# Die mathematisch-kybernetische Beschreibung von Ökosystemen

- Ein Verfahren zur landschaftsökologischen Grundlagenforschung -

H.J.Bauer, R.Fegers, R.Trippel

## Einleitung

Eines der Ziele landschaftsökologischer Forschung ist die detaillierte Analyse von Ökosystemen.
In neuerer Zeit werden in zunehmendem Maße Strukturschaubilder als Hilfsmittel zur Beschreibung von Ökosystemen herangezogen. Im Anschluß an die Aufstellung von Strukturschaubildern könnte unseres Erachtens in einem Verfahren zur mathematisch-kybernetischen Beschreibung eine Methode zur Bilanzierung von Ökosystemen liegen.

Ziel der so durchgeführten Ökosystemanalyse ist die Erfassung der Systemstruktur und die Bilanzierung des im System stattfindenden Stoff- und Energieumsatzes. Wenn es gelingt, das funktionale Wirkungsgefüge eines Ökosystems messend <u>und</u> rechnerisch zu beschreiben, wären damit zugleich Hinweise auf die Belastbarkeit des Ökosystems ablesbar. Man kann dann Belastungsgrenzen erkennen und die Auswirkungen der jeweiligen Belastungen (Störungen) analysieren.

## Beschreibung von Ökosystemen

1. Strukturschaubild und -matrix

Vor der mathematisch-kybernetischen Berechnung von Ökosystemen wird ein Strukturschaubild aufgestellt, wenn die ökologischen Faktoren bzw. Faktorenkomplexe bekannt sind. Am konkreten Beispiel eines neu entstandenen Sees im Rheinischen Braunkohlenrevier ist dies durchgeführt worden (Abb.1). Für komplizierter und komplexer aufgebaute Öko-

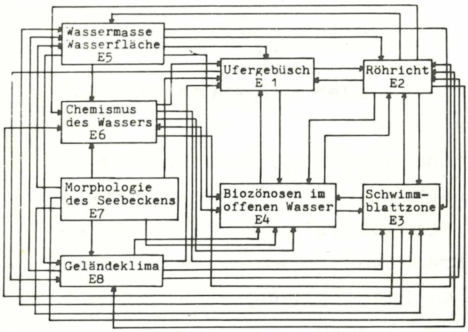
-----------------

Vortrag, gehalten anläßlich der Tagung der "Gesellschaft für Ökologie", Giessen 1972
Tagungsbericht "Belastung und Belastbarkeit von Ökosystemen"
Anschrift d.Verf.: Dr.H.J.Bauer, 4 Düsseldorf, Prinz-Georg-Str.126.

Abb. 1 Modell des Ökosystems See

(Beispiel eines ca. 25 Jahre alten Sees im ehemaligen Tagebau)

Strukturschaubild




E=Kybernetisches Element=Ökologischer Faktorenkomplex

Strukturmatrix

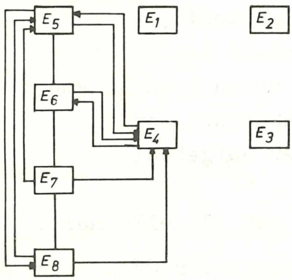
In der linken Spalte und der oberen Reihe werden alle Elemente des Systems eingetragen. Die Kopplungen (gelesen im Sinne des Pfeilsymbols) werden durch den Wert 1 beschrieben, falls keine Kopplung besteht durch 0.

| | biotische Faktoren | | | | abiotische Faktoren | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| → | $E_1$ | $E_2$ | $E_3$ | $E_4$ | $E_5$ | $E_6$ | $E_7$ | $E_8$ |
| $E_1$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $E_2$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| $E_3$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $E_4$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $E_5$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| $E_6$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $E_7$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| $E_8$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Abb. 2 Modell des Ökosystems See

(Beispiel des Sees aus Abb. 1 im Primärstadium)

Strukturschaubild




Strukturmatrix

| | biotische Faktoren | | | | abiotische Faktoren | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| → | $E_1$ | $E_2$ | $E_3$ | $E_4$ | $E_5$ | $E_6$ | $E_7$ | $E_8$ |
| $E_1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $E_2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $E_3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $E_4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $E_5$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| $E_6$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $E_7$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| $E_8$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

systeme verliert diese Methode natürlich an Anschaulichkeit und beschreibungstheoretischer Brauchbarkeit. Diesem Mangel entgeht man durch die Aufstellung einer Strukturmatrix.

