte hindurch, nach seiner Rückkehr von dem Planspiegel wurde aber ein Theil desselben seitwärts reflectirt, und man konnte nun von dieser Seite das Ringsystem in der Glasplatte gespiegelt sehen. Während also bei der von uns gewählten Anordnung das Licht an der Glasplatte zuerst reflectirt und dann durchgelassen wird, lässt Stokes das Licht zuerst durchgehen und dann reflectiren. Beide Anordnungen sind vollkommen äquivalent; namentlich kann die oben beschriebene objective Darstellung des Ringsystems auch nach Stokes'scher Weise eingerichtet werden. Auch der kleine oben angegebene Apparat eignet sich zu beiden Versuchsmethoden; lässt man nämlich das Strahlenbündel durch die vordere Oeffnung parallel der Axe der Röhre eintreten, so sieht man das Ringsystem an der Glasplatte gespiegelt, wenn man zur seitlichen Oeffnung hineinsieht. Für die Beobachtungen und Messungen mit dem Spectrometer gebe ich jedoch der von mir gewählten Anordnung den Vorzug, weil dieselbe gestattet, den Spiegel bequem und sicher zur Fernrohraxe senkrecht zu stellen.

### III.

Im Laufe der bereits oben erwähnten Versuche, welche Biot in Gemeinschaft mit Pouillet über die in Rede stehenden Farbenringe anstellte, beobachtete Pouillet Ringe der nämlichen Art, als er ein mit einem runden Loch versehenes schwarzes Papier vor einen metallenen Hohlspiegel brachte. Es stellte sich heraus, dass die Gestalt der Oeffnung sowie die Substanz des Diaphragma's völlig gleichgiltig ist; man kann die Oeffnung sogar durch den einfachen Rand einer undurchsichtigen Platte ersetzen: immer bilden sich Ringe, deren Durchmesser das gewöhnliche Gesetz befolgen und bei schiefem Einfallen der Strahlen die bekannten Aenderungen erleiden. Dabei ist bemerkenswerth, dass z. B. bei Anwendung einer spaltförmigen Oeffnung oder eines geradlinigen Randes die Ringe da am leb-

haftesten auftreten, wo sie den zur Längsrichtung des Spaltes oder Randes senkrechten Streifen gebeugten Lichtes durchsetzen<sup>1)</sup>. Diese Versuche finden sich beschrieben sowohl in Biot's *Traité de Physique*, als auch in einer Abhandlung Pouillet's<sup>2)</sup>, über welche Ampère und Poisson am 22. Jan. 1816 der Pariser Akademie Bericht erstatteten. Uebrigens hatte auch bereits der Herzog von Chaulnes Farbenringe beobachtet, als er eine Messerschneide vor seinen metallenen Hohlspiegel brachte.

Diese Fälle, in welchen das Ringsystem unzweifelhaft durch gebeugte Strahlen erzeugt wird, legen die Vermuthung nahe, dass auch bei den getrübbten Spiegeln nicht das beim Durchgang durch die Theilchen der Trübung diffundirte, sondern das beim Vorübergang an denselben gebeugte Licht das eigentliche Wirksame sei. Diese Ansicht wird von Stokes in der bereits citirten Abhandlung<sup>3)</sup> ausführlich erläutert und begründet. Die Theorie erleidet dadurch äusserlich keine weitere Aenderung, als dass jetzt von „gebeugten“ statt von „zerstreuten“ Strahlen gesprochen wird; sie gewinnt aber an Klarheit und Schärfe, indem jetzt an die Stelle des nicht völlig klaren Vorganges der Diffusion der weit einfachere Begriff der Beugung tritt. Das von Stokes ausgesprochene und durch die Erfahrung bewährte Princip wird auch durch die neue Anschauung leicht begreiflich: denn es leuchtet ein, dass nur zwei solche Strahlen in der angegebenen Weise interferiren können, welche, der eine auf dem Hinweg, der andere auf dem Rückweg, durch Beugung an demselben Theilchen die gleiche Modification erlitten haben. Ferner erklärt sich aus der neuen Ansicht ganz von selbst eine Thatsache, welche der älteren Theorie mindestens Schwierigkeit bereiten würde: nur diejenigen Theile des Ringsystems erscheinen nämlich mit lebhaftem Glanze, welche sich nahe beim Bilde der Lichtquelle befinden, und zwar desshalb — so werden wir vom jetzigen Stand-

---

1) Biot, *Traité de physique*, T. IV. p. 225. pl. III. Fig. 45 et 46.

2) Pouillet, *Expériences sur les anneaux colorés qui se forment par la réflexion des rayons à la seconde surface des lames épaisses, et sur un nouveau phénomène qui s'y rapporte*. *Ann. de chim. et de phys.*, (2), I. p. 87. 1816.

3) Pogg. *Ann. Ergänzungsband III.*

punkte aus sagen — weil die Intensität des gebeugten Lichtes mit wachsendem Beugungswinkel sehr rasch abnimmt. Am entscheidendsten aber spricht zu Gunsten der Beugungstheorie ein Versuch von Stokes, welchen derselbe geradezu als Experimentum crucis bezeichnet. Wenn nämlich polarisirtes Licht zerstreut wird, z. B. durch Reflexion an weissem Papier oder durch Transmission durch dasselbe, so verliert es seine Polarisation; wenn dagegen polarisirtes Licht eine regelmässige Beugung erleidet, so behält es seine Polarisation. Stokes stellte nun eine kleine Flamme nahe an den Krümmungsmittelpunkt eines getrühten Hohlspiegels, und brachte ein Nicol'sches Prisma dicht an die Flamme, so dass das auf den Spiegel fallende Licht polarisirt war. Bei Untersuchung mit einem zweiten Nicol erwiesen sich die Ringe als vollkommen polarisirt.

Dieser Versuch lässt sich sehr bequem mittelst des oben beschriebenen kleinen Apparates anstellen. Vor die seitliche Oeffnung der Röhre bringt man einen Nicol, so dass seine Polarisationsebene mit derjenigen der reflectirenden Glasplatte zusammenfällt, und betrachtet die Erscheinung durch einen zweiten Nicol; wird die Polarisationsebene des letzteren zu der des ersteren senkrecht gestellt, so verschwindet mit dem Bilde der Lichtquelle auch das Ringsystem, während die getrühte Oberfläche des Spiegels vermöge des von ihr ausgestrahlten diffusen Lichtes sichtbar bleibt. —

Die Beobachtungsmethode mit dem Spectrometer gibt ein bequemes Mittel an die Hand, die oben erwähnten Versuche zu wiederholen und auf die mannigfaltigste Art abzuändern. Es wurden z. B. dicht vor den obenerwähnten Spiegel von <sup>mm</sup>5,745 Glasdicke, welcher bei sorgfältig gereinigter Oberfläche keine Spur von Ringen zeigte, die verschiedenartigsten beugenden Schirme gebracht, geschwärzte Metallbleche mit einzelnen runden oder eckigen Oeffnungen, oder mit regelmässigen Gruppen von Oeffnungen: immer zeigt sich eine Beugungserscheinung, ähnlich derjenigen, welche der Schirm allein hervorgebracht haben würde, durchschnitten von dem Ringsystem; und lässt man (durch Drehen des Tischchens des Spectrometers) die Strahlen allmählig schief einfallen, so gleiten die Ringe über das Beugungsbild, welches an den Lichtpunkt gefesselt fest am Fadenkreuze stehen bleibt. Durch Messung der Ringe im rothen Licht konnte man

sich endlich überzeugen, dass ihre Durchmesser genau die nämlichen waren, welche derselbe Spiegel bei getrüübter Oberfläche (s. oben) gezeigt hatte. — Dieselben Resultate ergeben sich, wenn der beugende Schirm vor einem Spiegel mit metallischer Oberfläche, durch eine Luftschicht von ihm getrennt, aufgestellt wird.

Ein mit Semen Lycopodii bestreuter Spiegel zeigt die Beugungsringe des Bärlappsamens und darüber gelagert die Interferenzringe. Besteht dagegen die Trübung aus unregelmässigen und ungleichen Theilchen, so wird eine Beugungsercheinung nicht gesehen, weil die gebeugten Strahlen, welche von den verschiedenen Theilchen nach der gleichen Richtung ausgesandt worden, die verschiedensten Phasenunterschiede besitzen; gleichwohl aber entsteht das Ringsystem durch Interferenz von Strahlenpaaren, welche je an einem und demselben Theilchen gebeugt worden sind. Statt der vom Herzog von Chaulnes und von Stokes angewendeten verdünnten Milch wählte ich zur Trübung lieber unorganische Stoffe, welche keine Zersetzung erleiden und daher beliebig lange wirksam bleiben. Bei den oben beschriebenen Versuchen waren die Spiegel mit Zinkweiss oder mit schwefelsaurem Baryt getrüüb; diese weissen Pulver wurden entweder auf die Spiegel gesiebt, oder in Wasser fein zertheilt auf die Spiegeloberfläche gebracht, wo sie haften blieben, nachdem das Wasser verdunstet war. Sehr lehrreich war die Anwendung von farbigen Pulvern, z. B. blauem und grünem Ultramarin, Zinnober, Mennige, Chromgelb etc., indem dieselben eine neue Bestätigung der Beugungstheorie lieferten. Würden nämlich gemäss der älteren Ansicht die Ringe erzeugt durch das beim Durchgang durch die Staubtheilchen diffundirte Licht, so müsste an den Ringen der Einfluss der von dem farbigen Pulver ausgeübten Absorption wahrnehmbar sein, d. h. beim Zinnober müssten die Ringe roth, beim Ultramarin blau erscheinen; nichts von alledem trat ein, sondern das Ringsystem zeigte in allen Fällen die dem weissen Lichte entsprechende Farbenvertheilung und unterschied sich in nichts von dem durch ein weisses Pulver erzeugten, woraus geschlossen werden muss, dass es durch das weisse Licht hervorgebracht wird, welches neben den Staubtheilchen vorbei geht. Im polarisirten Licht blieb, wenn die Polarisations Ebenen zu einander senkrecht standen und das Ringsystem ausgelöscht war, das farbige diffuse Licht noch

sichtbar. Dasselbe ist natürlich auch gleichzeitig mit dem Ringsystem vorhanden, und legt sich wie ein zarter Schleier gleichmässig über die ganze Erscheinung, ohne jedoch etwas zu ihrer Entstehung beizutragen.

Endlich wurde noch, als trübendes Mittel von sehr geringem Diffusionsvermögen, der Russ versucht. Eine sehr zarte Russschicht, welche sich auf dem Spiegel absetzt, wenn man ihn einen Augenblick in eine Flamme hält, bringt keine Ringe hervor. Eine solche Russschicht, welche im durchfallenden Lichte röthlich und im diffus reflectirten Lichte vor dunklem Hintergrunde bläulich erscheint, stellt sich unter dem Mikroskop als eine zusammenhängende gleichmässige Schicht dar; dieselbe besteht wahrscheinlich aus Theilchen, deren Durchmesser und gegenseitige Abstände kleiner sind als die kleinste Wellenlänge, und daher eine Beugung im gewöhnlichen Sinne nicht veranlassen. Die Ringe treten aber sofort auf, wenn man etwa mit einem spitzen Hölzchen Punkte oder Striche in die Russschicht zeichnet und damit die Möglichkeit einer Beugung herbeiführt. Ebenso zeigt sich das Ringsystem, wenn man Kienruss auf den Spiegel sibt, oder wenn man, nachdem der Spiegel über einer Flamme mit einer dicken undurchsichtigen Russschicht überzogen worden, in diese beliebige Figuren zeichnet.

Durch die angeführten Versuche scheint mir nun hinlänglich dargethan zu sein, dass das Ringsystem durch die Interferenz je zweier Strahlen entsteht, von denen der eine vor der Reflexion, der andere nach der Reflexion an derselben Stelle gebeugt wurde. Durch die Bezeichnung „Interferenz des gebeugten Lichts,“ welche wir als Ueberschrift voranstellten, wird daher die wahre Natur der besprochenen Erscheinungen richtig ausgedrückt.

Obgleich die Diffusionstheorie und die Beugungstheorie, auf den Fall der unregelmässig getrüben Spiegel angewandt, zu demselben Ergebnisse führen, so besteht zwischen beiden doch ein principieller Unterschied, der noch besonders hervorgehoben zu werden verdient. Die Diffusionstheorie nämlich nimmt an, dass die elementaren Strahlenpaare, welche von den verschiedenen Punkten der getrüben Fläche kommend sich in einem Punkte des Schirmes vereinigen, unter sich nicht interferenzfähig, oder, wie man zu sagen pflegt, dass sie „incohärent“ seien. Die Beugungstheorie dagegen verlangt, dass diese Strahlenpaare

auch noch unter sich interferiren, oder dass sie „cohärent“ seien. Besteht die Trübung aus ungleichen und unregelmässig angeordneten Theilchen, so besitzen die in jedem Punkte des Schirmes zusammentreffenden unzählig vielen Strahlenpaare alle möglichen Phasenunterschiede; das Resultat ihrer Interferenz unter sich ist daher für alle Punkte des Schirmes das nämliche, und es treten keine anderen Intensitätsunterschiede auf als jene, welche durch die elementaren Strahlenpaare an und für sich bereits bedingt sind. Befindet sich aber vor der spiegelnden Fläche ein regelmässig beugender Schirm, so gibt die Interferenz der Strahlenpaare unter sich zu einer Beugungserscheinung Anlass, welche modificirt ist durch die innerhalb eines jeden einzelnen Strahlenpaares sich vollziehende Interferenz.

#### IV.

Als Beispiel für den letzteren Fall untersuchen wir die merkwürdige Erscheinung, welche sich darbietet, wenn ein Gitter vor eine spiegelnde Fläche gebracht wird.

Ein kleiner Spiegel wird, mit der metallischen Fläche dem Beobachter zugewendet, auf dem Tischchen des Spectrometers senkrecht zur Axe des Fernrohrs aufgestellt, ganz so, wie oben bereits beschrieben wurde. In der Mitte des Tischchens wird eine planparallele Glasplatte so angebracht, dass sie das vom Collimator kommende Licht senkrecht auf den Spiegel wirft, d. h. so, dass das Bild des Spaltes am Fadenkreuz erscheint. Der Spalt ist aber jetzt möglichst verengt, und wird von dem vom Heliostaten kommenden Sonnenlicht (oder von dem Lichte einer vor dem Spalte aufgestellten Lampe) unmittelbar, nämlich ohne Dazwischenkunft einer Linse, getroffen. Vor dem Spiegel wird ein auf ein planparalleles Glas geritztes Gitter, mit der geritzten Fläche dem Spiegel zugewendet, so aufgestellt, dass die Gitterstriche vertical stehen und die Ebene des Gitters mit derjenigen des Spiegels parallel ist; letzteres wird dadurch erreicht, dass man das von der ungeritzten Fläche des Gitters reflectirte Spaltbild ebenfalls mit dem Fadenkreuz zur Coincidenz bringt.

Man sieht nun in den Beugungsspectren, welche zu beiden Seiten des Spaltbildes erscheinen, ausser den Fraunhofer'schen Linien eine Anzahl dunkler Streifen. Die Streifen haben

weder den gleichen Abstand von einander, noch gleiches Aussehen; während die einen vollkommen schwarz und scharf erscheinen, sind andere blass und verwaschen. In den Spectren höherer Ordnungszahl, welche sich gegenseitig überdecken, sind die Streifen nicht mehr schwarz, sondern sie stehen farbig auf anders gefärbtem Grunde; in dem purpurfarbigen Gebiete z. B., wo sich das violette Ende des dritten Spectrums über das rothe Ende des zweiten legt, erscheinen die dem zweiten Spectrum angehörigen Streifen violett, während dem dritten Spectrum zugehörige Streifen die rothe Farbe zeigen. Die höheren Spectren erhalten dadurch ein eigenthümlich buntgestreiftes Aussehen.

Die Anzahl der Streifen wächst in dem Maasse, als das Gitter von dem Spiegel entfernt wird.

Die Erscheinung ist zu beiden Seiten des Spaltbildes symmetrisch, wenn der in der Axe des Collimators verlaufende Strahl genau senkrecht auf den Spiegel trifft. Bei der geringsten Abweichung aus dieser Stellung wird die Streifung der Spectren auf beiden Seiten ungleich. Einen höchst sonderbaren Anblick auf gewährt die Erscheinung, wenn man durch gleichmässiges Drehen des Spectrometer-Tischchens die Strahlen allmählig immer schiefer einfallen lässt. Die Streifen gerathen alsdann in Bewegung; während aber einige sich nur langsam von der Stelle bewegen und manche sogar, an die nämliche Stelle des zugehörigen Spectrums gebaut, stillzustehen scheinen, wandern andere Streifen mit grösserer Geschwindigkeit über die Spectren hinweg, indem sie auf ihrem Wege die stillstehenden oder langsamer voranschreitenden einholen, einen Augenblick mit ihnen in einen Streifen zusammenfliessen, um sich im nächsten Augenblick wieder von ihnen loszureissen und ihre Wanderung fortzusetzen.

Ogleich diese wandelbare und complicirte Erscheinung von den bisher besprochenen auf den ersten Anblick sehr verschiedenen zu sein scheint, so glauben wir doch, dass sie zu derselben Klasse gerechnet werden muss. Die Frage zunächst, warum hier keine Ringe, sondern geradlinige Interferenzstreifen auftreten, beantwortet sich nach der von uns adoptirten Theorie sehr leicht.

