© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Eine neue Formel für Spektralwellen.

Von

J. J. Balmer.

Mitgeteilt in der Sitzung der Basler Naturforschenden Gesellschaft am 7. Juni 1896. Nebst einem Nachtrag.

Wie die Wellenlängen des einfachen Wasserstoffspektrums mit überraschender Genauigkeit durch eine einfache Formel darstellbar sind, so liess sich auch erwarten, dass für die Funkenspektra anderer Elemente sich eine Formel finden lasse, welche deren Wellenlängen in befriedigender Weise auszudrücken vermöge. Herr Prof. E. Hagenbach-Bischoff hatte die Freundlichkeit, mir von Zeit zu Zeit über die in dieser Richtung gemachten Arbeiten und Versuche Nachrichten zukommen zu lassen. Zunächst ist zu bemerken, dass ein einzelnes Metall, z. B. Lithium oder Thallium, im Funkenspektrum nicht bloss eine einzelne Folge von gesetzmässig geordneten Linien darstellt, sondern dass das nämliche Metall mehrere Serien von Linien aufweist, die sich im allgemeinen so übereinander legen, dass die Linien der verschiedenen Serien sich scheinbar regellos durcheinander mengen. Der Umstand, dass die zu einer solchen Serie zusammengehörenden Linien ihr eigentümliches charakteristisches Aussehen haben, sodass die Linien der einen Serie scharf begrenzt, die einer andern nach der roten, wieder einer andern nach der entgegen-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

gesetzten Seite hin verwaschen erscheinen, während noch andere nach beiden Seiten unscharf sind u. s. w., ermöglichte es, die Serien auseinander zu lösen, und nun zeigte sich's, dass jede Serie nach der Seite der kürzern Wellen hin sich in immer engerer Linienfolge einer bestimmten, ihr eigentümlichen Grenze näherte, wobei die Linien auch allmählich schwächer und undeutlicher wurden und dadurch ein genaues Messen erschwerten. Die Herren Prof. Kayser und Runge in Hannover, welche mit ausserordentlicher Genauigkeit und staunenswertem Fleiss eine grosse Zahl von Elementen spektroskopisch untersucht und die Wellenlängen ihrer Serienlinien gemessen haben[1]), zeigten nun, dass die diesen Wellenlängen umgekehrt proportionalen Schwingungszahlen (oder statt deren die Reciproken der Wellenlängen) durch Potenzreihen mit fallenden Potenzen von n^2 darstellbar sind, und dass die drei ersten Glieder einer solchen Reihe genügen, um mit sehr genauer Annäherung an die aus der Beobachtung abgeleiteten Zahlenwerte, mit Ausnahme etwa der längsten oder kürzesten Wellen, die Linienserien darzustellen. Es sind zur Bestimmung der drei in dieser abgekürzten Formel vorkommenden Constanten nur drei durch Messung bestimmte Schwingungszahlen erforderlich, deren Ordnungszahl bekannt sein muss. (Die Ordnungszahl der längsten möglichen Welle ist stets = 3 zu setzen.) Die Formel selbst heisst, wenn τ_n die Reciproke der Wellenlänge λ_n bezeichnet

$$\left\{ \tau_n = A - \frac{B}{n^2} - \frac{C}{n^4} \right\}$$

Für die längste oder höchtens die 2 längsten Wellen reicht diese dreigliedrige Formel nicht aus, und es wäre

[1]) Über die Spektren der Elemente, von H. Kayser u. C. Runge. Berlin 1888 ff.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

die Bestimmung einer 4ten und 5ten Constanten für zwei nachfolgende Glieder der Potenzreihe nötig zur genauen Darstellung der Schwingungszahlen; doch ist die Berechnung solcher weiteren Constanten höchst unsicher, da mit den bisherigen Mitteln eine zu diesem Zweck genügend genaue Messung der Wellenlängen nicht möglich ist. (Die bis jetzt erreichte Genauigkeit beträgt etwa $\frac{1}{100000}$ einer Wellenlänge.) Die sehr einfache Formel von K. und R. ist bei grösstmöglicher Leichtigkeit der Constantenbestimmung, die nur die Auflösung einer Gleichung 1ten Grades mit drei Unbekannten erfordert, von höchstem Wert für die exakte Prüfung und Kontrollierung der Messungsresultate, und hat auch z. T. dazu gedient, die Serien festzustellen. Dennoch kann sie nicht als eigentlicher Ausdruck für das in der Natur waltende Gesetz der Spektralwirkungen gelten. Wenn schon die praktisch verwendete Formel nur dreigliedrig ist, so ist sie doch als eine in eine unendliche Reihe ausgehende Umgestaltung einer geschlossenen Funktion mit zweigliedrigem Nenner zu betrachten; und nur wenn es gelänge, diese geschlossene Funktion aufzufinden, würde man in ihr einen Anhaltspunkt für eine richtige Erklärung der Spektralerscheinungen besitzen. Es ist noch zu bemerken, dass die drei Constanten der abgekürzten Formel von K. und R. in keinerlei nachweisbarem Zusammenhange untereinander stehen, dass jedoch die zweite Constante sich nur um wenige % von einem constanten Mittelwert entfernt.

