Ueber die kleinste Ablenkung im Prisma.

Von

E. Lommel.

(Vorgetragen am 13. November 1876.)

Der in Poggendorff's Annalen Bd. CLVIII. von Herrn F. W. Berg gegebene analytische Beweis des Satzes von der kleinsten Ablenkung im Prisma unterscheidet sich in nichts von dem Beweise F. Eisenlohr's [1]), welcher in Wüllner's Lehrbuch der Experimentalphysik (3. Aufl.) ausführlich mitgetheilt ist.

Schon lange vor Eisenlohr hat übrigens E. Bary [2]) einen elementaren analytischen Beweis bekannt gemacht, welcher sich auf dieselben Gleichungen gründet wie der Eisenlohr'sche, und nur in den daran geknüpften Betrachtungen davon abweicht. Sowohl Bary als Eisenlohr bilden nämlich die Summe und Differenz der beiden Gleichungen

$$1)\ \sin i = n \sin r \qquad \text{und} \qquad 2)\ \sin i' = n \sin r',$$

welche im Vereine mit

$$3)\ r + r' = \alpha \qquad \text{und} \qquad 4)\ d + \alpha = i + i'$$

die Grundbedingungen des Problems ausdrücken.

Ein neuer zu derselben Kategorie gehöriger Beweis ist der folgende, welcher das Product und die Differenz der beiden Gleichungen (1) und (2) zu Rathe zieht.

Multiplicirt man nämlich diese beiden Gleichungen mit einander, so erhält man

$$\cos(i-i') - \cos(i+i') = n^2(\cos(r-r') - \cos(r+r')),$$

oder

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}(i+i') - \sin^2 \tfrac{1}{2}(i-i') = n^2\sin^2 \tfrac{1}{2}(r+r') - n^2\sin^2 \tfrac{1}{2}(r-r'),$$

oder mit Berücksichtigung von (3):

$$5)\ \sin^2 \tfrac{1}{2}(i+i') = n^2\sin^2 \tfrac{1}{2}\alpha + \sin^2 \tfrac{1}{2}(i-i') - n^2\sin^2 \tfrac{1}{2}(r-r').$$

---

1) Schlömilch's Zeitschrift, XII. Jahrg. S. 438. 1867.

2) Ann. de chim. et phys. T. XLVII, p. 88. Pogg. Ann. Bd. XXVI, S. 170. 1832.

Ein Blick auf die Gleichung

$$6)\quad \cos\tfrac{1}{2}(i+i')\,\sin\tfrac{1}{2}(i-i') = n\cos\tfrac{1}{2}(r+r')\,\sin\tfrac{1}{2}(r-r'),$$

welche durch Subtraction der Gleichungen (1) und (2) erhalten wird, zeigt aber, dass der absolute Werth von $\sin\frac{1}{2}(i-i')$ nicht kleiner sein kann als derjenige von $n\sin\frac{1}{2}(r-r')$, und dass demnach die zur Rechten von (5) vorkommende Differenz

$$\sin^2\tfrac{1}{2}(i-i') - n^2\sin^2\tfrac{1}{2}(r-r')$$

niemals negativ ist. Der Werth von $\sin^2\frac{1}{2}(i+i')$, und darum auch vermöge (4) der Werth der Ablenkung d ist daher ein Minimum, wenn diese Differenz verschwindet, was nur möglich ist für $i = i'$ und $r = r'$.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Sozietät zu Erlangen

Jahr/Year: 1875-1878

Band/Volume: 9

Autor(en)/Author(s): Lommel Eugen von

Artikel/Article: Ueber die kleinste Ablenkung im Prisma. 14-15