Angenommen, vor dem Spiegel befinde sich ein verticaler Spalt, und die Lichtquelle sei eine unendlich ferne verticale leuchtende Linie, nämlich der Spalt des Collimators. Wenn die Breite des beugenden Spaltes im Vergleich zu

seiner Länge verschwindend klein ist, so beschränkt sich das zu einem Punkte der Lichtlinie gehörige gebeugte Licht auf eine durch das Bild des Lichtpunktes gehende zu den Spalträndern senkrechte (also horizontale) Gerade. Jedem Punkte der Lichtlinie entspricht nun ein besonderes Ringsystem, welches aber nur da in die Erscheinung treten kann, wo es die zugehörigen horizontalen Streifen gebeugten Lichtes schneidet. Der dem Gangunterschied  $\delta$  entsprechende Ring, welcher von dem Mittelpunkte der Lichtlinie herrührt, trifft nun (nach Gl. II. S. 10) die durch die Mitte des Gesichtsfeldes gehende Horizontale in dem Winkelabstande <sup>1)</sup>)

$$\varphi = \sqrt{\frac{\mu\delta}{d}}$$

Für einen Punkt der Lichtlinie, welcher um die kleine Winkeldistanz  $i$  oberhalb oder unterhalb ihres Mittelpunktes liegt, hat der Ring vom Gangunterschiede  $\delta$  den Radius

$$\varphi' = \sqrt{i^2 + \frac{\mu\delta}{d}}$$

und trifft daher die durch den Punkt  $i$  des Gesichtsfeldes gehende Horizontale in einem Punkte, welcher um

$$\sqrt{\varphi'^2 - i^2},$$

also ebenfalls um

$$\sqrt{\frac{\mu\delta}{d}}$$

von dem Punkte  $i$  entfernt ist. Man sieht daraus, dass alle Punkte des Gesichtsfeldes mit gleichem Gangunterschied der elementaren Strahlenpaare in gerade Linien geordnet sind, welche mit dem Bilde der Lichtlinie und mit den Spalträndern parallel laufen. Was von einem beugenden Spalte gilt, gilt natürlich auch für eine beliebige Gruppe paralleler Spalte.

Wir können daher bei der Entwicklung der Theorie der vorhin beschriebenen Erscheinung unsere Betrachtung auf eine zu den Gitterstrichen senkrechte Ebene beschränken, welche zugleich die Einfallsebene ist.

1) Wegen der Kleinheit der in Betracht kommenden Winkel kann nämlich in der erwähnten Gleichung der Sinus durch den Bogen ersetzt werden.

In einer solchen Ebene sei AN (Fig. 5) die Spur der Gitterebene, und die damit parallele Gerade PM die Spur der Spiegelebene; den Zwischenraum zwischen Gitter und Spiegel denken wir uns der Allgemeinheit wegen mit einer brechenden Substanz vom Index  $\mu$  ausgefüllt. Der unter dem Einfallswinkel  $\text{SAL} = \varphi$  auf den Punkt A des Gitters fallende Strahl SA wird daselbst gebeugt; der gebeugte Elementarstrahl AM, welcher mit der Normale AL den Winkel  $\psi$  bildet, wird in M nach MN zurückgeworfen und tritt in N unter dem Winkel  $\psi$  nach NQ wieder aus, so dass

$$1) \quad \sin \psi = \mu \sin \psi'$$

ist. Ein zweiter, mit SA parallel einfallender Strahl TA falle auf das Gitter in einem Punkte B, der so gelegen ist, dass der in B unter dem Winkel  $\varphi'$  gebrochene Strahl, nachdem er in P reflectirt worden, ebenfalls auf den Punkt A treffe; vermöge des Brechungsgesetzes besteht zwischen den Winkeln  $\varphi$  und  $\varphi'$  die Beziehung

$$2) \quad \sin \varphi = \mu \sin \varphi'.$$

Beim Austritt in A wird auch dieser zweite Strahl gebeugt, und unter den von A ausgehenden Elementarstrahlen wird einer (AR) sein, welcher mit NQ parallel ist. Die beiden Strahlen SAMNQ und TBP AR bilden nun das dem Punkte A zugeordnete elementare Strahlenpaar, dessen Gangunterschied zunächst zu ermitteln ist.

Wir betrachten die Spur AN der Gitterebene als Abscissenaxe, wählen einen beliebigen Punkt O derselben zum Coordinatenanfang und bezeichnen die Entfernung OB mit  $x$ . Von O aus wird die Gerade OT'S' senkrecht zum eintretenden Strahlenpaar SA und TB, und die Gerade OR'Q' senkrecht zum austretenden Strahlenpaar NQ und AR gezogen; diese Senkrechten sind die Spuren der zu den einfallenden und zu den austretenden gebeugten Strahlen gehörigen Wellenebenen. Der Strahl SA hat von der ersten bis zur zweiten Wellenebene den Weg

$$\text{S'A} + \mu(\text{AM} + \text{MN}) - \text{NQ}',$$

oder, weil  $\text{MN} = \text{AM}$  ist, den Weg

$$\text{S'A} + 2\mu \cdot \text{AM} - \text{NQ}'$$

zurückzulegen, während der Strahl TB zwischen denselben beiden Ebenen die Strecke

$$\text{T'B} + 2\mu \cdot \text{BP} - \text{AR}'$$

zu durchlaufen hat. Nun ist aber

$$S'A = x \sin \varphi \qquad T'B = (x - 2dtg \varphi') \sin \varphi$$

$$AM = \frac{d}{\cos \psi'} \qquad BP = \frac{d}{\cos \varphi'}$$

$$NQ' = (x + 2dtg \psi') \sin \psi \qquad AR' = x \sin \psi;$$

für obige Weglängen ergeben sich demnach folgende Ausdrücke

$$\frac{2\mu d}{\cos \psi'} - 2dtg \psi' \sin \psi - x(\sin \psi - \sin \varphi)$$

und

$$\frac{2\mu d}{\cos \varphi'} - 2dtg \varphi' \sin \varphi - x(\sin \psi - \sin \varphi),$$

oder mit Rücksicht auf die Relationen (1) und (2):

$$2\mu d \cos \psi' - x(\sin \psi - \sin \varphi)$$

und

$$2\mu d \cos \varphi' - x(\sin \psi - \sin \varphi).$$

Wenn wir annehmen, dass die in der Wellenebene OT'S' vor sich gehende schwingende Bewegung die Phase  $\frac{2\pi}{\lambda} vt$  besitze (wo  $t$  die Zeit,  $\lambda$  die Wellenlänge und  $v$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts bezeichnet), und dass der Längeneinheit der Wellenspur OT'S' die Amplitude 1 entspreche, so sind die Bewegungszustände der beiden Strahlen, welche vor und nach der Reflexion in dem bei A gelegenen Elemente  $dx$  des Gitters gebeugt werden, gegeben durch die beiden Ausdrücke

$$Q) \cos \varphi \cdot dx \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - 2\mu d \cos \psi' + x(\sin \psi - \sin \varphi))$$

$$\text{und } R) \cos \varphi \cdot dx \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - 2\mu d \cos \varphi' + x(\sin \psi - \sin \varphi))$$

Die Resultante sämtlicher von einer Oeffnung des Gitters ausgehender Bewegungen erhalten wir, indem wir jeden dieser beiden Ausdrücke über sämtliche wirksamen Elemente  $dx$  der Oeffnung integrieren und die beiden Integrale addieren. Dass im Allgemeinen nicht sämtliche Elemente der Oeffnung wirksam sind, ist leicht einzusehen; das aus den Strahlen Q zusammengesetzte Lichtbündel z. B. wird nur dann bei seinem Austritt auf eine volle Oeffnung des Gitters treffen und unverehrt austreten, wenn  $2dtg \psi' = ne$  ist, unter  $e$  die Gesamtbreite von Oeffnung und dunklem Zwischenraum, und unter  $n$  Null oder eine beliebige ganze Zahl verstanden.

Bei jeder anderen Neigung wird dem Strahlenbündel ein dunkler Gitterstab ganz oder theilweise in den Weg treten und einen entsprechenden Theil des Bündels am Austritt verhindern und dadurch unwirksam machen. Ebenso wird das Bündel der Strahlen R nur dann ungeschmälert zur Wirksamkeit kommen, wenn  $2dtg \varphi' = m$  ist, wo  $m$  wiederum eine beliebige ganze Zahl vorstellt. Denn für jeden anderen Winkel  $\varphi'$  wird ein Theil des einfallenden Bündels durch einen Gitterstab aufgefangen.

Nehmen wir nun an, dass der Coordinatenanfang O in der Mitte einer Oeffnung liege, bezeichnen wir die Breite einer Oeffnung mit  $b$ , bezeichnen wir ferner die Integrationsgrenzen, welche den unwirksamen Theilen der Strahlenbündel entsprechen, für die Strahlen Q mit  $\alpha$  und  $\beta$ , für die Strahlen R mit  $\alpha'$  und  $\beta'$ , mit dem Vorbehalte, die Beschaffenheit dieser Grenzen späterhin festzustellen, so ergibt sich die Resultante der durch eine Oeffnung gebeugten Strahlen in folgender Gestalt:

$$N = \frac{1}{2} (\cos \varphi \int_{-\frac{1}{2}b}^{+\frac{1}{2}b} \sin(p - \omega + sx) dx - \cos \varphi \int_{\alpha}^{\beta} \sin(p - \omega + sx) dx \\ + \cos \varphi \int_{-\frac{1}{2}b}^{+\frac{1}{2}b} \sin(p - \chi + sx) dx - \cos \varphi \int_{\alpha'}^{\beta'} \sin(p - \chi + sx) dx) \quad 1)$$

wo der Kürze wegen

$$\frac{2\pi}{\lambda} vt = p$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2\mu d \cos \psi' = \omega$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2\mu d \cos \varphi' = \chi$$

und

$$\frac{2\pi}{\lambda} (\sin \psi - \sin \varphi) = s$$

gesetzt wurde. Die unter der Voraussetzung, dass  $s$  nicht Null

---

1) Der Factor  $\frac{1}{2}$  muss hinzugefügt werden, damit nicht jeder einfallende Strahl doppelt gezählt werde.

ist, durchgeführte Integration liefert, nachdem die auftretenden Cosinusdifferenzen in Sinusproducte umgewandelt sind:

$$N = \frac{\cos \varphi}{s} \left\{ \sin \frac{1}{2} bs \sin (p - \omega) + \sin \frac{1}{2} bs \sin (p - \chi) \right. \\ \left. - \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha) s \cdot \sin (p - \omega + \frac{1}{2} (\beta + \alpha) s) \right. \\ \left. - \sin \frac{1}{2} (\beta' - \alpha') s \cdot \sin (p - \chi + \frac{1}{2} (\beta + \alpha') s) \right\}.$$

Man bringt diesen Ausdruck in bekannter Weise auf die Form  $M \sin (p - u)$ , indem man durch Auflösen der  $p$  enthaltenden Sinus  $\sin p$  und  $\cos p$  absondert, und dann

$$M \cos u = \frac{\cos \varphi}{s} \left[ \sin \frac{1}{2} bs (\cos \omega + \cos \chi) \right. \\ \left. - \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha) s \cdot \cos (\frac{1}{2} (\beta + \alpha) s - \omega) \right. \\ \left. - \sin \frac{1}{2} (\beta' - \alpha') s \cdot \cos (\frac{1}{2} (\beta' + \alpha') s - \chi) \right]$$

und

$$M \sin u = \frac{\cos \varphi}{s} \left[ \sin \frac{1}{2} bs (\sin \omega + \sin \chi) \right. \\ \left. + \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha) s \cdot \sin (\frac{1}{2} (\beta + \alpha) s - \omega) \right. \\ \left. + \sin \frac{1}{2} (\beta' - \alpha') s \cdot \sin (\frac{1}{2} (\beta' + \alpha') s - \chi) \right]$$

setzt. Durch Quadriren und Addiren dieser beiden Ausdrücke erhält man:

$$M^2 = \frac{\cos^2 \varphi}{s^2} \left\{ \sin^2 \frac{1}{2} (\beta - \alpha) s + \sin^2 \frac{1}{2} (\beta' - \alpha') s \right. \\ \left. + 4 \sin^2 \frac{1}{2} bs \cos^2 \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right. \\ \left. + 2 \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha) s \cdot \sin \frac{1}{2} (\beta' - \alpha') s \cdot \cos (\frac{1}{2} (\beta' + \alpha' - \beta - \alpha) s - (\chi - \omega)) \right. \\ \left. - 4 \sin \frac{1}{2} bs \cdot \cos \frac{1}{2} (\chi - \omega) \left[ \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha) s \cdot \cos (\frac{1}{2} (\beta + \alpha) s + \frac{1}{2} (\chi - \omega)) \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \frac{1}{2} (\beta' - \alpha') s \cdot \cos (\frac{1}{2} (\beta' + \alpha') s - \frac{1}{2} (\chi - \omega)) \right] \right\}.$$

Jeder Oeffnung des Gitters entspricht nun ein solcher resultirender Strahl von der Form  $M \sin (p - u)$ , welcher gegenüber demjenigen der vorhergehenden Oeffnung den Phasenunterschied

$$\frac{2\pi}{\lambda} e (\sin \psi - \sin \varphi) = e s$$

besitzt. Um die Gesamtresultante sämmtlicher Strahlenbündel zu erhalten, hat man daher, wenn  $q$  die Anzahl der Gitteröffnungen ist, die Summe

$$\begin{aligned} & M (\sin (p - u) + \sin (p - u - es) + \sin (p - u - 2es) \\ & \quad + \dots + \sin (p - u - (q - 1)es)) \\ & = M \cdot \frac{\sin \frac{1}{2} q es}{\sin \frac{1}{2} es} \cdot \sin (p - u - \frac{1}{2} (q - 1)es) \end{aligned}$$

zu bilden. Der Intensitätsausdruck für die Gesammterscheinung ergibt sich daraus in folgender Gestalt:

$$J^2 = \left( \frac{\sin \frac{1}{2} q es}{q \sin \frac{1}{2} es} \right)^2 (qM)^2.$$

Der erste Factor dieses Ausdrucks wird der Einheit gleich so oft

$$es = 2 i \pi$$

oder

$$\sin \psi - \sin \varphi = \frac{i \lambda}{e}$$

ist, wo  $i$  eine beliebige ganze Zahl bedeutet, und kann, wenn die Anzahl  $q$  der Oeffnungen sehr gross ist, für jeden andern Werth von  $s$  oder  $\psi$  als verschwindend klein betrachtet werden. Eliminirt man daher mittelst der vorstehenden Relation den Winkel  $\psi$  aus dem Ausdruck

$$J^2 = q^2 M^2,$$

so verwandelt sich derselbe in eine Function von  $\lambda$  und  $\varphi$ , welche für jeden Einfallswinkel  $\varphi$  die Intensitätsvertheilung innerhalb des  $i$ ten Gitterspectrums darstellt.

Wir können jedoch zur nähern Betrachtung des Ausdruckes  $M^2$  nicht eher übergehen, als bis wir die Grenzen  $\alpha$  und  $\beta$ ,  $\alpha'$  und  $\beta'$  in ihrer Abhängigkeit von  $\psi$  und  $\varphi$  genauer kennen gelernt haben. Wir wissen bereits, dass das Bündel der Strahlen  $Q$  ungeschmälert durch eine Oeffnung des Gitters austritt, wenn  $2d \operatorname{tg} \psi' = ne$  ist; alsdann hat man  $\beta - \alpha = 0$ . Wächst nun der Winkel  $\psi'$ , so schiebt sich ein Gitterstab vom einen Rande des Bündels her allmählig in dasselbe ein, und verdeckt davon zunächst einen der Differenz

$$\beta - \alpha = 2d \operatorname{tg} \psi' - ne$$

entsprechenden Theil; dabei behält, so lange der Gitterstab noch nicht völlig in das Bündel eingetreten ist, die obere Grenze  $\beta$  den constanten Werth

$$\beta = \frac{1}{2} b,$$

oder wenn wir von nun an die Breite eines Gitterstabs mit  $x$ e

bezeichnen, und dabei annehmen, dass dieselbe geringer sei als die Breite einer Oeffnung, d. h. dass  $x < \frac{1}{2}$  sei:

$$\beta = \frac{1}{2} (1 - x)e.$$

Dieser Werth hört jedoch als obere Grenze zu gelten auf, sobald der Gitterstab vollständig in das Bündel eingetreten ist, d. h. sobald  $\beta - \alpha = xe$  oder  $2d \operatorname{tg} \psi' - ne = xe$  geworden ist.