Einen solchen geschlossenen Ausdruck zu finden, war in letzter Zeit das Ziel meiner vielfach abgeänderten Versuche, bei denen mich die freundliche Teilnahme des Herrn Prof. E. Hagenbach immer wieder aufs neue ermunterte, wenn ich je und je die Hoffnung fahren liess, mich diesem Ziele nähern zu können.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Eine kurze erste Gelegenheit zur Einsicht in die Messungsresultate der Herren K. und R. veranlasste mich, nächst an den I. Linienserien von zwei Metallen, Lithium und Thallium, zu erproben, auf welche Weise der Aufgabe am sichersten beizukommen sei. Im Verfolg der sich hieran knüpfenden Rechnungen fiel mir u. a. auf, dass wenn man von einer Serie von Wellenlängen die Differenzen aufsucht, die Quotienten aus je zwei solchen unmittelbar aufeinander folgenden Differenzen eine fast genau zutreffende Reihe von höchst einfacher Form $\left(\frac{n+2}{n-1}\right)$ bilden. Nur bei den grössten Wellenlängen ist die Abweichung ziemlich bedeutend. Beim Wasserstoffspektrum lässt sich das Gesetz dieser Reihe ganz genau ausdrücken durch die Formel:

$$\left\{ Q_n = \frac{(2n-1)\cdot(n-1)\cdot(n+3)}{(2n+1)\cdot(n+1)\cdot(n-3)} \right\}$$

wobei die Linien λ_{n-1}, λ_n, λ_{n+1}, zur Bildung der Differenzen benützt werden. Bei Vergleichung der entsprechenden Differenz-Quotienten des Thalliums mit denen des Wasserstoffs ist es nun auffallend, dass die betreffenden beiden Serien sich nicht decken, sondern dass die eine zwischen die Zahlen der andern intermittierend eingeschoben erscheint. Dieser Umstand lässt unzweifelhaft vermuten, dass in der richtigen, geschlossenen Spektralformel das ganzzahlige n noch um irgend einen vielleicht constanten Bruchteil zu ergänzen sei. So gelangte ich zum Schluss, dass in der geschlossenen Wasserstoffformel statt des ganzzahligen n die gemischte Zahl n + c einzuführen sei, um für andere Elemente die zutreffende Formel zu erhalten; und damit erhielt ich die Formel

$$\left\{ \lambda_n = a\,\frac{(n+c)^2}{(n+c)^2 - b} \right\};\ \text{oder}\ \left\{ \tau_n = A - \frac{B}{(n+c)^2} \right\}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Ich versuchte diese Formel zunächst an der Linienserie I des Lithiums. Aus frühern Versuchen hatte sich für die Constante a dieses Elementes der Wert von nahezu 2300 Ångströmeinheiten ergeben. Mit dem Wert 4 für b ergab sich für c der Wert 0,72332, und damit für die zweite Linie von 2741,39 gemessener Wellenlänge ein berechneter Wert von 2802, also um etwa 61 Einheiten zu viel. Für $a = 2300$ und $b = 3$ (statt 4) ergab die zweite Linie, mit der hieraus ermittelten Constanten $c = 0{,}2245$, eine berechnete Wellenlänge $= 2764{,}76$, also immer noch um 23,37 Einheiten zu gross. Ein dritter Versuch mit $b = 2{,}5$ brachte c auf den Wert $= -0{,}05646$, und damit die zweite Wellenlänge auf den berechneten Wert von 2740,56; jetzt also nur noch um 0,83 Einheiten zu klein. Die auf die folgenden Linien sich erstreckende Rechnung mittelst dieser letzten Constantenbestimmung ergab ein durchschnittlich nur noch um $\frac{1}{4}$ Einheit von den gemessenen Wellenlängen abweichendes Resultat. Da dieser ersten Probe mit der neuen Formel nur ganz abgerundete Zahlen als erste und zweite Constante beigelegt waren, so überraschte mich das so nahe zutreffende Resultat in hohem Grade und befestigte mich in der Überzeugung, dass diese Formel ein möglichst adäquater Ausdruck für eine physikalische Wahrheit sei.

