

3. Figur. Detail eines Stengelblattrandes von oben; l = Spreitenzellen; $sz.$ = Randzellen. $^{350}_{1}$.
4. " Spitze eines Stengelblattes mit auslaufendem Nerven; l = Spreitenzellen; $sz.$ = Randzellen; e = Blattnerv $^{200}_{1}$.
5. " Querschnitt durch den Rand des oberen Teiles eines Stengelblattes; l = Spreitenzellen; $sz.$ = Randzellen. $^{450}_{1}$.
6. " Querschnitt durch den Rand des unteren Teiles eines Stengelblattes; l = Spreitenzellen. $^{450}_{1}$.
7. " Querschnitt durch den Blattnerve; k = Hadromteil; r = Leitparenchym; s = Stereom; $e, ee.$ = Nervenepidermis; l = Spreitenzellen. $^{100}_{1}$.
8. " Kapsel; n = Kapselstiel; c = Kapselhals; u = Urne; k = Deckel. $^{5}_{1}$.
- 9—10. " Zwei Kapsel mit Deckel; k = Deckel; u = Urne. $^{10}_{1}$.
11. *) " Peristom*); x = Exotheciumzellen; g = Ring; h = Querlamellen; e = äussere; i = innere Peristomzähne. $^{450}_{1}$.
12. " Rand eines äusseren Peristomzahnes; sz = Rand; l = Lamelle. $^{650}_{1}$.
13. " Inneres Peristom; i = Peristomzahn; n = Öffnung; p = Wimper. $^{400}_{1}$.

Das Gesetz des Volumen-Wachstumes der Bäume.¹⁾

Von Dr. Franz Kővessi, Professor der Botanik an der kön. ung. Hochschule für Forstwesen (Selmeczbánya).

(Magyar nyelven megjelent az «Erdészeti Kísérletek» cz. folyóirat VIII. évf. 1—2. sz. (1906) 82—87. oldalon.)

Untersuchungen über die Gesetze, welche die Bäume und überhaupt die Pflanzen bei ihrem Wachstume befolgen, beschäftigen mich schon seit mehreren Jahren. Zuletzt studierte ich den Stamm einer *Robinia Pseudacacia* L. Ich wählte zu diesem Zwecke aus einer künstlichen Robinien-Anpflanzung ein Individuum von typischem Wuchs aus, über dessen Entwicklung mir sämtliche wichtigeren biologischen Angaben seit seiner Pflanzung (im Jahre 1890) zur Verfügung standen.

Ich liess den Baum samt der Wurzel ausheben und entnahm demselben, vom Erdboden an gerechnet, in je 1 Meter Entfernung, scheibenförmige Querschnitte. Diese Schnitte dienten zur Ermittlung des Rauminhalts-Wachstumes, derart, dass ich an jedem der 1, 2, 3, ... m -ten Höhenschnitte mittelst Planimeters den Flächeninhalt der durch den äusseren Rand des 1, 2, 3, ... n -ten Jahresringes begrenzten Flächen bestimmte.

Drücken wir nun die so erhaltenen Werte $S_{1m}, S_{2m}, S_{3m}, \dots, S_{nm}$, als Funktion der Zeit aus, so kann diese Funktion als Curve zweiter Ordnung dargestellt werden und die Quadratwurzeln der Funktionswerte ergeben das Wachstum des Radius der Jahresringe als Funktion der Zeit.

Es bezeichne nun S_{nm} den Flächeninhalt eines in der Höhe m gelegenen, im n -ten Jahre entstandenen Jahresringes. Seine

¹⁾ Mit Einwilligung des Verfassers veröffentlichen wir den Orig. Text dieser in den «Erd. Kísér.» VIII. (1906) No. 1—2 p. 94—100 erschienenen Arbeit.

Begrenzung als Kreis aufgefasst, lässt sich der Mittelwert des Jahresringhalbmessers R_{nm} aus der Formel

$$R_{nm} = \sqrt{\frac{S_{nm}}{\pi}} \quad (1)$$

ermitteln.