So lange also  $2d \operatorname{tg} \psi'$  zwischen  $ne$  und  $ne + xe$  liegt, haben wir

$$a) \beta - \alpha = 2d \operatorname{tg} \psi' - ne \text{ und } \beta + \alpha = (n + 1)e - xe - 2d \operatorname{tg} \psi'.$$

Indem von nun an der Gitterstab frei das Bündel durchwandert, behält  $\beta - \alpha$  den constanten Werth

$$\beta - \alpha = xe,$$

bis der Gitterstab mit seinem voranschreitenden Rande an den zweiten Rand des Strahlenbündels stösst, d. h. bis  $2d \operatorname{tg} \psi' = (n + 1)e - xe$  geworden ist; unterdessen hat man

$$\alpha = ne - 2d \operatorname{tg} \psi' + \frac{1}{2}(1 - x)e$$

und

$$\beta = ne - 2d \operatorname{tg} \psi' + \frac{1}{2}(1 + x)e,$$

und es gelten demnach, so lange  $2d \operatorname{tg} \psi'$  zwischen  $ne + xe$  und  $(n + 1)e - xe$  liegt, die Beziehungen

$$b) \beta - \alpha = xe \text{ und } \beta + \alpha = (2n + 1)e - 4d \operatorname{tg} \psi'.$$

Von nun an beginnt der Gitterstab das Strahlenbündel zu verlassen, und ragt nur noch mit einem Theile  $\beta - \alpha = (n + 1)e - 2d \operatorname{tg} \psi'$  in dasselbe hinein; alsdann behält die untere Grenze  $\alpha$  den constanten Werth  $\alpha = -\frac{1}{2}(1 - x)e$ , bis  $2d \operatorname{tg} \psi' = (n + 1)e$  und damit wieder  $\beta - \alpha = 0$  geworden ist. Man hat daher

c)  $\beta - \alpha = (n + 1)e - 2d \operatorname{tg} \psi'$  und  $\beta + \alpha = ne + xe - 2d \operatorname{tg} \psi'$ , wenn  $2d \operatorname{tg} \psi'$  zwischen  $(n + 1)e - xe$  und  $(n + 1)e$  liegt. Bei weiterem Wachsen des Winkels  $\psi'$  durchlaufen die Werthe der Grenzen  $\alpha$  und  $\beta$  immer wieder von Neuem denselben dreigliedrigen Cyclus.

Was die Grenzen  $\alpha'$  und  $\beta'$  betrifft, so gelangen wir durch dieselbe Reihe von Betrachtungen zu ähnlichen Resultaten; wir finden nämlich

$$A) \beta' - \alpha' = 2d \operatorname{tg} \varphi' - me \text{ und } \beta' + \alpha' = 2d \operatorname{tg} \varphi' - (m + 1)e + xe$$

von  $2d \operatorname{tg} \varphi' = me$  bis  $2d \operatorname{tg} \varphi' = me + xe$ ;

$$B) \beta' - \alpha' = xe \text{ und } \beta' + \alpha' = 4d \operatorname{tg} \varphi' - (2m + 1)e$$

von  $2d \operatorname{tg} \varphi' = me + xe$  bis  $2d \operatorname{tg} \varphi' = (m + 1)e - xe$ ;

$$C) \beta' - \alpha' = (m + 1)e - 2d \operatorname{tg} \varphi' \text{ und } \beta' + \alpha' = 2d \operatorname{tg} \varphi' - me - xe$$

von  $2d \operatorname{tg} \varphi' = (m + 1)e - xe$  bis  $2d \operatorname{tg} \varphi' = (m + 1)e$ .

Anstatt die Function  $M^2$  unmittelbar durch  $\lambda$  und  $\varphi$  auszudrücken, führen wir zwei neue Veränderliche  $\xi$  und  $\eta$  ein durch die Gleichungen

$$\pi \frac{di}{e} (\operatorname{tg} \psi' - \operatorname{tg} \varphi') = \xi$$

und  $\pi \frac{di}{e} (\operatorname{tg} \psi' + \operatorname{tg} \varphi') = \eta,$

und nehmen zugleich an, dass die Winkel  $\psi'$  und  $\varphi'$  stets so klein bleiben, dass ihre Tangenten mit den Sinus vertauscht werden können; dann ist auch

$$\pi \frac{di}{e} (\sin \psi' - \sin \varphi') = \xi \text{ oder } \pi \frac{di}{\mu e} (\sin \psi - \sin \varphi) = \xi$$

und  $\pi \frac{di}{e} (\sin \psi' + \sin \varphi') = \eta \text{ oder } \pi \frac{di}{\mu e} (\sin \psi + \sin \varphi) = \eta.$

Wir drücken nun zunächst den in  $M^2$  vorkommenden Bogen  $\frac{1}{2}(\chi - \omega)$  durch die neuen Veränderlichen aus; es ist aber

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\chi - \omega) &= \frac{\pi}{\lambda} 2\mu d(\cos \varphi' - \cos \psi') = \frac{\pi}{\lambda} 4\mu d(\sin^2 \frac{1}{2} \psi' - \sin^2 \frac{1}{2} \varphi') \\ &= \frac{\pi}{\lambda} 4\mu d(\sin \frac{1}{2} \psi' - \sin \frac{1}{2} \varphi') (\sin \frac{1}{2} \psi' + \sin \frac{1}{2} \varphi'). \end{aligned}$$

Wegen der vorausgesetzten Kleinheit der Winkel  $\psi'$  und  $\varphi'$  kann  $\frac{1}{2} \sin \psi'$  statt  $\sin \frac{1}{2} \psi'$  und  $\frac{1}{2} \sin \varphi'$  statt  $\sin \frac{1}{2} \varphi'$  gesetzt werden; man erhält daher

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\chi - \omega) &= \frac{\pi}{\lambda} \mu d(\sin \psi' - \sin \varphi') (\sin \psi' + \sin \varphi') \\ &= \frac{\pi}{\lambda} d(\sin \psi - \sin \varphi) (\sin \psi' + \sin \varphi'); \end{aligned}$$

da nun für das Gitter

$$\sin \psi - \sin \varphi = \frac{i\lambda}{e}$$

ist, so hat man

$$\frac{1}{2}(\chi - \omega) = \pi \frac{di}{e} (\sin \psi' + \sin \varphi') = \eta.$$

Da ferner

$$2\pi \frac{di}{e} \operatorname{tg} \psi' = \eta + \xi$$

und  $2\pi \frac{di}{e} \operatorname{tg} \varphi' = \eta - \xi,$

und  $\frac{1}{2} s = \frac{\pi}{\lambda} (\sin \psi - \sin \varphi) = \frac{i\pi}{e}$  ist, so erhalten wir für die in  $M^2$  vorkommenden Ausdrücke  $\frac{1}{2}(\beta - \alpha)s$  und  $\frac{1}{2}(\beta + \alpha)s$ , je nach der Beschaffenheit der Integrationsgrenzen, folgende zwei Gruppen von Werthen:

- a)  $\frac{1}{2}(\beta - \alpha)s = \eta + \xi - ni\pi$        $\frac{1}{2}(\beta + \alpha)s = (n+1)i\pi - \chi i\pi - (\eta + \xi)$   
 von  $\eta + \xi = ni\pi$  bis  $\eta + \xi = ni\pi + \chi i\pi$ ;
- b)  $\frac{1}{2}(\beta - \alpha)s = \chi i\pi$        $\frac{1}{2}(\beta + \alpha)s = (2n+1)i\pi - 2(\eta + \xi)$   
 von  $\eta + \xi = ni\pi + \chi i\pi$  bis  $\eta + \xi = (n+1)i\pi - \chi i\pi$ ;
- c)  $\frac{1}{2}(\beta - \alpha)s = (n+1)i\pi - (\eta + \xi)$        $\frac{1}{2}(\beta + \alpha)s = ni\pi + \chi i\pi - (\eta + \xi)$   
 von  $\eta + \xi = (n+1)i\pi - \chi i\pi$  bis  $\eta + \xi = (n+1)i\pi$ ;
- A)  $\frac{1}{2}(\beta' - \alpha')s = \eta - \xi - mi\pi$        $\frac{1}{2}(\beta' + \alpha')s = \eta - \xi - (m+1)i\pi + \chi i\pi$   
 von  $\eta - \xi = mi\pi$  bis  $\eta - \xi = mi\pi + \chi i\pi$ ;
- B)  $\frac{1}{2}(\beta' - \alpha')s = \chi i\pi$        $\frac{1}{2}(\beta' + \alpha')s = 2(\eta - \xi) - (2m+1)i\pi$   
 von  $\eta - \xi = mi\pi + \chi i\pi$  bis  $\eta - \xi = (m+1)i\pi - \chi i\pi$ ;
- C)  $\frac{1}{2}(\beta' - \alpha')s = (m+1)i\pi - (\eta - \xi)$        $\frac{1}{2}(\beta' + \alpha')s = \eta - \xi - mi\pi - \chi i\pi$   
 von  $\eta - \xi = (m+1)i\pi - \chi i\pi$  bis  $\eta - \xi = (m+1)i\pi$ .

Indem sich jedes Werthpaar der ersten Gruppe mit jedem der zweiten combinirt, ergeben sich für  $M^2$  neun verschiedene Ausdrücke, deren jedem sein eigenes Geltungsgebiet zukommt. Diese Ausdrücke sollen nun der Reihe nach ermittelt werden.

Aa. In diesem Falle hat man

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2}(\beta - \alpha)s &= \sin(\eta + \xi - ni\pi) = (-1)^{ni} \sin(\eta + \xi) \\ \sin \frac{1}{2}(\beta' - \alpha')s &= \sin(\eta - \xi - mi\pi) = (-1)^{mi} \sin(\eta - \xi) \\ \cos(\frac{1}{2}(\beta + \alpha)s + \frac{1}{2}(\chi - \omega)) &= (-1)^{ni+i} \cos(\chi i\pi + \xi) \\ \cos(\frac{1}{2}(\beta' + \alpha')s - \frac{1}{2}(\chi - \omega)) &= (-1)^{mi+i} \cos(\chi i\pi - \xi) \\ \cos(\frac{1}{2}(\beta' + \alpha' - \beta - \alpha)s - (\chi - \omega)) &= (-1)^{mi+ni} \cos 2\chi i\pi, \end{aligned}$$

während stets

$$\sin \frac{1}{2}bs = \sin(i\pi - \chi i\pi) = (-1)^{i+1} \sin \chi i\pi$$

ist. Setzt man diese Werthe in die obige Formel für  $M^2$  ein, so gewinnt der eingeklammerte Ausdruck zunächst folgende Gestalt:

$$\begin{aligned} &\sin^2(\eta + \xi) + \sin^2(\eta - \xi) + 4\sin^2 \chi i\pi \cos^2 \eta \\ &\quad + 2\sin(\eta + \xi) \sin(\eta - \xi) \cos 2\chi i\pi \\ &+ 4\sin \chi i\pi \cos \eta [\sin(\eta + \xi) \cos(\chi i\pi + \xi) + \sin(\eta - \xi) \cos(\chi i\pi - \xi)]. \end{aligned}$$

Durch schrittweise Umformung wird daraus

$$\begin{aligned} &\sin^2(\eta + \xi) + \sin^2(\eta - \xi) + 2\sin(\eta + \xi) \sin(\eta - \xi) \\ &\quad + 4\sin^2 \chi i\pi [\cos^2 \eta - \sin^2 \eta \cos^2 \xi + \cos^2 \eta \sin^2 \xi] \\ &+ 4\sin \chi i\pi \cos \eta [2\cos \chi i\pi \cos^2 \xi \sin \eta - 2\sin \chi i\pi \sin^2 \xi \cos \eta] \end{aligned}$$

\*

$$\begin{aligned}
 &= 4 \sin^2 \eta \cos^2 \xi + 4 \sin^2 \chi \pi [\cos^2 \eta \cos^2 \xi - \sin^2 \eta \cos^2 \xi] \\
 &\quad + 8 \sin \chi \pi \cos \chi \pi \sin \eta \cos \eta \cos^2 \xi \\
 &= 4 \cos^2 \xi [\sin^2 \eta + \sin^2 \chi \pi \cos^2 \eta - \sin^2 \chi \pi \sin^2 \eta + 2 \sin \chi \pi \\
 &\quad \cos \chi \pi \sin \eta \cos \eta] \\
 &= 4 \cos^2 \xi [\sin^2 \chi \pi \cos^2 \eta + \cos^2 \chi \pi \sin^2 \eta + 2 \sin \chi \pi \cos \chi \pi \\
 &\quad \sin \eta \cos \eta] \\
 &= 4 \cos^2 \xi \sin^2 (\chi \pi + \eta).
 \end{aligned}$$

Man hat demnach gefunden :

$$Aa) \quad M^2 = \left( \frac{c}{2i\pi} \right)^2 \cos^2 \varphi \cdot 4 \cos^2 \xi \sin^2 (\chi \pi + \eta).$$

Ab. Diejenigen Bestandtheile von  $M^2$ , welche nur  $\alpha'$  und  $\beta'$  enthalten, bleiben jetzt unverändert dieselben wie vorhin. Dagegen hat man im gegenwärtigen Falle zu setzen :

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha)s &= \sin \chi \pi \\
 \cos \left( \frac{1}{2} (\beta + \alpha)s + \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right) &= (-1)^i \cos (\eta + 2\xi) \\
 \cos \left( \frac{1}{2} (\beta' + \alpha' - \beta - \alpha)s - (\chi - \omega) \right) &= (-1)^{mi} \cos (\chi \pi + \eta + \xi).
 \end{aligned}$$

Der eingeklammerte Ausdruck stellt sich alsdann in folgender Form dar :

$$\begin{aligned}
 &\sin^2 \chi \pi + \sin^2 (\eta - \xi) + 4 \sin^2 \chi \pi \cos^2 \eta \\
 &\quad + 2 \sin \chi \pi \sin (\eta - \xi) \cos (\chi \pi + \eta + \xi) \\
 &\quad + 4 \sin^2 \chi \pi \cos \eta \cos (\eta + 2\xi) \\
 &\quad + 4 \sin \chi \pi \cos \eta \sin (\eta - \xi) \cos (\chi \pi - \xi).
 \end{aligned}$$

Um diesem Ausdruck eine übersichtlichere Gestalt zu geben, fassen wir zuerst diejenigen Glieder zusammen, welche mit dem Factor  $\sin^2 \chi \pi$  behaftet sind, und erhalten nach und nach

$$\begin{aligned}
 &\sin^2 \chi \pi [1 + 4 \cos^2 \eta + 4 \cos \eta \cos (\eta + 2\xi)] \\
 &= \sin^2 \chi \pi [1 + 8 \cos \eta \cos \xi \cos (\eta + \xi)] \\
 &= \sin^2 \chi \pi [1 + 4 \cos (\eta + \xi) \cos (\eta - \xi) + 4 \cos^2 (\eta + \xi)] \\
 &= \sin^2 \chi \pi [\sin^2 (\eta - \xi) + \cos^2 (\eta - \xi) \\
 &\quad + 4 \cos (\eta + \xi) \cos (\eta - \xi) + 4 \cos^2 (\eta + \xi)] \\
 &= \sin^2 \chi \pi [\sin^2 (\eta - \xi) + (\cos (\eta - \xi) + 2 \cos (\eta + \xi))^2].
 \end{aligned}$$

Die übrigen Glieder zusammengenommen geben

$$\begin{aligned}
 &\sin^2 (\eta - \xi) + 2 \sin \chi \pi \sin (\eta - \xi) [\cos (\chi \pi + \eta + \xi) + 2 \cos \eta \\
 &\quad \cos (\chi \pi - \xi)] \\
 &= \sin^2 (\eta - \xi) \\
 &\quad + 2 \sin \chi \pi \sin (\eta - \xi) [\cos (\chi \pi + \eta + \xi) + \cos (\chi \pi - \eta - \xi) \\
 &\quad \quad + \cos (\chi \pi + \eta - \xi)] \\
 &= \sin^2 (\eta - \xi)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 2 \sin \kappa i \pi \sin (\eta - \xi) [2 \cos \kappa i \pi \cos (\eta + \xi) + \cos \kappa i \pi \\
 & \qquad \qquad \qquad \cos (\eta - \xi) - \sin \kappa i \pi \sin (\eta - \xi)] \\
 = & \sin^2 (\eta - \xi) - 2 \sin^2 \kappa i \pi \sin^2 (\eta - \xi) + 2 \sin \kappa i \pi \cos \kappa i \pi \\
 & \qquad \qquad \qquad \sin (\eta - \xi) [\cos (\eta - \xi) + 2 \cos (\eta + \xi)].
 \end{aligned}$$

Fasst man nun diesen Ausdruck mit dem obigen zusammen, so ergibt sich

$$\begin{aligned}
 & \cos^2 \kappa i \pi \sin^2 (\eta - \xi) + \sin^2 \kappa i \pi (\cos (\eta - \xi) + 2 \cos (\eta + \xi))^2 \\
 & \qquad \qquad \qquad + 2 \sin \kappa i \pi \cos \kappa i \pi \sin (\eta - \xi) (\cos (\eta - \xi) \\
 & \qquad \qquad \qquad + 2 \cos (\eta + \xi)) \\
 = & (\cos \kappa i \pi \sin (\eta - \xi) + \sin \kappa i \pi (\cos (\eta - \xi) + 2 \cos (\eta + \xi)))^2 \\
 = & (2 \sin \kappa i \pi \cos (\eta + \xi) + \sin (\kappa i \pi + \eta - \xi))^2.
 \end{aligned}$$

In diesem zweiten Falle stellt sich also  $M^2$  unter folgender Form dar:

$$\begin{aligned}
 \text{Ab)} \quad M^2 = & \left( \frac{c}{2i\pi} \right)^2 \cos^2 \varphi (2 \sin \kappa i \pi \cos (\eta + \xi) \\
 & + \sin (\kappa i \pi + \eta - \xi))^2.
 \end{aligned}$$

Ac. Während wiederum die nur  $\alpha'$  und  $\beta'$  enthaltenden Theile von  $M^2$  ungeändert bleiben, hat man ausserdem