Herr Prof. Albert Riggenbach bemerkte mir bei einer gelegentlichen Begegnung, es seien über das zuerst in der Chromosphäre und in einigen Orionsternen entdeckte und bis vor kurzem in irdischen Stoffen noch nicht aufgefundene, jedoch in jüngster Zeit als Clevëitgas in einigen Mineralien doch noch entdeckte Helium von den Herren Proff. Runge und Paschen äusserst genaue Messungen veröffentlicht worden, und dass sich diese Messungen wohl vorzugsweise für die Prüfung der

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

geschlossenen Formel eignen dürften. Am nächsten Tage übersandte er mir mit der vollständigen allgemeinen Auflösung der durch die Formel bedingten Gleichung 3ten Grades mit drei Unbekannten die Zahlenreihen der drei doppelten und der weitern drei einfachen Serien der Heliumlinien nach den Mitteilungen von Runge und Paschen[1]), nebst Angabe der von Lockyer als Heliumlinien beanspruchten Linien des Clevëitgases. — Herrn Prof. Riggenbach für seine freundliche Unterstützung, seine Winke und sachlichen Mitteilungen hier bestens dankend, bemerke ich weiter, dass ich die mir mitgeteilten Zahlen der Rechnung unterzog und die auf nachfolgender Tabelle übersichtlich zusammengestellten Resultate fand. Bei den Doppelserien I, III und V haben Kayser und Paschen die kürzesten Linienpaare nicht mehr getrennt aufgeführt, wohl weil diese Paare für eine genaue Beobachtung zu enge zusammengerückt und zu schwach sind; die gegebenen einfachen Zahlen sind daher auch mit einer Dezimalstelle weniger angegeben als die doppelten Linien der Serien.

Bei der Berechnung der Constanten beeinflusst die Wahl der Linien, die man dabei zu Grunde legt, das Ergebnis ausserordentlich stark; besonders bei den längsten Wellen macht sich dieser Einfluss sehr fühlbar. Eine infolge minimer Beobachtungsfehler nur wenig von der wirklichen Wellenlänge abweichende Wertung der Wellenlängen verändert die Constantenberechnung schon sehr merklich, und dieser Umstand muss sich bei den grössten Wellenlängen mit den kleinsten n am meisten und empfindlichsten geltend machen, weniger durch den Einfluss der Constanten a und b, als durch denjenigen

[1]) Pag. 323 u. 377 der Mathem. u. Naturw. Mitteilungen der k. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1895 bei G. Reimer.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

von c. Wenn daher hie und da bei den längsten Wellen einer Serie sich Abweichungen der Berechnung nach der Formel von der Beobachtung zeigen, so dürfte dieselbe weniger auf Rechnung der Formel, als auf diejenige der sehr difficilen Constantenbestimmung gesetzt werden. Es lässt sich vermuten, dass bei solchen Serien, bei denen in den längsten Wellen Beobachtung und Rechnung auseinander gehen, eine richtige Variation in den Constanten noch völlige Übereinstimmung bewirken könnte.

Für die geschlossene neue Formel spricht ihre grosse Einfachheit, welcher nur die Einfachheit der bewährten Wasserstoffformel an die Seite gestellt werden kann; ferner der innige Zusammenhang mit letzterer, welche sich nur als einen speziellen Fall der neuen Formel erweist, indem letztere für $b = 4$, und $c = 0$ in jene übergeht. Ein weiterer Vorzug der neuen Formel scheint darin zu liegen, dass es nun auch ganz gleichgültig ist, welchen ganzzahligen Wert man der Ordnungszahl n beilegt, sobald nur die Reihenfolge der zu einer Serie gehörigen Linien lückenlos fortschreitet und damit auch die Ordnungszahl n lückenlos anwächst. Denn um so viel, als n grösser oder kleiner angenommen wird, kompensiert sich der kleinere oder grössere Wert der Ergänzungsconstante c.

