3. Sonderbericht über zwei Vorträge am 2. und 7. März 1921.

Einführung in die Relativitätstheorie

von

P. Riebesell.

Mit 19 Abbildungen im Text.

1. Die Grundlage der Theorie.

Einsteins Theorie ist weiter nichts als eine konsequente Durchführung altbekannter physikalischer Prinzipien und Gesetze. Wer sich diese Auffassung zu eigen macht, wird sich von vornherein auf den richtigen Standpunkt stellen. Freilich wird es ihm zuweilen schwer werden, die Konsequenzen bis ins Aeußerste zu verfolgen, aber er wird der immer kleiner werdenden Zahl der Gegner der Theorie ohne Weiteres gewachsen sein. Die beiden Sätze, die hier allein zur Begründung der ganzen Theorie gebraucht werden sollen, sind: 1) Das Galileische Trägheitsprinzip und 2) Der Satz von der Gleichheit der trägen und schweren Masse. Beide Gesetze sind, wie Einstein sich ausdrückt, vor ihm wohl „registriert", aber nicht „interpretiert" worden.

2. Das Galileische Trägheitsprinzip.

Der Wortlaut dieses Prinzips ist folgender: Jeder Körper verharrt in dem Zustand der Ruhe oder geradlinig gleichförmigen Bewegung, wenn keine Kräfte auf ihn wirken. Nehmen wir die einzelnen Worte dieses Satzes vor, so muß sofort die Kritik einsetzen. Was heißt R u h e? Jeder von uns hat schon erfahren, daß, wenn der Eisenbahnzug auf der Station sich in Bewegung setzt, es nicht zu konstatieren ist, ob der eigene oder der benachbarte Zug „in Wirklichkeit" fährt. Erst ein Blick auf die Bahnhofsgebäude, von denen ich weiß, daß sie in Ruhe sind, zeigt, welcher Zug sich relativ zu diesen bewegt. Innerhalb meines Zuges kann ich durch keinerlei Experimente feststellen, ob er sich „wirklich" bewegt, solange die Fortbewegung eine geradlinig gleichförmige ist. Machen wir uns diese Tatsache einmal recht anschaulich klar. Wenn ich im fahrenden Zuge einen Ball in die Höhe werfe, so fällt er in meine Hände zurück, obgleich ich mich zwischen Abwerfen und Wiederfangen des Balles mit D-Zugsgeschwindigkeit um mehrere Meter vorwärts bewegt habe. Der Ball weiß hiervon nichts, er befolgt die Naturgesetze genau so, als wenn der Zug sich in Ruhe befindet. Wirft dagegen ein außerhalb des Zuges befindlicher Zuschauer, an welchem der Zug gerade vorüber saust, gleichzeitig einen Ball in die Luft, so fällt dieser wieder in dessen Hände zurück, er bewegt sich nicht mit vorwärts. Für den Zuschauer neben dem Geleise bewegt sich also der Ball in dem fahrenden Zuge garnicht senkrecht aufwärts und abwärts, sondern er beschreibt eine Parabel. Umgekehrt beschreibt der Ball des ruhenden Zuschauers eine Parabel in bezug auf den fahrenden Zug.

In jedem der beiden Systeme gelten also die Naturgesetze, aber der Vorgang in dem einem System wird von dem andern aus ganz anders beurteilt. Wir sehen hier schon, daß nicht nur der Begriff „Ruhe" in der Fassung des Trägheitsprinzips, sondern auch der Begriff „g e r a d l i n i g" ernste Bedenken erregt. Die Angabe „geradlinig" ohne ein Koordinatensystem ist sinnlos. Bewege ich ein Stück Kreide längs einer Tafel parallel zu meinem Körper senkrecht auf- und abwärts, so beschreibt das Stück Kreide eine gerade Linie. Bewege ich mich aber gleichzeitig vorwärts, ohne an der Bewegung der Kreide in bezug auf meinen Körper irgend etwas zu ändern, so entsteht an der Tafel eine sich auf- und abwärts bewegende Wellenlinie. Werfe ich einen Stein horizontal fort und denke ich mir die Schwerkraft ausgeschaltet, so müßte er nach dem Galileischen Satz immerfort weiterfliegen. Erblickt ein Beobachter diesen Stein und weiß er nichts von dem Fortschleudern, so bewegt sich dieser Stein für ihn, obgleich keinerlei Kräfte auf den Stein wirken. Er wird nicht einsehen können, warum gerade d i e s e r Stein sich bewegt, während die anderen in Ruhe sind. Nach dem Galileischen Prinzip trägt gewissermaßen der Stein das Bewußtsein der Bewegung in sich. Warum dies?

Und noch andere Bedenken steigen auf. Was heißt „g l e i c h f ö r m i g"? Der Begriff hat nur dann einen Sinn, wenn vorher der Zeitbegriff definiert ist. Wie schwer das aber ist, werden wir später sehen. Und dann ferner die Begriffe „Körper“ und „Kraft“. Auf die Schwierigkeit hierfür brauchbare Definitionen zu finden, sei schon jetzt hingewiesen.

3. Das klassische Relativitätsprinzip.

Um aus diesen Schwierigkeiten, von denen ein Teil bereits vor Einstein bekannt war, herauszukommen, stellte die klassische Mechanik, das sogenannte Relativitätsprinzip auf, dessen Wortlaut sich folgendermaßen formulieren läßt: Durch keinerlei Versuche innerhalb eines Systems ist es möglich, die absolute Bewegung dieses Systems festzustellen, solange es sich um geradlinig gleichförmige Bewegungen handelt. Beobachtbar sind immer nur relative Bewegungen, die ich feststellen kann, wenn ich Gegenstände zu Hilfe nehme, die außerhalb meines Systems liegen. Befinde ich mich z. B. in einem Boot auf einer Wasserfläche, so kann ich niemals in dem Boot die Strömungsrichtung des Wassers feststellen. Sehe ich vom Ufer, vom Grund, von der Luft, vom Sternenhimmel — alles Gegenstände außerhalb meines Systems — ab, so kann ich weder durch die Ruder noch durch andere Hilfsmittel konstatieren, wohin das Wasser fließt. Was heißt in diesem Falle überhaupt „Fließen“? Habe ich die Bewegung des Flusses in bezug auf das Ufer festgestellt, so habe ich damit noch nicht die absolute Bewegung. Denn die Erde bewegt sich wieder in bezug auf die Sonne, diese wieder in bezug auf andere Fixsterne, eine absolute Bewegung ist nicht festzustellen, es sei denn ich hätte ein absolut feststehendes Koordinatensystem. Dieses gibt es aber offenbar nicht. Denn wo soll ich es anbringen?

Nun scheint dieser Satz allerdings in Widerspruch mit dem Galileischen Trägheitsprinzip zu stehen. Dort wird klar gesagt, daß ein Körper in der Ruhe, die er hat, verharrt, wenn keine äußeren Kräfte auf ihn wirken. Es könnte mir also durch Versuche gelingen, ein System zu finden, in dem das Galileische Prinzip absolut gilt. Doch selbst wenn ich ein solches System gefunden hätte, so sagt dasselbe Prinzip auch aus, daß alle zu diesem System geradlinig gleichförmigen Systeme völlig gleichbedeutend mit ihm sind. Ich könnte jedes als ruhend und die andern als bewegt auffassen. Die Naturgesetze würden in allen absolute Geltung haben. Sie müssen so konstruiert sein, daß die geradlinig gleichförmige Bewegung der Systeme in ihnen garnicht vorkommt.

4. Das Einsteinsche Relativitätsprinzip.

Wie bereits in dem ersten Satz dieser Abhandlung gesagt wurde, besteht die Einsteinsche Theorie nur in einer konsequenten Durchführung bekannter Prinzipien. Und so ist das Einsteinsche Relativitätsprinzip nichts als eine Weiterführung des klassischen Relativitätsprinzips, dessen Gültigkeit für die Gesetze der Mechanik immer allgemein anerkannt wurde. In der Optik schien dagegen dieses Prinzip zu versagen, und zwar aus folgenden Gründen. Denke ich mir auf der Erde irgendwo ein Lichtsignal ausgesandt, so will ich das Licht als kleine Boten auffassen, die von dieser betreffenden Stelle aus fortlaufen. Sehe ich von dem Luftmeer, das ja nicht der Träger des Lichts ist, ab, so bewegen sich diese Boten oberhalb der Erdoberfläche im Aether vorwärts. Ist nun die Erde in Ruhe, so werden alle Boten nach allen Seiten gleich schnell forteilen und nach einer Sekunde werden sie, auf der Erde gemessen, auf der Peripherie eines Kreises mit dem Radius 300 000 km angekommen sein. Wie ist es nun aber, wenn die Erde sich in bezug auf den Aether bewegt? Und das tut sie ja sicher, da sie sich schon um die Sonne bewegt. In der Bewegungsrichtung der Erde wird die Erde unter den Boten hinwegeilen, diese werden in einer Sekunde nicht so weit gekommen sein als vorher. Der Kilometerstein 300 000 läuft ihnen gleichsam davon, sie werden bis zur Erreichung desselben eine längere Zeit brauchen. Wie ist es in der entgegengesetzten Richtung? Hier kommt der Kilometerstein 300 000 den Boten entgegen. Sie werden ihn in kürzerer Zeit erreichen oder in einer Sekunde einen größeren Weg zurücklegen. Mit andern Worten, die Geschwindigkeit der Boten, d. h. der Weg in einer Sekunde, müßte in den verschiedenen Richtungen ein verschiedener sein. Ich könnte leicht die Richtung herausfinden, in welcher die Geschwindigkeit die kleinste ist. Damit hätte ich die Bewegungsrichtung der Erde in bezug auf den Aether, den absoluten Raum, und könnte aus zwei Messungen in entgegengesetzter Richtung dann auch leicht die absolute Größe dieser Geschwindigkeit feststellen. Das wäre aber ein Widerspruch zum Relativitätsprinzip, denn ich hätte durch Messungen innerhalb eines Systems die absolute Bewegung desselben festgestellt. Nun hat sich durch Versuche ergeben, daß tatsächlich für die Lichtgeschwindigkeit in beliebigen Richtungen immer derselbe Wert, nämlich 300 000 km in der Sekunde, herauskommt. Wie ist dieser Widerspruch zu erklären?