Je größer die Zahl der "Einsen" in der Strukturmatrix, d.h. je größer die Koppelungen und Rückkoppelungen, umso stabiler, (d.h. reichhaltiger, ausgewogener, gegen Störungen und Belastungen unempfindlicher) ist das System.

Ein System ist stabil, wenn es Störungen, die von außen einwirken, kompensiert, d.h. wenn es in der Lage ist, einen Gleichgewichtszustand, des es durch eine Störung verloren hat, nach einer endlichen Zeit wieder herzustellen. Dies wird i.a. erreicht, durch Rückkoppelungen innerhalb des Systems.
Am Beispiel der Strukturmatrix des gleichen Sees im Primärstadium vor 25 Jahren kann diese Tatsache demonstriert werden (Abb.2).

## 2. Verfahren der mathematisch-kybernetischen Beschreibung

Zur genaueren Erfassung des Systems und daraufhin zur Feststellung der Belastbarkeit soll ein mathematisch-kybernetisches Verfahren dienen, dessen Durchführung an einem Beispiel gezeigt wird.
Das oben vorgeführte konkrete Beispiel des Sees ist allerdings infolge der Vielzahl der Meßwerte zu komplex, um eine Berechnung ohne Computer durchführen zu können.

### 2.1 Ein fiktives Beispiel

Daher wählen wir ein einfaches fiktives Beispiel mit vier Elementen, die wir mit $E_0$ bis $E_3$ bezeichnen. Dieses System könnte etwa interpretiert werden als ein Regelkreis, bei dem $E_1$=Konsumenten, $E_2$=Reduzenten, $E_3$= Reduzenten bedeutet und der Regelkreis im angegebenen Kopplungsverhältnis zu $E_0$= Nachbarsystem steht. Den materiellen Input der jeweiligen Elemente - (in diesem Falle Biomasse-Transport) - bezeichnen wir mit x; den Output mit z; die Funktionen, die die Vorgänge innerhalb der Elemente beschreiben, mit a; die Beein-

flussungen der Elemente untereinander (also die Rückkoppelungen) mit $\alpha$ und die Einflüsse von außen mit $\beta$.
Zur Vorbereitung auf die Berechnung führen wir die in Abbildung 3 durchgeführte mathematische Schreibweise ein. Sie soll kurz an Element 3 erläutert werden.

In vektorieller Schreibweise bezeichnen wir mit $\mathfrak{x}^3$ den Gesamtinput des $E_3$, der aus den beiden Komponenten $x^3_1$ und $x^3_2$ besteht. Ebenso verfahren wir mit dem Output = $\mathfrak{z}$.

In vektorieller Schreibweise lassen sich die Vorgänge im Innern der Elemente in Form einer Matrix darstellen.
Also $M_3$ beinhaltet 2 Inputs (= 2 Spalten)
aber nur 1 Output (= 1 Zeile)

Wir können somit den Output $\mathfrak{z}$ eines Elementes darstellen in Abhängigkeit von den Vorgängen im Innern des Elementes (= M) und dem Input $\mathfrak{x}$.

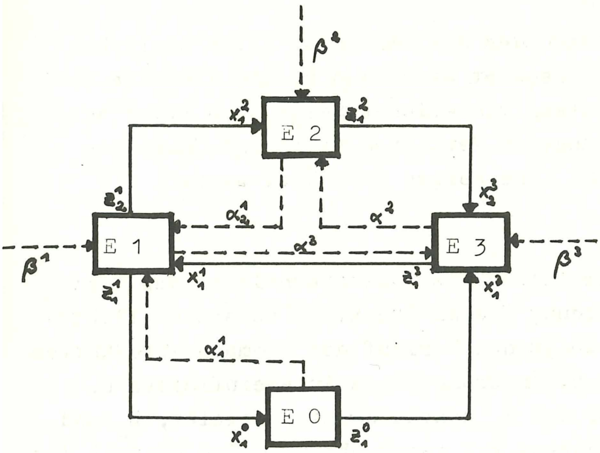
Natürlich ist dieses System stark vereinfacht: es soll nur dazu dienen, das Verfahren der Beschreibung zu erläutern. Das Rechenverfahren kann hier nur angedeutet werden, da es für die in der Natur sehr komplexen Systeme nur mit Hilfe von EDV-Anlagen durchzuführen ist.