Was die Bedeutung der drei Constanten betrifft, so ist diejenige der Constanten a ganz klar; sie bezeichnet den Grenzwert, in welchen die Reihe der Wellenlängen einer Linienserie ausläuft. Die Constante c dagegen bezeichnet eine Verschiebung, durch welche die ganzzahligen Werte von n um einen für ein und dieselbe Serie constanten Bruchteil vergrössert oder verkleinert werden. Die rätselhafteste Bedeutung kommt der Constante b zu, um welche im Nenner der Wellenlänge-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

formel das Quadrat von $n + c$ vermindert wird. Diese Constante scheint den Charakter einer quadratischen Grösse zu haben. Denn wenn man in der typischen Wasserstoffformel diese Constante b von 4 auf 1 vermindert, so bleiben nur die Wellenlängen der ursprünglich paarigen n übrig, und die unpaaren Wellenlängen fallen aus, so dass gleichsam die Kurve der Wellenlängen auf die Hälfte verkürzt wird, eine Veränderung, welche sich auch bei andern für b eingesetzten quadratischen Werten in entsprechender Weise wiederholt.

Bei der Constanten b zeigt sich ein ganz merkwürdiges Verhältnis zur Constanten a. Wenn man nämlich bei irgend einer Linienserie a durch b dividiert, so erhält man eine Zahl, welche dem entsprechenden Quotienten des einfachen Wasserstoffspektrums bis auf etwa $^1/_2$ % nahe kommt. Letzterer ist gleich $\frac{3645,6}{4} = 911,4$. Und der entsprechende Quotient beträgt bei den Heliumserien I α und β, II und IV etwas über 910, also etwa 1‰ weniger als bei Wasserstoff; bei Serie III α und β über 905, bei Serie V α und β und bei Serie VI nahezu 913. Bei Lithium Serie I (einfache Serie) ergiebt die Berechnung der 3 Constanten aus den Linien 1, 4 und 7 für a die Zahl: 2299,401, für b: 2,514417; dagegen aus den Linien 1, 3 und 5 für a: 2298,643; für b: 2,536159. Der Quotient aus jenen Constanten ergiebt 914,48, aus den letztern dagegen nur 906,20. Das Mittel aus beiden Ergebnissen ist wieder 910,34. Wie schon bemerkt, ist es möglich, dass durch nie zu vermeidende kleinste Beobachtungsfehler solche abweichende Werte entstehen, so dass hieraus noch kein massgebender Schluss auf die Unrichtigkeit der Formel darf gezogen werden. Es schliesst diese auffallende Annäherung an einen constanten Mittelwert jedenfalls nicht aus, dass in diesen Verhältnissen ein sachlicher Zusammenhang

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

vorliege, der uns, wie noch so vieles andere in der Natur, Rätsel aufgiebt, deren Lösung zu versuchen stets einen unwiderstehlichen Reiz ausübt.

Nachtrag.

Durch die Güte des Herrn Prof. Hagenbach, der mir die Abhandlungen der Herren Kayser und Runge in den letzten Tagen zum Zweck eingehenderen Studiums für einige Zeit zur Benützung zugestellt hat, habe ich Gelegenheit erhalten, ausser den eigentlichen Messungsresultaten auch noch die höchst interessanten Mitteilungen über eine Formel kennen zu lernen, welche der schwedische Gelehrte Rydberg schon vor einigen Jahren aufgestellt hat[1]). Mit Rydbergs Formel stimmt die oben besprochene geschlossene Formel fast ganz überein, mit dem einzigen Unterschied, dass er die Constante $B = \frac{b}{a}$ der letztern, statt bei jedem besondern Elemente einen besondern Wert derselben vorauszusetzen, für alle Elemente gleich gross annimmt: = 109721,6 (Reciproke von 911,4 des Wasserstoffs), also gleichwertig mit der entsprechenden Constanten der Wasserstoffformel. Es ist zu vermuten, dass Rydberg diesen Wert seiner Formel deswegen zu Grunde gelegt hat, weil derselbe den Mittelwert der entsprechenden Constanten aller übrigen Elemente darstellt und weil zugleich durch diese Annahme die Berechnung der beiden übrigen Constanten sich ausserordentlich vereinfacht, während eine direkte Bestimmung aller drei Constanten aus drei gemessenen Wellenlängen, resp. deren Reciproken, die ziemlich umständliche Auflösung einer Gleichung 3ten Grades erfordert.

---

[1]) Kayser und Runge, Spektren der Elemente, 4. Heft, Nachtrag pag. 61.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Die Herren Kayser und Runge haben nun nachgewiesen, dass die ursprüngliche Rydberg'sche Formel zu weniger befriedigenden Ergebnissen führt, als ihre gekürzte Reihenformel; dennoch schreibt Rydberg seiner Formel einen grössern Anspruch auf Richtigkeit zu.