5. Der Michelsonsche Versuch.

Derjenige Versuch, der das soeben genannte Resultat erbracht hat, ist in der Abb. 1 dargestellt. Von A aus geht ein Lichtstrahl, der bei P auf eine Glasplatte trifft. Ein Teil des Lichtes wird reflektiert nach Q und dort von einem Spiegel in der ankommenden Richtung zurückgeworfen. Ein anderer Teil des Lichts geht nach R und wird dort ebenfalls reflektiert. Wenn beide wieder in P angekommen sind, haben sie, wenn $PQ = PR = l$ ist, denselben Weg zurück gelegt. Beim Zusammentreffen der Wellen treten daher ganz bestimmte, im Voraus zu berechnende Gangunterschiede, d. h. Interferenzen, auf. Bewegt sich dagegen das System durch den Aether und falle die Bewegung mit der Geschwindigkeit v in die Richtung von P nach Q, so ist, wenn die Lichtgeschwindigkeit c ist, zum Durchlaufen von PQ_1 die Zeit $\frac{l}{c-v}$ erforderlich, zum Durchlaufen von Q_1P_1 die Zeit $\frac{l}{c+v}$, für die Gesamtstrecke also die Zeit

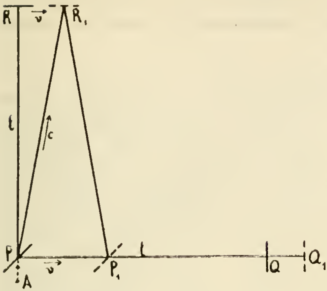

Abb. 1.

$$\frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2\,l\,c}{c^2-v^2} = \frac{2\,l}{c} \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Zum Durchlaufen der Strecke PRP oder PR_1P_1 ist nötig: $\frac{2\,l}{\sqrt{c^2-v^2}}$. Die beiden Zeiten sind nicht gleich, der Unterschied in den beiden Zeiten ist vielmehr in erster Annäherung: $\frac{l}{c} \cdot \frac{v^2}{c^2}$ Um diesen Betrag ist die zuerst betrachtete Zeit länger als die zweite.

Wäre also der Apparat in der angegebenen Weise justiert, so müßte sich eine Veränderung der Interferenzen je nach der Größe von v ergeben. Da ich nun die wahre Bewegungsrichtung der Erde nicht feststellen kann, so weiß ich nicht, wann PQ tatsächlich in dieser Bewegungsrichtung liegt. Durch Drehen des Apparates würde ich aber in der Lage sein, die Aenderung der Interferenzen zu erhalten. Dieser Versuch, der zuerst von Michelson ausgeführt wurde, hat nun aber stets negative Resultate gehabt. Wie läßt sich das erklären?

Erstens könnte ich annehmen, daß die Erde den Aether mit sich führt. Dann wäre der Apparat in bezug auf den Aether in Ruhe und ein Unterschied in den Zeiten würde nicht auftreten. Es haben aber andere Experimente, vor allem der Fizeausche Versuch, bei dem die Geschwindigkeit des Lichts in zwei Wasserröhren von entgegengesetzter Strömungsrichtung gemessen wurde, gezeigt, daß die Körper den Aether nicht mitführen. Die zweite Möglichkeit wäre folgende: Die Geschwindigkeit des Lichts im ruhenden Aether wäre in den verschiedenen Richtungen eine verschiedene. Es haben sich aber keine Anhaltspunkte ergeben, die diese Annahme rechtfertigen, im Gegenteil zahlreiche Beobachtungen sprechen dagegen. Es bleibt also nur die Annahme, daß an den andern Größen, die in unsere Rechnung eingehen, irgend etwas nicht in Ordnung ist. Lorentz nahm an, daß sich eine Strecke verkürzt, wenn sie in ihrer eigenen Richtung gegen den Aether bewegt wird. Wäre das der Fall, so dürfte ich in beiden Fällen nicht mit demselben l rechnen, und der Widerspruch wäre aufgeklärt. Dann könnte ich auch das Beispiel mit den Lichtboten im vorigen Abschnitt erklären. Läuft der Kilometerstein 300 000 den Boten unter den Füßen fort, so verkürzt sich andererseits die Strecke in demselben Maße, sodaß für die Geschwindigkeit derselbe Wert herauskommt. Diese Verkürzung der Strecken hätte nun aber auch auf andere Weise bemerkt werden müssen, und da alle Versuche, sie aufzufinden, gescheitert sind, kam Einstein auf die Idee, daß auch noch andere Größen in der Rechnung, wenn auch nicht direkt, vorkommen. Diese anderen Größen sind die Zeiten. Wir haben immer von Geschwindigkeiten geredet. Eine Geschwindigkeit ist aber ein Weg dividiert durch eine Zeit. Rechnen die verschiedenen Boten in meinem Gedankenexperiment nicht mit denselben Zeiten, sondern haben sie Uhren, deren Gang von der Geschwindigkeit in bezug auf die Erde, von der aus ich beobachte, abhängig ist, so können sich zur Zurücklegung der Wege in den verschiedenen Richtungen doch gleiche Geschwindigkeiten ergeben. Rechnen beispielsweise die Boten, denen die Erde unter den Füßen fortläuft, mit längeren Sekunden, so ergibt sich trotzdem für die längere Strecke dieselbe Geschwindigkeit. Wird auf den beiden Achsen des Michelsonschen Apparats mit verschiedenem Zeitmaß gemessen, so ist das Resultat erklärbar. Der Versuch führt zu der Konsequenz, daß erstens die Lichtgeschwindigkeit in allen Systemen denselben Wert hat und daß es zweitens eine absolute Zeit nicht gibt. Um diese Folgerungen richtig zu verstehen, müssen wir darüber einige weitere Ausführungen machen.

6. Die Gleichzeitigkeit.

Wie bestimme ich, daß zwei Ereignisse, die an verschiedenen Orten vor sich gehen, gleichzeitig sind? Sehr einfach, wird man sagen, indem man an jedem Ort nach der Uhr sieht. Welches ist aber die Voraussetzung hierfür? Offenbar die, daß es an den beiden Orten synchrone Uhren gibt. Wie kann ich mir nun aber das Gleichlaufen der beiden Uhren herstellen? Ein Weg wäre der, daß ich die Uhren nebeneinander vergleiche und dann die eine Uhr an den entfernten Ort bringe. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Uhr durch die Bewegung in ihrem Gang nicht beeinflußt wird. Daß tatsächlich eine solche Beeinflussung möglich ist, werden wir später sehen, es muß also dieser Weg für uns ausscheiden. Eine andere Möglichkeit, die auch in der Praxis allgemein angewandt wird, ist die durch Signale. Zunächst die akustischen Signale.

Wir wollen annehmen, wir hätten drei Schiffe, die in gleichen Abständen voneinander, hintereinander auf einem Fluß liegen. Gibt dann das mittlere Schiff um 12 Uhr ein Signal, so können die beiden andern ihre Uhren nach diesem Signal stellen. Dabei ist, wenn ich genaue Zeit haben will, noch zu berücksichtigen, daß der Schall von dem mittleren Schiff zu den andern Schiffen eine gewisse Zeit braucht. Ist die Entfernung der Schiffe a, so müßten die beiden Uhren um $\frac{a}{v}$ Sekunden nach 12 gestellt werden, wenn v die Schallgeschwindigkeit ist. Was ist dann aber noch vorausgesetzt? Es ist angenommen, daß die Schiffe relativ zur Luft sich nicht bewegen, denn andernfalls würde ja der Schall zu dem einen Schiff kürzere Zeit brauchen als zu dem andern. Würde also eine und dieselbe Methode der Zeitregulierung auf zwei verschiedenen Schiffstripeln angewandt werden, von denen das eine ruht und das andere sich bewegt, so würden die beiden, wenn sie aneinander vorübergleiten, sehen, daß die benachbarten Uhren verschiedene Zeit zeigen. Beim Schall könnte ich diese Fehler leicht ausgleichen, indem ich verlange, daß die „falschen“ Uhren des bewegten Systems nach den „richtigen“ des ruhenden gestellt werden. Wie ist es nun aber beim Licht? Welches System in bezug auf den

Aether ruht, weiß ich nicht, ich darf also nicht verlangen, daß die Uhren des einen Systems nach denen des andern reguliert werden. Ich muß vielmehr verlangen, daß jedes System für sich die vorgeschriebene Art der Uhrenregulierung anwendet.

