© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zwei Sätze über das BUNSEN'ſche Photometer.

Von

DR. HUGO KRÜSS.

I.

Die Conſtruction des Bunſen'ſchen Photometers beruht bekanntlich darauf, daſs ein auf einem Papier befindlicher Fettfleck bei durchfallendem Lichte hell auf dunklem Grunde, bei auffallendem dunkel auf hellem Grunde erſcheint. Hieraus könnte man ſchlieſsen, daſs bei gleich ſtarker Beleuchtung des Papiers von beiden Seiten der Fettfleck beiderſeits weder hell auf dunklem noch dunkel auf hellem Grunde erſcheine, alſo gänzlich verſchwinde. Dieſes wäre auch in der That der Fall, wenn das auf den Papierſchirm fallende Licht nur in zwei Teile zerfiele, — einen, der reflectiert und einen, der hindurchgelaſſen wird. Wenn der Papierſchirm genau in der Mitte zwiſchen zwei Lichtquellen von gleicher Intenſität aufgeſtellt wird, ſo zeigt die Beobachtung, daſs der Fettfleck nicht vollkommen verſchwindet. Das auf den Papierſchirm fallende Licht wird nämlich nicht in zwei, ſondern in drei Teile zerlegt; der dritte Teil wird abſorbiert.

Ueber die Verteilung des Lichtes bei dem Papierſchirm des Bunſen'ſchen Photometers ſind nun zwei Arbeiten vorhanden, von Bohn[1]) und von Rüdorf[2]), welche in der Anlage

[1]) Ann. d. Chem. u. Pharm. 117, 335 (1859).

[2]) Ann. d. Phys. u. Chem. Jubelband, 234 (1874)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

übereinſtimmend in einem Punkte zu entgegengeſetzten Reſultaten gelangen. Wenn der Papierſchirm genau in der Mitte zwiſchen zwei Lichtquellen von gleicher Intenſität aufgeſtellt iſt, ſo fragt es ſich, wie in dieſer Stellung nun der Fettfleck erſcheint, ob heller als das umgebende nichtgefettete Papier oder ob dunkler. Rüdorf behauptet[1]), daſs der Fettfleck auf beiden Seiten des Papierſchirms dunkel auf hellem Grunde erſcheine, welches ich bei einer groſsen Anzal von Meſſungen mit dem Bunſen'ſchen Photometer beſtätigt gefunden habe, während Bohn[2]) durch ſeine Entwickelungen zu dem entgegengeſetzten Reſultate gelangt. Nun läſst ſich bei Bohn, wie ſchon Rüdorf entdeckte, ein Rechenfehler nachweiſen, bei deſſen Vermeidung Bohn mit Rüdorf in Uebereinſtimmung geweſen wäre. Durch Aufdeckung dieſes Rechenfehlers wäre alſo eigentlich dieſe Angelegenheit geordnet, wenn nicht die Bohn'ſche falſche Behauptung in phyſikaliſche Lehrbücher übergegangen wäre[3]), ſo daſs es ſich wol verlohnt, auf eine von den Bohn'ſchen Entwickelungen verſchiedene Weiſe die Richtigkeit der Rüdorf'ſchen Beobachtung nochmals nachzuweiſen.

Es ſeien zwei Lichtquellen mit den Intenſitäten i_1 und i_2 gegeben und zwiſchen ihnen der Papierſchirm PP mit dem Fettfleck F ſo aufgeſtellt, daſs er beiderſeits gleich hell beleuchtet wird. Die Entfernungen der Lichtquellen von dem Papierſchirm mögen dann e_1 und e_2 ſein.

---

[1]) l. c. p. 237.

[2]) l. c. p. 338.

