

Schädlingsbekämpfung mit der sterilen Insekten Methode - Ein stochastisches Modell

Armin Ratz und Christian Wissel

Synopsis

A stochastic model is used to investigate certain aspects of the sterile insect technique. Extinction (or control) and reinvasion of the pest species are the main topics of interest. The mean time to extinction (control, respectively) is used to define a threshold value of the number of sterile males necessary. Relations between central parameters of the population (R , K) and this threshold were identified. For a population subjected to immigration, we discuss the problem of reducing the sterile release number after successful suppression, without simultaneously increasing the risk of reinvasion above a given limit. The effect of environmental noise on this risk is shown.

sterile insect technique, stochastic model, extinction, reinvasion

1. Einführung

Die Methode der Schädlingsbekämpfung durch sterile Insekten (SIT: Sterile Insekten Technik) wurde bereits 1938 von Knippling vorgeschlagen und im ersten Freilandversuch 1955 auf der Insel Curaçao erfolgreich in die Praxis umgesetzt (BARCLAY 1982). Parallel zur praktischen Entwicklung der Methode entstanden einige Modelle zur theoretischen Beschreibung der Methode (BARCLAY 1980, 1982, PROUT 1978, COSTELLO & TAYLOR 1975). Diese Modelle sind zumeist deterministischer Natur und modellieren häufig spezielle Situationen z. B. SIT mit interspezifischer Konkurrenz, SIT mit Räubereinfluß, etc.. Dabei steht zumeist die Untersuchung der Gleichgewichtswerte der Population und die Stabilitätsanalyse dieser Gleichgewichte im Vordergrund. Sucht man unter der Vielzahl der vorhandenen Modelle nach Gemeinsamkeiten, so zeigt sich ein typisches Verhalten bei fast allen Modellen: Ab einer bestimmten Größe der Aussetzungszahl (Aussetzungszahl bezeichnet die Zahl der sterilen Individuen, welche permanent in der Schadpopulation aufrechterhalten werden muß) von sterilen Männchen kippt die Schädlingspopulation um. Es handelt sich dabei um einen **Phasenübergang** 1. Ordnung der Gleichgewichtspopulation in Abhängigkeit von der Aussetzungszahl S der sterilen Männchen (Abb. 1 a, b). In Abb. 1 a sind die Gleichgewichtswerte einer isolierten Population ohne Immigration (z. B. für eine Insel) aufgetragen. Bleibt die Aussetzungszahl kleiner als $S_{det,krit}$, so erniedrigt sich zwar der Gleichgewichtswert der Population, aber es findet noch keine Auslöschung statt. Überschreitet die Aussetzungszahl den Wert $S_{det,krit}$, so bricht die Population zusammen. Dieser deterministische kritische S -Wert ($S_{det,krit}$) wurde bisher meist als **die kritische Aussetzungszahl** angesehen. Der Erfolg eines SIT-Projektes sollte garantiert sein, falls es gelänge, diesen Wert zu überschreiten. Ein Ziel dieser Arbeit ist es, zu zeigen, daß dieses Ergebnis der deterministischen Modelle zu modifizieren ist, wenn in einem stochastischen Modell Zufallseinflüsse berücksichtigt werden. Dabei werden insbesondere die mittleren Zeiten bis zur Auslöschung der Population untersucht.

Abb. 1 b zeigt denselben Phasenübergang für eine Population, welche einer ständigen Einwanderung unterliegt. Am Phasenübergang in Abwärtsrichtung bei $S_{det,krit}$ bricht die Population nicht vollständig zusammen, sondern verbleibt auf einem Wert niedriger Dichte, welcher durch die Immigrationsrate determiniert wird (Kontrolle des Schädlings). Damit ist nach einer erfolgreichen Bekämpfung einer Schädlingspopulation mit Immigration immer das Risiko des Wiederaufstarkens der Population, die Reinvasion, gegeben. Deterministisch geschieht diese Reinvasion über den Phasenübergang in Aufwärtsrichtung, d. h. unterschreitet die Aussetzungszahl die Schwelle $S_{det,Reinv.}$, so kehrt die Population wieder in ihr oberes Gleichgewicht zurück. Unter