Wie verhalten sich dann aber die Uhren in den verschiedenen Systemen? Ich nehme an, daß (Vergl. Abb. 2) um 12 Uhr ein Lichtstrahl von A nach B gesandt wird. Wenn dieser in B eintrifft, zeigt die Uhr dort $\frac{a}{c}$ Sekunden nach 12 Uhr. Ueber AB möge ein riesengroßes Luftschiff gleiten mit der Geschwindigkeit v in der Pfeilrichtung. Während sich A_1 über A befindet, soll auch die Uhr im Luftschiff 12 Uhr zeigen. Reguliert auch der Beobachter im Luftschiff seine Uhren selbständig, so würde er in B_2 die Uhr auf $\frac{a}{c}$ Sekunden nach 12 Uhr stellen müssen, wenn sich das Ende des Luftschiffs in dieser Zeit von B_1 nach B_2 bewegt. Wenn also der Lichtstrahl in B bzw. B_1 angekommen ist, zeigt die Uhr in B_1 noch nicht soviel als in B. Bewegte Uhren scheinen, vom ruhenden System aus beurteilt, nachzugehen.

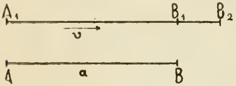

Abb. 2.

Eine Folge davon ist, daß der Begriff der G l e i c h z e i t i g k e i t seine absolute Bedeutung verliert. Nach der bisherigen Vorschrift für die Uhrenregulierung wissen wir, daß wir eine Zeitregulierung von einer Signalübertragung nicht trennen können. Die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse kann ich auch so definieren, daß ich sage, die beiden Ereignisse in A und B sind dann gleichzeitig, wenn ich sie in einem in der Mitte von AB in M (Vergl. Abb. 3) angebrachten Spiegel gleichzeitig sehe. Denke ich mir nun aber wieder über AB ein zweites bewegtes System $A_1 B_1$, etwa das Luftschiff, das in der Pfeilrichtung fährt, so frage ich, wie würde dasselbe Ereignis vom bewegten System aus erscheinen? Der Beobachter in M_1 nähert sich während des Vorgangs dem von B kommenden Strahl, er wird ihn zweifellos früher wahrnehmen als den von A kommenden. Für ihn werden also die beiden Ereignisse sicher nicht gleichzeitig sein. Eine Folge davon ist, daß auch eine Strecke in einem System, wenn sie von einem dazu bewegten aus betrachtet wird, nicht dieselbe Länge hat. Längen können nämlich nur gemessen werden, wenn

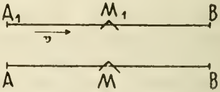

Abb. 3.

ihre Endpunkte gleichzeitig fixiert werden. Da nun aber Gleichzeitigkeit in den verschiedenen Systemen Verschiedenes bedeutet, so ist es klar, daß Abweichungen eintreten müssen. Damit haben wir eine andersartige Erklärung für die Lorentz-Kontraktion. Um diese Verhältnisse quantitativ verfolgen zu können, müssen wir zu Formeln und graphischen Darstellungen greifen.

7. Die Transformationsgleichungen.

Um einen Punkt in einer Ebene zu fixieren, bedient man sich bekanntlich eines Koordinatensystems. Seien in Abb. 4

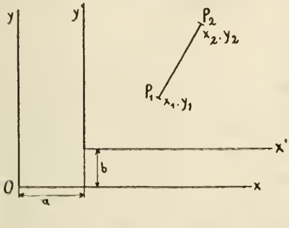

Abb. 4.

P_1 und P_2 zwei Punkte mit den Koordinaten x_1, y_1 bzw. x_2, y_2, so ergibt sich für ihre Entfernung nach dem Lehrsatz des Pythagoras

$$s^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$

oder, wenn ich zwei benachbarte Punkte nehme:

$$ds^2=dx^2+dy^2$$

als Gleichung des Linienelements. Stelle ich nun dieselbe Strecke in einem zweiten Koordinaten-System, etwa mit den verschobenen Achsen x', y', dar, so ergibt sich, da $x=x'+a$ und $y=y'+b$:

$$s^2=(x'_2+a-x'_1-a)^2+(y'_2+b-y'_1-b)^2=(x'_2-x'_1)^2+(y'_2-y'_1)^2,$$

d. h. es ergibt sich derselbe Wert wie vorher. Man sagt, der Ausdruck für das Linienelement ist invariant gegen die Transformation der Verschiebung. Dasselbe ergibt sich, wenn ich eine Drehung des Koordinatensystems vornehme. Ebenso könnte ich natürlich auch das Koordinatensystem fest lassen und die Strecke beliebig drehen und verschieben. Immer erhalte ich dieselbe Länge. Das gleiche gilt von Figuren, sodaß daraus ohne weiteres die Gültigkeit der Kongruenzsätze folgt. Das alles erscheint selbstverständlich, ist es aber nicht. Es steckt vielmehr eine ganz bestimmte Voraussetzung über unsern Raum darin, nämlich die, daß ich Strecken und Figuren ohne Dimensionsänderungen in ihm verschieben und drehen kann. Daß diese Forderung nicht selbstverständlich ist, geht daraus hervor, daß sie zwar für alle Flächen gleicher Krümmung (z. B. Ebene, Kugel) gilt, nicht aber für Flächen, bei denen sich die Krümmung von Punkt zu Punkt ändert. Zeichne ich z. B. auf einer Eifläche ein Dreieck aus drei gleichen Seiten und verschiebe dies, so sehe ich sofort, daß sich die Winkel und die Fläche ändern. Wir wollen aber diesen Fall vorläufig nicht weiter betrachten, sondern wollen uns fragen, welche Beziehungen zwischen den Koordinaten eines festen und denen eines bewegten Systems bestehen. Bewegt sich das zweite System mit der Geschwindigkeit v gegen das erste in Richtung der x-Achse und zwar so, daß die y- und z-Achsen beider Systeme einander parallel laufen, so gelten nach Abb. 5 die Beziehungen:

2) $x'=x-vt, y'=y, z'=z, t'=t$,

da ja zur Zeit t das bewegte System das Stück vt vorgerückt ist. Diese Gleichungen werden als Galilei-Transformation bezeichnet. Sie bildeten die Grundlage der klassischen Mechanik. Das wichtigste Merkmal der Gleichungen ist, daß die Zeit in beiden Systemen dieselbe bleibt.

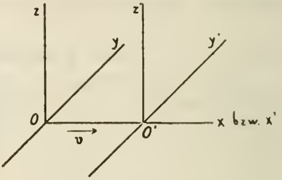

Abb. 5.

Ist also in einem System die Zeit so definiert, daß das Licht in einer Sekunde c Meter zurücklegt, so gilt diese Definition nicht mehr in einem zweiten. Lasse ich z. B. zu einer bestimmten Zeit in einem bestimmten Punkt des ersten Systems ein Lichtsignal abgehen, so breitet sich dieses in Form einer Kugel nach allen Seiten gleichförmig aus. Betrachtet der Beobachter im bewegten System diese Kugel, so kann er sie unmöglich als Kugel mit seinem Standort als Mittelpunkt ansehen, da ja in Richtung der Fortbewegung sich in seinem System das Licht langsamer, in entgegengesetzter Richtung schneller weiterbewegt. Wir haben nun schon gesehen, daß nach der Einsteinschen Forderung, die sich aus einer Konsequenz aus Versuchen und Ueberlegungen ergab, die Uhrenregulierung in beiden Systemen unabhängig von einander auf gleiche Weise geschehen muß. D. h. die Kugel der Lichtausbreitung in dem einen System muß auch in dem bewegten als Kugel um den jeweiligen Beobachter als Mittelpunkt erscheinen. Mathematisch heißt das, es muß diejenige Transformation gesucht werden, die die Gleichung der Lichtausbreitung in dem ruhenden System

$$x^2+y^2+z^2=c^2t^2$$

in die gleiche im zweiten System

$$x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$$

überführt. Die Transformationsgleichungen, die dieses leisten, stammen von Lorentz und werden als Lorentz-Transformation bezeichnet. Sie lauten:

$$3)\quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \; z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

und umgekehrt

$$4)\quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y = y', \; z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Als wichtigstes Resultat sehen wir, daß die Zeiten in den beiden Systemen verschieden sind, wie wir dies auch schon aus den früheren Ueberlegungen geschlossen haben. Soll nämlich der Kreis der Lichtausbreitung, wenn wir nur die x, y—Ebene betrachten, zu einer gewissen Zeit auch dem bewegten Beobachter als Kreis erscheinen, so müssen eben die Lichtpunkte, die als gleichzeitig gesehen werden, nicht dieselben sein. Zeigen beispielsweise die in Fig. 6 mit 1 bezeichneten Uhren, an denen das Licht im ruhenden System nach einer Sekunde angekommen ist, die Zeit 1, so müssen im bewegten System die Uhren 1' (beide Male ist der Radius des Kreises c) die Zeit 1 zeigen. Eine weitere Folgerung aus den Formeln ist die, daß es Ueberlichtgeschwindigkeiten nicht gibt, denn dann wird die Wurzel imaginär. Zwei Ereignisse, die an verschiedenen Orten im ersten System gleichzeitig vor sich gehen, haben, wie aus der letzten Gleichung von (4) folgt, im zweiten die Zeitdifferenz