## 2.2 Durchführung der Rechnung

Nach der Feststellung der relevanten Elemente im jeweils untersuchten Ökosystem läßt sich prüfen, z.B. anhand von Nahrungsketten, welcher Kreislauf in diesem System stattfindet und welche Elemente sich gegenseitig beeinflussen bzw. Außeneinflüssen ausgesetzt sind. Zur Illustration dieser Feststellungen (wie oben gezeigt) kann ein Strukturschaubild und/oder eine Strukturmatrix dienen. Zum Start des Verfahrens benötigen wir bei diesem fiktiven System einen Input, die meßbaren Außeneinflüsse (Licht, Wärme, Wind etc.) sowie die Biomasse bzw. Populationsschwankungen der Elemente. Diese Daten eines Ökosystems sind bei entsprechendem Aufwand meßbar.

Mit Hilfe der Gleichungen in Abbildung 3 ($\mathfrak{z} = M \cdot \mathfrak{x}$ ... etc.) sowie mit arithmetischen Umformungen bestimmt man die a-Werte

Abb. 3 Fiktives Beispiel eines Ökosystems




$\boxed{\mathfrak{z} = M \cdot \varphi}$

E 1 = Konsumenten
E 2 = Reduzenten
E 3 = Produzenten
E 0 = Nachbarsysteme

$$\varphi^0 = \begin{pmatrix} x_1^0 \\ o \end{pmatrix} \quad \varphi^1 = \begin{pmatrix} x_1^1 \\ o \end{pmatrix} \quad \varphi^2 = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ o \end{pmatrix} \quad \varphi^3 = \begin{pmatrix} x_1^3 \\ x_2^3 \end{pmatrix}$$

$$\mathfrak{z}^0 = \begin{pmatrix} z_1^0 \\ o \end{pmatrix} \quad \mathfrak{z}^1 = \begin{pmatrix} z_1^1 \\ z_2^1 \end{pmatrix} \quad \mathfrak{z}^2 = \begin{pmatrix} z_1^2 \\ o \end{pmatrix} \quad \mathfrak{z}^3 = \begin{pmatrix} z_1^3 \\ o \end{pmatrix}$$

$$M^0 = \begin{pmatrix} a_{11}^0 & o \\ o & o \end{pmatrix} \quad M^1 = \begin{pmatrix} a_{11}^1 & o \\ a_{21}^1 & o \end{pmatrix} \quad M^2 = \begin{pmatrix} a_{11}^2 & o \\ o & o \end{pmatrix} \quad M^3 = \begin{pmatrix} a_{11}^3 & a_{12}^3 \\ o & o \end{pmatrix}$$

und die anderen Inputs. Die a-Werte ändern sich durch die Einflüsse $\alpha$ und $\beta$, so daß man also die $\alpha$-Werte als letzte Unbekannte bei Kenntnis der a-Werte berechnen kann.

Jetzt kann das Verhalten des Systems unter allen möglichen Veränderungen vorausberechnet werden; d.h. man kann die Belastbarkeit eines Systems von welcher Seite auch immer ausprobieren, indem in unserem Verfahren beliebige Umweltbedingungen simulert und ihre Folgen berechnet werden.

## 4. Ergebnis

Die durchgeführte Simulation des Systemverhaltens des fiktiven Systems aus Abbildung 3 kann graphisch veranschaulicht werden. Abbildung 4 zeigt den Verlauf der Biomasse-Produktion bei einer Störung, d.h. Änderung eines Außeneinflusses ß. Die Berechnung ergab, daß $E_0$ nahezu konstant bleibt, $E_2$ und $E_3$ sogar zunehmen, während E 1 rasch absinkt. Der Ausfall des Elementes E 1 könnte schließlich den Zusammenbruch dieses Systems verursachen.
Neben der Biomasse-Produktion der Einzelelemente können auch die Input-Output-Funktionen (d.h. die Änderung der In- und Outputs des Gesamtsystems pro Zeiteinheit) graphisch dargestellt werden (Abb.5). Im Idealfall zeigen diese Funktionen geringfügige Schwankungen um eine Gleichgewichtslage. Sie kann sich je nach Art des Ökosystems verschieben, z.B. bei Anstieg der Biomasse bei Sukzessionsvorgängen wie in den beiden Strukturschaubildern (Abb. 1-2) dargestellt. Bei den verschiedenen Simulationen unseres fiktiven Beispiels ergab die graphische Darstellung der Input-Output-Funktionen unter anderem 3 Kurventypen, wie sie in Abbildung 5 gezeigt sind. Würden z.B. bei konkreten Seetypen alle ökologischen Daten zur Verfügung stehen und würden diese Daten in unser Verfahren eingesetzt, so wäre es denkbar, daß die Kurve 3 der Beschreibung eines extrem eutrophierten Sees und die Kurve 4 derjenigen eines mit Industrieabwasser überlasteten (vergifteten) und dadurch absterbenden Sees ähneln würde. Wir erhalten in der mathematischen Berechnung außerdem eine