Berücksichtigung von stochastischen Einflüssen, Zufälligkeiten von Geburts- und Sterbeprozessen, Schwankungen der biotischen und abiotischen Umweltbedingungen erfolgt dieser Übergang nicht mehr sprunghaft am Wert $S_{det,Reinv.}$, sondern es besteht bereits für $S > S_{det,Reinv.}$ eine gewisse Wahrscheinlichkeit, daß der Übergang stattfindet. Diese Wahrscheinlichkeit wird im weiteren anhand eines stochastischen Modells untersucht.

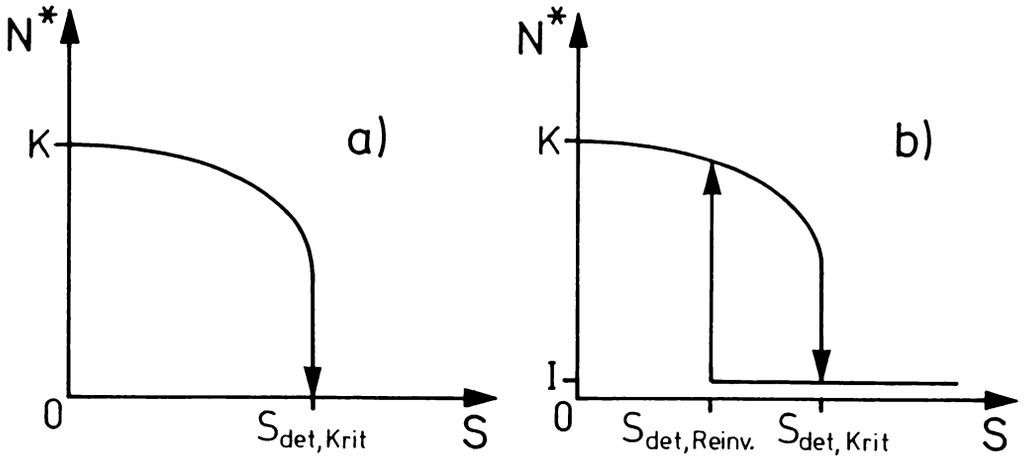


Abb. 1: Deterministische Gleichgewichtswerte N^* der Individuenzahl gegen die Aussetzungszahl S an sterilen Männchen. a) für eine isolierte Population, b) bei Immigration

2. Das Modell

Modellgrundlage ist eine Mastergleichung vom Geburts- und Sterbetyp. Bei diesem Modelltyp wird die Population nicht durch eine einzige Größe z. B. $N(t)$ charakterisiert. Zur Beschreibung der Population dient eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_N(t)$ mit $N=0, \dots, N_{max}$. Dabei ist $P_N(t)$ die Wahrscheinlichkeit, die Population zum Zeitpunkt t bei der Populationsgröße N anzutreffen. Sie wird durch die Mastergleichung (WISSEL 1989) bestimmt:

$$\frac{dP_N}{dt} = \tau_{N-1} \cdot P_{N-1}(t) + \mu_{N+1} \cdot P_{N+1}(t) - (\tau_N + \mu_N) \cdot P_N(t) \quad (1)$$

Die zu modellierenden Größen sind die Geburtsrate τ_N und die Sterberate μ_N . Die Geburtsrate τ_N beschreibt die Wahrscheinlichkeit, daß in der Population der Größe N innerhalb eines kleinen Zeitintervalls dt eine Geburt stattfindet. (dsgl. für μ_N). Die Geburtswahrscheinlichkeit τ_N und die Sterbewahrscheinlichkeit μ_N wurden folgendermaßen modelliert. (siehe auch MARSULA & WISSEL 1991)

$$\tau_N = \frac{R \cdot K \cdot N}{K + (R-1) \cdot N} \cdot \frac{N}{N+S} + I \quad (2)$$