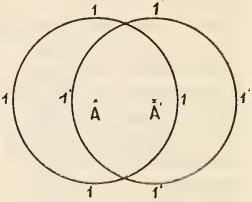

Abb. 6

$$5)\quad t_1' - t_2' = \frac{v}{c^2}\,(x_2' - x_1')$$

Ferner ändert sich die Entfernung zweier Punkte. Es wird wie aus der ersten Gleichung von 3) folgt:

$$6)\quad x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ oder } x_2 - x_1 = (x_2' - x_1') \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Es tritt also eine Verkürzung ein.

Ein Vorgang, der sich an einem bestimmten Punkt x' des bewegten Systems abspielt und dort $t'_2 - t'_1$ Sekunden dauert, hat, in den Einheiten des ruhenden Systems gemessen, wie aus der letzten Gleichung von (3) folgt, die Zeitdauer

$$7) \quad t_2' - t_1' = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ oder } t_2 - t_1 = (t_2' - t_1') \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Für die Anzahl Sekunden im ruhenden System ergibt sich demnach ein kleinerer Wert. Wir sehen also, daß sich die Zeiten und die Strecken ändern, wenn sie vom ruhenden System aus betrachtet werden, und zwar erscheint die Strecke verkürzt, die Uhr scheint langsamer zu gehen.

8. Die Uhrenregulierung.

Wir können uns dieses Resultat auch noch folgendermaßen veranschaulichen. Wenn wir in einem System I, das wir als das ruhende bezeichnen wollen, in den Abständen a voneinander Uhren aufstellen und diese synchron regulieren, so erhalten wir das in der Abb. 7 dargestellteBild. ImSystem II, das sich in der Pfeilrichtung mit der Geschwindigkeit v bewegt, soll nun eine von I unabhängige Uhrenregulierung gelten. Nach den in der Abb. 2 dargelegten Verhältnissen müssen wir die Zeigerstellung in der aus der Abb. 7 ersichtlichen Form vornehmen, wenn zu Beginn der Zeitrechnung die Uhr U_1' sich gerade über U_1 befindet. Denn wenn zur Zeit Null von U_1 ein Lichtstrahl ausgesandt wird, der zu einem gewissen Zeitmoment in U_2 angekommen ist, so bedeutet dieser Zeitmoment nicht dasselbe im bewegten System, vielmehr ist die Uhr U_2' während dessen ein Stück nach rechts gerückt und wenn

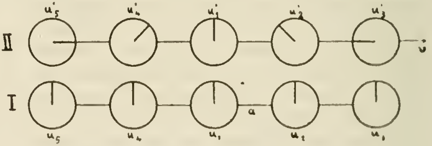

Abb 7.

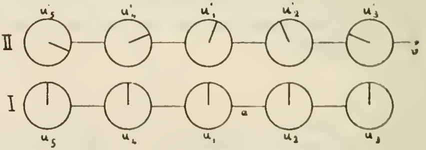

Abb 8.

auch im zweiten System der Lichtstrahl zum Durchlaufen der Strecke a dieselbe Zahl von Zeiteinheiten gebrauchen soll, so muß die Uhr U_2' am Beginn der Zeitrechnung um ein bestimmtes Stück hinter U_2 zurückgestellt sein. Dasselbe gilt von U_3' usw. Umgekehrt ist es auf der linken Seite. Braucht der Lichtstrahl, um von U_1 nach U_4 zu kommen, eine Anzahl von Zeiteinheiten und soll er bei derselben Anzahl von Zeiteinheiten im bewegten System von U_1' nach U_4' kommen, so muß die Uhr in U_4' vorgestellt sein, da sie ja den Lichtboten entgegenkommt.

In welcher Weise ich quantitativ die Uhrenregulierung vorzunehmen habe, sagt der Michelsonsche Versuch aus: Geht ein Lichtstrahl vom Ort U_1 nach U_2 und wird dort nach U_1 reflektiert so habe ich die Uhr in U_2 auf $\frac{t}{2}$ zu stellen, wenn t die Zeit bis zur Rückkehr des Lichtstrahls in U_1 angibt. Ist x der Abstand eines Beobachters im System I vom Anfangspunkt U_1, so ist nach der letzten Gleichung der Formel 3) der Stand der gerade über ihm befindlichen Uhr des 2. Systems gegeben durch

$t' = \frac{-\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ bezw. — auf der linken Seite — durch $t' = \frac{\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Trage ich die Differenzen der Zeigerstellungen $t-t'$ zur Zeit $t=0$ graphisch auf, so ergibt sich das Bild der Figur 9, wo die geneigte Gerade die Gleichung hat:

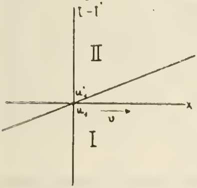

Abb 9.

$$t - t' = \frac{\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{8}$$

Betrachten wir jetzt einen Zeitmoment, in dem das System II sich um das Stück a nach rechts bewegt hat, so ist die dazu benötigte Zeit

$$t = \frac{a}{v}$$

und nach der letzten Gleichung (3) ist

$$t' = \frac{\frac{a}{v} - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Berechnet man jetzt die Differenz $t - t'$, so ergibt sich, wenn man die höheren Potenzen von $\frac{v^2}{c^2}$ in der Reihenentwicklung von $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ vernachlässigt, die Gleichung

9) $$t - t' = \frac{av}{c^2}\left(\frac{x}{a} - \frac{1}{2}\right)$$

Wir erhalten also das durch die Figur 10 dargestellte Bild. Unsere Uhren würden zur Zeit t, wenn diese Zeit gerade durch einen Umlauf unserer Zeiger ausgedrückt wäre, etwa die in Figur 8 gezeichnete Stellung einnehmen. Aus dieser Veranschaulichung der Zeigerstellung erhalten wir nun auch sofort eine Klarstellung über den Gang der Uhren. Betrachten wir z. B. die bewegte Uhr U_1' vom System I aus, befinden wir uns also gegenüber U_1', d. h. in U_1 bezw. U_2, so ist am Anfang das Bild 7 und am Schluß das Bild 8 maßgebend. Während die Uhr meines Standpunktes eine volle Umdrehung gemacht hat, ist die bewegte noch nicht so weit fortgeschritten, sie scheint langsamer zu gehen. Das geht auch ohne weiteres aus der Abb. 10 hervor; denn im Punkte U_2 bezw. U_1' ist $t - t'$ positiv, d. h. t ist größer als t'. Dasselbe gilt, wenn ich die ruhende Uhr vom bewegten System aus betrachte, ich mich also im System II dauernd gegenüber U_1 aufhalte und den Gang dieser Uhr verfolge. Am Anfang ist die Zeigerstellung der Abb. 7 maßgebend und am Schluß die der Abb. 8. Während in dem System, in dem ich mich aufhalte, die Uhr mehr als eine Umdrehung gemacht hat, ist im System I nur eine Umdrehung vollzogen. Die Uhr des Systems I scheint vom System II aus betrachtet ebenfalls nachzugehen. Das lese ich auch direkt aus der Zeichnung 10 ab, da im Punkte U_1 $t - t'$ negativ ist, d. h. t' größer als t ist.

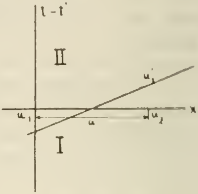

Abb. 10.

9. Die Raum-Zeit Welt.

Um uns die oben entwickelten Resultate noch etwas anschaulicher darzustellen, benutzen wir eine graphische Darstellung.