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha) s & = (-1)^{ni + i + 1} \sin (\eta + \xi) \\
 \cos \left( \frac{1}{2} (\beta + \alpha) s + \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right) & = (-1)^{ni} \cos (\kappa i \pi - \xi) \\
 \cos \left( \frac{1}{2} (\beta' + \alpha' - \beta - \alpha) s - (\chi - \omega) \right) & = \cos (m + n + 1) i \pi \\
 & = (\dots 1)^{ni + ni + i}.
 \end{aligned}$$

Durch Substitution dieser Werthe erhält man

$$\begin{aligned}
 & \sin^2 (\eta + \xi) + \sin^2 (\eta - \xi) + 4 \sin^2 \kappa i \pi \cos^2 \eta - 2 \sin (\eta + \xi) \\
 & \qquad \qquad \qquad \sin (\eta - \xi) \\
 & - 4 \sin \kappa i \pi \cos \eta \cos (\kappa i \pi - \xi) [\sin (\eta + \xi) - \sin (\eta - \xi)] \\
 = & 4 \cos^2 \eta [\sin^2 \kappa i \pi + \sin^2 \xi - 2 \sin \kappa i \pi \sin \xi \cos (\kappa i \pi - \xi)] \\
 = & 4 \cos^2 \eta [\sin^2 \kappa i \pi + \sin^2 \xi - 2 \sin^2 \kappa i \pi \sin^2 \xi \\
 & \qquad \qquad \qquad - 2 \sin \kappa i \pi \cos \kappa i \pi \sin \xi \cos \xi] \\
 = & 4 \cos^2 \eta [\sin^2 \kappa i \pi \cos^2 \xi + \cos^2 \kappa i \pi \sin^2 \xi \\
 & \qquad \qquad \qquad - 2 \sin \kappa i \pi \cos \kappa i \pi \sin \xi \cos \xi] \\
 = & 4 \cos^2 \eta \sin^2 (\kappa i \pi - \xi).
 \end{aligned}$$

Wir haben also für die gegenwärtige Combination:

$$\text{Ac)} \quad M^2 = \left( \frac{c}{2i\pi} \right)^2 \cos^2 \varphi \cdot 4 \cos^2 \eta \sin^2 (\kappa i \pi - \xi).$$

Ba. In diesem Falle ist

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha) s & = (-1)^{ni} \sin (\eta + \xi) \\
 \sin \frac{1}{2} (\beta' - \alpha') s & = \sin \kappa i \pi \\
 \cos \left( \frac{1}{2} (\beta + \alpha) s + \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right) & = (-1)^{ni + i} \cos (\kappa i \pi + \xi)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \left( \frac{1}{2} (\beta' + \alpha')s - \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right) &= (-1)^i \cos (\eta - 2\xi) \\ \cos \left( \frac{1}{2} (\beta' + \alpha' - \beta - \alpha)s - (\chi - \omega) \right) &= (-1)^{ni} \cos (\chi\pi + \eta - \xi). \end{aligned}$$

Der Ausdruck, welcher durch Substitution dieser Werthe hervorgeht, unterscheidet sich von dem für (Ab) erhaltenen nur durch das Vorzeichen von  $\xi$ ; man hat daher sofort:

$$\begin{aligned} \text{Ba)} \quad M^2 &= \left( \frac{e}{2i\pi} \right)^2 \cos^2 \varphi (2 \sin \chi\pi \cos (\eta - \xi) \\ &\quad + \sin (\chi\pi + \eta + \xi))^2. \end{aligned}$$

Bb. Während die nur von  $\alpha'$  und  $\beta'$  abhängigen Theile ihre vorigen Werthe beibehalten, wird jetzt

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha)s &= \sin \chi\pi \\ \cos \left( \frac{1}{2} (\beta + \alpha)s + \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right) &= (-1)^i \cos (\eta + 2\xi) \\ \cos \left( \frac{1}{2} (\beta' + \alpha' - \beta - \alpha)s - (\chi - \omega) \right) &= \cos 2\eta, \end{aligned}$$

so dass der eingeklammerte Ausdruck sich folgendermassen gestaltet:

$$\begin{aligned} &2 \sin^2 \chi\pi + 4 \sin^2 \chi\pi \cos^2 \eta + 2 \sin^2 \chi\pi \cos 2\eta \\ &+ 4 \sin^2 \chi\pi \cos \eta (\cos (\eta + 2\xi) + \cos (\eta - 2\xi)) \\ &= 8 \sin^2 \chi\pi \cos^2 \eta (1 + \cos 2\xi) = 16 \sin^2 \chi\pi \cos^2 \xi \cos^2 \eta. \end{aligned}$$

Demnach ist in diesem Falle

$$\text{Bb)} \quad M^2 = \left( \frac{e}{2i\pi} \right)^2 \cos^2 \varphi \cdot 16 \sin^2 \chi\pi \cdot \cos^2 \xi \cos^2 \eta.$$

Bc. Dieser Fall, in welchem

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha)s &= (-1)^{ni+i+1} \sin (\eta + \xi) \\ \cos \left( \frac{1}{2} (\beta + \alpha)s + \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right) &= (-1)^{ni} \cos (\chi\pi - \xi) \\ \cos \left( \frac{1}{2} (\beta' + \alpha' - \beta - \alpha)s - (\chi - \omega) \right) \\ &= (-1)^{ni+i} \cos (\chi\pi - (\eta - \xi)) \end{aligned}$$

zu setzen ist, führt zu einem Ausdruck, welcher von dem oben für (Ab) abgeleiteten nur durch das Vorzeichen von  $\eta$  verschieden ist. Man findet daher ohne weiteres:

$$\begin{aligned} \text{Bc)} \quad M^2 &= \left( \frac{e}{2i\pi} \right)^2 \cos^2 \varphi (2 \sin \chi\pi \cos (\eta - \xi) \\ &\quad + \sin (\chi\pi - \eta - \xi))^2. \end{aligned}$$

Ca. In diesem sowie in den folgenden zwei Fällen hat man

$\sin \frac{1}{2} (\beta' - \alpha')s = (-1)^{mi+i+1} \sin (\eta - \xi)$   
 $\cos \left( \frac{1}{2} (\beta' + \alpha')s - \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right) = (-1)^{mi} \cos (\chi\pi + \xi)$ ,  
während  $\sin \frac{1}{2} (\beta - \alpha)s$  und  $\cos \left( \frac{1}{2} (\beta + \alpha)s + \frac{1}{2} (\chi - \omega) \right)$  Werthe annehmen, welche unter den Fällen A und B bereits verzeichnet stehen. Da sich ferner jetzt

$$\cos \left( \frac{1}{2} (\beta' + \alpha' - \beta - \alpha)s - (\chi - \omega) \right) = (-1)^{mi+ni+1}$$

ergibt, so gelangt man zu einem Ausdruck, welcher sich von dem oben für (Ac) gefundenen nur durch das Vorzeichen von  $\xi$  unterscheidet. Es ist demnach

$$\text{Ca) } M^2 = \left(\frac{c}{2i\pi}\right)^2 \cos^2 \varphi \cdot 4 \cos^2 \eta \sin^2 (\kappa i\pi + \xi).$$

Cb. Dieser Fall, in welchem

$$\begin{aligned} \cos \left(\frac{1}{2}(\beta' + \alpha' - \beta - \alpha)s - (\chi - \omega)\right) \\ = (-1)^{mi + i} \cos (\kappa i\pi - \eta - \xi) \end{aligned}$$

zu nehmen ist, differirt von dem Falle (Bc) nur durch das Zeichen von  $\xi$ , und liefert daher

$$\begin{aligned} \text{Cb) } M^2 = \left(\frac{c}{2i\pi}\right)^2 \cos^2 \varphi \cdot (2 \sin \kappa i\pi \cos (\eta + \xi) \\ + \sin (\kappa i\pi - (\eta - \xi)))^2. \end{aligned}$$

Cc. Ebenso besteht zwischen (Cc) und (Aa) keine andere Verschiedenheit als diejenige der Vorzeichen von  $\eta$ , so dass ohne weiteres

$$\text{Cc) } M^2 = \left(\frac{c}{2i\pi}\right)^2 \cos^2 \varphi \cdot 4 \cos^2 \xi \sin^2 (\kappa i\pi - \eta)$$

gefunden wird. —

Um diese neun Ausdrücke zu discutiren, betrachten wir  $\xi$  und  $\eta$  als rechtwinklige Coordinaten. Alsdann ist

$$\eta - \xi = K$$

die Gleichung einer geraden Linie, welche mit der positiven  $\xi$ -Axe einen Winkel von  $45^\circ$  bildet, und

$$\eta + \xi = K'$$

stellt eine Gerade vor, welche zu der vorigen senkrecht steht, also mit der positiven  $\xi$ -Axe einen Winkel von  $135^\circ$  einschliesst. Wir ziehen nun, für das Gitterspectrum von der Ordnungszahl  $i$ , alle Geraden, welche den Gleichungen

$$\eta - \xi = mi\pi \text{ und } \eta - \xi = mi\pi \pm \kappa i\pi,$$

$$\eta + \xi = ni\pi \text{ und } \eta + \xi = ni\pi \pm \kappa i\pi$$

entsprechen; durch diese zwei Systeme zu einander senkrechter Geraden wird die  $\xi\eta$ -Ebene in Quadrate und Rechtecke (vergl. Fig. 6) zerschnitten, welche die Geltungsgebiete jener Ausdrücke darstellen. Es gilt nämlich der Ausdruck (Aa) innerhalb aller Quadrate von der Seite  $\kappa i\pi$  ( $\kappa < \frac{1}{2}$  gedacht), welche von den Linien

$$\text{Aa) } \left\{ \begin{array}{l} \eta - \xi = mi\pi, \eta - \xi = mi\pi + \kappa i\pi \\ \eta + \xi = ni\pi, \eta + \xi = ni\pi + \kappa i\pi \end{array} \right.$$

begrenzt werden. Das Gebiet des Ausdrucks (Ab) dagegen setzt sich aus Rechtecken zusammen, deren Seiten  $= \pi i - 2\kappa i\pi$  unter  $45^\circ$ , die Seiten  $\kappa i\pi$  unter  $135^\circ$  zur  $\xi$ -Axe geneigt sind, und von den Linien

$$\text{Ab) } \begin{cases} \eta - \xi = m i\pi, & \eta - \xi = m i\pi + \kappa i\pi \\ \eta + \xi = n i\pi + \kappa i\pi, & \eta + \xi = (n + 1)i\pi - \kappa i\pi \end{cases}$$

gebildet werden. Der Ausdruck (Ac) erstreckt sich über alle jene Quadrate von der Seite  $\kappa i\pi$ , welche zwischen den Geraden

$$\text{Ac) } \begin{cases} \eta - \xi = m i\pi, & \eta - \xi = m i\pi + \kappa i\pi \\ \eta + \xi = (n + 1)i\pi - \kappa i\pi, & \eta + \xi = (n + 1)i\pi \end{cases}$$

liegen. Für (Ba) ergeben sich wieder Rechtecke, den vorigen congruent, deren Seiten  $\kappa i\pi$  jedoch einen Winkel von  $45^\circ$  mit der  $\xi$ -Axe bilden, enthalten zwischen den Linien

$$\text{Ba) } \begin{cases} \eta - \xi = m i\pi + \kappa i\pi, & \eta - \xi = (m + 1)i\pi - \kappa i\pi \\ \eta + \xi = n i\pi, & \eta + \xi = n i\pi + \kappa i\pi. \end{cases}$$

Der Ausdruck (Bb) entspricht den Quadraten von der Seite  $\pi i - 2\kappa i\pi$ , welche von den Geraden

$$\text{Bb) } \begin{cases} \eta - \xi = m i\pi + \kappa i\pi, & \eta - \xi = (m + 1)i\pi - \kappa i\pi \\ \eta + \xi = n i\pi + \kappa i\pi, & \eta + \xi = (n + 1)i\pi - \kappa i\pi \end{cases}$$

begrenzt werden. Die Geltungsgebiete für die noch übrigen Ausdrücke sind entweder Quadrate von der Seite  $\kappa i\pi$ , oder Rechtecke von der bereits erwähnten Art, deren Gestalt und Lage übrigens aus den folgenden Gleichungen ihrer Begrenzungslinien leicht zu entnehmen ist:

$$\text{Be) } \begin{cases} \eta - \xi = m i\pi + \kappa i\pi, & \eta - \xi = (m + 1)i\pi - \kappa i\pi, \\ \eta + \xi = (n + 1)i\pi - \kappa i\pi, & \eta + \xi = (n + 1)i\pi; \end{cases}$$

$$\text{Ca) } \begin{cases} \eta - \xi = (m + 1)i\pi - \kappa i\pi, & \eta - \xi = (m + 1)i\pi, \\ \eta + \xi = n i\pi, & \eta + \xi = n i\pi + \kappa i\pi; \end{cases}$$

$$\text{Cb) } \begin{cases} \eta - \xi = (m + 1)i\pi - \kappa i\pi, & \eta - \xi = (m + 1)i\pi, \\ \eta + \xi = n i\pi + \kappa i\pi, & \eta + \xi = (n + 1)i\pi - \kappa i\pi; \end{cases}$$

$$\text{Ce) } \begin{cases} \eta - \xi = (m + 1)i\pi - \kappa i\pi, & \eta - \xi = (m + 1)i\pi, \\ \eta + \xi = (n + 1)i\pi - \kappa i\pi, & \eta + \xi = (n + 1)i\pi. \end{cases}$$

Betrachten wir  $M^2$  als Ordinate einer krummen Fläche, so ist jede Masche des soeben entworfenen Netzes von einem Flächenstück bedeckt, welches durch das zugehörige  $M^2$  definiert wird. Man kann sich leicht überzeugen, dass sämtliche Flächenstücke an den Grenzen ihrer Gebiete mit gleichen Ordinaten zusammenstossen, ohne jedoch daselbst stetig in einander überzugehen. Die Gesamtheit aller Ausdrücke  $M^2$  stellt daher eine

zusammenhängende Fläche dar, welche, aus einzelnen Stücken mosaikartig zusammengesetzt, die ganze  $\xi\eta$ -Ebene bedeckt; diese Fläche ist aber nicht stetig, sondern über den Geraden jenes Netzes geknickt.

Die vorliegende Aufgabe erheischt nun vor Allem, diejenigen Werthe von  $\xi$  und  $\eta$  aufzusuchen, für welche  $M^2$  Null wird, oder, mit andern Worten, diejenigen Punkte oder Linien zu ermitteln, in welchen die Fläche  $M^2$  die  $\xi\eta$ -Ebene schneidet. Diese Untersuchung muss für jedes Gitterspectrum, d. i. für jeden Werth von  $i$ , besonders geführt werden.

Wir wenden uns zunächst zur Betrachtung des ersten Spectrums, indem wir  $i = 1$  setzen, und in der  $\xi\eta$ -Ebene das Netz der Linien (Fig. 6)

$$\begin{aligned} \eta - \xi &= m\pi, \quad \eta - \xi = m\pi \pm x\pi, \\ \eta + \xi &= n\pi, \quad \eta + \xi = n\pi \pm x\pi \end{aligned}$$

entwerfen. Vor Allem fällt in die Augen, dass  $M^2 = 0$  wird, sowohl wenn  $\cos \xi$ , als auch wenn  $\cos \eta$  verschwindet, d. h. für

$$\xi = \frac{2m+1}{2}\pi$$

$$\text{und } \eta = \frac{2n+1}{2}\pi.$$

Wir haben demnach als Nulllinien zwei Systeme zu einander senkrechter Geraden, welche resp. der  $\eta$ - und der  $\xi$ -Axe parallel sind und in unterbrochenem Zuge die ganze  $\xi\eta$ -Ebene durchlaufen. Die ersteren durchsetzen als Diagonalen diejenigen Quadrate (Aa), (Ce) und (Bb), deren Mittelpunkte die Abscissen  $\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, \dots$  haben; die letzteren dagegen durchschneiden diejenigen Quadrate (Ac), (Ca) und (Bb), deren Mittelpunkte den Ordinaten  $\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, \dots$  entsprechen.

Innerhalb der Quadrate (Bb) gibt es keine weiteren Nullwerthe mehr. Ebensowenig finden sich solche in den übrigen Quadraten, so lange  $x < \frac{1}{2}$  ist. Denn in dem Ausdrücke für (Aa) z. B.

$$4 \cos^2 \xi \sin^2(x\pi + \eta)$$

kann alsdann die Summe  $x\pi + \eta$ , weil  $\eta$  zwischen die Grenzen

1) Der Factor  $\binom{e}{2i+1}^2 \cos^2 \eta$ , welcher allen Formen von  $M^2$  gemeinschaftlich ist, kann bei der Discussion natürlich unberücksichtigt bleiben.

$\frac{m+n}{2}\pi$  und  $\frac{m+n}{2}\pi + \varkappa\pi$  eingeschränkt ist, nie gleich einer ganzen Anzahl von  $\pi$  werden. Sobald aber  $\varkappa$  den Werth  $\frac{1}{4}$  überschreitet, hat man noch innerhalb jedes Quadrates (Aa) als Nulllinie eine Gerade

$$\eta = m'\pi - \varkappa\pi,$$

und ebenso innerhalb (Cc) eine Gerade

$$\eta = m''\pi + \varkappa\pi;$$

ferner treten, wenn  $\varkappa > \frac{1}{4}$  ist, innerhalb der Quadrate (Ac) und (Ca) resp. die Geraden

$$\xi = n'\pi + \varkappa\pi$$

$$\text{und } \xi = n''\pi - \varkappa\pi$$

als Nulllinien auf. Diese vier Geraden überschreiten die Grenzen der zugehörigen Quadrate nicht; sie finden sich nur in denjenigen Quadraten, welche auch von den vorhin besprochenen durchgehenden Liniensystemen durchschnitten werden; wenn  $\varkappa$  den Werth  $\frac{1}{3}$  erreicht, werden sie zu Diagonalen ihres Quadrates, und bilden dann selbst die Seiten eines Quadrates, welches den Punkt  $\xi = \frac{2m+1}{2}\pi$ ,  $\eta = \frac{2n+1}{2}\pi$  als Mittelpunkt umschliesst.