[3]) Müller-Pouillet's Lehrbuch der Phyſik und Meteorologie. 5. Aufl., bearbeitet von Pfaundler (1878). 2. Bd. p. 19.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Es ſollen nun die Coefficienten a, b, c ausdrücken, welche Teile des auffallenden Lichtes von dem nicht gefetteten Papier zurückgeworfen, hindurchgelaſſen und abſorbiert werden, und α, β, γ mögen dieſelbe Bedeutung für den Fettfleck haben, dann iſt

$$a + b + c = \alpha + \beta + \gamma = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

und die Verteilung des Lichtes auf dem Papierſchirm wird in folgender Weiſe ſtattfinden:

	Beleuchtung der linken Seite	Abſorbiert wird	Beleuchtung der rechten Seite
Nichtgefett. Papier	$a \frac{i_1}{e_1^2} + b \frac{i_2}{e_2^2}$	$c \frac{i_1}{e_1^2} + c \frac{i_2}{e_2^2}$	$a \frac{i_2}{e_2^2} + b \frac{i_1}{e_1^2}$
Fettfleck	$\alpha \frac{i_1}{e_1^2} + \beta \frac{i_2}{e_2^2}$	$\gamma \frac{i_1}{e_1^2} + \gamma \frac{i_2}{e_2^2}$	$\alpha \frac{i_2}{e_2^2} + \beta \frac{i_1}{e_1^2}$

Da vorausgeſetzt wurde, daſs der Papierſchirm ſich in ſolcher Stellung befinde, daſs er von beiden Seiten gleich hell beleuchtet wird, ſo beſtehen die beiden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} a \frac{i_1}{e_1^2} + b \frac{i_2}{e_2^2} &= a \frac{i_2}{e_2^2} + b \frac{i_1}{e_1^2} \\ \alpha \frac{i_1}{e_1^2} + \beta \frac{i_2}{e_2^2} &= \alpha \frac{i_2}{e_2^2} + \beta \frac{i_1}{e_1^2} \end{aligned}\right\}$$

oder

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{i_1}{e_1^2} - \frac{i_2}{e_2^2}\right)\left(a - b\right) &= 0 \\ \left(\frac{i_1}{e_1^2} - \frac{i_2}{e_2^2}\right)\left(\alpha - \beta\right) &= 0 \end{aligned}\right\}$$

woraus der vorausgeſetzten Abnahme der Helligkeit mit dem Quadrate der Entfernung entſprechend folgt:

$$\frac{i_1}{e_1^2} = \frac{i_2}{e_2^2} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Nun iſt die Helligkeit

	des nichtgefetteten Papiers		des Fettflecks	
links	$a \frac{i_1}{e_1^2} + b \frac{i_2}{e_2^2} =$	$(a + b)\,1$	$\alpha \frac{i_1}{e_1^2} + \beta \frac{i_2}{e_2^2} =$	$(\alpha + \beta)\,1$
rechts	$a \frac{i_2}{e_2^2} + b \frac{i_1}{e_1^2} =$		$\alpha \frac{i_2}{e_2^2} + \beta \frac{i_1}{e_1^2} =$	

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Der Fettfleck kann alſo nur dann gleiche Helligkeit mit dem nichtgefetteten Papier beſitzen, wenn

$$(a + b)\ I = (\alpha + \beta)\ I$$

iſt, da aber

$$a + b + c = \alpha + \beta + \gamma = 1$$ iſt, ſo müſste $c = \gamma$ ſein. Dieſes iſt aber nicht der Fall, da die Abſorptionen des Lichtes durch das nichtgefettete Papier und durch den Fettfleck verſchieden ſind. Folglich iſt

$$\left.\begin{array}{l} (a + b)\ I \gtrless (\alpha + \beta)\ I \\ \text{wenn} \qquad c \lessgtr \gamma \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Die Entſcheidung der Frage, ob der Fettfleck hell auf dunklem Grunde oder dunkel auf hellem Grunde erſcheint, hängt alſo davon ab, ob der Fettfleck mehr Licht abſorbiert als das nichtgefettete Papier oder weniger. Die directe Beſtimmung von c und γ könnte hierüber Aufſchluſs geben, dieſelbe iſt aber nicht ganz einfach auszuführen und läſst ſich durch folgende Betrachtungen vermeiden.