$$\mu_N = N \quad (3)$$

S : Zahl der permanent vorhandenen Sterilen

R : Reproduktionsrate

K : Kapazität

N : Zahl der männlichen Imagines = Zahl der weiblichen Imagines

I : Immigrationsrate

Der Term $(R \cdot K \cdot N) / (K + (R-1) \cdot N)$ ist ein dichteregulierter Reproduktionsterm. Da nur ein Bruchteil der Paarungen fruchtbar ist, wird der Reproduktionsterm mit der Trefferwahrscheinlichkeit für eine fruchtbare Paarung multipliziert. Aus der Gesamtzahl der vorhandenen Männchen $N+S$ kann ein Weibchen N fruchtbare auswählen. Damit ergibt sich die Trefferwahrscheinlichkeit für eine fruchtbare Paarung zu $N/(N+S)$. Der Effekt einer ständigen Einwanderung mit der Immigrationsrate I wird als "Nullrate" der Geburtsrate additiv hinzugefügt. Damit erhält man selbst dann, wenn die Population mit Sicherheit bei der Individuenzahl $N=0$ angelangt ist, eine nichtverschwindende Wahrscheinlichkeit für eine Populationszunahme. Die Sterbewahrscheinlichkeit μ_N wurde ohne einen dichteregulierenden Faktor linear in N angesetzt. Bei den Geburts- und Sterbewahrscheinlichkeiten (2), (3) handelt es sich bereits um umskalierte Größen. Die pro Individuum konstante Sterbewahrscheinlichkeit μ_0 wurde 1 gesetzt. Die Zeit wird dann in Einheiten von $1/\mu_0$, der mittleren Lebensdauer der Individuen gemessen.

Der Ansatz der Dichteregulation bei der Geburtsrate ist motiviert durch die Species, auf welche die SIT bisher fast ausschließlich angewandt wurde. Diese Species (z. B. *Anopheles*, *Cochliomyia hominivorax*, *Ceratitis capitata*, etc.) gehören zur Ordnung der Diptera und weisen eine holometabole Entwicklung auf. Eine Dichteregulation findet bei diesen Arten vor allem im Larvalstadium statt, somit also "vor der Geburt der Imagines". Insofern erscheint der dichteregulierte Term in der Geburtsrate angemessen. Da eine intraspezifische Konkurrenz (um Nahrung, Raum, etc.) bei den **Imagines** der genannten Arten fast keine Rolle spielt, wurde bei der Sterberate μ_N auf eine Dichteregulation verzichtet.

3. Extinktion

Bei der Extinktion einer Schädlingspopulation handelt es sich um den Phasenübergang in Abwärtsrichtung (s. Abb. 1 a). Die folgenden Betrachtungen gelten ebenfalls für die Situation, in der die Population einer Immigration unterliegt. Dabei kann keine Extinktion, sondern nur eine Kontrolle der Population auf einer kleinen Individuenzahl und damit einem vertretbarem Schadensmaß erreicht werden

In den vergangenen Jahrzehnten gab es bei einigen Projekten, die sich der sterilen Insekten Methode bedienen, Probleme. Die Zahl der pro Zeiteinheit ausgesetzten sterilen Individuen mußte häufiger im Verlauf der Bekämpfung deutlich über den anfänglich angesetzten Wert erhöht werden, oder es wurde gar innerhalb der für das Projekt angesetzten Zeit überhaupt keine Auslöschung oder Kontrolle erzielt (IWAHASHI 1977, TAKKEN & al. 1986). Angesichts dieser Schwierigkeiten erschien die Zeit, welche die Population bis zur Auslöschung benötigt, von Interesse.

Als ein Maß für die Zeit bis zur Auslöschung wird die Mean-First-Passage-Zeit M_{0K} (MFPT) benutzt (WISSEL 1989). Dies ist die Zeit, welche das System im Mittel benötigt, um von der Populationsgröße der Kapazität $N=K$ auf die Populationsgröße $N=0$ abzufallen.