Bei weiter wachsendem  $\varkappa$  zieht sich das letztgenannte Quadrat immer mehr zusammen, und verschwindet zuletzt, wenn  $\varkappa = \frac{1}{2}$  geworden ist, in seinem Mittelpunkt.

Es bleiben nun noch die Rechtecke (Ab) und (Cb), (Ba) und (Bc) zu untersuchen. Für das Rechteck (Ab), welches von den Geraden

$$\eta - \xi = 2m'\pi, \quad \eta - \xi = 2m'\pi + \varkappa\pi,$$

$$\eta + \xi = 2n'\pi + \varkappa\pi, \quad \eta + \xi = (2n' + 1)\pi - \varkappa\pi$$

begrenzt ist, stellt die Gleichung

$$2\sin \varkappa\pi \cos(\eta + \xi) + \sin(\varkappa\pi + \eta - \xi) = 0$$

eine transcendente Curve dar, welche, falls  $\varkappa < \frac{1}{4}$  ist, den Punkt

$$\eta - \xi = 2m'\pi, \quad \eta + \xi = (2n' + 1)\pi - \frac{1}{3}\pi$$

mit dem Eckpunkte

$$\eta - \xi = 2m'\pi + \varkappa\pi, \quad \eta + \xi = (2n' + 1)\pi - \varkappa\pi$$

in stetigem Zuge verbindet. Wenn dagegen  $\varkappa > \frac{1}{4}$  ist, so läuft die Curve von dem nämlichen Ausgangspunkt nach dem Punkte

$$\xi = (2n' - 2m')\pi + \varkappa\pi, \quad \eta + \xi = (2n' + 1)\pi - \varkappa\pi,$$

und vereinigt sich dort mit der Geraden  $\xi = (2n' - 2m')\pi + \varkappa\pi$ , welche das angrenzende Quadrat (Ac) durchschneidet. Von  $\varkappa = \frac{1}{3}$  bis  $\varkappa = \frac{1}{2}$  ist die Curve gar nicht mehr vorhanden.

Jedes Rechteck enthält ein ganz gleiches Curvenstück; die Curvenstücke je zweier Rechtecke, welche mit gemeinschaftlicher Basis aneinander grenzen, vereinigen sich in dem auf dieser Basis gelegenen gemeinsamen Ausgangspunkte

$$\eta - \xi = 2m'\pi, \quad \eta + \xi = (2n' + 1)\pi - \frac{1}{3}\pi,$$

und bilden daselbst eine Spitze; die Curvenstücke zweier Rechtecke, welche mit einer Ecke

$$\eta - \xi = 2m'\pi + \kappa\pi, \quad \eta + \xi = (2n' + 1)\pi - \kappa\pi$$

zusammenstossen, vereinigen sich daselbst ebenfalls in einer Spitze; auf diese Weise setzen sich, wenn  $\kappa < \frac{1}{4}$  ist, je acht Curvenstücke zu einer geschlossenen Figur zusammen, einer Art Rosette, welche den Punkt

$$\xi = \frac{2n' - 2m' + 1}{2}\pi, \quad \eta = \frac{2n' + 2m' + 1}{2}\pi$$

als Mittelpunkt umgibt. Wenn  $\kappa$  zwischen  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{1}{3}$  liegt, besteht der Umriss der Rosette aus Curvenbögen und aus den geradlinigen Stücken, welche alsdann innerhalb der Quadrate (Aa), (Cc), (Ac), (Ca) als Nulllinien auftreten. Wird  $\kappa > \frac{1}{3}$ , so verwandelt sich die Rosette in das von diesen geraden Nulllinien gebildete Quadrat.

Die Gesammtheit aller Nulllinien besteht demnach

1) aus zwei Systemen paralleler gerader Linien, welche sich rechtwinklig durchschneiden;

2) aus rosettenförmigen Figuren (resp. Quadraten), welche die Durchschnittspunkte jener Geraden als Mittelpunkte umschliessen.

Als bemerkenswerthe Punkte der Fläche  $M^2$  heben wir ausserdem noch hervor die Mittelpunkte der von den Linien (1) gebildeten Quadrate, nämlich die Punkte

$$\xi = m\pi, \quad \eta = n\pi;$$

in jedem dieser Punkte besitzt nämlich unsere Fläche, so lange  $\kappa < \frac{1}{3}$  ist, eine trichterartige Einsenkung, oder, mit anderen Worten, die Ordinate  $M^2$  hat daselbst eine Art Minimum. In Fig. 6 sind die Stellen dieser Einsenkungen durch kleine Ringe angedeutet, und in Fig. 6 a ist der Verlauf der Werthe von  $M^2$  längs der Geraden  $\eta - \xi = 0$  von  $\eta + \xi = \pi$  bis  $\eta + \xi = 3\pi$  dargestellt.

Nachdem die Fläche  $M^2$  für  $i = 1$  über der  $\xi\eta$ -Ebene ausgebreitet ist, ist es leicht, die Intensitätsvertheilung innerhalb

des ersten Gitterspectrums für jede Neigung der einfallenden Strahlen anzugeben.

Zunächst bemerken wir, dass, weil

$$\xi = \pi \frac{di}{\mu e} (\sin \psi - \sin \varphi)$$

$$\text{und } \sin \psi - \sin \varphi = \frac{i\lambda}{e},$$

die Abscisse

$$\xi = \pi \frac{di^2}{\mu e^2} \lambda$$

nicht von dem Einfallswinkel  $\varphi$ , sondern nur von der Wellenlänge  $\lambda$  abhängig und zwar derselben proportional ist.

Bezeichnen wir daher die Wellenlänge des äussersten Violett mit  $\lambda_1$ , diejenige des äussersten Roth mit  $\lambda_2$ , und ziehen wir (für das erste Spectrum) die Geraden

$$\xi_1 = \pm \pi \frac{d}{\mu e^2} \lambda_1,$$

$$\text{und } \xi_2 = \pm \pi \frac{d}{\mu e^2} \lambda_2$$

parallel zur  $\eta$ -Axc, so hat man sich zwischen diesen beiden Linienpaaren das erste Spectrum jederseits gleichsam auf die  $\xi\eta$ -Ebene gemalt zu denken, so dass die Fraunhofer'schen Linien mit der  $\eta$ -Axe parallel laufen; die  $\eta$ -Axe selbst stellt alsdann das schmale Bild des linearen Spaltes vor.

Um nun zu erfahren, an welchen Stellen des Spectrums für den Einfallswinkel  $\varphi$  dunkle Streifen auftreten, ziehen wir die zur  $\xi$ -Axe unter  $45^\circ$  geneigte Gerade

$$\eta - \xi = 2\pi \frac{d}{e} \text{tg}\varphi',$$

deren Gleichung unter der Voraussetzung, dass  $\text{tg}\varphi'$  mit  $\sin \varphi'$  und  $\text{tg}\varphi$  mit  $\sin \varphi$  vertauscht werden darf, auch in der Form

$$\eta - \xi = 2\pi \frac{d}{\mu e} \text{tg}\varphi$$

geschrieben werden kann, und sehen zu, an welchen Stellen der innerhalb des Spectrums jederseits enthaltene Theil dieser Geraden die Nulllinien schneidet. Jeder Schnittpunkt entspricht einem an der betreffenden Stelle des Spectrums vorhandenen dunklen Streifen. Man sieht, dass die Anordnung der Streifen

in den Spectren rechts und links im Allgemeinen unsymmetrisch ist, jedoch symmetrisch wird, sobald

$$\eta - \xi = m\pi$$

$$\text{oder } 2d \operatorname{tg} \varphi' = me$$

wird, d. h. so oft das einfallende und dann am Spiegel reflectirte Strahlenbündel ungeschmälert aus dem Gitter austritt. Man kann sich von diesem Verhalten leicht durch den Versuch überzeugen; indem man von einer Stellung der Symmetrie, z. B. von der senkrechten Incidenz, welcher die durch den Coordinatenanfang gehende Gerade  $\eta - \xi = 0$  entspricht, ausgehend, das Spectrometertischchen ein wenig dreht, erreicht man bald eine Stellung, bei welcher die Vertheilung der Streifen in beiden Spectren wieder symmetrisch und zwar die nämliche ist wie in der Ausgangsstellung. Auch bei unsymmetrischer Stellung kehrt die nämliche Anordnung der Streifen wieder, wenn man  $\eta - \xi$  um  $\pi$ , oder  $2d \operatorname{tg} \varphi'$  um  $e$  sich ändern lässt.

Um alle Aenderungen zu überschauen, welche bei gleichförmig wachsendem oder abnehmendem Einfallswinkel in der Anordnung der Streifen eintreten, lässt man in der Gleichung

$$\eta - \xi = 2\pi \frac{d}{\mu e} \operatorname{tg} \varphi$$

den Winkel  $\varphi$  sich gleichförmig ändern, oder man lässt, was bei der vorausgesetzten Kleinheit des Winkels  $\varphi$  auf dasselbe hinauskommt, diese Gerade parallel mit sich selbst mit gleichförmiger Geschwindigkeit über die  $\xi\eta$ -Ebene weggleiten. Man sieht alsdann, dass die den Nulllinien

$$\xi = \frac{2m + 1}{2} \pi$$

entsprechenden Streifen an denselben Stellen jedes Spectrums stehen bleiben, während die den Linien

$$\eta = \frac{2n + 1}{2} \pi$$

entsprechenden Streifen die Spectren mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufen. Diejenigen Streifen, welche von den rosettenförmigen Figuren herrühren, bewegen sich mit ungleichförmiger Geschwindigkeit, welche sich ruckweise ändert, sobald die Linie  $\eta - \xi$  über ein Eck der Rosette gleitet. Man sieht ferner, wie die beweglichen Streifen mit den feststehenden bald zusammenfließen, bald sich wieder von ihnen trennen, oder wie ein Streifen der dritten Art in zwei mit verschiedener Geschwindigkeit sich

bewegende auseinandergeht, welche sich dann an einer andern Stelle des Spectrums wieder vereinigen.

Wir haben demnach in dem ersten Spectrum jederseits folgende Arten von dunkeln Streifen:

1) Streifen, welche in gleichen Abständen von einander an bestimmten Stellen des Spectrums stehen bleiben;

2) Streifen, welche mit denselben Abständen bei gleichförmiger Aenderung des Einfallswinkels das Spectrum seiner ganzen Breite nach mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufen;

3) Streifen, welche mit ungleichförmiger, manchmal plötzlich geänderter Geschwindigkeit sich bald diesseits, bald jenseits der stationären Streifen bewegen, dann plötzlich verschwinden, um bald an der ursprünglichen Stelle wieder aufzutauchen. Wenn  $\kappa > \frac{1}{4}$  ist, kann die ungleichförmige Bewegung dieser Streifen eine Zeit lang in gleichförmige Bewegung oder in Stillstand übergehen, oder sie wechselt bloss, wenn  $\kappa > \frac{1}{3}$  ist, zwischen Stillstand und gleichförmiger Bewegung.

4) Endlich gibt es, entsprechend den oben erwähnten trichterartigen Einsenkungen der Fläche  $M^2$ , noch Streifen, welche nicht völlig dunkel sind. Sie zeigen sich nur in den Stellungen der Symmetrie immer an denselben Stellen des Spectrums, nämlich in der Mitte zwischen zwei stationären Streifen. —

Gehen wir nun zur Untersuchung der Erscheinungen im zweiten Spectrum über, so haben wir,  $i = 2$  setzend, in der  $\xi\eta$ -Ebene das Netz der Linien (vergl. Fig. 7)

$$\begin{aligned} \eta - \xi &= 2m\pi, & \eta - \xi &= 2m\pi \pm 2\kappa\pi, \\ \eta + \xi &= 2n\pi, & \eta + \xi &= 2n\pi \pm 2\kappa\pi \end{aligned}$$

zu zeichnen. Dasselbe zeigt bei doppelt so grossem Massstabe die nämlichen Verhältnisse wie im vorigen Fall. Der Verlauf der Nulllinien ist aber ein ganz anderer. Was zuerst die Quadrate (Bb) anbelangt, so verhalten sich dieselben alle unter sich gleich; in jedem nämlich finden sich vier gerade Nulllinien, von welchen zwei, nämlich

$$\xi = 2m\pi - \frac{1}{2}\pi \quad \text{und} \quad \xi = 2m\pi + \frac{1}{2}\pi$$

der  $\eta$ -Axe, die zwei andern

$$\eta = 2n\pi - \frac{1}{2}\pi \quad \text{und} \quad \eta = 2n\pi + \frac{1}{2}\pi$$

der  $\xi$ -Axe parallel sind. Diese Linien durchlaufen nicht ununterbrochen die  $\xi\eta$ -Ebene, sondern endigen an den Grenzen der zugehörigen Quadrate; sie sind, falls  $\kappa > \frac{1}{4}$  ist, gar nicht mehr vorhanden.

Innerhalb der Quadrate (Aa), (Cc), (Ac), (Ca) gibt es keine Nulllinien, so lange  $\kappa < \frac{1}{4}$  ist. Ist aber  $\kappa > \frac{1}{4}$ , so findet sich in dem Quadrate (Aa), welchem der Ausdruck

$$4 \cos^2 \xi \sin(2\kappa\pi + \eta)$$

entspricht, die gerade Linie

$$\text{Aa)} \quad \eta = 2n'\pi - 2\kappa\pi,$$

und ebenso in den drei übrigen Quadraten die Geraden

$$\text{Cc)} \quad \eta = 2n'\pi + 2\kappa\pi,$$

$$\text{Ac)} \quad \xi = 2m'\pi + 2\kappa\pi,$$

$$\text{Ca)} \quad \xi = 2m'\pi - 2\kappa\pi;$$

für  $\kappa = \frac{1}{3}$  werden sie zu Diagonalen ihrer Quadrate, und schließen sich zu je vier sowohl um die Punkte

$$\xi = (2m + 1)\pi, \quad \eta = (2n + 1)\pi$$

als auch um die Punkte

$$\xi = 2m\pi, \quad \eta = 2n\pi$$

zu Quadraten zusammen; diese Quadrate werden bei wachsendem  $\kappa$  immer kleiner, und verschwinden endlich, wenn  $\kappa = \frac{1}{2}$  geworden ist, in den ebengedachten Punkten.

Was endlich die Rechtecke (Ab), (Cb), (Ba), (Bc) anlangt, so enthält jedes derselben zwei Curvenzweige, welche z. B. im Falle (Ab) der Gleichung

$$2 \sin 2\kappa\pi \cos(\eta + \xi) + \sin(2\kappa\pi + \eta - \xi) = 0$$

genügen, und von den in der Grundlinie  $\eta - \xi = 2m\pi$  gelegenen beiden Punkten

$$\eta - \xi = 2m\pi, \quad \eta + \xi = 2n\pi + \frac{2}{3}\pi;$$

$$\eta - \xi = 2m\pi, \quad \eta + \xi = (2n + 2)\pi - \frac{2}{3}\pi$$

ausgehend, entweder, so lange  $\kappa < \frac{1}{4}$  bleibt, nach den Punkten hinlaufen, wo die den Quadraten (Bb) angehörigen Nulllinien die mit dem Rechteck gemeinschaftliche Quadratseite treffen, oder, wenn  $\kappa$  zwischen  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{1}{3}$  liegt, nach den Punkten, wo die innerhalb der Quadrate (Aa), (Ac) verlaufenden Nulllinien den anstossenden Seiten des Rechtecks begegnen. Wenn  $\kappa > \frac{1}{3}$  ist, sind diese Curvenäste nicht mehr vorhanden. So lange sie aber vorhanden sind, bilden sie in Gemeinschaft mit den innerhalb der Quadrate verlaufenden geraden Linien geschlossene rosettenartige Figuren, welche die Punkte

$$\xi = m\pi, \quad \eta = n\pi$$

als Mittelpunkte umgeben; wenn  $\kappa > \frac{1}{3}$  wird, treten an Stelle dieser Rosetten jene oben bereits erwähnten, von Nulllinien gebildeten Quadrate. Die Mittelpunkte der Rosetten (oder Quadrate)

sind zugleich diejenigen Punkte, in welchen die Fläche  $M^2$  trichterförmige Einsenkungen besitzt.