In der Abb. 11 ist ein sogenannter graphischer Fahrplan gegeben. Auf der wagerechten Achse sind die Strecken, auf der senkrechten die Zeiten aufgetragen. Bewegt sich ein Eisenbahnzug auf der wagerechten x-Achse vom Anfangspunkt aus nach rechts, so kann ich seine Bahn auch so be-

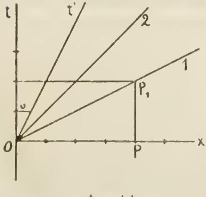

Abb 11

schreiben, daß ich jedem Punkt, in dem er sich befindet, eine bestimmte Zeit zuordne. Legt der Zug beispielsweise in der Zeiteinheit die Strecke 2 zurück, so entsteht das Bild der Geraden 1, während, falls in der Zeiteinheit die Streckeneinheit zurückgelegt wird, das Bild der Geraden 2 entsteht. Die Geraden, oder im allgemeinen Fall die Kurven, können als die Raum-Zeit-Linien oder die Weltlinien des Zuges bezeichnet werden. Denn es ist klar, sobald wir nicht, wie hier im Beispiel, die Bewegung lediglich auf die x-Achse beschränken, sondern eine Bewegung in der Ebene zulassen, so tritt die Zeit t als dritte Koordinate, bei einer Bewegung im dreidimensionalen x—y—z—Raum tritt t als vierte Koordinate hinzu.

Wie ist es nun, wenn wir die Bewegung des durch die Gerade 1 betrachteten Zuges von einem zweiten Koordinatensystem aus betrachten, das mit der Geschwindigkeit v zum ersten gradlinig gleichförmig längs der x-Achse bewegt wird? Während zu einer gewissen Zeit t sich der Zug in P, d. h. um das Stück x von o entfernt befindet, ist P im zweiten System erst um das Stück x—vt vorwärts gekommen, da sich ja das zweite System selbst mit der Geschwindigkeit v in derselben Richtung vorwärts bewegen sollte. Wir sehen also, daß wir die Koordinaten von P an einer beliebigen Stelle der Ebene durch das in Abb. 11 dargestellte schiefwinklige Koordinatensystem x, t' erhalten. Da das Zeitmaß des zweiten Systems genau dasselbe sein soll wie das des ersten, so fällt die x-Achse mit der x'-Achse zusammen, da auf beiden t=t'=O ist. Die t'-Achse ist die Weltlinie des Nullpunkts des zweiten Systems, des Punktes x'=O. Ich kann also die in der Abb. 5 dargestellte Tatsache des Fortbewegens des 2. Systems besser in der Form der Abb. 11 darstellen, wo die Wanderung des Anfangspunktes des zweiten Systems in der Form eines graphischen Fahrplans dargestellt wird. Das Auffallende ist, daß während die t-Achse gedreht wird, die x-Achse in ihrer Lage verharrt. Wir werden sofort sehen, daß dieses eine Folge unserer Festsetzung über die Uhrenregulierung ist, indem angenommen wurde, daß stets t'=t sein soll.

Stellen wir nämlich einmal unsere frühere Ueberlegung über die Aussendung von Schall- oder Lichtsignalen in dieser Weise graphisch dar. In der Abb. 12 sei C der Punkt, von dem aus zur Zeit t=0 Lichtstrahlen ausgehen. Die Weltlinien für die nach beiden Seiten ausgehenden Lichtstrahlen sind durch die Geraden C A_1 und C B_1 dargestellt,

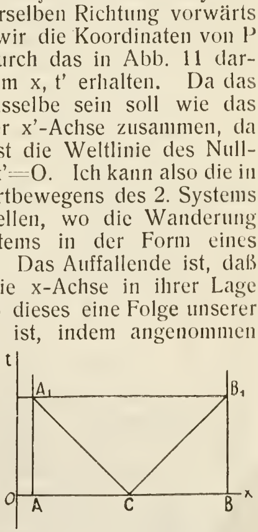

Abb. 12.

die unter einem Winkel von 45° verlaufen, wenn die Einheit auf der t-Achse $\frac{1}{c}$ beträgt. Die Weltlinien der beiden im gleichen Abstande von C befindlichen Punkte A und B sind durch die Geraden AA_1 und BB_1 dargestellt. Wir sehen sofort, daß die Lichtstrahlen gleichzeitig in A und B eintreffen, denn die Punkte A_1 und B_1 haben dieselbe t-Koordinate. Wie ist es nun aber, wenn dieses Ereignis von einem mit der Geschwindigkeit v bewegten Beobachter aus betrachtet wird? Wie die Abb. 13 zeigt, treffen die Lichtstrahlen die in diesem System ruhenden Punkte, die durch die Weltlinien AA_2 und BB_2 dargestellt sind, in den beiden Punkten A_2 und B_2, die nicht gleichzeitig sind. Ich kann aber ein System finden, in dem auch diese Weltpunkte dasselbe t' haben, indem ich eine x'-Achse wähle, die A_2B_2 parallel ist. Soll also die von C ausgehende Lichtwelle in jedem bewegten System als Kugel um den Beobachter erscheinen (d. h. für beliebig geneigte t'-Achsen), so muß ich auch entsprechend geneigte x'-Achsen nehmen. Damit ist die Beziehung t'—t aufgehoben und es gelten die früher besprochenen Gleichungen der Lorentz-Transformation. Zwei beliebige Weltpunkte P_1 und P_2 d. h. zwei Ereignisse, die an verschiedenen Orten zu verschiedener Zeit sich ereignen, können in einem geeignet gewählten Koordinatensystem gleichzeitig erscheinen, ebenso können gleichzeitige Ereignisse als verschiedenzeitig gedeutet werden je nach der Wahl des Bewegungszustandes des zweiten Systems. Doch gelten diese Sätze mit einer gewissen Einschränkung. Wie Abb. 14 zeigt, kann ich den Weltpunkt P_1 nur gleichzeitig mit 0 sich ereignen lassen, wenn er innerhalb des Winkelraumes liegt, der von der x-Achse und der Lichtausbreitungsgeraden O A gebildet wird. Im andern Falle würden sich nämlich für die t-Achse stärkere Neigungen ergeben als 45°, d. h. das zweite System müßte sich mit Ueberlichtgeschwindigkeit fortpflanzen, was ausgeschlossen ist. Was heißt es aber, daß P innerhalb des Winkelraumes AOX liegen muß? Wenn jemand P_1 von O aus erreichen will, so muß er sich auf der

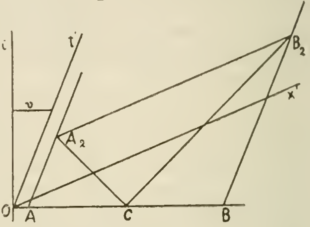

Abb. 13

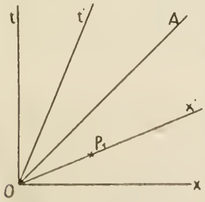

Abb 14

Weltlinie OP_1 bewegen, d. h. mit einer Geschwindigkeit, die größer ist als die Lichtgeschwindigkeit. P_1 kann also kein Ereignis sein, das als Wirkung von O aufgefaßt werden kann. Wenn letzteres der Fall wäre, könnte man auch leicht Systeme finden, in denen sich Ursache und Wirkung im ersten System im zweiten in das Gegenteil verkehren. Wie Abb. 15 zeigt, ist das ebenfalls nur bei Ereignissen möglich, die im ersten System nicht in der Abhängigkeit von Ursache und Wirkung zueinander stehen, d. h. nicht mit Unterlichtgeschwindigkeit voneinander erreicht werden können.

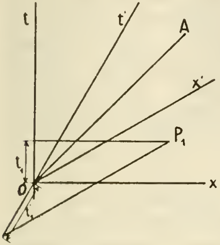

Abb. 15.

Auf Grund dieser Betrachtungen ist es wichtig einzusehen, daß nicht wie in der alten Mechanik die Zukunft von der Vergangenheit einfach durch eine Gerade bzw. Ebene senkrecht zur t-Achse getrennt wird. Wir haben vielmehr die in der Abb. 16 dargestellten Verhältnisse, wo wir wiederum immer nur in der ersten räumlichen Dimension x bleiben wollen. Wenn O ein bestimmtes Ereignis ist, so wird die Zukunft von der Vergangenheit zwar durch die Gerade $t=0$ getrennt, wir müssen aber bei der Zukunft zunächst die aktive Zukunft (die Folgen des Ereignisses) von einem Gebiet unterscheiden, in dem „andere Ursachen derselben Folgen" liegen, die aber auf das Ereignis selbst weder Einfluß haben noch von ihm beeinflußt werden können. Ebenso steht es mit der Vergangenheit. Die passive Vergangenheit (die Ursachen des Ereignisses) sind getrennt von einem Gebiet der Vergangenheit, in dem „andere Folgen derselben Ursachen" liegen, die aber mit dem betrachteten Ereignis in keinem Zusammenhang stehen. Die Weltlinie des Ereignisses selbst ist durch eine beliebige Kurve, etwa 1, die aus der passiven Vergangenheit in die aktive Zukunft hineinragt, dargestellt.

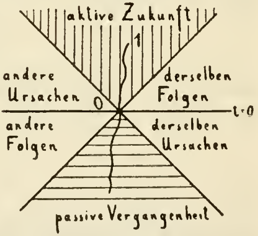

Abb. 16.

