

## Ueber das Zusammenfallen von Object und Bild bei Linsensystemen,

wenn die beiden extremen Medien gleich sind.

Von H. AHLBORN.

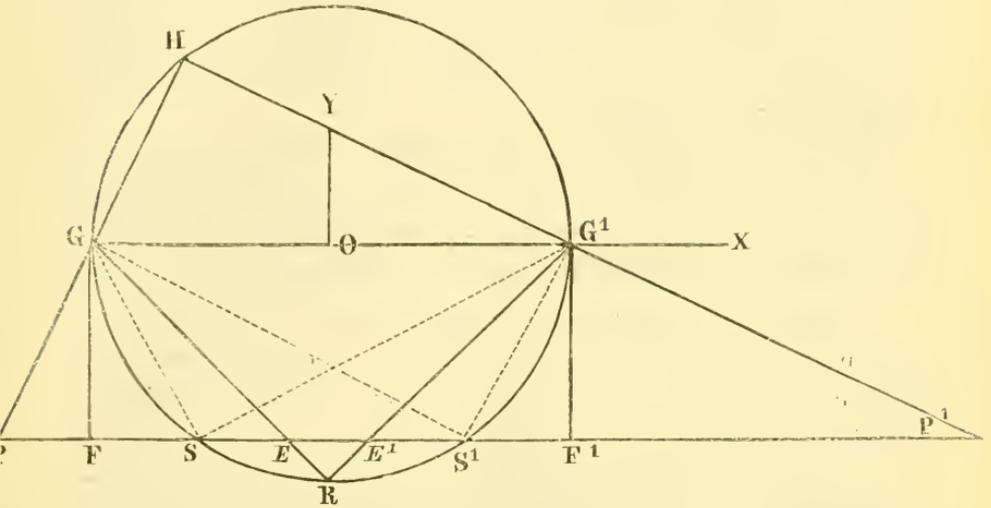
---

Im Jahre 1855 theilte MOEBIUS in den Berichten der k. fachlichen Gesellschaft der Wissenschaften math.-phys. Classe eine Construction des Bildes in einem Linsensystem mit, die besonders geeignet ist zur Discussion des Falles, daß Bild und Object zusammenfallen. Ich wurde im Jahre 1872 als Mitglied des math.-phys. Seminars zu Göttingen auf jene Construction von Herrn Professor LISTING aufmerksam gemacht, habe mich damals schon mit diesem nicht uninteressanten Gegenstande beschäftigt und möchte im Folgenden die Resultate darlegen.

Zunächst möge hier die nicht so allgemein bekannte Construction von MOEBIUS folgen. Wir stellen uns ein Linsensystem oder eine einzige Linse vor, im ersteren Falle denken wir uns das System durch sein Aequivalent ersetzt, d. h. durch eine einzige Linse, deren Fundamentalpunkte bei der Construction des Bildes im System ebenso benutzt werden wie die Fundamentalpunkte einer einfachen Linse bei der Bildconstruction. Seien in Fig. I. E und E' die beiden Hauptpunkte des Aequivalents des Systems, F und F' die beiden Brennpunkte desselben, so errichte man in F und F' Lothe

auf  $FF'$ , der Axe des Systems, mache sie so lang wie die Brennweite  $EF$  oder  $E'F'$ , (es seien  $FG$  und  $F'G'$ ) und beschreibe über  $GG'$  als Durchmesser einen Kreis. Sei nun  $P$  auf der Axe

Figur 1.



ein leuchtender Gegenstand, von dem Strahlen durch das System hindurchgehen, so ziche man zur Construction des Bildpunctes  $P_1G$ , verlängere bis  $H$  in der Peripherie des Kreises, ziche  $HG'$ , verlängere bis zur Axe des Systems in  $P_1$ , so ist  $P_1$  der zum Object  $P$  zugehörige Bildpunct. Der Beweis ergibt sich sehr einfach. In den ähnlichen Dreiecken  $PFG$  und  $P_1F'G'$  verhält sich;

$$\frac{PF}{FG} = \frac{G'F'}{P_1F'} = \frac{FG}{P_1F'}, \text{ also ist } \overline{FG}^2 = PF \cdot P_1F',$$

oder mit Einführung der bekannten Bezeichnung für Brennweite, Bildweite, Objectweite:  $f^2 = (p - f)(p' - f)$ . Das Herauskommen dieser richtigen Relation zwischen den drei Größen  $f$ ,  $p$  und  $p'$  ist Beweis für die Richtigkeit der Construction.