Aus meinen Messungsergebnissen geht nun hervor, dass, obwohl weder die je einem Jahre entsprechenden Zunahmen ($R_{m2} - R_{m1}$) der Halbmesser untereinander völlig gleich sind, noch die Halbmesser R_{m1} , R_{m2} , R_{m3} , selbst ein mit der Zeit genau lineares Anwachsen zeigen, sondern vielmehr je nach den Jahren schwanken: *der Grundwert der Zunahme des Halbmessers dennoch in linearem Zusammenhange mit der Zeit steht.*

Dieses Verhalten ist übrigens *a priori* einzusehen.

Denn wären die biologischen Verhältnisse immerwährend dieselben und würde die jüngste der in radialer Richtung gelagerten Zellen, z. B. jene des Cambiums in der Zeiteinheit immerfort den Stamm um je eine neue Zelle bereichern, so könnte die Anzahl der in radialer Richtung gelegenen Zellen gar nicht anders zunehmen als linear mit der Zeit und ferner müsste, immer gleiche Grösse der Zellen vorausgesetzt, auch das radiale Wachsen linear mit der Zeit erfolgen. Da aber die biologischen Verhältnisse der ganzen Pflanze, ebenso wie jene der einzelnen Zellen, sowie der zellenbildenden Gewebe, fortwährenden Veränderungen unterworfen sind, so müssen sich Störungen sowohl in der linearen Vermehrung, als im gleichmässigen Wachsen der Zellen zeigen und damit auch Abweichungen vom linearen Anwachsen des Halbmessers auftreten.

Nichtsdestoweniger bleibt das mit der Zeit proportionale Anwachsen des Halbmessers als *prinzipielle* Grunderscheinung aufrecht und somit lässt sich die Grösse des Halbmessers R als Funktion der Zeit t durch die Gleichung ausdrücken.

$$R = M' t + c \quad (2)$$

worin sich die Grösse M' je nach den biologischen Verhältnissen, c nach der Wahl des Coordinatensystems ändert.

Das Höhenwachstum des Baumes bestimmte ich auf die Weise, dass ich den Stamm der Länge nach mitten durchsägen liess und den Abstand der Spitzen der am Ende eines jeden Jahres abgeschlossenen Kegel von der Basis ermittelte. Die als Funktionen der Zeit aufgetragenen Daten ergeben im Graphikon ebenfalls einen um eine gerade Linie mehr oder weniger pendelnden Linienzug, als Folge der nicht gleichbleibenden biologischen Verhältnisse; doch ist es wieder *a priori* einzusehen, dass *der Höhenzuwachs der Zeit proportional, somit die Höhe der Kegel eine lineare Funktion der Zeit sein muss.*

Aus den ermittelten Daten über das Wachsen der Basis und Höhe des untersuchten Stammes war es nun nicht schwer, das Rauminhalts-Wachstum abzuleiten. Die Einzelmessungen ergaben die Kegelform der in den einzelnen Jahren gebildeten Mantelflächen.

Der Inhalt der durch sie begrenzten Kreiskegel ergibt sich demnach durch die Formel

$$V_n = \frac{1}{3} S_n h_n \quad (3)$$

Setzt man hierin die Werte für S bzw. R aus Formel 1) und 2) ein, so wird

$$V = \frac{\pi}{3} (M' t + c)^2 h \quad (4)$$

Nun kann man aber h als ein Vielfaches von R auffassen, also schreiben

$$h = z R = z (M' t + c) \quad (5)$$

womit dann wird

$$V = \frac{\pi z}{3} (M' t + c)^3 \quad (6)$$

Somit ist die Volumszunahme des Stammes eine Funktion der dritten Potenz der Zeit. In der Formel hängt der Wert von c von der Wahl des Zeitpunktes ab, von welchem an die Volumszunahme gerechnet wird, während z und M' Faktoren sind, deren Wert sich je nach den individuellen Eigenschaften der Pflanze und den biologischen Verhältnissen ändert.

Von prinzipieller Bedeutung ist hiebei der Faktor M' .