Kayser und Runge haben noch weiter gezeigt, dass selbst eine Modifikation der Rydberg'schen Formel durch Einführung spezieller Werte für die Constante B in dessen Formel

$$\left\{ \tau_n = A - B\ (n + c)^{-2} \right\}$$

noch keine besseren Ergebnisse liefert, als ihre auf 3 Glieder beschränkte Potenzreihenformel. Da aber Kayser und Runge nicht angeben, wie sie den Wert der Constanten B bestimmt haben, so lässt sich als wahrscheinlich voraussetzen, dass sie die aus ihrer eigenen Formel abgeleiteten Werte von B bei dieser Modifikation zu Grunde gelegt haben. Damit ist jedoch die Richtigkeit der modifizierten Rydberg'schen Formel, wie auch ich sie unabhängig von seiner Veröffentlichung gefunden habe, noch nicht widerlegt. Denn die direkte Bestimmung der drei Constanten der Formel

$$\left\{ \tau_n = A - B.\ (n + c)^{-2} \right\} \text{ oder } \left\{ \lambda_n = a + \frac{b}{(n + c)^2 - b} \right\}$$

wobei $A = \frac{1}{a}$ und $\frac{B}{A} = b$ zu nehmen ist, führt doch zu andern Werten für B als die Formel

$$\left\{ \tau_n = A - B.\ n^{-2} - C.\ n^{-4} \right\}$$

Da die Abweichungen der zweiten Constanten B von einem Mittelwert in beiden Formeln für alle Elemente verhältnismässig gering sind, so sehen sich die Herren Kayser und Runge zu der Bemerkung veran-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

lasst: „Rydbergs Annahme ist möglicherweise soweit richtig, dass in dem noch verborgenen wahren Gesetze dieser Constanten überall ein und derselbe Wert entspricht.“ [1])

Rydberg fand, dass bei allen Elementen die Kurve, welche die Endpunkte der als Ordinaten aufgetragenen Wellenlängen bei gleichen Intervallen der als Abscissen betrachteten n verbindet, einer Hyperbel ähnlich sei, da jene Kurve sich sowohl einer Parallele der Abscissenaxe als der Ordinatenaxe asymptotisch nähert.

Prüfen wir die Natur der Kurve zunächst beim einfachen Wasserstoffspektrum, welches die einfachsten und klarsten Verhältnisse darbietet, so erweist sich dieselbe, wenn man sie für alle, auch die negativen Werte von n konstruiert, als eine Kurve 3ten Grades mit drei Asymptoten (S. Tafel.) Die eine horizontale Asymptote befindet sich in der Entfernung gleich a über der Abscissenaxe; links und rechts von der Ordinatenaxe, parallel mit dieser und je um 2 n entfernt, steht je eine senkrechte Asymptote. Die Kurve selbst hat 3 Zweige: zwei hyperbelähnliche über der horizontalen Asymptote, und durch den 4 n breiten Raum zwischen den beiden senkrechten Asymptoten von einander getrennt, und einen dritten zwischen diesen senkrechten Asymptoten, dessen Scheitel im Coordinatenanfang liegt, und dessen beiden Äste im Unendlichen einen Übergang in die senkrecht auslaufenden Äste der beiden hyperbelartigen Zweige bilden.

Die Kurve der Reciproken der Wellenlängen des Wasserstoffspektrums lässt sich, a = 4 n als Einheit an-

---

[1]) K. und R., Über die Spektren der Elemente, IV. Abschnitt, pag. 63.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

genommen, leicht in ihrer Beziehung zur Wellenlängenkurve darstellen. Die Reciprokenkurve ist wieder eine Kurve 3ten Grades und besteht nur aus zwei, abermals hyperbelartigen Zweigen, welche mit der Wellenlängenkurve dieselbe horizontale Asymptote gemeinschaftlich, und als einzige senkrechte Asymptote die Ordinatenaxe haben. Diese Zweige durchschneiden die Fusspunkte der senkrechten Asymptoten der Wellenlängenkurve und nähern sich der Ordinatenaxe unterwärts asymptotisch, so dass sie im Unendlichen einen Rückkehrpunkt bilden.

In der beiliegenden Zeichnung (Tafel VI) ist XX′ die Abscissenaxe, YY′ die Ordinatenaxe, O der Coordinatenanfang; AA′ die horizontale Asymptote, II II′ und 2 II″ sind die vertikalen Asymptoten; α β γ etc. die Wellenlängenkurve des Wasserstoffs; a α die Wellenlänge λ_3; b $\beta = \lambda_4$ etc. Die Reciprokenkurve ist B II α' β' γ' etc., wobei a α' die Reciproke von λ_3, b β' die Reciproke von λ_4 oder b β; etc. Von den aus drei, resp. zwei Zweigen der Wellenlängenkurve und der Reciprokenkurve ist nur die eine Hälfte gezeichnet, die andere Hälfte ist symmetrisch zur Ordinatenaxe zu ergänzen.