Mit Hülfe dieser graphischen Darstellung können wir auch die Frage beantworten, ob die Lorentz-Kontraktion und die Zeitdilatation tatsächlich oder nur scheinbar erfolgen. Wie aus der Abb. 17 ersichtlich ist, stellt ein im x, t-System ruhender Stab

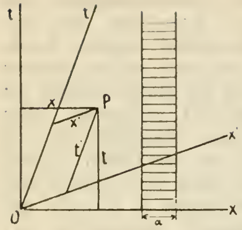

Abb. 17.

von der Länge a eine Schar von Weltlinien dar, die in der Figur durch den schraffierten Balken dargestellt sind. Gehe ich zu einem andern System über, so heißt das, ich schneide aus dem Stab ein anderes Stück heraus, und dieses wird, je nach dem neuen Maßstab eine andere Länge haben. Aus der Figur ist auch ohne weiteres die Aenderung der Längen und Zeiten ersichtlich, wenn man die Koordinaten des Punktes P betrachtet. Längeneinheit und Zeiteinheit sind dabei in beiden Systemen, solange beide ruhen, dieselben, von solchen Einheiten kann man überhaupt immer nur in einem und demselben System reden. Betrachte ich die Einheiten von einem andern bewegten System aus, so erhalte ich eine andere Maßzahl, wenn ich sie mit den Einheiten meines Systems vergleiche.

10. Die Masse.

Eine wichtige Folgerung aus den Einsteinschen Formeln ist die Veränderlichkeit der Masse mit der Geschwindigkeit. Während in der klassischen Mechanik der Wert für die lebendige Kraft durch die Formel

$$E = \frac{m.\, v^2}{2}$$

gegeben ist, erscheint bei Anwendung der Lorentz-Transformation die Energie in der Form

$$E = \frac{m\,.\,c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Entwickelt man diesen Ausdruck in eine Reihe, so ergibt sich:

$$E = mc^2 + \frac{mv^2}{2} + \frac{3}{8}\; m \;\frac{v^4}{c^2} + \ldots\ldots$$

Es tritt als wesentlicher Summand das Glied mc^2 auf, und, da $c = 300\,000$ km pro sec. ist, so nimmt dieser Wert außerordentlich große Dimensionen an. Die Gesamtenergie eines Körpers von der Masse m würde durch den obigen Wert gegeben sein, und, wenn es gelänge, die Energie von einem Gramm Masse vollständig zu gewinnen, den „Energieknoten“ im Aether völlig zu sprengen, so würden enorme Energiemengen frei. Betrachten wir beispielsweise die Masse von 1 Kilogramm, so ergibt sich folgender Wert:

$$\frac{1 \text{ kg}}{\text{g}} \cdot c^2 = 9200 \text{ Billionen mkg} = 21{,}6 \text{ Billionen Kalorien.}$$

Nimmt man an, daß die Steinkohle pro kg 7200 Kalorien besitzt, so würde die Masse von 1 Gramm mit 3000 Tonnen Kohle identisch sein. Wichtiger als diese Zahlen ist die aus den obigen Formeln folgende Tatsache, daß die Energie gleichzeitig Masse besitzt, und daß die Masse und die Energie von der Geschwindigkeit abhängig sind. Masse ist lediglich eine Erscheinungsform der Energie. Wird die Geschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit, so folgt aus obiger Formel, daß die Energie unendlich groß wird.

11. Die Beziehungen zur klassischen Mechanik.

Man könnte nun meinen, daß bei den wichtigen Folgerungen, die wir aus der Theorie gezogen haben, man schon lange auf diese in der Physik durch die Beobachtungen aufmerksam geworden sein müßte. Wenn wir uns aber die Formeln ansehen, so erkennen wir, daß die quantitativen Abweichungen immer nur von der Größenordnung $\frac{v^2}{c^2}$ sind, und da c^2 jedenfalls gegenüber dem unbekannten v^2 sehr groß ist, so kann von einer leicht merkbaren Abweichung nicht gesprochen werden. In einer akustischen Welt, wo c den Wert der Schallgeschwindigkeit haben würde, hätte man sicher die Inkonsequenzen, derer sich die Physik schuldig gemacht hat, lange bemerkt. Andererseits geht die klassische Mechanik, wie ein Vergleich der Galilei-Transformation mit der von Lorentz zeigt, ohne weiteres aus der Relativitätsphysik hervor, wenn man für c den Wert unendlich einsetzt. Die klassische Mechanik operierte so, als wenn die Lichtgeschwindigkeit unendlich groß wäre. Dann ist in der Tat auch in der Optik das Relativitätsprinzip erfüllt und außerdem könnte der Michelsonsche Versuch nicht positiv ausfallen. Denn $c-v$ oder $c+v$ wären unendlich, die Lichtgeschwindigkeit wäre in allen Systemen dieselbe, aber leider hat ja die Lichtgeschwindigkeit einen endlichen Wert, und daher müssen wir uns den Folgerungen der Relativitätstheorie fügen. Jetzt können wir es auch verstehen, weshalb es keine größeren Geschwindigkeiten als Lichtgeschwindigkeit geben kann. Diese ist bei unserer Zeitregulierung benutzt und lediglich unsere Definition der Zeitregulierung bringt diese Beschränkung auf endliche Werte mit sich, ähnlich wie unsere gewöhnliche Definition der Temperatur keine Werte zuläßt, die unter dem absoluten Nullpunkt liegen. Bei einer anderen Zeitdefinition wäre der Wert 300 000 gleichbedeutend mit unendlich gewesen. Wir werden später noch sehen, daß auch hinsichtlich der Raumdimensionen ein Unterschied zwischen Unendlich und Unerreichbar bezw. Unbegrenzt gemacht werden muß. Ebenso wie es einen endlichen aber unbegrenzten Raum gibt, so gibt es auch endliche aber trotzdem unerreichbare Geschwindigkeiten.

12. Die Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips.

Wir hatten bisher immer nur von gradlinig gleichförmig zueinander bewegten Bezugssystemen gesprochen und gesehen, daß diese gleichberechtigt sind. Einstein hat nun in den letzten Jahren eine Ausdehnung des Relativitätsprinzips auf alle Arten von Bewegungen versucht. Das scheint zunächst nicht möglich zu sein. Denn wenn ich in meinem Eisenbahnzuge auch von einer gradlinig gleichförmigen Bewegung desselben nichts merke und diese durch keinerlei Experimente feststellen kann, so merke ich doch sofort eine beschleunigte oder Drehbewegung. Erstere kann ich an dem Verhalten der im Zuge ruhenden Gegenstände konstatieren, letztere würde ich z. B. an der Veränderung der Pendelebene innerhalb des Zuges sofort feststellen können. Newton war denn auch der Meinung, daß die Rotationen den Beweis für den absoluten Raum bringen können. Sein berühmtes Experiment ist durch Abb. 18 veranschaulicht. Drille ich den Faden, an dem das mit Wasser gefüllte Glas hängt, und lasse ihn dann los, so führt das Glas Rotationen im Sinne der Pfeilrichtung aus. Obgleich sich das Glas in bezug auf das Wasser, das die Drehung zunächst noch nicht mitmacht, sofort bewegt, bewahrt das Wasser die horizontale Oberfläche und erst allmählich, wenn das Wasser vom Glase mitgerissen wird, bildet sich in Folge der Zentrifugalkräfte die bekannte paraboloidische Wasseroberfläche aus. Also: Die relative Drehung des Glases relativ zum Wasser bewirkt keine Zentrifugalkräfte, erst die Drehung des Wassers zum absoluten Raum zeigt mir das Auftreten dieser Kräfte an. Ich kann also nicht sagen, das Wasser befindet sich in Ruhe und die Erde dreht sich, ebensowenig wie ich in einem anfahrenden Eisenbahnzug

Abb 18

sagen kann, der Zug ruht und die Außenwelt erhält eine beschleunigte Bewegung, denn daß der Zug nicht ruht, merke ich an den auftretenden Kräften, während in der Umgebung alles unverändert bleibt. Mach hat nun schon darauf hingewiesen, daß das Newtonsche Experiment in Wirklichkeit nichts beweist. Wenn nur das Glas dick genug ist, könnten schon durch die relative Bewegung des Glases in bezug auf das Wasser Zentrifugalkräfte ausgelöst werden. Er behauptete, daß ich ebensogut sagen könnte, das Wasser ruht und die Massen des Fixsternhimmels rotieren um das Wasser.

Um diese Behauptung zu beweisen, haben die Brüder Friedländer folgendes Experiment gemacht. Sie nahmen ein Schwungrad von großen Dimensionen, das in einer vertikalen Ebene rotierte. Seitwärts wurde eine Drehwage aufgestellt. Wenn dann die Massen des rotierenden Schwungrades in der Umgebung Zentrifugalkräfte auslösen sollen, so muß die Drehwage sich so einstellen, daß jedes Teilchen sich möglichst von der Achse zu entfernen sucht, d. h. die Wage muß sich mit der Rotationsebene parallel stellen. Diese Versuche haben aber ein negatives Ergebnis gehabt. Man darf jedoch daraus nicht schließen, daß die Machsche Behauptung unrichtig ist. Die Massen des Schwungrades sind nämlich noch immer gering im Verhältnis zu den ruhenden Massen der Gebäude, der Erde und des Fixsternhimmels.