Es giebt nämlich wie Bohn und Rüdorf gezeigt haben, zwei Stellungen des Papierſchirms zu den Lichtquellen, in deren einer der Fettfleck auf der linken Seite des Schirmes verſchwindet, alſo gleiche Helligkeit mit dem umgebenden nichtgefettetem Papier hat, und in deren anderer dasſelbe auf der rechten Seite des Schirmes ſtattfindet.

Es ſei zuerſt die linke Seite des Papierſchirmes betrachtet und angenommen, daſs bei gleicher Beleuchtung des Schirmes durch beide Lichtquellen der Fettfleck heller ſei, als das nichtgefettete Papier, daſs alſo die Ungleichungen beſtehen

$$\left.\begin{array}{l} c > \gamma \\ a \dfrac{i_1}{e_1^2} + b \dfrac{i_2}{e_2^2} < \alpha \dfrac{i_1}{e_1^2} + \beta \dfrac{i_2}{e_2^2} \end{array}\right\}$$

oder $$a i_1 e_2^2 + b i_2 e_1^2 < \alpha i_1 e_2^2 + \beta i_2 e_1^2 \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Ferner ſei angenommen, daſs die Lichtquelle rechts mit der Intenſität i_2 in derſelben Entfernung e_2 vom Papierſchirm

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ſtehen bleibe und daſs die Entfernung e_2 der linken Lichtquelle (i_1) vergröſsert werden muſs, damit der Fettfleck auf der linken Seite verſchwinde. Es ſei dieſe Entfernung $e_1 + x$, wo x eine poſitive Gröſse iſt.

Dann iſt

$$a \frac{i_1}{(e_1 + x)^2} + b \frac{i_2}{e_2^2} = \alpha \frac{i_1}{(e_1 + x)^2} + \beta \frac{i_2}{e_2^2}$$

oder $$a i_1 e_2^2 + b i_2 (e_1 + x)^2 = \alpha i_1 e_2^2 + \beta i_2 (e_1 + x)^2$$

Subtrahiert man hiervon die Ungleichung 4) ſo ergiebt ſich

$$b i_2 (2 e_1 x + x^2) > \beta i_2 (2 e_1 x + x^2)$$

oder $$b > \beta.$$

Ebenſo ſoll nun die rechte Seite des Papierſchirmes beleuchtet und dieſelbe Annahme gemacht werden, daſs in der urſprünglichen Stellung der Fettfleck heller ſei als das nichtgefettete Papier. Für die rechte Seite beſtehen alſo die Ungleichungen

$$\left.\begin{array}{l} c > \gamma \\ a \frac{i_2}{e_2^2} + b \frac{i_1}{e_1^2} < \alpha \frac{i_2}{e_2^2} + \beta \frac{i_1}{e_1^2} \end{array}\right|$$

oder $$a i_2 e_1^2 + b i_1 e_2^2 < \alpha i_2 e_1^2 + \beta i_1 e_2^2 \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Wenn die Annahme richtig war, daſs die Entfernung e_1 vergröſsert werden muſste, um den Fettfleck links zum Verſchwinden zu bringen, ſo muſs jetzt angenommen werden, daſs die Entfernung e_1 verkleinert werden muſs, damit der Fettfleck auf der rechten Seite verſchwinde. Iſt in dieſem Falle die Entfernung der Lichtquelle i_1 von dem Papierſchirm $= e_1 - y$ (wo y wieder eine poſitive Gröſse iſt), ſo iſt

$$a \frac{i_2}{e_2^2} + b \frac{i_1}{(e_1 - y)^2} = \alpha \frac{i_2}{e_2^2} + \beta \frac{i_1}{(e_1 - y)^2}$$

oder $$a i_2 (e_1 - y)^2 + b i_1 e_2^2 = \alpha i_2 (e_1 - y)^2 + \beta i_1 e_2^2$$