Die dargestellten Wellenlängen sind im 100,000-fachen Massstabe der wirklichen Grösse gezeichnet.

Auf der rechten Hälfte der Zeichnung ist eine ganz einfache Konstruktion der Wellenlängen des Wasserstoffs angedeutet. Wenn O A auf der Ordinatenaxe die Constante a oder die untere Grenze der Wellenlängen des Wasserstoffs bezeichnet, und man mit dieser Grösse = 3645,6 Ångströmeinheiten einen Kreis über dem Durchmesser A O beschreibt, auf der Abscissenaxe XX′ die n = 1, 2, 3 etc. (die Einheit 1 n = $\frac{1}{4}$ a = 911,4 genommen) aufträgt, und von den Endpunkten dieser n aus die Tangenten über den Kreisumfang hinweg zieht

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

bis zum Schnitt mit der Ordinatenaxe, so werden auf letzterer die Wellenlängen abgeschnitten $= O\lambda_3$, $O\lambda_4$ etc.

Der Beweis für die Richtigkeit der Konstruktion liegt auf der Hand.

Vielleicht ist diese Konstruktion geeignet, in die rätselvollen Erscheinungen der Spektrallinien ein neues Licht zu bringen und auf den richtigen Weg zu führen, die wahre geschlossene Formel für die Spektralwellen zu finden, falls diese in der Rydberg'schen Formel noch nicht gefunden sein sollte.

Der schliessliche Eindruck, der in diesen urelementaren Verhältnissen sich unserm betrachtenden Geiste unwillkürlich aufdrängt, ist der einer unerschöpflich weisheitsvollen Einrichtung der Natur, die mit nie fehlbarer Sicherheit Funktionen vollzieht, denen der denkende Geist nur mühsam und in demütigender Unvollkommenheit nachzufolgen vermag.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wellenlängen des Helium