Nachdem ich die Volumszunahme in allen Fällen vom Zeitpunkte $t=0$ und dem Rauminhalte $V=0$ an zählen will, ist in obiger Gleichung 6) $c=0$ zu setzen, worauf nach Zusammenfassung der übrigen Faktoren zu einem einzigen, geschrieben werden kann:

$$V = M t^3 \quad (7)$$

d. h. es spricht sich das Gesetz der Volumszunahme in dem Satz aus: *Unter beständig gleichbleibenden biologischen Verhältnissen ist die Rauminhaltszunahme des Baumstammes der dritten Potenz der Zeit direkt proportional.*

Die Ergebnisse meiner Untersuchungen bestätigen dieses Gesetz.

Zu demselben Ergebnisse gelangt man auch durch nachfolgende Überlegung.

Nachdem aus den Versuchsergebnissen hervorgeht, dass dem Wesen nach die Volumszunahme der Pflanze in jeder Richtung

des Raumes linear mit der Zeit erfolgt, kann geschrieben werden

$$\frac{d^3 V}{dt^3} = m$$

woraus folgt

$$V = \iiint_{0 \ 0 \ 0}^{t \ t \ t} m \, dt^3$$

Wählen wir als untere Grenze $t=0$ wenn $V=0$, so werden die drei Integrationskonstanten $C_1 \ C_2 \ C_3$ ebenfalls gleich Null und es bleibt

$$V = M \cdot t^3 \quad (7)$$

Behufs Berücksichtigung der in Wirklichkeit immer auftretenden Veränderlichkeit der biologischen Verhältnisse muss nunmehr der in der Gl. 7 auftretende Faktor M ebenfalls als eine Funktion der Zeit aufgefasst werden, was wir durch das Zeichen $M(t)$ ausdrücken wollen. Die, die Volumszunahme des Stammes darstellende Formel schreibt sich dann in ihrer allgemeinsten Form:

$$V = M(t) \cdot t^3 \quad (8)$$

Zur Klarstellung der Begriffe lasse ich hier aus den Endergebnissen meiner Untersuchungen eine Tabelle folgen, in deren erster, mit V überschriebenen Rubrik die Rauminhalte des untersuchten Baumes von Jahr zu Jahr enthalten sind, so wie sie sich aus den Messungen tatsächlich ergeben.

Jahre	t	V cm^3	$V' = M_5 \cdot t^3$ cm^3	$M_{15} = \frac{V_{15}}{t_{15}^3}$	$M(t) = \frac{V(t)}{t^3}$	$A(t) = \frac{M(t)}{M_{15}}$
1904	15	82399·342	82399·34200	24·41462	24·41462	1·000000
1903	14	70102·038	66993·71728	24·41462	25·54739	1·046397
1902	13	53604·402	53638·92014	24·41462	24·39891	0·999357
1901	12	41292·916	42188·46336	24·41462	23·89636	0·978773
1900	11	30581·098	32495·85922	24·41462	22·97603	0·941077
1899	10	23083·449	24414·62000	24·41462	23·08344	0·945476
1898	9	16547·264	17798·25798	24·41462	22·69858	0·929713
1897	8	11090·207	12500·28544	24·41462	21·66056	0·887196
1896	7	7388·775	8374·21466	24·41462	21·54162	0·882325
1895	6	3888·923	5273·55792	24·41462	18·00428	0·737439
1894	5	1863·381	3051·82750	24·41462	14·90705	0·610579
1893	4	909·242	1562·53568	24·41462	14·20690	0·581902
1892	3	343·980	659·19474	24·41462	12·74000	0·521820
1891	2	105·432	195·31696	24·41462	13·17900	0·539800
1890	1	12·894	24·41462	24·41462	12·89400	0·528127

Aus diesen Werten berechnete ich den Mittelwert des die biologischen Verhältnisse enthaltenden Faktors M für 15 Jahre nach der Formel

$$M_{15} = \frac{V_{15}}{t_{15}^3} = \frac{82399.342}{3375} = 24.41462 \text{ cm}^3/\text{Jahr}^3 \quad (9)$$