Wählt man hiernach einen Punkt  $H$  beliebig auf der Peripherie des Kreises, verbindet ihn mit  $G$  und  $G'$ , so sind die Schnittpunkte dieser Verbindungslinien mit der Axe conjugirte

Punkte für Object und Bild. Coincidirt H mit G, so geht HG' in GG' über, also liegt der Bildpunkt in unendlicher Ferne, demnach der Gegenstand in F. Fällt H mit G' zusammen, so liegt das Bild in F', der Gegenstand links in unendlicher Ferne. Auch im untern Halbkreise kann man H annehmen. Liegt H so, das HG durch E geht, so geht HG' durch E', da E zu G wie E' zu G' symmetrisch liegt; der Gegenstand liegt dann in E, das Bild in E'.

Coincidirt H mit S oder S', den Schnittpunkten des Kreises mit der Axe des Systems, so fallen, wie leicht zu sehen, Bild und Gegenstand zusammen. Professor LISTING hat für diese Punkte den Namen Symptosen vorgeschlagen.

Symptosen können zwei vorhanden sein, eine kann vorhanden sein oder sie können ganz fehlen, je nachdem der Constructionskreis die Axe des Systems in zwei Punkten schneidet, sie berührt oder gar nicht trifft.

Ohne große Mühe läßt sich die Bedingung durch eine mathematische Formel angeben, das zwei, eine oder keine Symptosen da sind. Nimmt man nämlich den Mittelpunkt des Kreises zum Anfangspunkte eines Coordinatensystems, GG' zur X-Axe, die Senkrechte darauf zur Y-Axe, so ist die Gleichung des Kreises:

$$1) x^2 + y^2 = \overline{OG}^2 = \left(\frac{FF'}{2}\right)^2 = \left(\frac{2f + \varepsilon}{2}\right)^2 = \left(f + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2$$

wenn mit  $f$  die Brennweite, mit  $\varepsilon$  das Interstitium (EE') bezeichnet wird. Die Gleichung der Axe des Systems als Parallelen zur X-Axe ist: 2)  $y = FG = f$ . Für die Punkte S und S' bestehen beide Gleichungen 1) und 2). Substituirt man aus

$$2) \text{ in } 1) \text{ den Werth von } y, \text{ so ergibt sich: } x^2 + f^2 = \left(f + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2,$$

$$x = \pm \sqrt{\varepsilon \left(f + \frac{\varepsilon}{4}\right)} \text{ als Abscissen für die Punkte S und S'.$$

Der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen kann nun 0 sein, pos. oder neg. Den Werth 0 hat er einmal, wenn  $\varepsilon = 0$  ist,

d. h. also, wenn die Hauptpunkte zusammen liegen; fodann, wenn  $f + \frac{\varepsilon}{4} = 0$  oder  $\frac{f}{\varepsilon} = -\frac{1}{4}$  ist.

In diesen beiden Fällen liegen S und S' zusammen, es ist nur eine Symptose vorhanden. Nun kann  $\varepsilon f + \frac{\varepsilon^2}{4} > 0$  sein

oder, wenn wir durch das positive  $\varepsilon^2$  dividiren,  $\frac{f}{\varepsilon} + \frac{1}{4} > 0$ .

Im ersten Falle sind zwei reelle Symptosen da, im zweiten zwei imaginäre.

Beim zusammengesetzten Mikroskop ist die Lage der ausgezeichneten Punkte die in Fig. 2 dargestellte. Die Brenn-

Figur 2.



weite des Aequivalents ist neg. und sehr klein, das Interstitium ist pos. und sehr groß, also ist der Bruch  $\frac{f}{\varepsilon}$  neg. und klein,

kleiner als  $\frac{1}{4}$ , mithin  $\frac{f}{\varepsilon} + \frac{1}{4} > 0$ . Das Mikroskop hat zwei reelle Symptosen.



# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Verhandlungen des Naturwissenschaftlichen Vereins in Hamburg](#)

Jahr/Year: 1878

Band/Volume: [NF 2](#)

Autor(en)/Author(s): Ahlborn H.

Artikel/Article: [Ueber das Zusammenfallen von Object und Bild bei Linsensystemen, wenn die beiden extremen Medien gleich sind 72-75](#)