Nehme ich an, ich hätte e i n e n Körper allein in der Welt und dieser rotierte um eine Achse, so könnte ich seine Rotation auf keine andere Weise feststellen, als durch das Auftreten der Zentrifugalkräfte, denn ich könnte ja, wenn keinerlei andere Körper in der Welt vorhanden sind, eine Drehung garnicht konstatieren. In bezug auf welches System soll sich ein Körper drehen, wenn gar kein anderes System vorhanden ist? Einstein hat mit Recht hervorgehoben, daß der absolute Raum geradezu „spiritistischen" Charakter trägt, indem er lediglich zur Erklärung der Zentrifugalkräfte herangezogen wird, sonst aber keinerlei beobachtbare Eigenschaften hat. Einstein hat infolgedessen versucht, mit dem absoluten Raum ganz zu brechen und das Relativitätsprinzip auch auf beschleunigte Bewegungen auszudehnen. Wenn ein Körper rotiert oder sich beschleunigt bewegt, so soll ich auch sagen können, der Körper ruht und die Umgebung rotiert bezw. der Körper ruht und die Umgebung bewegt sich. Wie ist das möglich?

Zu einer Lösung dieser Frage kommt Einstein durch folgendes Gedankenexperiment, das den Namen des Einsteinschen Coupé-Experiments führt. In einem geschlossenen Kasten, dem Einsteinschen Coupé, befindet sich ein Physiker, und dieser bemerkt, daß in dem Kasten Gegenstände, die nicht an den Wänden befestigt sind, von der Decke zum Fußboden in beschleunigter Bewegung sich befinden. Wie kann er diese Erscheinung deuten? Einstein antwortet Folgendes: Entweder befindet sich unter dem Fußboden des Kastens ein Weltkörper, der die Gegenstände des Kastens anzieht, so daß diese in einem Schwerefeld gleichförmig beschleunigt herabfallen, oder an dem oberen Ende meines Kastens befindet sich ein Seil und an diesem Seil wird der Kasten mit beschleunigter Bewegung aufwärts gezogen. Sind diese beiden Deutungsversuche tatsächlich identisch? Das wäre der Fall, wenn alle Körper in einem Schwerefeld gleich schnell fallen. Wenn nämlich mein Kasten beschleunigt nach oben gezogen wird, ohne daß ein Schwerefeld vorhanden ist, so ist klar, daß alle Körper, die ich loslasse, mit genau gleicher Beschleunigung, nämlich der des Kastens, sich in der Richtung des Fußbodens bewegen. Würden aber durch ein Schwerefeld etwa ein Stück Blei und ein Stück Alluminium mit verschiedener Beschleunigung angezogen, so würde der Physiker in dem Kasten eine Möglichkeit haben festzustellen, ob die eine oder die andere Deutung richtig ist. Nun fallen alle Körper im luftleeren Raum gleich schnell, und diese Gleichheit der trägen und schweren Masse ist durch die Versuche des Ungarn Eötvös mit außergewöhnlicher Genauigkeit festgestellt. Einstein stellt daher sein sogenanntes Aequivalenzprinzip auf, nach dem gleichförmig beschleunigte Bewegungen oder Auftreten von Gravitationsfeldern gleichbedeutend sind. Dieses Aequivalenzprinzip ermöglicht eine Ausdehnung des Relativitätsprinzips auf beliebige Bewegungen, indem es eine andere Deutung der beschleunigten Bewegungen zuläßt. Eine beschleunigte Bewegung kann durch ein Gravitationsfeld und umgekehrt dieses durch ein beschleunigtes Bezugssystem ersetzt werden. Wenn also der Eisenbahnzug sich in Bewegung setzt, so kann ich auch sagen, der Zug ruht und die umgebenden Massen üben Zentrifugalkräfte infolge ihrer Gravitationsfelder aus. Während bei Galilei Ruhe und gleichförmige Bewegung gleichbedeutend sind, wird jetzt die Aequivalenz von Trägheits- und Gravitationswirkung ausgesprochen. Daß für die Trägheitswirkungen und für die Gravitationswirkungen eine und dieselbe physikalische Konstante g maßgebend ist, war früher wohl beachtet aber nie in konsequenter Weise durchdacht worden.

13. Die nichteuklidische Geometrie.

Zur strengen Durchführung der allgemeinen Relativitätstheorie, die sich im Gegensatz zu der speziellen mit ganz beliebigen

Bewegungen beschäftigt, sind nun aber noch einige Verallgemeinerungen unserer physikalischen Weltanschauung nötig, die sich namentlich auf unsere Raumanschauung beziehen. Habe ich zwei ebene parallele Kreisscheiben, die sich übereinander befinden und in gegenseitiger Rotation zueinander begriffen sind, so behauptet Einstein, daß man sowohl die eine als auch die andere als ruhend auffassen kann und daß ich die Zentrifugalkräfte als hervorgerufen durch ein veränderliches Gravitationsfeld deuten kann. Dabei muß aber noch eine Einschränkung über die Maßbestimmungen des Raumes gemacht werden. Betrachte ich von der als ruhend angenommenen Scheibe aus einen Meterstab, der sich auf der bewegten Scheibe befindet, so weiß ich, daß er, wenn ich ihn in Richtung der Peripherie anlege, je nach der Geschwindigkeit der Scheibe verschieden verkürzt erscheint. Da nun die äußeren Teile der Scheibe eine größere Geschwindigkeit haben als die inneren, so erscheint ein Meterstab verschiedene Länge zu haben je nach dem Ort, an dem er sich befindet. Die Gravitationsfelder führen demnach dazu, dem Raum verschiedene Maßbestimmungen aufzuprägen. Wie kann ich mir das erklären?

Nehmen wir an, es gäbe auf der Erde Flächenwesen von zwei Dimensionen, die Geometrie treiben. Wenn sie Dreiecke ausmessen, so würden sie zu der Ueberzeugung kommen, daß die Winkelsumme ihrer Dreiecke auf der Erde größer ist, als zwei Rechte, da sie es ja mit sphärischen Dreiecken zu tun haben. Wenn sie eine ihrer Meinung nach gerade Linie ziehen, so würden sie sehen, daß diese gerade Linie, lange genug verfolgt, zum Anfangspunkt wieder zurückkehrt. Eine Vorstellung von der Krümmung der Erde würden sie aber nicht haben können, da ihnen ja die Vorstellung der dritten Dimension fehlt. Ihre geraden Linien (die Kreise) würden unbegrenzt aber endlich sein. Und wenn nun auf der Fläche, auf der sie leben, die Krümmung überall verschieden wäre, so würden sich die Dreiecke, die sie zeichnen, nicht ohne Gestaltsveränderung verschieben lassen, das wäre aber gleichbedeutend mit einer Aenderung des Maßstabes von Ort zu Ort. Denn wenn etwa an bestimmten Stellen der Erde durch irgend welche Wärmeeinflüsse die Maßstäbe sich sämtlich verlängerten, so könnte man diese Aenderung durch eine Krümmungsänderung erklären. Genau wie eine Fläche von 2 Dimensionen nicht notwendig eben zu sein braucht, so braucht auch ein Raum von 3 Dimensionen nicht notwendig die Gestalt zu haben, die wir als „euklidisch“ bezeichnen. Ebenso wie wir die Krümmung einer Fläche uns nur vorstellen können, wenn wir die dritte Dimension zur Hülfe nehmen, so kann auch die

„Krümmung“ unseres Raumes nur vorgestellt werden, wenn wir die Anschauung einer vierten Dimension hätten. Messen könnten wir aber die Krümmung durch die soeben angegebene Aenderung der Maßstäbe. Wir kommen auf diese Weise dazu, der Welt „nichteuklidischen“ Charater zuzuschreiben. Die Krümmungsverhältnisse und damit die Maßbestimmungen ändern sich von Ort zu Ort je nach den Gravitationsfeldern, die durch die vorhandenen Massen hervorgerufen werden. Während in der euklidischen Welt, wie Formel (1) zeigt, das Linienelement sich von Ort zu Ort nicht ändert, gilt hier die Formel: $ds^2 = g_1 dx^2 + g_2 dxdy + g_3 dy^2$, wo die g die Gravitationspotentiale sind. Die Raumzeitwelt ist vierdimensional, und die Maßbestimmungen richten sich nach der Materie. Auf diese Weise verschmelzen Raum, Zeit und Materie zu einer Einheit, und man kommt zu folgender Verallgemeinerung des Galileischen Trägheitsprinzips: Jeder Körper bewegt sich unter dem Einfluß von Trägheit und Schwere auf einer geodätischen Linie der Raum-Zeit-Welt. Dabei ist unter einer geodätischen Linie die kürzeste Linie in dem entsprechend gekrümmten Raum verstanden, wie z. B. auf der Kugel die Kreise usw. Auf diese Weise kommt man zu einer Erklärung der Gravitationswirkungen, wie sie früher nicht geahnt wurde. Die sonderbare Kraft, die beispielsweise von der Sonne ausgeht und die Erde anzieht, ist einfach dadurch erklärt, daß die Erde in dem Gravitationsfeld der Sonne und den durch dieses Feld hervorgerufenen Raumkrümmungen infolge des verallgemeinerten Trägheitsprinzips die geradeste Bahn, d. h. die bekannte Ellipse, beschreibt. Wir müssen uns den Raum vorstellen, wie eine Gebirgslandschaft. Von Punkt zu Punkt ändert sich die Krümmung, in der Nähe großer Massen ist sie besonders groß, in weiter Entfernung von ihnen geringer.