Mittelst des konstanten Faktors $M_{15} = 24.41462$ berechnete ich nun nach Formel 7) die für die Jahre 1—15 sich ergebenden Rauminhalte, welche im Falle beständig gleichmässigen Wachsens entstanden wären. Diese theoretischen Werte finden sich in der zweiten Spalte V der Tabelle. Die Unterschiede, die sich zwischen den wirklichen und theoretischen Werten zeigen, beweisen, dass die biologischen Verhältnisse des Wachstums in den verflossenen 15 Jahren nicht beständig die gleichen waren. Dem entsprechend finden wir auch, wenn wir nach Formel 8) mit Hilfe der in den einzelnen Jahren entstandenen $V_1, V_2, V_3, \dots$ Werte die correspondirenden biologischen Faktoren $M_{t=1}, M_{t=2}, M_{t=3}, \dots$ berechnen:

$$M_1 = \frac{V_1}{t_1^3}, M_2 = \frac{V_2}{t_2^3}, M_3 = \frac{V_3}{t_3^3}, \dots \quad (10)$$

dass die Werte $M_1, M_2, M_3 \dots$ den Rauminhalten entsprechend wechseln. Diese biologischen Faktoren sind bezeichnend für die, während eines Jahres sich abspielenden biologischen Verhältnisse, so dass M_1 das erste, M_2 das zweite u. s. w. M_t das t Jahr charakterisirt

Wenn wir nun die Abweichungen der in den einzelnen $t_1=1, t_2=2, t_3=3 \dots t$ Jahren sich abspielenden biologischen Verhältnisse von den als unveränderlich gedachten Wert der biologischen Verhältnisse am Ende des 15. Jahres kennen wollen, so sind wir in Stande dieselben aus den Daten zu berechnen; denn wenn wir die Abweichungswerte der biologischen Faktoren eines Jahres mit $A_1, A_2, A_3 \dots A_t$ bezeichnen, — wo A_1 die Abweichungen des ersten, A_2 = des (1 + 2)-ten, A_3 = des (1 + 2 + 3)-ten, A_t = des (1 + 2 + 3 + ... + t)-ten Jahres bedeutet, dann ist

$$A_1 = \frac{M_1}{M_{15}}, A_2 = \frac{M_2}{M_{15}}, \dots A(t) = \frac{M(t)}{M_{15}} \quad (11)$$

Mit Hilfe des die Werte der biologischen Verhältnisse bezeichnenden Faktors $A(t)$ können wir das Wachstum der Pflanze genau berechnen, wenn wir die Formeln 7 und 8 in diesem Sinne ergänzen, das heisst schreiben:

$$V = A(t) \cdot M \cdot t^3 \quad (12)$$

Der Wert $A(t)$ ist charakteristisch für die sich im Wachstum der Bäume abspielenden biologischen Verhältnisse. Die Werte

$A(t)_{t=1}$, $A(t)_{t=2}$, $A(t)_{t=3}$, die sich auf die dieser Studie zu Grunde liegenden Robinie beziehen, sind aus der 7. Rubrik der beigegebenen Tabelle ersichtlich, dieselbe zeigt, dass die Werte A um die Einheit schwanken.

Diese Werte sind — im Verhältniss zu den ausserordentlich grossen Änderungen der dritten Potenz der Zeit, beinahe constante Werte, denn während der Wert des Faktors $A(t)$ innerhalb 15 Jahren von 0.258 bis 1.046, das heisst nur um 0.5 Einheit schwankt, variirt der Wert der Zeit innerhalb derselben Periode von $1^3=1$, $2^3=8$, $3^3=27$, $4^3=64 \dots = 15^3=3371$, also um 3374 Einheiten.

Die Werte M und $M(t)$ enthalten alle während des Lebensprozesses auftretenden biologischen Faktoren, also den Einfluss sämtlicher inneren und äusseren chemischen und physischen Verhältnisse, die individuellen Eigenschaften der Pflanzen u. s. w. und ferner auch jene Reduktion, welche die inneren Jahresringe in Folge des beständigen Druckes der äusseren erleiden. Die Werte $A(t)$ hingegen drücken die verhältnissmässigen Änderungen der Werte $M(t)$ in Bezug auf den Mittelwert M des biologischen Faktors aus, der also der Einheit gleichgesetzt erscheint.