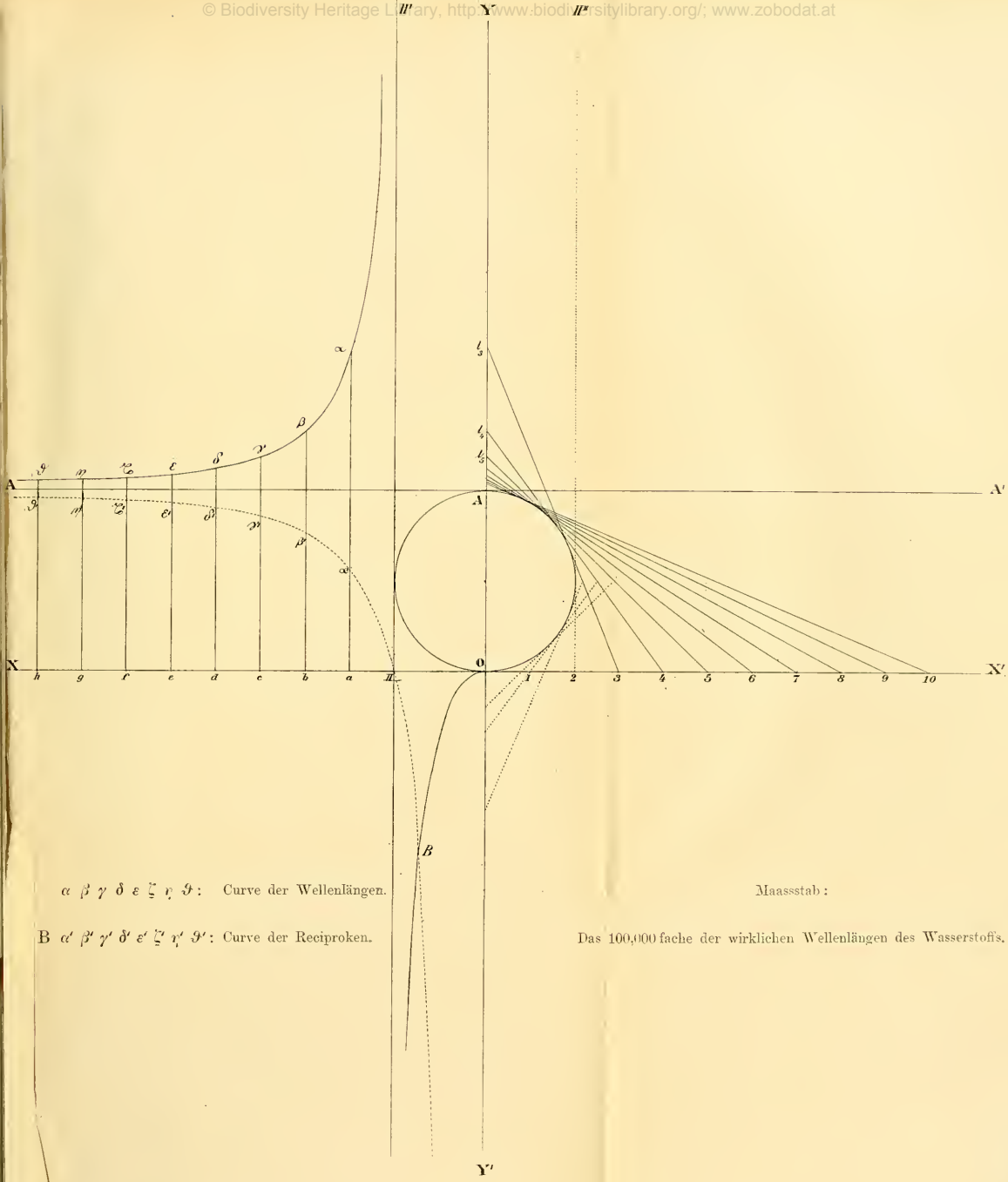
	Serie I α und β			Serie II			Serie III α und β		
	α berechnet aus den Linien 1, 3, 9 β „ „ „ „ 1, 3, 7			berechnet aus 1, 4, 7			α berechnet aus 1, 3, 5 β „ „ 1, 3, 5		
	α	β					α	β	
	a = 3420,96	3420,99		a = 3120,797			a = 2599,342	2599,317	
	b = 3,758942	3,756648		b = 3,427311			b = 2,871562	2,869745	
	c = 1,999392	1,998615		c = 2,011946			c = 1,942680	2,941889	
n	Beobachtet,	berechnet,	Diff.	Beobachtet,	berechnet,	Diff.	Beobachtet,	berechnet,	Diff.
1	5876,206	5876,206	0	5015,73	5015,73	0	3888,97	3888,97	0
	5875,883	5875,880	— 0,03				3888,76	3888,76	0
2	4471,85	4471,870	+ 0,02	3965,08	3965,031	— 0,049	3187,98	3188,313	+ 0,333
	4471,66	4471,610	— 0,05	3964,84		+ 0,191	3187,83	3188,115	+ 0,285
3	4026,52	4026,523	+ 0,003	3613,89	3613,872	— 0,018	2945,57	2945,57	0
	4026,35	4026,350	0	3613,78		+ 0,092	2945,42	2945,42	0
4	3819,89	3819,891	+ 0,001	3447,73	3447,73	0	2829,32	2829,406	+ 0,086
	3819,75	3819,770	+ 0,02				2829,16	2829,286	+ 0,126
5	3705,29	3705,247	— 0,043	3354,7	3354,635	— 0,065	2764,01	2764,01	0
	3705,15	3705,16	+ 0,01				2763,91	2763,91	0
6	3634,52	3634,451	— 0,069	3296,9	3296,817	— 0,083	2723,3	2723,302	+ 0,002
	3634,39	3634,39	0						
7	3587,54	3587,461	— 0,079	3258,3	3258,300	0	2696,5	2696,153	— 0,347
	3587,42	3587,42	0						
8	3554,5	3554,59	+ 0,09	3231,3	3231,276	— 0,024	2677,1	2677,101	+ 0,001
		3554,56	+ 0,06						
9	3530,6	3530,65	+ 0,05	3213,4	3211,565	— 1,835			
		3530,63	+ 0,03						
10	3512,6	3512,66	+ 0,06						
		3512,65	+ 0,05						
11	3498,7	2498,78	+ 0,08						
		3498,78	+ 0,08						
12	3487,8	3487,85	+ 0,05						
		4487,85	+ 0,05						
13	3479,2	3479,09	+ 0,11						
		3479,09	+ 0,11						

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

beobachtet und berechnet.