Abb. 4 Graph. Darstellung des Simulationsergebnisses

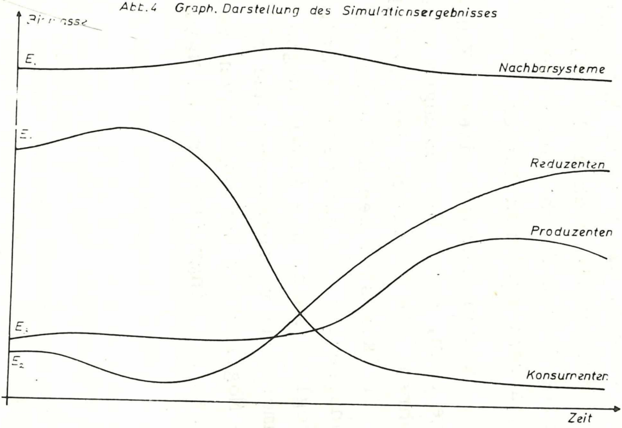
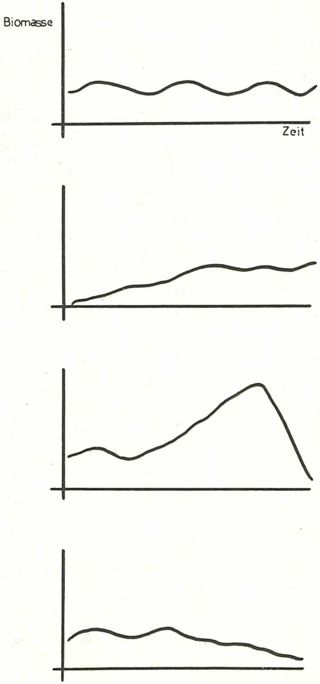


Abb.5 Biomasse in verschiedenen Seetypen



größenordnungsmäßige Abschätzung der Bedeutung, die jedes Systemelement für die Stabilität des Systems bei einer Störung aus der Umgebung besitzt: Es ist offensichtlich, daß die Einflüsse, die auf ein Element wirken, das gegenüber Umweltstörungen empfindlich reagiert, bedeutungsvoller sind als andere, die auf weniger empfindliche Elemente wirken.

## Ausblick

Falls alle Daten eines Ökosystems zur Verfügung stehen, besteht mit dieser hier nur angedeuteten mathematisch-kybernetischen Beschreibung eines fiktiven Ökosystem-Modells eine Möglichkeit zur exakten Beschreibung und Berechnung der realen Ökosysteme. Sind die Beziehungen zwischen den Faktorenkomplexen eines Ökosystems bekannt, so kennen wir "Input" und Output" der"Systemelemente". Diese mathematische Darstellung von Regelsystemen ist unseres Erachtens ein brauchbares und ausbaufähiges Arbeitsmodell. Bisher kann allerdings die Größe der In- und Outputs oft nur abgeschätzt werden, die nötigen Eingangsdaten sind häufig größenordnungsmäßig noch nicht alle bekannt. Diese Werte werden sich jedoch durch ökologische und biozönologische Forschungsarbeit gewinnen lassen.

Bei hinreichend genauer Kenntnis dieser Eingangsdaten wird man in der Lage sein, durch Berechnungen nach dem hier angedeuteten Verfahren, die Bedeutung der verschiedenen Umweltfaktoren, die ein Ökosystem beeinflussen, zu bestimmen, ebenso wie die Toleranzgrenzen für eintretende Störungen. So wird es praktisch möglich sein, die Auswirkungen von Planungszielen der Raumordnung vorauszusehen und zu berechnen. Damit wird die Möglichkeit der objektiven Beurteilung von Belastungsgrenzen bei Eingriffen in den Naturhaushalt gegeben sein.