Die in der Änderung von $A(t)$ sich abspiegelnden Faktoren müssen in zwei Gruppen geteilt werden. Die eine Gruppe gestaltet den Wert $A(t)$ zu einem fortwährend auf- und abschwankenden und enthält die jährliche Änderung der in engerem Sinne genommenen biologischen, vorzüglich chemischen und physischen Verhältnisse, während die zweite Gruppe die beständige Abnahme der Werte $A(t)$ vom Jahre 1903 angefangen bewirkt, die als eine Folge der Reduktion der Jahresringe anzusehen ist.

Diese Reduktion ist aus den hier angeführten Daten nicht deutlich zu ersehen, die Detailangaben zeigen aber auch in Zahlen klar Vorhandensein der Reduktion, deren Wert mit entsprechendem Verfahren genau auszurechnen ist.

Erwähnenswert ist, dass diese Reduktion, wie aus den Einzelangaben meiner Untersuchung deutlich hervorgeht, einen überaus grossen Einfluss auf das *spezifische Gewicht* der verschiedenalterigen und artigen Hölzer ausübt, weshalb ich in der Wiedergabe meiner Arbeit *in extenso* auf diesen Umstand noch näher einzugehen beabsichtige.

Wenn wir Bäume verschiedenen Alters, besonders von mehreren hundert Jahren auf die gegebene Weise analysiren, können wir zu Erfahrung, dass der einem Jahre entsprechende $a(t)$ Wert von (t) , und zwar: $a_1 = (A_1 - 0)$, $a_2 = (A_2 - A_1)$, $\dots$ $a_t = (A_t - A_{t-1})$, eine Zeit lang scheinbar wächst, aber dann — über ein gewisses Maximum, — sinkt, dieser Niedergang dauert unter beständigem Schwanken so lange, bis der Wert so klein wird, dass der Zuwachs auf natürlichem Wege stockt, so dass trotz dem der dritten Potenz der Zeit proportionalen Rauminhaltswachstums der tatsächliche

Zuwachs des Baumes eben in Folge Änderung der biologischen Verhältnisse innerhalb endlicher Grenzen bleibt, auch wenn die Zeit $t = \infty$ ist.

Auf Grund des Vorhergesagten ist wohl Jedermann klar, dass, wenn der biologische Faktor (t) bekannt ist oder aber wenn wir mit Hilfe irgend eines als Einheit gewählten durchschnittlichen biologischen Faktors den Wechselgang von $A(t)$ lösen können, auch das Rauminhaltswachstum der Pflanzen unter allen Verhältnissen auf mechanischem Wege mit mathematischer Genauigkeit zu ermitteln ist und dass für jede Pflanze im Voraus berechnet werden kann berechnet, in welchem Maasse sie die gegebenen biologischen Faktoren, Boden und klimatische Verhältnisse zu verwerten im Stande sein wird. Im Besitze dieser Kenntnisse wird jene Pflanzengattung oder Varietät zu bestimmen sein, welche die zur Verfügung stehenden Verhältnisse bei bestimmten Boden- und klimatischen Verhältnissen am besten ausnützen kann und wie die Pflanze während ihres Wachstums zu behandeln sei, dass sie die gegebenen physikalischen und chemischen Verhältnisse in grösstem Masse verwerte, das heisst dass sie dem Zwecke entsprechend am besten gedeihe.

Nachdem aber die Funktion $M(t)$ oder ihre andere Form $A(t)$, M wegen der Mannigfaltigkeit der biologischen Verhältnisse unbedingt sehr verwickelt gestaltet sein muss, stehen wir derzeit von ihrer genauen Ermittlung noch sehr entfernt. Doch ist es mit Wahrscheinlichkeit anzunehmen, dass eine wenigstens annähernde Lösung in verhältnismässig kurzer Zeit dennoch herbeizuführen sein und damit der praktischen Pflanzenkultur ein nicht zu unterschätzendes Ergebnis zur Verfügung zu stellen sein dürfte.

Wenn auch nur dieses gelingt, ist das Ergebnis für die praktische Pflanzenzucht von einschneidender Bedeutung, denn es stellt die heute auf empirischem Wege herumtastenden Agrikultur-Wissenschaften auf sichere Basis und erleichtert die weiteren wissenschaftlichen und praktischen Studien.