Subtrahiert man hiervon die Ungleichung 5) ſo erhält man

$$a i_2 (- 2 e_1 y + y^2) > \alpha i_2 (- 2 e_1 y + y^2)$$

oder $$- a i_2 (2 e_1 y - y^2) > - \alpha i_2 (2 e_1 y - y^2).$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Da y klein ist im Vergleich zu $2e_1$, so ist der Ausdruck $2e_1 y - y^2$ positiv, also

$$-a > -\alpha$$

oder

$$a < \alpha$$

Unter den beiden Voraussetzungen, dass

1) $c > \gamma$
2) die Entfernung e_1 vergrössert werden muss, um den Fettfleck links, dass sie verkleinert werden muss, um ihn rechts gleich hell mit dem nichtgefetteten Papier zu machen,

ergiebt sich also

$$a < \alpha$$
$$b > \beta$$

Dieses wiederspricht jedoch der Wirklichkeit. Bekanntlich erscheint bei auffallendem Licht der Fettfleck dunkler als das nichtgefettete Papier, also ist $a > \alpha$, und bei durchfallendem Lichte heller als das umgebende Papier, also ist $b < \beta$, In Folge dessen muss unter der Voraussetzung 2), welche über die Veränderung in der Entfernung e_1 gemacht wurde, nicht $c > \gamma$ sondern $c < \gamma$ sein und die Entscheidung der Frage, ob bei gleicher Beleuchtung von beiden Seiten der Fettfleck hell auf dunklem oder dunkel auf hellem Grunde erscheint, ergiebt sich durch die experimentelle Prüfung über die Veränderung e_1, wenn man den Fettfleck links resp. rechts zum Verschwinden bringt.

Nun sagt Bohn,[1]) dass der Fettfleck auf der rechten Seite nur dann verschwindet, wenn die Beleuchtung auf der linken Seite grösser, also die Entfernung der Lichtquelle i_1 von dem Schirm verkleinert wird. Rüdorf giebt eine Reihe von Messungen an[2]) über die Stellung des Schirmes, wenn der Fettfleck links und rechts verschwindet; aus seinen Zalen geht ebenfalls hervor, dass der Fettfleck links verschwindet bei Vergrösserung, rechts bei Verkleinerung der Entfernung e_1 und auch ich habe solches stets bestätigt gefunden. Es wird also die den

[1]) l. c. p. 338.
[2]) l. c. p. 240.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vorhergehenden Betrachtungen zu Grunde gelegte Voraussetzung 2) erfüllt, wodurch constatiert ist, dass $c < \gamma$ sein muss, d. h.

bei gleicher Beleuchtung des Papierschirms von beiden Seiten erscheint der Fettfleck beiderseits **dunkler** als das nichtgefettete Papier.

II.

Bohn[1]) und Rüdorf[2]) haben gezeigt, dass sich aus den beiden Stellungen des Papierschirms, in welchen der Fettfleck links und rechts verschwindet, die mittlere Stellung desselben, also das richtige Intensitätsverhältniss der beiden mit einander verglichenen Lichtquellen durch Rechnung ermitteln lässt. Beide gehen jedoch von der Voraussetzung aus, dass das Normallicht und der Papierschirm sich in constanter Entfernung von einander befinden und nur die Entfernung der zu messenden Lichtquelle von dem Papierschirm variabel sei. Solches ist allerdings bei dem von Bunsen selbst angegebenen Modell seines Photometers der Fall, es giebt jedoch eine grosse Anzal Photometer, bei welchen die beiden Lichtquellen an den beiden Enden eines festen Massstabes angebracht sind und der Papierschirm zwischen ihnen verschiebbar ist, so dass sich die Entfernungen der beiden Lichtquellen von demselben ändern.

Es lässt sich nun leicht eine ganz allgemeine Beziehung zwischen den bezeichneten drei Stellungen des Papierschirms aufstellen, aus welcher die von Rüdorf und Bohn betrachteten speciellen Fälle abgeleitet werden können.