Für geringe Aussetzungszahlen $S < 50$ ergeben sich Extinktionszeiten im Bereich 10^{10} - 10^{50} mLd. Erst bei etwa $S = 100$ macht sich ein Schwelleneffekt mit einer Absenkung der Extinktionszeit auf ca. 10-100 mLd bemerkbar. Der S-Wert an dem die Zeit M_{0K} auf 10 mLd abgefallen ist, wird mit $S_{MFPT, krit}$ bezeichnet. Das ist die kritische Aussetzungszahl von Sterilen, welche im Mittel eine Extinktion innerhalb von 10 mLd garantiert.

In den bisherigen Modellen wurde als kritische Aussetzungszahl der kritische deterministische S-Wert $S_{det, krit}$ verwendet. Dieser gibt an, ab welchem S-Wert die Population zusammenbrechen kann, aber die Zeit, die für diesen Zusammenbruch benötigt wird, kann, wie Abb. 2 zeigt, praktische Zeiträume deutlich überschreiten. Daher ist eine Aussetzungszahl, welche sich an der Extinktionszeit orientiert, der Definition eines theoretischen Schwellenwertes deutlich angemessener.

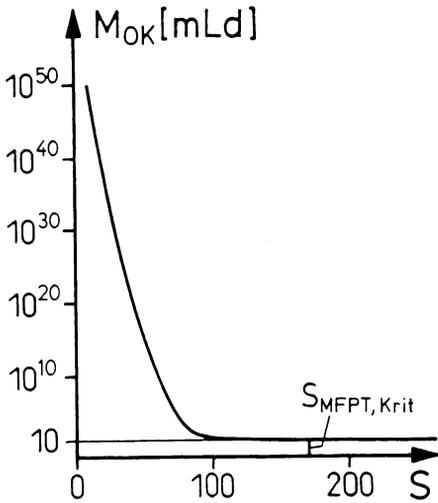


Abb. 2:
Extinktionszeit M_{0K} (gemessen in mittleren Lebensdauern der Schadenspecies) als Funktion der Aussetzungszahl der sterilen Männchen

Vergleich der Kriterien

In den Abb. 3 a und b sind beide Aussetzungszahlen, deterministischer kritischer S-Wert und an MFPT orientierter S-Wert über der Reproduktionsrate R (3 a) und der Kapazität K (3 b), aufgetragen.

Sowohl in Abb. 3 a als auch in Abb. 3 b liegt die Aussetzungszahl, welche sich nach dem MFPT-Kriterium richtet, deutlich höher als die deterministischen kritischen Werte. Von größerem Interesse ist allerdings der Unterschied im funktionellen Zusammenhang. Abb. 3 b zeigt dies besonders deutlich. Das deterministische Kriterium liefert einen linearen Zusammenhang zwischen K und S, das MFPT Kriterium hingegen weist einen extrem nichtlinearen Zusammenhang auf.

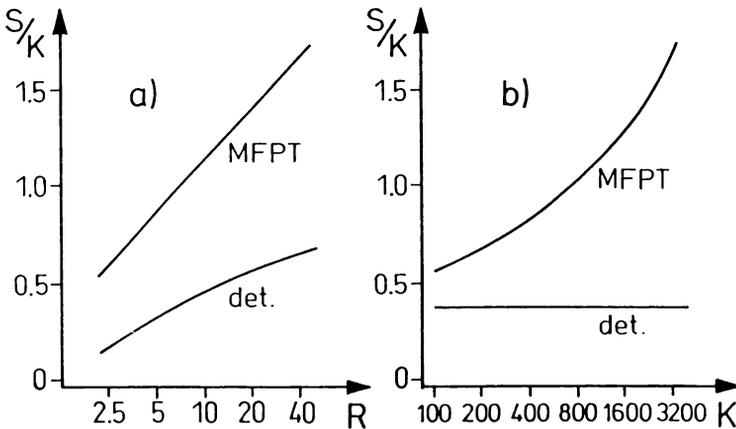


Abb. 3: Kritische Aussetzungszahl S in Einheiten der Kapazität K gegen die Reproduktionsrate R (Abb. 3 a mit $K=400$) und gegen die Kapazität (Abb. 3 b mit $R=5$). Die oberen Kurven stellen die stochastischen Werte $S_{MFPT, krit}$, die unteren die deterministischen Werte $S_{det, krit}$ dar.