Das Muster der Nulllinien des zweiten Spectrums enthält also nur Rosetten ohne durchgehende gerade Linien. Wollen wir das Verhalten der dunkeln Streifen kennen lernen, so haben wir jetzt das zweite Spectrum zwischen den Grenzlinien

$$\xi_1 = \pm \pi \frac{4d}{\mu e^2} \lambda_1$$

$$\text{und } \xi_2 = \pm \pi \frac{4d}{\mu e^2} \lambda_2$$

aufzutragen, und die Gerade

$$\eta - \xi = 2\pi \frac{2d}{\mu e} \text{tg}\varphi$$

darüber gleiten zu lassen. Das Spectrum hat die vierfachen, das Netz, in welches die Nulllinien eingezeichnet sind, die doppelten Dimensionen wie vorhin. Geben wir dem Netze, was für die Ausführung der Zeichnung (Fig. 7) bequem ist, dieselbe Grösse wie im ersten Fall, so bekommt das zweite Spectrum die doppelte Breite wie das erste, wie es sich auch in Wirklichkeit verhält. Man bemerkt, dass an denselben Stellen, d. h. bei den nämlichen Wellenlängen, wo im ersten Spectrum Rosettenmittelpunkte oder Minima lagen, im zweiten Spectrum Rosettenmittelpunkte vorhanden sind, und zwar ist hier jedes Minimum der Mittelpunkt einer Rosette. Die Anordnung der Streifen gestaltet sich auch hier beiderseits symmetrisch, so oft  $2d\text{tg}\varphi = me$  wird, und wiederholt sich, wenn  $2d\text{tg}\varphi$  um  $e$  zunimmt. Es gibt jedoch im zweiten Spectrum keine Streifen der ersten und zweiten Art, sondern nur solche, deren Bewegung abwechselnd aus gleichförmiger und ungleichförmiger Bewegung und zeitweisem Stillstand gemischt ist. Ausserdem finden sich noch, an bestimmten Stellen des Spectrums, die halbdunkeln Streifen, welche den trichterförmigen Einsenkungen der Fläche  $M^2$  entsprechen. Die Fig. 7 a zeigt den Verlauf der Werthe von  $M^2$  längs der Linie  $\eta - \xi = 0$  von  $\eta + \xi = 2\pi$  bis  $\eta + \xi = 6\pi$ .

Zum dritten Spectrum, welchem das Netz

$$\eta - \xi = 3m\pi, \quad \eta - \xi = 3m\pi \pm 3\kappa\pi,$$

$$\eta + \xi = 3n\pi, \quad \eta + \xi = 3n\pi \pm 3\kappa\pi$$

zu Grunde liegt, gehören wieder zwei Schaaren von durchgehenden Nulllinien (vergl. Fig. 8), nämlich

$$\xi = (3m + \frac{3}{2})\pi$$

$$\text{und } \eta = (3n + \frac{3}{2})\pi;$$

jeder Durchschnittspunkt derselben ist von zwei concentrischen Rosetten umgeben, während noch jeder der Punkte

$$\xi = 3m\pi, \eta = 3n\pi$$

von je einer Rosette umschlossen wird. Ueber das dreimal so grosse Netz wäre, vermöge der Gleichung

$$\xi = \pi \frac{d^2}{\mu e^2} \lambda$$

ein Spectrum von neunfacher Breite zu legen; führt man aber das Netz in denselben Dimensionen aus wie in den vorigen Fällen (Fig. 8), so hat man das Spectrum dreimal so breit zu nehmen wie das erste. Die Fig. 8 a stellt die Intensitätsvertheilung im dritten Spectrum dar für  $\eta - \xi = 0$  von  $\eta + \xi = 3\pi$  bis  $\eta + \xi = 9\pi$ . Der Weg, welchen die Discussion im gegenwärtigen sowie in den folgenden Fällen einzuschlagen hat, ist durch das Vorhergehende so deutlich vorgezeichnet, dass wir, auch ohne ihn Schritt für Schritt zu verfolgen, die eintretenden Erscheinungen klar übersehen. Nur folgende Bemerkung sei noch gestattet. Durchgehende Nulllinien gibt es nur für die Spectra ungerader Ordnungszahl  $(2k + 1)$ , und zwar entsprechend den Gleichungen

$$\xi = (2k + 1) \frac{2m + 1}{2} \pi$$

$$\text{und } \eta = (2k + 1) \frac{2n + 1}{2} \pi;$$

dennach gibt es nur in diesen Spectren Streifen, welche immer an derselben Stelle stehen bleiben, und solche, welche das Spectrum seiner ganzen Breite nach mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchwandern. Sowohl die erste als die zweite Art von Streifen bewahren unter sich stets die nämlichen Abstände, wie im ersten Spectrum. —

Wir haben uns bisher blos mit den Vorgängen innerhalb der Beugungsspectra beschäftigt, dagegen das Bild des Collimatorspaltes, in welchem sich das ungebeugte Licht vereinigt, ganz ausser Acht gelassen. Dem linearen Spaltbilde entspricht aber die  $\eta$ -Axe unserer Projection, für welche  $i = 0$  und daher auch  $s = 0$  ist; der Ausdruck  $M^2$ , welcher aus der Formel N S. 27 unter der Voraussetzung, dass  $s$  nicht Null sei, hergeleitet wurde, verliert also auf der  $\eta$ -Axe seine Geltung. Wir müssen

daher die bisher zusammenhängend gedachte Fläche  $M^2$  längs der  $\eta$ -Axe durchschneiden, und längs des Schnittes diejenigen Intensitätswerthe aufpflanzen, welche dem ungebeugten Lichte für die verschiedenen Einfallswinkel  $\varphi$  zukommen.

Die Intensität des durch einen Gitterspalt direct eingetretenen und ungebeugt wieder austretenden Lichtes ergibt sich aber sowohl aus dem Ausdruck N S. 27 (für  $s = 0$ ), als auch durch unmittelbare Ueberlegung

$$= \cos^2 \varphi ((1 - \kappa)e - (\beta' - \alpha'))^2;$$

man hat daher, unter Berücksichtigung der früher (S. 30) angegebenen Werthe von  $\beta' - \alpha'$ , statt  $M^2$  die folgenden Werthe in den entsprechenden Punkten der  $\eta$ -Axe aufzutragen:

- A)  $\cos^2 \varphi ((m + 1)e - \kappa e - 2dtg\varphi)^2$ ,  
von  $2dtg\varphi' = me$  bis  $2dtg\varphi' = me + \kappa e$ ;
- B)  $\cos^2 \varphi ((1 - 2\kappa)e)^2$ ,  
von  $2dtg\varphi' = me + \kappa e$  bis  $2dtg\varphi' = (m + 1)e - \kappa e$ ;
- C)  $\cos^2 \varphi (2dtg\varphi' - me - \kappa e)^2$ ,  
von  $2dtg\varphi' = (m + 1)e - \kappa e$  bis  $2dtg\varphi' = (m + 1)e$ .

Lassen wir den Factor  $\cos^2 \varphi$ , welcher die allmähliche Abnahme der Lichtstärke bei zunehmender Schrägheit der Strahlen ausdrückt, aber hier wegen der vorausgesetzten Kleinheit des Winkels  $\varphi$  nahezu gleich 1 ist, ausser Acht, so lehren uns diese Ausdrücke, dass die Intensität des Spaltbildes, soweit sie bloss von einer Gitteröffnung herrührt<sup>1)</sup>, während  $2dtg\varphi'$  von  $me$  bis  $(m + 1)e$  geht, zuerst von ihrem grössten Werthe  $((1 - \kappa)e)^2$  abnimmt bis zum Werthe  $((1 - 2\kappa)e)^2$ , welcher bei  $2dtg\varphi' = me + \kappa e$  eintritt; diesen kleinsten Werth behält sie unverändert bei bis  $2dtg\varphi' = (m + 1)e - \kappa e$ , um von da an wieder in nahezu gleichförmigem Wachstum bis zum grössten Werthe  $((1 - \kappa)e)^2$  anzusteigen, der bei  $2dtg\varphi' = (m + 1)e$  erreicht wird. Denken wir uns diese Werthe längs der  $\eta$ -Axe aufgepflanzt, so gibt die Gerade

$$\eta - \xi = 2\pi \frac{di}{\mu e} tg\varphi,$$

indem sie über die  $\eta$ -Axe gleitet, zugleich die Intensitätsänderungen an, welche das Spaltbild bei allmählicher Aenderung des Einfallswinkels durchmacht. Dass diese Intensitätsänderungen

---

1) Um die Intensität für das ganze Gitter von  $q$  Oeffnungen zu erhalten, wären obige Ausdrücke noch mit  $q^2$  zu multipliciren.

wirklich stattfinden, wird durch die Beobachtung in der That bestätigt <sup>1)</sup>).

Unsere Theorie gibt demnach in qualitativer Beziehung von den Umständen der Erscheinung befriedigende Rechenschaft. Um sie auch in quantitativer Hinsicht zu prüfen, wurde die Lage der dunkeln Streifen durch Messung bestimmt. Nachdem der Spiegel sorgfältig in der bereits beschriebenen Weise zu den von der durchsichtigen Glasplatte reflectirten Strahlen senkrecht und das Gitter mit dem Spiegel parallel gestellt war, so dass die Streifung der Spectren zu beiden Seiten des Spaltbildes symmetrisch erschien, wurde das Fadenkreuz nach und nach auf die dunkeln Streifen des ersten und zweiten Spectrums zur Rechten und zur Linken eingestellt. Die Hälfte des für den nämlichen Streifen jederseits abgelesenen Winkels gibt alsdann den Winkel  $\psi$ . Aus den Winkeln  $\psi$  wurden nun mittelst der Formeln  $\lambda = c \sin \psi$  für das erste und  $\lambda = \frac{1}{2}c \sin \psi$  für das zweite Spectrum die den Streifen zugehörigen Wellenlängen berechnet; sie finden sich, in Milliontel-Millimetern ausgedrückt, in der folgenden Tabelle unter der Rubrik „beobachtet“ neben den Werthen von  $\psi$  angegeben; diese letzteren sind die Resultate einer einzigen Messung. Das Gitter enthielt 39 Oeffnungen auf 1<sup>mm</sup>, es war also  $c = 0,02578$ . Dieser Werth wurde noch durch Messung der Wellenlängen der Frauenhofer'schen Linien controlirt. Da bei senkrechter Incidenz  $\eta - \xi = 0$  ist, so hätten wir zur Berechnung der Werthe von  $\xi$ , für welche die Lichtstärke Null wird, die Ausdrücke (Aa), (Ab) und (Ac) zu benutzen, nachdem in ihnen  $\eta = \xi$  gesetzt worden. Aus der vorausgegangenen allgemeinen Discussion wissen wir aber bereits, dass im ersten Spectrum (falls wir den unbekanntenen Werth  $\alpha$  kleiner als  $\frac{1}{3}$  voraussetzen) Nullwerthe eintreten für

$$\xi = \frac{2m+1}{2}\pi \text{ und für } \eta + \xi = (2n+1)\pi \pm \frac{1}{6}\pi$$

oder, da im gegenwärtigen Falle  $\eta = \xi$  ist, für

$$\xi = \frac{2m+1}{2}\pi \text{ und } \xi = \left( \frac{2n+1}{2} \pm \frac{1}{6} \right)\pi;$$

dazu kommen noch die Minima bei

$$\xi = m\pi.$$

1) Gewisse Farbenercheinungen, von welchen diese Intensitätsänderungen begleitet sind, sollen im folgenden Abschnitt besprochen werden.

Da nun für das erste Spectrum

$$\xi = \pi \frac{d}{\mu e^2} \lambda$$

ist, so findet man die Werthe von  $\lambda$ , bei welchen im ersten Spectrum dunkle Streifen auftreten, aus den Gleichungen

$$\lambda = \frac{2m+1}{2} \cdot \frac{\mu e^2}{d}, \quad \lambda = \left( \frac{2m+1}{2} \pm \frac{1}{6} \right) \frac{\mu e^2}{6}, \quad \lambda = m \cdot \frac{\mu e^2}{d}.$$

Im zweiten Spectrum hat man, für  $\eta - \xi = 0$ , Nullwerthe bei  $\eta + \xi = 2n\pi \pm \frac{2}{3}\pi$ , oder was im gegenwärtigen Fall dasselbe ist, bei

$$\xi = (n \mp \frac{1}{3})\pi$$

und Minima bei

$$\xi = n\pi;$$

im zweiten Spectrum ist aber

$$\xi = \pi \frac{4d}{\mu e^2} \lambda;$$

die dunkeln Streifen in demselben finden sich also bei den folgenden Werthen von  $\lambda$ :

$$\lambda = \left( \frac{n}{4} \pm \frac{1}{12} \right) \frac{\mu e^2}{d} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{n}{4} \cdot \frac{\mu e^2}{d}.$$

Um aus diesen Formeln die Wellenlängen für die dunkeln Streifen berechnen zu können, braucht nur noch  $d$ , die Entfernung des Gitters von dem Spiegel, bekannt zu sein. Bei dem in der folgenden Tabelle aufgeführten Beispiel war  $d = 2^{\text{mm}},613$ ; da sich zwischen Gitter und Spiegel eine Luftschicht befand, war  $\mu = 1$  zu setzen, und es ergab sich

$$\frac{\mu e^2}{d} = \frac{e^2}{d} = 0^{\text{mm}},00025426.$$

Mit Hilfe dieser Zahl wurden nun die Wellenlängen der dunkeln Streifen bestimmt, und in der Columnne „berechnet“ den beobachteten Werthen zur Seite gestellt. Diejenigen Werthe, welche der Theorie zu Folge nicht völlig dunkeln Streifen, sondern Minimis entsprechen, wurden durch den Beisatz „min.“ bezeichnet. In der Beobachtung war jedoch ein Unterschied zwischen ihnen und den andern Streifen nicht zu erkennen. Der Streifen bei 508,6 z. B. erschien fast eben so dunkel wie der Streifen 638,8; es dürfte sich diess erklären aus dem Umstand, dass jedes Minimum zwischen zwei Maximis enthalten ist, welche bei einem kleinen Werthe von  $x$  dem Minimum sehr nahe gerückt sind und dessen Werth um mehr als das doppelte über-

$e = 0^{\text{mm}},02578$        $d = 2^{\text{mm}},613$ .

beobachtet		berechnet
$\psi$	$\lambda$	$\lambda$
I. Spectrum		
0° 56' 40"	425,9	423,7
1 7 40	508,6	508,5 min.
1 20 —	601,2	593,2
1 25 —	638,8	635,6
1 31 —	683,9	678,0
II. Spectrum		
1 47 —	402,1	402,6
1 53 40	427,1	426,2
1 59 40	449,6	447,4 min.
2 4 —	466,9	468,6
2 10 30	490,3	487,3
2 15 20	508,5	508,5 min.
2 22 40	536,0	529,7
2 26 30	550,4	550,9
2 32 50	574,2	572,1 min.
2 38 —	593,6	593,2
2 43 30	614,2	614,4
2 49 —	634,9	635,6 min.
2 55 10	658,0	656,8

treffen. Bei dem angewendeten Gitter aber betrug, wie die Betrachtung unter dem Mikroskop zeigte, der Werth  $\alpha$  sicher weniger als  $\frac{1}{10}$ . Durch den Contrast mit den benachbarten Maximis müssen aber die Minima deutlicher hervortreten.

Mit demselben Gitter wurden mehrere derartige Messungen für verschiedene Distanzen (bis zu  $d = 4,357$ ) durchgeführt, welche sich theils wie die in der Tabelle mitgetheilte auf die beiden ersten Spectren, theils für die grösseren Distanzen nur auf das erste Spectrum erstreckten; alle Messungen befinden sich mit der Theorie in genügendem Einklange.

Ein Glasgitter bringt auch für sich schon, d. h. ohne Anwendung eines besonderen Spiegels, die dunkeln Streifen hervor,

wenn die geritzte Fläche dem Beobachter zugewendet und die ungeritzte Glasfläche als Spiegel benutzt wird. In diesem Falle erscheinen jedoch die Streifen verhältnissmässig weniger dunkel, weil nämlich die unversehrten Spectra, welche durch Reflexion an der geritzten Fläche entstehen, sich über die ungefähr gleich lichtstarken gestreiften Spectra des an der Glasfläche reflectirten Lichtes legen. Die von der Reflexion an der geritzten Fläche herrührenden Spectra sind allerdings auch bei Anwendung eines Silberspiegels vorhanden, da sie aber ungestreift sind und im Vergleiche mit den durch Reflexion an der Silberfläche erzeugten gestreiften Spectren nur eine geringe Lichtstärke besitzen, so geben sie zu einer merklichen Störung keinen Anlass. Störend würde es jedoch wirken, wenn man das Glasgitter mit nach vorn gewendeter geritzter Fläche vor den Silberspiegel bringen wollte, weil jetzt nebst den eben erwähnten glatten auch noch die dem Glasgitter selbst angehörigen gestreiften Spectren auf die enger gestreiften des Silberspiegels sich legen würden. Die letztere Anordnung muss daher, wenn es sich um messende Versuche handelt, vermieden, und wie oben angegeben wurde, die geritzte Fläche dem Spiegel zugekehrt werden; immerhin aber kann man sich an dem zierlich cannelirten Anblick erfreuen, welchen die Spectra durch Uebereinanderlagerung einer engeren und schärferen mit einer weiteren und weniger scharfen Streifung darbieten. Man kann sogar drei verschiedene Streifungen gleichzeitig hervorbringen, wenn man noch die unbelegte Fläche des Silberspiegels nach vorn wendet.

Auch Russgitter und Drahtgitter bringen vor einer spiegelnden Fläche ähnliche Erscheinungen hervor wie Glasgitter; ausser den oben erwähnten wurden jedoch keine weiteren Messungen angestellt, weil jene zur Bestätigung der Theorie hinzureichen schienen. Jedenfalls dürfen wir in diesen zierlichen Erscheinungen, welche unzweifelhaft durch die Interferenz gebeugter Strahlen entstehen, eine wesentliche Stütze der von uns vertretenen Anschauung erblicken, dass auch die in den vorhergehenden Abschnitten besprochenen und bisher als „Farben dicker Platten“ bezeichneten Erscheinungen der nämlichen Ursache zuzuschreiben sind.