14. Die Beweise für die Relativitätstheorie.

Wie bereits anfangs hervorgehoben wurde, besteht die hauptsächlichste Bedeutung der Relativitätstheorie in der konsequenten Durchführung der physikalischen Grundanschauungen. Sie bedarf daher kaum der Beweise, müßte vielmehr im Gegenteil verlangen, daß ihr Fehler oder Inkonsequenz nachgewiesen würden. Wegen der wichtigen Folgerungen aus der Theorie ist es aber von Bedeutung, daß gerade die allgemeine Relativitätstheorie, die zu den eigenartigsten Folgerungen führte, physikalische Ereignisse vorausgesagt hat, die wenigstens zum Teil durch das Experiment bestätigt sind.

Denken wir uns noch einmal das Einsteinsche Coupé und setzen voraus, daß es unmöglich sein soll zu konstatieren, ob sich das Coupé in beschleunigter Bewegung oder in Ruhe, aber in einem Gravitationsfeld, befindet. Auch hier könnten wir, ähnlich wie bei der Erweiterung des klassischen Relativitätsprinzips auf die Optik, ein Experiment angeben, daß uns sofort über den Bewegungszustand Aufklärung geben könnte. Lassen wir nämlich auf der einen Seite des Coupés einen Lichtstrahl eintreten, so müßte dieser, falls sich der Kasten in Ruhe befindet, sich gradlinig ausbreiten. Ist aber der Kasten in beschleunigter Bewegung, so müßte der Lichtstrahl eine krumme Linie sein. Soll ein Unterschied nicht wahrgenommen werden können, so muß man verlangen, daß der Lichtstrahl im Gravitationsfeld von seiner geraden Bahn in derselben Weise abgelenkt wird. Diese Ablenkung der Lichtstrahlen im Gravitationsfeld ist bekanntlich bei der letzten Sonnenfinsternis festgestellt. Der von Einstein errechnete Betrag von 1,7 Bogensekunden ist durch das Experiment bestätigt worden. Die Ablenkung ist gleichbedeutend mit einer Geschwindigkeitsänderung. In der allgemeinen Relativitätstheorie ist also die Lichtgeschwindigkeit nicht konstant. Der Satz, daß sie nicht überschritten werden kann, bleibt aber bestehen. Eine weitere Bestätigung hat die Theorie durch Berechnung der Perihelbewegung des Merkur erfahren. Nach den Keplerschen Gesetzen beschreiben die Planeten Ellipsen um die Sonne, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Die Ellipse selbst liegt in bezug auf den Fixsternhimmel fest. Beim Merkur hat sich aber ergeben, daß die ganze Ellipse sich in der Richtung der Bahnbewegung herumdreht. Und zwar verschiebt sich der sonnennächste Punkt, das Perihel, um 43 Bogensekunden im Jahrhundert. Auch diese Bewegung läßt sich auf Grund des Einsteinschen Gravitationsgesetzes errechnen.

Ferner wird durch die Relativitätstheorie eine Abhängigkeit des Uhrenganges von den Gravitationspotentialen vorausgesagt. Als eine solche Uhr können wir jeden periodischen Vorgang ansehen, z.B. auch die Aussendung des Lichts in Folge der Elektronenbewegung im Atom, die Lichtfrequenz müßte sich also mit dem Gravitationsfeld ändern, und diese Änderung ist tatsächlich durch die Rotverschiebung der Spektrallinien auf der Sonne nachgewiesen. Auch der von der Theorie errechnete Dopplereffekt bei Bewegung senkrecht zur Lichtquelle soll durch Experimente bestätigt sein.

Eine wichtige Folgerung der Theorie harrt aber noch der Bestätigung. Wenn, wie wir gesehen haben, die Welt überall verschiedenes Krümmungsmaß hat, so läßt sich für die Gesamtheit der Fixsternwelt ein mittleres Krümmungsmaß errechnen. Der gesamte Raum hat daher nichteuklidischen Charakter und zwar errechnet sich der Durchmesser der Welt zu rund 100 Millionen Lichtjahren, die Schwere der Welt zu 10^{54} Gramm, das sind eine Billion Sonnen. Die Länge dieser endlichen aber unbegrenzten Welt würde etwa den 10 000 fachen Betrag unserer Milchstraße ausmachen. Dabei darf man sich nicht an der Bezeichnung „endlich" stoßen und fragen, was denn hinter dem Ende liegt. „Endlich" ist nicht gleichbedeutend mit „begrenzt", wie schon mehrfach betont wurde und wie auch aus der Abb. 19 hervorgeht. Projiziere ich die Kugel von C aus auf die Ebene und denke mir ein Wesen, daß sich auf dem Kreise von A über B nach C und über D wieder nach A bewegt, so würde das „projizierte" Wesen auf der Geraden die unendliche Gerade durchlaufen. Ebenso wie es größere Geschwindigkeiten als die Lichtgeschwindigkeit nicht gibt, indem bei der Lichtgeschwindigkeit die Masse unendlich groß wird, oder wie es niedrigere Temperaturen als -273^0 nicht gibt, so würden auch die endlichen Geraden bei einem anderen Maßstab eine unendliche Länge haben. Für diese letzten Folgerungen fehlt aber, wie gesagt, noch der Beweis. Die Astronomie ist aber dabei, auch diese Arbeit in Angriff zu nehmen.

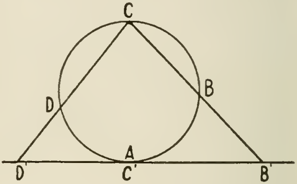

Abb. 19.

Literatur.

1. Allgemeinverständliche.

Angersbach, A., Das Relativitätsprinzip. Leipzig, Teubner.

Bloch, W., Einführung in die Relativitätstheorie. Leipzig, Teubner.

Born, M., Die Relativitätstheorie Einsteins. Berlin, Springer.

Cohn, E., Physikalisches über Raum und Zeit. Leipzig, Teubner.

Einstein, A., Ueber die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Braunschweig, Vieweg.

Einstein, A., Aether und Relativitätstheorie. Berlin, Springer.

Heffter, L., Ueber eine vierdimensionale Welt. Freiburg i. B., Speyer & Kaerner.

Lämmel, R., Wege zur Relativitätstheorie. Stuttgart, Franckh.

Pflüger, A., Das Einsteinsche Relativitätsprinzip. Bonn, Cohen.

Schlesinger, L., Raum, Zeit und Relativitätstheorie. Leipzig, Teubner.

Schlick, M., Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Berlin, Springer.

Schmidt, H., Das Weltbild der Relativitätstheorie. Hamburg, Hartung.

Witte, H., Raüm und Zeit im Lichte der neueren Physik. Wolfenbüttel, Heckner.

2. Wissenschaftliche.

Einstein, A., Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie Leipzig, Barth.

Einstein und Großmann, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie. Leipzig, Teubner.

Freundlich, E., Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie. Berlin, Springer.

Laue, M., Das Relativitätsprinzip. Braunschweig, Vieweg.

Lenard, Ph., Ueber Relativitätsprinzip, Aether, Gravitation. Leipzig, Hirzel.

Lorentz, H. A., Das Relativitätsprinzip. Leipzig, Teubner.

Lorentz—Einstein—Minkowski, Das Relativitätsprinzip. Leipzig, Teubner.

Weyl, H., Raum, Zeit, Materie. Berlin, Springer.

Ferner zahlreiche Aufsätze in der Zeitschrift „Die Naturwissenschaften". Berlin, Springer.

3. Philosophische.

Cassirer, E., Zur Einsteinschen Relativitätstheorie. Berlin, Cassirer.

Isenkrahe, C., Zur Elementaranalyse der Relativitätstheorie. Braunschweig, Vieweg.

Petzold, J., Die Stellung der Relativitätstheorie in der geistigen Entwicklung der Menschheit. Dresden, Sibyllen-Verlag.

Reichenbach, H., Relativitätstheorie und Erkenntnis apriori. Berlin, Springer.

Schneider, I., Das Raum-Zeit-Problem bei Kant und Einstein. Berlin, Springer.