Hätte man in einem Projekt auf einer 10 km² großen Insel X eine Aussetzungszahl S_X als erfolgreich erkannt, so sagt das deterministische Kriterium voraus, daß auf einer 20 km² großen Insel Y die Aussetzungszahl $S_Y = 2 \cdot S_X$ ebenfalls erfolgreich sein müßte. Dem MFPT-Kriterium zufolge wäre allerdings eine weit größere Aussetzungszahl als $2 \cdot S_X$ erforderlich, um eine Auslöschung innerhalb derselben Zeit, die auf Insel X benötigt wurde, zu erlangen.

4. Reinvasion

Unter Reinvasion wird hier der Phasenübergang in Aufwärtsrichtung (s. Abb. 1 a), ausgehend von dem Gleichgewichtszustand einer kontrollierten Schadpopulation bei kleiner Individuenzahl, verstanden. Er geschieht in deterministischen Modellen bei $S_{det,Reinv}$. Für unser stochastisches Modell ist die zentrale Größe für die Betrachtung dieses Übergangs die **Reinvasionswahrscheinlichkeit** $R_{N,I}(t)$. Dies ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Population irgendwann im Zeitintervall $[0,t]$ die Größe N erreicht, vorausgesetzt, daß zum Zeitpunkt $t=0$ die Populationsgröße $N=I$ vorlag (WISSEL 1989, § 4.2.5). Dabei wurde für I der untere und für N der obere Gleichgewichtswert aus Abb. 1 b gewählt.

Die Abb. 4 zeigt den Verlauf des Reinvasionsrisikos über der Zeit für zwei unterschiedliche Aussetzungszahlen S von sterilen Männchen.

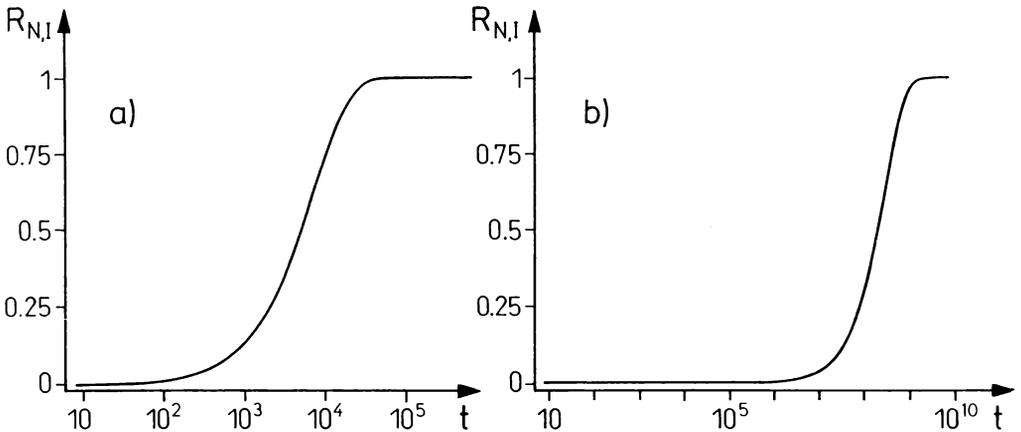


Abb. 4: Reinvasionswahrscheinlichkeit $R_{N,I}$ gegen die Zeit t für $R=5$, $K=400$; $I=8$ und die Aussetzungszahl $S=160$ in Abb. 4 a bzw. $S=200$ in Abb. 4 b