Wenn der Fettfleck links verschwindet, so seien die Entfernungen der Lichtquellen i_1 und i_2 von dem Papierschirm E_1 und E_2; dann ist also

$$\frac{i_1}{E_1^2} + b\frac{i_2}{E_2^2} = \alpha\frac{i_1}{E_1^2} + \beta\frac{i_2}{E_2^2}$$

---

[1]) l. c. p. 351.
[2]) l. c. p. 238.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$\frac{i_1}{E_1^2}(a - \alpha) + \frac{i_2}{E_2^2}(b - \beta) = 0$$

oder
$$\frac{E_1^2}{E_2^2} = -\frac{a - \alpha}{b - \beta} \cdot \frac{i_1}{i_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Für den Fall, dafs der Fettfleck rechts verſchwindet, ſeien die entſprechenden Entfernungen der Lichtquellen von dem Papierſchirm E_1' und E_2'. Dann mufs ſein

$$a\frac{i_2}{E_2'^2} + b\frac{i_1}{E_1'^2} = \alpha\frac{i_2}{E_2'^2} + \beta\frac{i_2}{E_1'^2}$$

$$\frac{i_2}{E_2'^2}(a - \alpha) + \frac{i_1}{E_1'^2}(b - \beta) = 0$$

oder
$$\frac{E_1'^2}{E_2'^2} = -\frac{b - \beta}{a - \alpha}\frac{i_1}{i_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Durch Multiplication der Gleichungen 6) und 7) mit einander ergiebt ſich

$$\frac{i_1^2}{i_2^2} = \frac{E_1^2}{E_1^2} \cdot \frac{E_1'^2}{E_2'^2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \sqrt{\frac{E_1^2}{E_2^2} \cdot \frac{E_1'^2}{E_2'^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

d. h. Das richtige Intenſitätsverhältnifs $\frac{i_1}{i_2}$ der beiden Lichtquellen zu einander iſt gleich dem geometriſchen Mittel aus denjenigen Intenſitätsverhältniſſen $\frac{E_1^2}{E_2^2}$ und $\frac{E_1'^2}{E_1'^2}$, welche den beiden Stellungen entſprechen, in denen der Fettfleck links und rechts verſchwindet.

Rüdorf weiſt für den Fall, dafs die Normalflamme ſich in conſtanter Entfernung von dem Papierſchirm befindet, nach, dafs das geometriſche Mittel aus den beiden Entfernungen der zu prüfenden Lichtquelle von dem Papierſchirm, wenn der Fettfleck links und rechts verſchwindet, gleich der Entfernung dieſer Lichtquelle von dem Papierſchirm iſt, wenn dasſelbe auf beiden Seiten gleich hell beleuchtet iſt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Für die Rüdorf'ſche Annahme iſt alſo

$$E_2 = E_2' = e_2$$

Folglich wird Gleichung 8)

$$\frac{i_1}{i_2} = \sqrt{\frac{E_1^2 \,.\, E_1'^2}{e_2^2 \,.\, e_2^2}} = \frac{E_1 \,.\, E_1'}{e_2^2}$$

und da nach Gleichung 2)

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{e_1^2}{e_2^2} \text{ iſt, ſo iſt}$$

$$e_1^2 = E_1 \,.\, E_1' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 9)$$

Zum Schluſſe iſt noch hinzuzufügen, daſs Rüdorf bei der Berechnung ſeiner Beobachtungen ohne Weiteres das allgemeine Geſetz benutzt, welches durch Gleichung 8) ausgedrückt wird, während er im Vorhergehenden nur obigen ſpeciellen Fall betrachtet hat und auch die Anordnung ſeiner Beobachtungen demſelben entſprechen; er muſste natürlich trotzdem zu richtigen Rechnungsreſultaten gelangen.

Hamburg, Mai 1881.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Verhandlungen des Naturwissenschaftlichen Vereins in Hamburg

Jahr/Year: 1881

Band/Volume: NF_5

Autor(en)/Author(s): Krüss Hugo

Artikel/Article: Zwei Sätze über das Bunsen'sche Photometer 71-79