Alle diese Gedanken, Versuche und Berechnungen, die wir bis jetzt gesehen, beziehen sich nur auf den Stamm des Baumes, es ist aber deutlich zu ersehen, dass dieselben Gesetzmässigkeiten auch auf den ganzen Baum Geltung haben, denn wie die Beobachtungen und Folgerungen zeigen, können wir uns den ganzen Baum als ein System von aufeinander entstandenen Stämmen denken, wo das hier skizzierte Gesetz für jeden einzelnen Stamm Gültigkeit hat.

Nach Einschaltung des den Verzweigungsgang ausdrückenden Faktors, ist das Gesetz für die ganze Pflanze gültig.

Bezeichnen wir mit Formel $N(t)$ die Zahl der zu einer beliebigen t Zeit vorhandenen Äste, deren Wert eine Funktion der Zeit ist, so ist der Rauminhalt des ganzen Baumes nach Formel 8 resp.

12, wie auch nach Einschaltung des Verästelungsfaktors darstellbar, denn:

$$W = \sum_{t=0}^{N(t)} M(t) \cdot t^3 \quad (13)$$

oder, was dasselbe ist

$$W = \sum_{t=0}^{N(t)} A(t) \cdot M \cdot t^3 \quad (14)$$

Die spezielle Auswertung der in ihrer Allgemeinheit mit $M(t)$ bezeichneten Funktionsform, sowie die das Verzweigungsgesetz ausdrückende Funktion $N(t)$ bilden den Gegenstand meiner gegenwärtig laufenden Untersuchungen. Ihre Veröffentlichung möge einer späteren Mitteilung über diesen Gegenstand vorbehalten bleiben, ebenso wie ich beabsichtige, in einer demnächst erscheinenden Arbeit jeue Untersuchungen *in extenso* zu veröffentlichen, die die Unterlagen zu den vorliegenden Ergebnissen darboten.

A *Daphne Blagayana* Freyer újabb termőhelyei Romániában.

Neuere Standorte der *Daphne Blagayana* Freyer in Rumänien.¹⁾

Irta : }
Von : } Prodán Gyula (Eger).

Ez év április havában Romániában járva növénygyűjtés céljából Prahova hegyein egy feltűnő örökzöld levelű növény kötötte le figyelmemet, melyet, mivel csak leveleit találtam, meghatározás végett DEGEN ÁRPÁD dr. egyet. m. tanár úrnak küldtem, a ki *Daphne Blagayana* FREYER-nek determinálta. Ezért és más szives közléséért fogadja e helyen is őszinte köszönetemet.

E ritka növény földrajzi elterjedését DERGANC LEO²⁾ állította össze. Szerinte a *Daphnanthes* C. A. MEY csoport *Collinae* KEISSL subsectiójának, melyhez a mi *Daphne Blagayana* FREYER is tartozik eredeti hazája Kis-Ázsia. A *Collinae* KEISSL subsectio a Balkán-félszigetre is átjutván, a klíma és talaj különbsége következtében rokonaitól eltérőleg *Daphne Blagayana* FREYER-ré alakult.

Ezen sajátosságos növény keletkezési helye tehát minden valószínűség szerint a Balkán-félsziget, a honnan két irányban terjedt, még pedig északnyugatra: Bosznia, Horvát- s Stájerország déli része és Krajna felé, északkeletre pedig a Balkán hegységen át a

¹⁾ Berichtet über die Entdeckung der *D. Blagayana* FREY, in den Gebirgen um Prahova, u. zw. auf dem südl. Abhange der Furnica und gegen Schitul Pescera Jalomije.

²⁾ Geog. Verbr. d. *Daphne Blagayana*. Allg. bot. Zeit. 1902, p. 176 és Nachtrag zum Aufsatz über die geographische Verbreitung der *Daphne Blagayana* FREYER. «Allg. Botan. Zeitschrift» Jahrg. 1904. Nr. 3/4.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Ungarische Botanische Blätter](#)

Jahr/Year: 1906

Band/Volume: [5](#)

Autor(en)/Author(s): Kövessi Franz

Artikel/Article: [Das Gesetz des Volumen-Wachstumes der Bäume. 294-301](#)