Die kleinere Aussetzungszahl liefert einen Bereich von ungefähr 100 mLd, in dem das Reinvasionsrisiko sehr klein bleibt ($< 2\%$). Mit der höheren Aussetzungszahl vergrößert sich der Bereich sehr kleinen Risikos um einige Zehnerpotenzen auf 10^6 mLd. Von praktischer Bedeutung ist die folgende Fragestellung: Gibt man ein tolerierbares maximales Reinvasionsrisiko P_C und eine Zeit T_C , in der dieses Risiko nicht überschritten werden soll, vor, so interessiert die Aussetzungszahl S , die dies gerade erlaubt. In Abb. 5 ist die Zeit T_C , in der das Risiko unterhalb von P_C verbleibt, für drei unterschiedliche Risikoschwellen aufgetragen über der Aussetzungszahl S . Ausgehend von einer Zeit auf der Ordinate kann auf der Kurve des gewählten Risikos an der Abszisse die erforderliche Aussetzungszahl ermittelt werden.

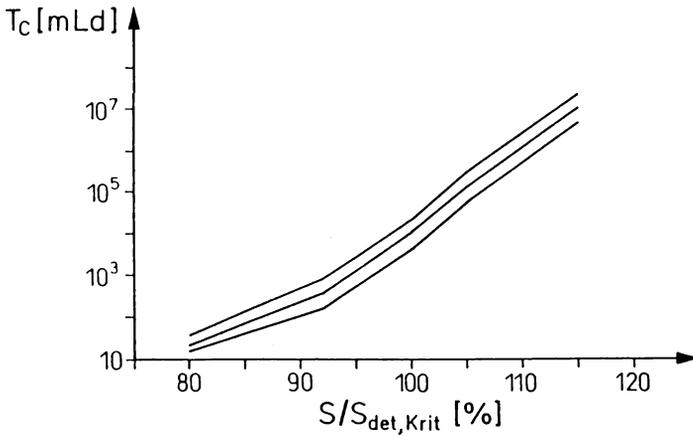


Abb. 5: Zeit T_C , in der das Reinvasionsrisiko P_C unter 2 % (untere Kurve), 5 % (mittlere Kurve) bzw. 10 % (obere Kurve) verbleibt, gegen die Aussetzungszahl S in Einheiten des kritischen Wertes $S_{det,krit}$ für $R = 5$, $K = 400$

Reinvasionsrisiko unter Umweltrauschen

Die Berücksichtigung von schwankenden Umweltbedingungen (Umweltrauschen), z. B. Wetter, erfordert einen zusätzlichen Term in den Geburts- und Sterbewahrscheinlichkeiten.

$$\tau_N = \tau_{N,alt} + 1/2 \cdot \sigma \cdot N^2 \quad (4)$$

$$\mu_N = \mu_{N,alt} + 1/2 \cdot \sigma \cdot N^2 \quad \sigma : \text{Rauschparameter} \quad (5)$$

Der Parameter σ variiert die Stärke des Umweltrauschens. Eine Erläuterung des in N quadratischen Ansatzes des Rauschterms ist z. B. in WISSEL (1989) zu finden.

Für verschiedene Stärken des Umweltrauschens ist in den Abb. 6 die Zeit T_C geringen Risikos über der Kapazität aufgetragen. Der Fall ohne Umweltrauschen (Abb. 6 a) ergibt ein exponentielles Anwachsen der Zeit T_C mit der Kapazität (da die Ordinate logarithmisch skaliert ist). Dieser Effekt wird für den Fall eines kleinen Umweltrauschens $\sigma = 0.025$ bereits deutlich abgeschwächt. Die Zeiten T_C geringen Risikos sinken insgesamt um einige Größenordnungen und das Anwachsen von T_C verläuft nicht mehr exponentiell. Verstärkt wird dieses Verhalten für noch stärkeres Umweltrauschen $\sigma = 0.1$. Erneut sinken die Zeiten T_C ab und der Verlauf der Kurve wird weiter abgeflacht.

Somit zeigt sich, daß bereits bei Aussetzungszahlen S , die oberhalb des deterministischen Schwellenwertes $S_{det,Reinv}$ liegen, eine erneute Etablierung der Schadpopulation möglich ist. Nur für eine gewisse Zeit T_C ist dieses Risiko sehr klein, wobei der Wert von T_C sehr stark von der Größe des Systems, beschrieben durch die Kapazität K , der Aussetzungszahl S und der Stärke der Umweltschwankungen abhängt.