## V.

Die Erscheinungen, welche ein vor einen Spiegel gebrachtes Gitter hervorbringt, sind hiemit noch nicht erschöpft. Hält man nämlich ein Gitter vor einen Spiegel, und blickt durch dasselbe nach dem Spiegelbilde des bewölkten Himmels, so dass das Auge auf grosse Entfernung accommodirt ist und daher die Gitterstriche selbst nicht sieht, so erscheint das Gesichtsfeld erfüllt von helleren und dunkleren Streifen, welche in regelmässiger Abwechslung mit zwei Farben gefärbt sind, indem die helleren Streifen die eine, die dunkleren Streifen die andere Farbe zeigen. Die Streifen sind, wenn das Gitter mit dem Spiegel parallel ist, zu den Gitterstrichen parallel; sie rücken enger zusammen und ändern ihre Färbung, wenn man die Entfernung des Gitters von dem Spiegel vergrössert. Durch ein Drahtgitter z. B., welches 6 Drähte auf 1<sup>mm</sup> enthält, sieht man, wenn es 3<sup>mm</sup> vom Spiegel absteht, dunkelgelbbraune Streifen mit schwarzer Mitte, getrennt von einander durch sehr helle bläulichweisse Streifen; in 7<sup>mm</sup> Entfernung sind die dunkleren Streifen bräunlichgelb und beiderseits von schmalen schwarzen Rändern eingefasst, während die hellen Streifen ein ins Violette spielende Weiss zeigen; bei 12<sup>mm</sup> Abstand wechseln blaugrüne Streifen mit röthlichweissen ab; bei noch grösseren Entfernungen werden die Farben immer unbestimmter und man sieht nur noch eine feine hellere und dunklere Streifung. Bei dem obigen Glasgitter erscheinen die Streifen grünlich und röthlich, in verschiedenen Nüancen je nach den verschiedenen Abständen; sie werden be- greiflicher Weise auch gesehen, wenn man das Gitter allein, mit der geritzten Fläche nach vorn gewendet, im reflectirten Lichte betrachtet, so dass die hintere ungeritzte Fläche die Stelle des Spiegels vertritt.

Auch diese Erscheinung lässt sich leicht mit dem Spectrometer beobachten und messend verfolgen. Nachdem Spiegel und Gitter in der früher beschriebenen Weise aufgestellt sind, entfernt man den Collimator und lenkt mittelst der planparallelen Glasplatte das vom Heliostaten reflectirte Licht des klaren oder bewölkten Himmels durch das Gitter auf den Spiegel. Man kann auch das Licht einer seitlich aufgestellten breiten Lampenflamme oder eines mit Sonnenlicht beleuchteten Papierblattes oder matte-

schliffenen Glases auf die reflectirende Glasplatte fallen lassen. In allen diesen Fällen sieht man das Gesichtsfeld von verticalen abwechselnd verschieden gefärbten Streifen durchzogen.

So verschieden diese Erscheinung von der im vorigen Abschnitt beschriebenen zu sein scheint, so steht sie mit ihr doch im innigsten Zusammenhange. Wir haben es nämlich hier mit Strahlen zu thun, welche innerhalb gewisser Grenzen alle möglichen Einfallswinkel besitzen, so dass, bei der ersten Versuchsanordnung, jedem Punkte der unendlich fernen leuchtenden Fläche ein bestimmter Winkel  $\varphi$  entspricht. Die Strahlen der Richtung  $\varphi$ , als von demselben Punkte ausgehend und daher unter sich cohärent, werden mit einander interferiren, und würden, wenn allein vorhanden, die Erscheinung der gestreiften Beugungsspectren hervorbringen. Jeder Punkt der leuchtenden Fläche wirkt in ähnlicher Weise, und da die von verschiedenen Punkten kommenden Strahlen unter sich nicht cohärent sind, so werden sich im Gesichtsfeld die den unzähligen verschiedenen Winkeln  $\varphi$  entsprechenden Beugungserscheinungen mit einander mischen.

Um das Resultat dieser Mischung für einen Winkelabstand  $\psi$  von der Mitte des Gesichtsfelds (d. h. also für eine in diesem Abstand befindliche verticale Linie) zu erfahren, ziehen wir über den Grundriss (Fig. 6, 7, 8) unserer Intensitätsfläche, auf welchen wir uns auch in der oben angegebenen Weise jederseits die Spectra aufgetragen denken, die unter  $135^\circ$  zur  $\xi$ -Axe geneigte Gerade

$$\eta + \xi = 2\pi \frac{di}{e} \operatorname{tg} \psi'.$$

Während wir früher nur einen Punkt dieser Geraden, nämlich denjenigen, welcher dem einzigen Einfallswinkel  $\varphi$  entsprach, zu berücksichtigen hatten, haben wir nun sämtliche auf jener Geraden vorhandenen Intensitäten zu summiren, innerhalb jener Grenzen von  $\varphi$ , welche bei dem Versuche vorkommen. Betrachten wir die Gerade vorerst nur so weit, als sie sich über das erste Spectrum jederseits erstreckt, so werden sich zu dem weissen Licht, welches auf der  $\eta$ -Axe aufgetragen ist, noch die verschiedenen Spectralfarben mischen, jede mit derjenigen Intensität, welche sie vermöge der Beschaffenheit der Fläche  $M^2$  längs der Linie  $\eta + \xi$  besitzt. Daraus wird eine Mischfarbe hervor-

gehen, mit welcher die dem Winkelabstand  $\psi$  entsprechende Verticale des Gesichtsfelds gefärbt erscheint.

Um die Färbungen aller Verticalen des Gesichtsfeldes kennen zu lernen, brauchen wir nur die Gerade

$$\eta + \xi = 2\pi \frac{d_i}{e} \operatorname{tg} \psi'$$

parallel mit sich selbst über die  $\xi\eta$ -Ebene hingleiten zu lassen, und für jede ihrer Lagen die angedeutete Summation vorzunehmen. Wir sehen sofort, dass dieselbe Färbung wiederkehrt, so bald sich  $2d_i \operatorname{tg} \psi'$  um  $e$  ändert; und ohne jene Summation im einzelnen auszuführen, erkennen wir, dass die Färbung innerhalb jedes zwischen

$$\eta + \xi = m\pi - \kappa\pi \quad \text{und} \quad \eta + \xi = m\pi + \kappa\pi$$

enthaltenen Streifens, in welchem die Rosettenmittelpunkte liegen, eine andere sein muss, als innerhalb jedes von den Linien

$$\eta + \xi = m\pi + \kappa\pi \quad \text{und} \quad \eta + \xi = (m + 1)\pi - \kappa\pi$$

begrenzten Streifens, in welchen keine Rosettenmittelpunkte fallen.

Der Beitrag, den das zweite, dritte und die folgenden Spectren zu der Erscheinung liefern, wird, weil ihre Lichtstärke geringer ist als die des ersten, in demselben Masse ein geringerer sein. Aber auch abgesehen hievon werden sie an der Farbmischung, wie sie durch das erste Spectrum bedingt ist, nichts wesentliches ändern; denn erstlich enthalten dieselben Streifen, in welchen die Rosettenmittelpunkte und Minima des ersten Spectrums liegen, auch diejenigen aller folgenden; und zweitens wissen wir, dass an denselben Stellen, d. h. bei den nämlichen Wellenlängen, wo im ersten Spectrum Rosettenmittelpunkte auftraten, auch in den folgenden solche vorhanden sind; eine homogene Farbe also, welche vermöge der Wirkung des ersten Spectrums aus der Mischung wegfällt, wird durch die folgenden Spectra nicht oder nur ungenügend ersetzt.

Von hervorragendem Einfluss auf die Streifenbildung und gleichsam die Grundlage derselben ist natürlich das (in unserer Projection längs der  $\eta$ -Axe aufgetragene) ungebeugte weisse Licht, welchem sich die besprochenen Farbentöne beimischen. Würde das Gitter keine Beugung ausüben, so wäre das Gesichtsfeld erfüllt mit ungefärbten abwechselnd helleren und dunkleren Streifen, deren Mitten sich resp. bei  $2d_i \operatorname{tg} \psi' = m e$  und bei

$2dtg\psi' = \frac{2m + 1}{2} e$  befinden; wir hätten dann räumlich neben einander gelegt alle jene Intensitätswandlungen, welche wir im vorigen Abschnitt an dem linearen Spaltbild zeitlich nach einander eintreten sahen (vergl. S. 47). Dass ein nicht beugendes Gitter Streifen dieser Art hervorbringen muss, erkennt man ohne alle Rechnung durch die einfachste Ueberlegung.

An diesen farbigen Streifen, deren Ursprung und Zusammensetzung nun hinlänglich aufgeklärt ist, beobachtet man noch folgende Eigenthümlichkeiten. Wenn man die reflectirende Glasplatte um ihre verticale Axe dreht, während das Spectrometer-tischchen feststehen bleibt, so bleiben die Streifen unverändert stehen: denn da in dem einfallenden Licht innerhalb gewisser Grenzen alle möglichen Strahlenrichtungen vertreten sind, so wird dasselbe während dieser Drehung dem Gitter gegenüber seine Rolle nicht verändern. Dreht man aber das Tischchen um seine Axe, so wandern die Streifen durch das Gesichtsfeld, und zwar der Theorie gemäss mit derselben Geschwindigkeit, wie die wandernden dunkeln Streifen, welche wir im vorigen Abschnitt kennen gelernt haben.

Der Winkelabstand der Streifen konnte mit dem Spectrometer sehr leicht gemessen werden; es fand sich z. B. dass, als die Abstände des Gitters von dem Spiegel nach einander  $2^{\text{mm}},0$ ;  $2^{\text{mm}},6$ ;  $8^{\text{mm}},1$  betragen, im ersten Falle 8 Doppelstreifen (d. i. immer ein hellerer mit dem angrenzenden dunkleren Streifen zusammen)  $3^{\circ}$  umfassten; im zweiten Falle gingen 10 Doppelstreifen auf  $2^{\circ} 53' 20''$ , im dritten Doppelstreifen auf  $1^{\circ} 49' 20''$ . Daraus ergeben sich für die Breite eines Doppelstreifens folgende Werthe:  $22' 30''$ ,  $17' 20''$ ,  $5' 28''$ ; berechnet man daraus mittelst der Gleichung  $2dtg\psi = e$  die Entfernung  $d$ , so findet man die Werthe  $1^{\text{mm}},969$ ;  $2^{\text{mm}},556$ ;  $8^{\text{mm}},102$ , welche mit den gemessenen Werthen hinlänglich übereinstimmen. —

Nachdem wir mit dem Wesen dieser farbigen Streifen vertraut geworden sind, wenden wir uns zu der Erscheinung des vorigen Abschnitts zurück, und untersuchen, was eintritt, wenn der daselbst unendlich schmal gedachte Spalt breiter gemacht wird. Ist  $\varphi_1$  die halbe angulare Breite des Spaltbildes, und liegt seine Mitte in der Mitte des Gesichtsfeldes, so liegen die vorkommenden Einfallswinkel  $\varphi$  zwischen  $-\varphi_1$  und  $+\varphi_1$ ; ziehen wir daher die beiden Geraden

$$\eta - \xi = 2\pi \frac{di}{e} \operatorname{tg} \varphi_1 \quad \text{und} \quad \eta - \xi = -2\pi \frac{di}{e} \operatorname{tg} \varphi_1,$$

so haben wir die Linien  $\eta + \xi$  nur so weit zu berücksichtigen, als sie zwischen diesen beiden Geraden liegen. Summiren wir die auf jedem dieser Stücke vorkommenden Intensitäten, so erhalten wir die Lichtstärke und Farbenmischung, welche in jedem Winkelabstand  $\psi$  von der Bildmitte herrscht. Diejenigen Linien  $\eta + \xi$ , welche dem Spaltbilde selbst angehören, werden zwischen den beiden Linien

$$\eta + \xi = 2\pi \frac{di}{e} \operatorname{tg} \varphi_1 \quad \text{und} \quad \eta + \xi = -2\pi \frac{di}{e} \operatorname{tg} \varphi_1$$

enthalten sein. Dem Spaltbilde entspricht also in unserer Projection ein von diesem und dem obigen Linienpaar eingeschlossenes Quadrat. Sobald dieses Quadrat in das erste Spectrum hineingreift, d. h. sobald

$$2\pi \frac{d}{e} \operatorname{tg} \varphi_1 > \pi \frac{d}{e^2} \lambda_1$$

oder  $e \operatorname{tg} \varphi_1 > \frac{1}{2} \lambda_1$  wird, beginnen farbige Streifen der obigen Art innerhalb des Spaltbildes aufzutreten, welche um so zahlreicher und den oben besprochenen um so ähnlicher werden, je weiter der Spalt geöffnet wird. Zugleich werden die Spectra nicht nur unrein, sondern die vorher dunkeln Streifen zeigen sich farbig auf andersfarbigem Grunde. Ändert man die Neigung der einfallenden Strahlen, durch Drehen des Spectromertischchens, so wandern die bunten Streifen sowohl über die undeutlichen Spectra als über das Bild des Spaltes hinweg.

Wir haben bisher die Entfernung der Lichtquelle als unendlich gross angenommen, weil dieser Fall einerseits durch das Spectrometer leicht realisirt und messend verfolgt werden kann, und andererseits seine analytische Behandlung eine verhältnissmässig leichte ist. Man begreift aber, dass auch bei geringerer Entfernung der Lichtquelle dem Wesen nach ganz ähnliche Erscheinungen eintreten müssen wie in dem bisher betrachteten Grenzfalle. Lenkt man z. B. nach Wegnahme des Collimators und des Fernrohrs das Licht einer seitlich aufgestellten Kerzenflamme mittelst der reflectirenden Glasplatte durch das Gitter auf den Spiegel, so sieht man durch die Glasplatte blickend das Bild der Kerzenflamme beiderseits begleitet von undeutlichen

spectral gefärbten Flammenbildern, sämtliche Bilder durchzogen von verticalen farbigen Streifen, welche bei einer Drehung des Tischchens über die ganze Erscheinung wegwandern. Selbstverständlich ist zu diesem Versuche das Spectrometer gar nicht nothwendig. Man sieht diese Erscheinung sogar schon, wenn man den Spiegel mit dem Gitter davor, oder auch das Gitter allein, mit der geritzten Fläche dem Beobachter zugewendet, einfach in der Hand hält und nun das an dem Spiegel oder an der hinteren Fläche des Gitters reflectirte Bild einer Kerzenflamme betrachtet; nur sind in diesem Falle wegen der beträchtlichen Schiefe der einfallenden Strahlen die spectral gefärbten Bilder zu beiden Seiten des Flammenbildes sehr unsymmetrisch. —

Auch die das ganze Gesichtsfeld gleichmässig erfüllende bunte Streifung zeigt sich, wie oben bereits erwähnt wurde, nicht bloss, wenn man das Licht des Himmels, sondern auch, wenn man das Licht einer nahegerückten breiten Lampenflamme oder das diffuse Licht eines beleuchteten Papierblatts auf die inmitten des Spectrometertischchens aufgestellte reflectirende Glasplatte fallen lässt. Wenn man mit engem Spalte die im vorigen Abschnitt beschriebenen dunklen Streifen der Beugungsspectren beobachtet, genügt sogar die geringe Menge des von der Collimatorlinse und der planparallelen Platte diffundirten Lichtes, um jene farbige Streifung wie einen leichten Schleier über die ganze Erscheinung auszubreiten, welcher sich nicht bloss über die Spectra, sondern auch über das Spaltbild selber legt. Das Spaltbild zeigt daher, wenn man das Spectrometertischchen dreht, nicht nur die oben S. 47 erwähnten Intensitätsänderungen, sondern auch, indem die vom diffusen Licht herrührenden farbigen Streifen über dasselbe wegwandern, eine zwischen zwei Nüancen, z. B. röthlich und grünlich, wechselnde leise Färbung. Dass diese Färbung in der That von dem an der Collimatorlinse und Glasplatte diffundirten Lichte herrührt, wird durch folgende Versuche bestätigt. Die Färbung ist kaum wahrnehmbar, wenn Linse und Glasplatte möglichst sorgfältig gereinigt sind; sie tritt dagegen intensiver hervor, wenn die Collimatorlinse absichtlich getrübt wird; gleichzeitig wird die farbige Streifung in dem dunkeln Zwischenraum zwischen Spaltbild und erstem Spectrum deutlicher, und indem sich dieselbe auch über die Spectren selbst ausdehnt, werden die Farben derselben etwas geändert. Bedeckt

man endlich die Collimatorlinse mit einer mattgeschliffenen Glasplatte, so verschwinden natürlich Spaltbild und Spectra ganz, um den farbigen Streifen Platz zu machen, und zwar erscheint jetzt am Fadenkreuz gerade jene Farbe, welche das Spaltbild vorher zeigte.