Serie IV			Serie V α und β			Serie VI			
berechnet aus 2, 3, 4			α berechnet aus 2, 5, 8 β „ „ 2, 5, 8			berechnet aus 1, 4, 7			
$a = 3678{,}613$ $b = 4{,}042545$ $c = 2{,}000229$			α $a = 3421{,}275$ $b = 3{,}746843$ $c = 1{,}696996$	β 3421,109 3,747853 1,697826		$a = 3679{,}022$ $b = 4{,}027016$ $c = 1{,}852937$			
Beobachtet,	berechnet,	Diff.	Beobachtet,	berechnet,	Diff.	Beobachtet,	berechnet,	Diff.	n
6678,1	6677,5	− 0,6	7065,77(phot.)	7055,86	− 9,91	7281,8	7281,81	+ 0,01	1
			7065,51(phot.)	7054,83	− 10,68				
4922,08	4922,08	0	4713,39	4713,39	0	5047,82	5048,529	+ 0,709	2
			4713,17	4713,17	0				
4388,11	4388,11	0	4121,15	4121,196	+ 0,046	4437,73	4437,859	+ 0,129	3
			4120,98	4121,047	+ 0,067				
4143,91	4143,91	0	3867,77	3867,790	+ 0,02	4169,12	4169,12	0	4
			3867,61	3867,652	+ 0,042				
			3733,15	3733,15	0	4024,14	4024,083	− 0,057	5
			3733,01	3733,01	0				
			3652,29	3652,261	− 0,029	3936,1	3936,051	− 0,049	6
			3652,15	3652,118	− 0,032				
			3599,59	3599,588	− 0,002	3878,3	3878,3	0	7
			3599,45	3599,443	− 0,007				
			3563,26	3563,26	0	3838,2	3838,237	+ 0,037	8
			3563,11	3563,11	0				
			3536,9	3536,946	+ 0,046	3808,3	3809,256	+ 0,956	9
			3517,5	3517,452	− 0,048				10
			3502,5	3502,530	+ 0,03				11
			3490,8	3490,839	+ 0,039				12
			3481,5	3481,514	+ 0,014				13

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



$\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta\ \varepsilon\ \zeta\ \eta\ \vartheta$: Curve der Wellenlängen.

B $\alpha'\ \beta'\ \gamma'\ \delta'\ \varepsilon'\ \zeta'\ \eta'\ \vartheta'$: Curve der Reciproken.

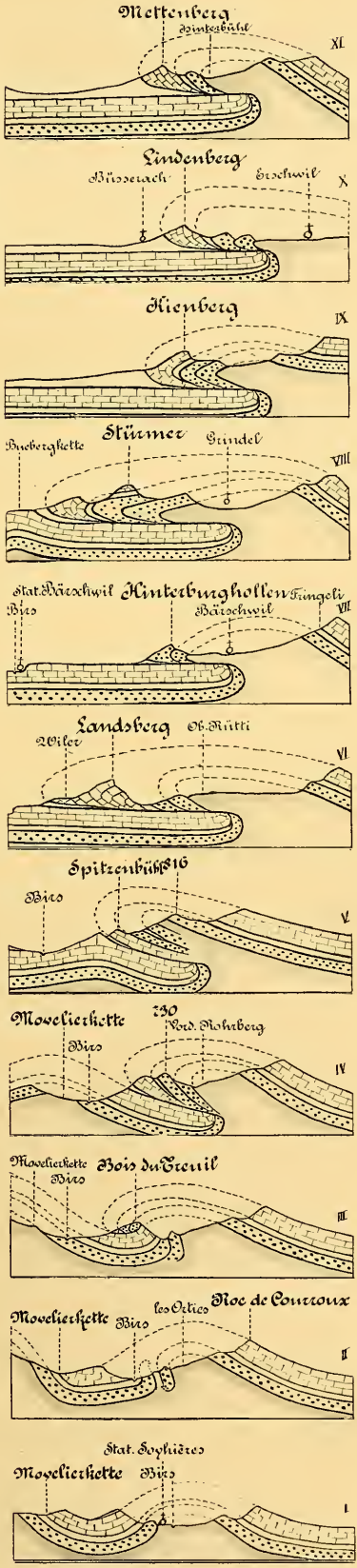
Maassstab:

Das 100,000 fache der wirklichen Wellenlängen des Wasserstoffs.

Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.

Profilserie durch die Rangierskette Soyhières - Meltingen.

gez. von Fredemy



Tertiär

Malm

Oxford

Dogger

Keuper u. Lias

Massstab der Profils 1 : 59000

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Basel

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: 11_1895

Autor(en)/Author(s): Balmer Johann Jacob (J. J.)

Artikel/Article: Eine neue Formel für Spektralwellen 448-468