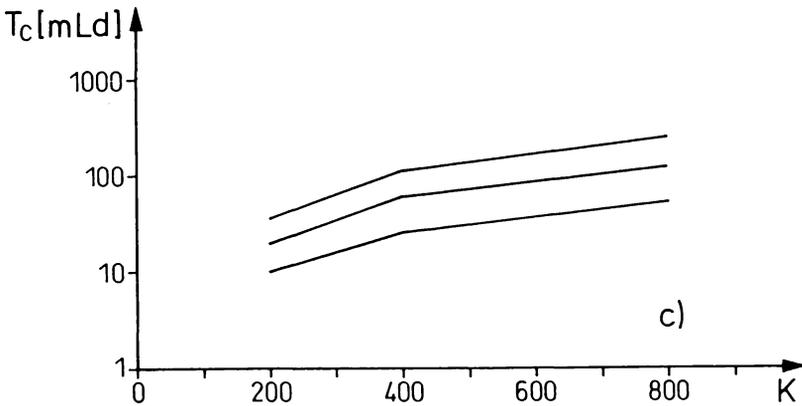
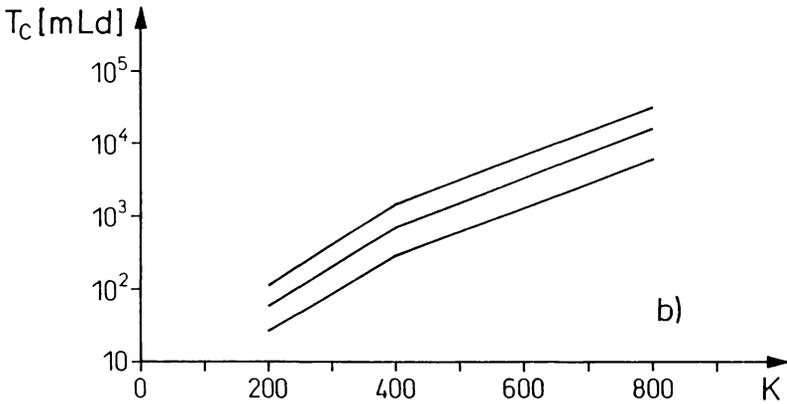
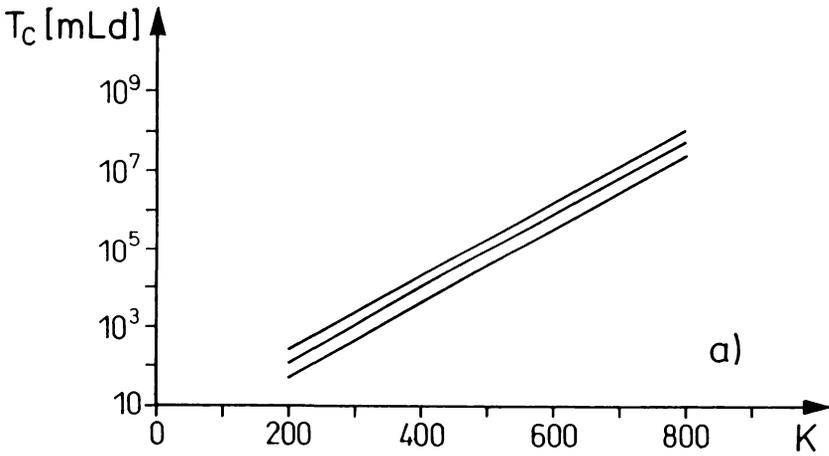


Abb. 6: Zeit T_C , in der das Reinvasionsrisiko P_C unter 2 % (untere Kurve), 5 % (mittlere Kurve) bzw. 10 % (obere Kurve) verbleibt, gegen die Kapazität K für $R=5$, $S=S_{det,krit}$ und die Stärke des Umweltrauschens $\sigma=0$ (Abb. 6 a), $\sigma=0.025$ (Abb. 6 b) und $\sigma=0.1$ (Abb. 6 c)

5. Zusammenfassung

Das vorliegende Modell kann einige wichtige Aussagen zur Methode der sterilen Männchen, die sich aus der Berücksichtigung stochastischer Einflüsse ergeben, machen. Natürlicherweise werden die Ergebnisse durch andere wichtige Faktoren, die in diesem Modell nicht berücksichtigt werden konnten, modifiziert. Deshalb sind weniger die quantitativen Details als vielmehr die qualitativen Trends der Ergebnisse von Bedeutung.