Um dieses durch diffuses Licht alterirte Aussehen der Spectra und des Spaltbildes in der Projection darzustellen, müsste man auf die  $\xi\eta$ -Ebene ausser den Spectren selbst noch ganz leise die farbigen Streifen parallel der Geraden  $\eta + \xi = 0$  gemalt denken; indem nun die Linie  $\eta - \xi = 2\pi \frac{di}{e} tg\varphi'$  über die  $\xi\eta$ -Ebene weggleitet, gibt sie ausser den Bewegungen der dunkeln Streifen auch noch die Farbenwechsel des Spaltbildes und die Farbenänderungen innerhalb der Spectra an. —

Beide Erscheinungen, sowohl die Spectra mit den dunkeln Streifen, als die bunte Streifung des gleichmässig erleuchteten Gesichtsfeldes, lassen sich sehr schön auch objectiv darstellen. Nachdem Gitter, Spiegel und reflectirende Glasplatte in der richtigen Stellung z. B. auf einem Holzklötzchen angebracht sind, lässt man im ersten Falle das durch einen Spalt gegangene Sonnenlicht auf die Glasplatte fallen; das vom Spiegel reflectirte und durch Gitter und Glasplatte durchgegangene Strahlenbündel trifft auf eine achromatische Linse, welche auf einem Schirme ein scharfes Bild des Spaltes entwirft, zu dessen beiden Seiten die gestreiften Spectra erscheinen. Im zweiten Falle lässt man die Sonnenstrahlen nicht durch einen Spalt gehen, sondern durch eine Linse von kurzer Brennweite, so dass ein divergirender Strahlenkegel auf Gitter und Spiegel gelangt; auf dem Schirme bilden sich dann die farbigen Streifen ab. Dreht man das Holzklötzchen um eine verticale Axe, so beobachtet man in beiden Fällen die Wanderung der Streifen. —

Sehen wir uns nun zum Schlusse noch in der Literatur um nach Versuchen mit einem vor einem Spiegel aufgestellten Gitter, so finden wir, dass schon der Herzog von Chaulnes <sup>1)</sup> ein Gitter von Silberdrähten, welche  $\frac{3}{4}$  bis 1 Linie von einander entfernt waren, vor seinen metallenen Hohlspiegel brachte. Anstatt der Ringe, welche er bei den früheren Versuchen wahrge-

---

1) Mém. de l'anc. Acad. des sc. 1755 p. 143.

nommen hatte, sah er jetzt nur einen Streifen weissen Lichtes, durchschnitten von mehreren kurzen lebhaft gefärbten Streifen, welche in derselben Ordnung auf einander folgten wie die Ringe. Diess ist in der That die Erscheinung, wie sie nach unserer Theorie eintreten müsste, wenn die Gitterstäbe nicht alle gleichweit von einander entfernt sind. Biot<sup>1)</sup> wiederholte diesen Versuch mit einem Gitter aus geschwärzten Metallstäbchen, dessen Dimensionen er nicht angibt, mit dem nämlichen Erfolg. Die „gezackten“ Interferenzstreifen, welche Brewster<sup>2)</sup> innerhalb der Gitterspectra wahrnahm, als er eine Glasplatte, deren untere Fläche geritzt war, über eine ebenfalls geritzte Stahlplatte brachte und das an der Stahlplatte reflectirte zweimal durch das Gitter gegangene Licht ins Auge gelangen liess, gehören ebenfalls hieher. Ferner hat Herr Crova<sup>3)</sup>, indem er ein durch einen schmalen Spalt gegangenes Lichtbündel durch zwei gleiche und parallele Glasgitter sandte, innerhalb der Spectra dunkle Streifen erhalten, welche mit den oben beschriebenen ohne Zweifel identisch sind; bei unsern Versuchen spielt nämlich das Spiegelbild des Gitters offenbar die Rolle eines zweiten gleichen und parallelen Gitters. Die Theorie, welche Herr Crova von der Erscheinung gibt, ist jedoch sehr unvollständig. Endlich hat Herr Feussner<sup>4)</sup> mit einem Spiegel, dessen Vorderfläche nach einer Richtung in der Art der Glasgitter geritzt war, allem Anscheine nach diejenige Erscheinung beobachtet, welche oben S. 57 für den Fall, dass man den Spiegel mit dem davor befindlichen Gitter in der Hand hält, beschrieben wurde. —

---

1) *Traité de Physique*, T. IV. p. 227. 1816.

2) D. Brewster, On the bands formed by the superposition of paragenic spectra produced by the grooved surfaces of glass and steels. *Edinb. Trans.* XXIV. p. 221—232. *Phil. Mag.* (4). XXXI. p. 22—26, 98—104. 1865.

3) Crova, Sur les phénomènes d'interférences produits par les réseaux parallèles. *Compt. rendus T. LXXII.* p. 855. 1871. *T. LXXIV.* p. 932. 1872.

4) *Pogg. Ann.* Bd. CXLIX. S. 564. 1873.

---

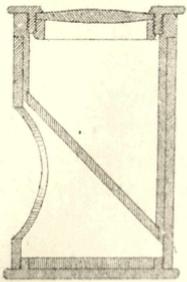


Fig. 2.

Fig. 3.

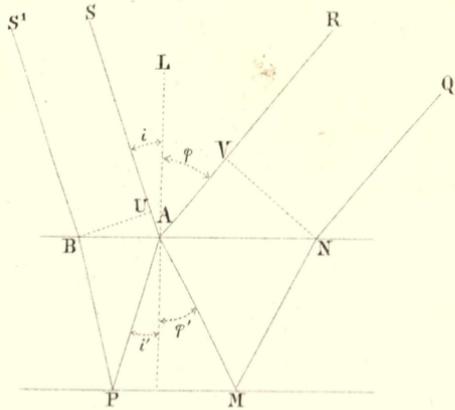


Fig. 5.

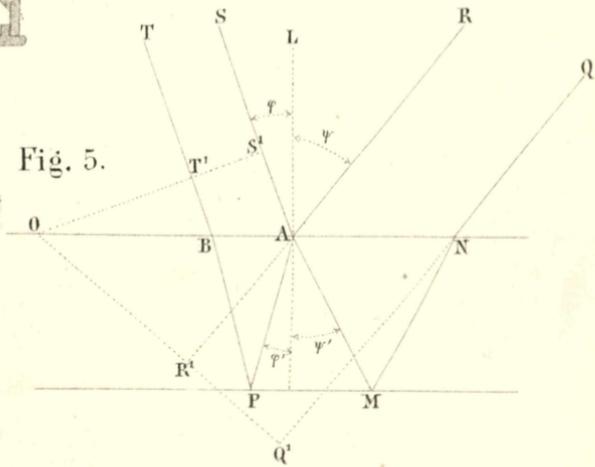


Fig. 1.

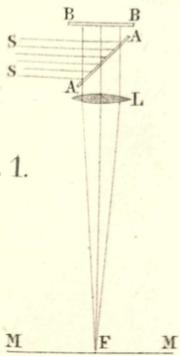


Fig. 4.

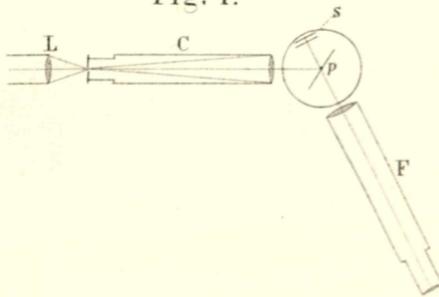




Fig. 6.

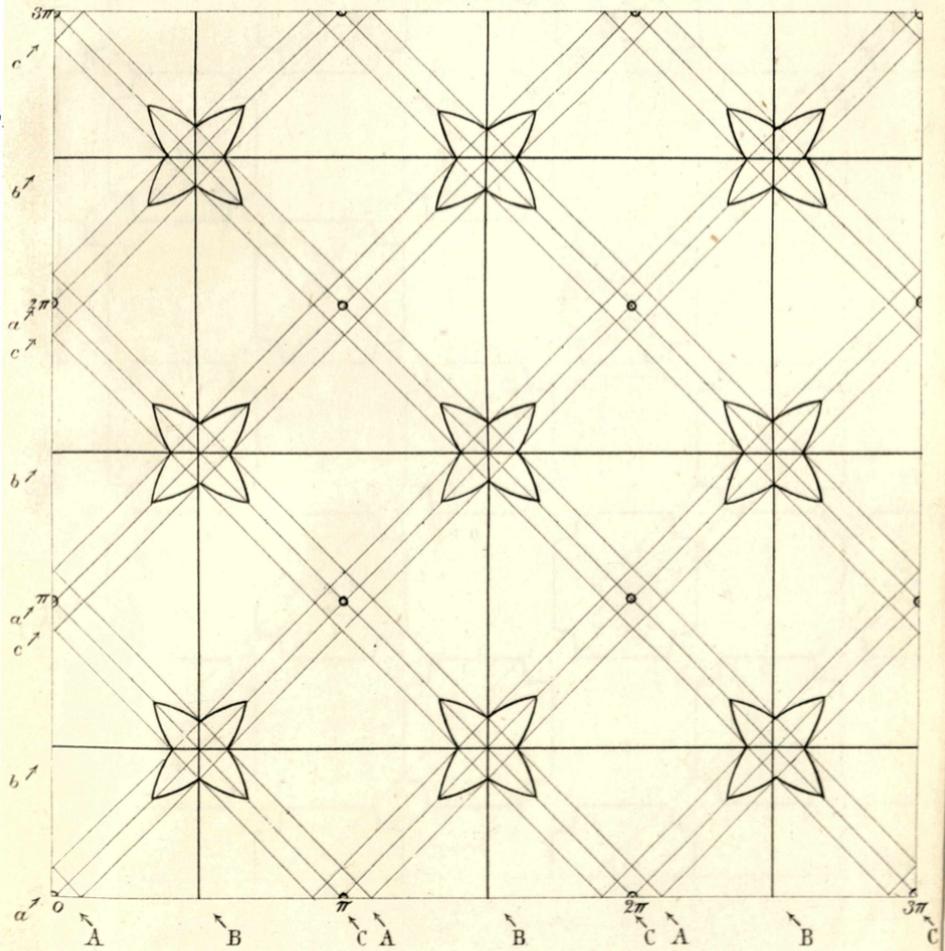
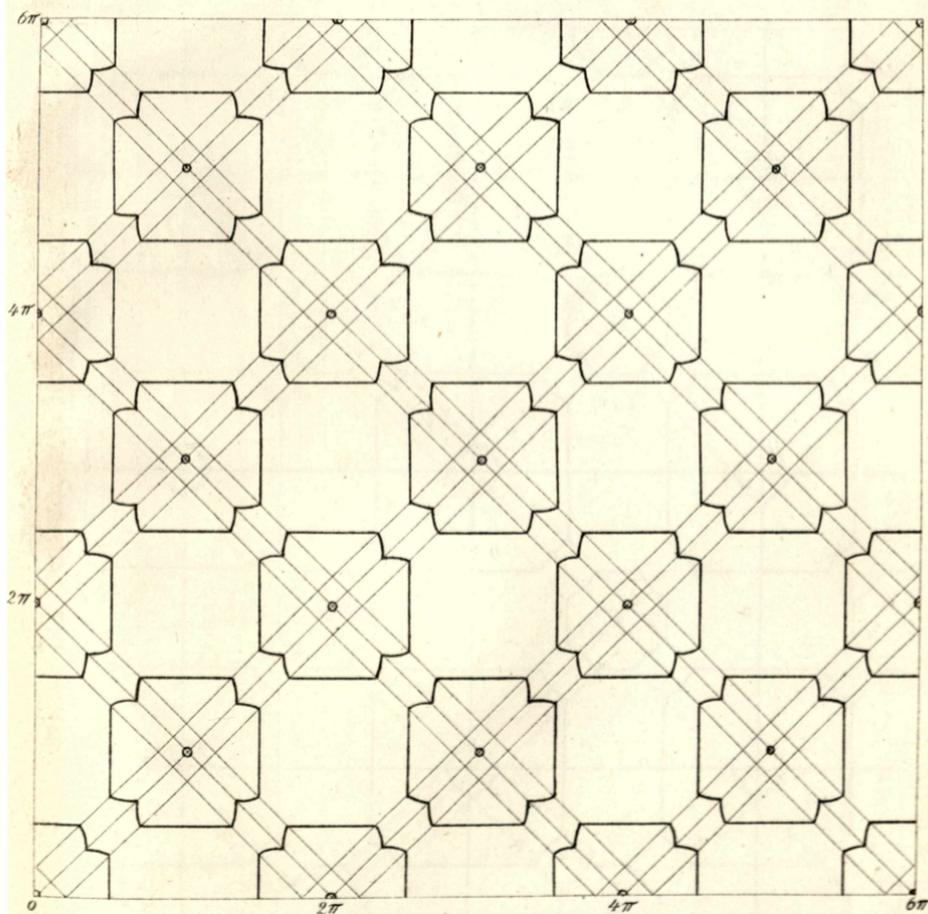




Fig. 7.



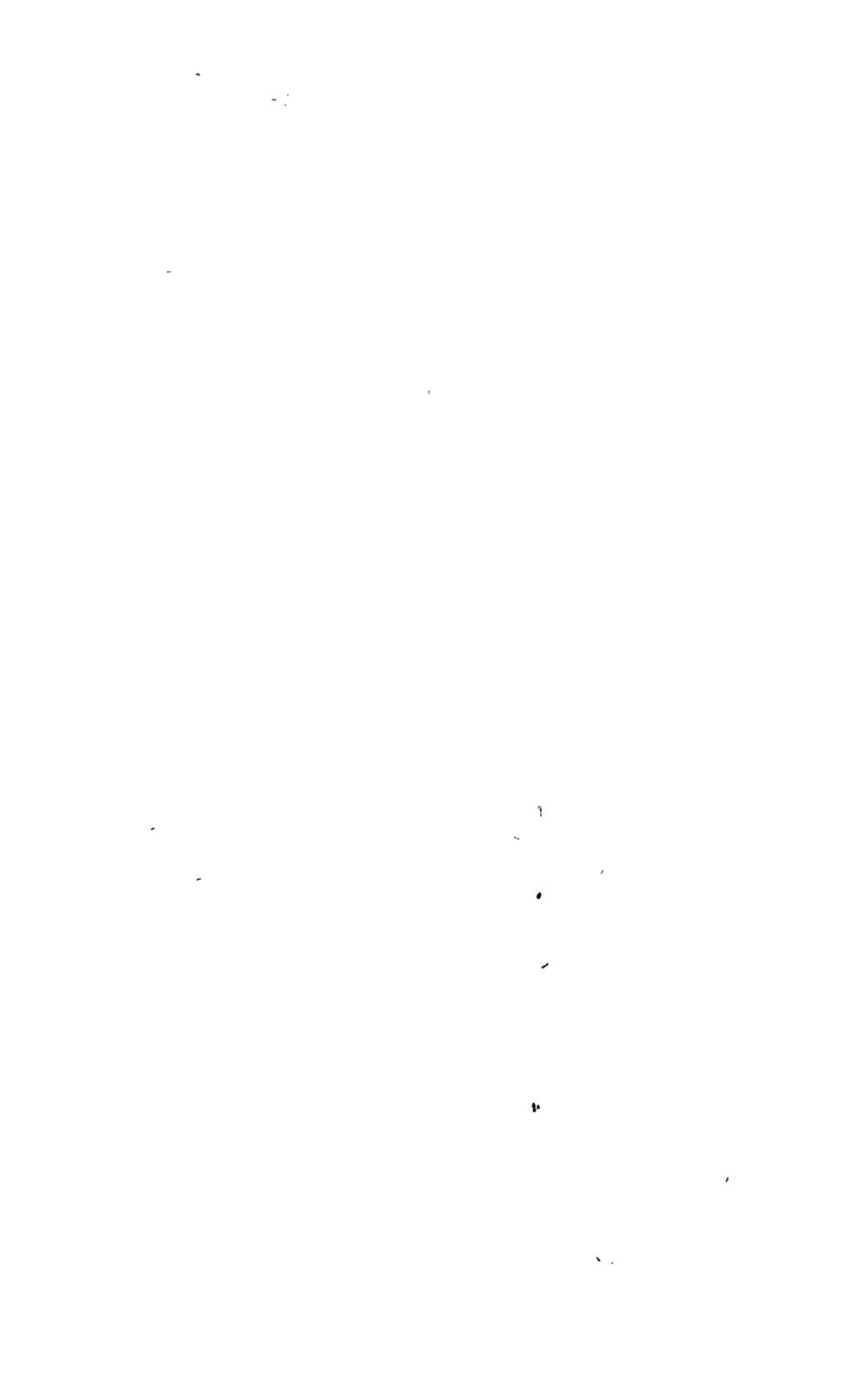


Fig. 6a.

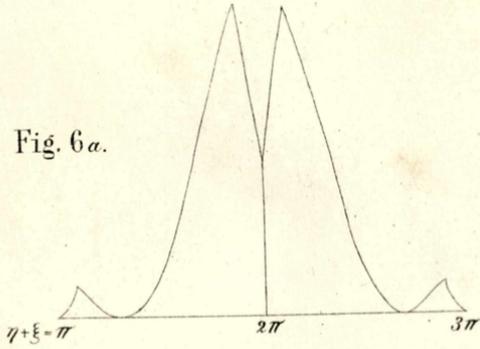


Fig. 7a.

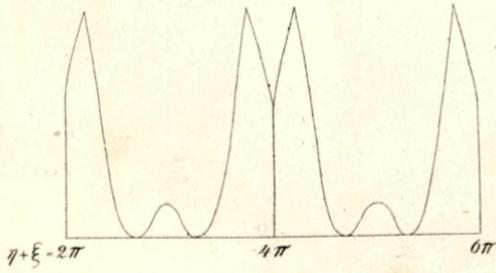


Fig. 8a.