Die Verwendung der Extinktionszeit (Mean-First-Passage-Zeit) zur Definition eines Schwellenwertes der Aussetzungszahl von sterilen Männchen, die zu einer erfolgreichen Bekämpfung der Schadpopulation nötig ist, ergab einen neuen nichtlinearen Zusammenhang zwischen Kapazität und Aussetzungszahl. Zusammen mit Erfahrungen aus erfolgreich durchgeführten Projekten könnte dieser nichtlineare Zusammenhang Anhaltspunkte für zukünftige Bekämpfungsmaßnahmen liefern (siehe Beispiel in Kap. 3). Für den Fall der Reinvasion verliert die deterministische Schwelle $S_{det,Reinv}$ an Bedeutung. Die Stochastik ermöglicht eine Risikobetrachtung, welche bereits für Aussetzungszahlen $S > S_{det,Reinv}$ eine gewisse Wahrscheinlichkeit der Reinvasion vorhersagt. Es existiert ein von der Aussetzungszahl abhängiger Zeitbereich (T_C), innerhalb dessen das Risiko sehr klein bleibt. Mit dem Überschreiten dieser Zeit T_C wächst das Risiko schnell an. Der Einfluß schwankender Umweltbedingungen auf die Reinvasionswahrscheinlichkeit zeigt eine signifikante Absenkung der Zeit geringen Risikos T_C und damit eine generelle Erhöhung des Reinvasionsrisikos (s. Abb. 6).

Literatur

- BARCLAY, H. J., 1982: The sterile release method with unequal male competitive ability. *Ecol. Modelling* (1982) 15: 251-263
- BARCLAY, H. J. & M. MACKAUER, 1980: The sterile insect release method for pest control: a density dependent model. *Environ. Entomol.* (1980) 9: 810-817
- COSTELLO, W. G. & M. T. TAYLOR, 1975: Mathematical models of the sterile male technique of insect control - Lecture notes in biomathematics 5. Springer Verlag: 318-360
- IWAHASHI, O., 1977: Eradication of the melon fruit fly, *Dacus Cucurbitae*, from Kume Is., Okinawa with the sterile insect release method. *Res. Popul. Ecol.* (1977) 19: 87-98
- MARSULA, R. & C. WISSEL, 1991: Möglichkeiten zur Kontrolle der Ausbreitung von Schadinsekten mittels einer räumlichen Barriere - ein Modell. *Verh. Ges. Ökol.* 20: 843-850.
- PROUT, T., 1978: The joint effects of the release of sterile males and immigration of fertilized females on a density regulated population. *Theoret. Pop. Biol.* (1978) 13: 40-71
- TAKKEN, W. & al., 1986: The eradication of *Glossina palpalis palpalis* using traps, insecticide impregnated targets and the sterile insect technique in central Nigeria. *Bull. ent. Res.* (1986) 76: 275-286
- WISSEL, C., 1989: Theoretische Ökologie/Eine Einführung. Springer Verlag: 299 S.

Adresse

Dipl.-Phys. Armin Ratz
Prof. Dr. Christian Wissel
Fachbereiche Physik und Biologie
Philipps-Universität
Renthof 5

W - 3550 Marburg

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Verhandlungen der Gesellschaft für Ökologie](#)

Jahr/Year: 1991

Band/Volume: [20_2_1991](#)

Autor(en)/Author(s): Wissel Christian, Ratz Armin

Artikel/Article: [Schädlingsbekämpfung mit der sterilen Insekten Methode - Ein stochastisches Modell 851-858](#)