© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Schwerebestimmungen der Schweizerischen Geodätischen Kommission.

(Mit 1 Tafel.)

Von

Th. Niethammer.

Newton hat den bekannten Satz aufgestellt, dass sich irgendwelche Massenelemente m_1 und m_2 im Raume gegenseitig mit einer Kraft anziehen, die in der Richtung ihrer Verbindungsgeraden wirkt, dem Produkt $m_1 \times m_2$ direkt proportional und dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist. Als Folge dieser allgemeinen Massenanziehung sehen wir, dass jeder Körper von der Erde angezogen wird mit einer Kraft, die wir die Schwerkraft nennen. Wenn wir eine genaue Kenntnis besässen von der Verteilung der Massen in der Erde, d. h. wenn wir die Dichte für beliebig viele Punkte im Erdinnern angeben könnten, so würde sich die Grösse und Richtung der Schwerkraft für jeden Punkt ausserhalb oder innerhalb der Erde mittels des *Newton*'schen Gravitationsgesetzes berechnen lassen. Da die Erde nicht ein ruhender Massenkörper ist, sondern sich in Rotation befindet, so wirkt ihrer Anziehung eine Zentrifugalbeschleunigung entgegen, und die wirkliche Beschleunigung, die ein frei beweglicher Punkt mit der Masse 1 annehmen würde, ist somit gleich der Resultante aus der Anziehungsbeschleunigung der Erde und der von ihr erteilten Zentrifugalbeschleunigung. Diese Resultante wird gemeinhin Schwerebeschleunigung genannt.

Unter dem Geoid versteht man diejenige Fläche, die im Meeresniveau senkrecht steht zur Richtung der Schwerebeschleunigung.[1]) Die Form des Geoides zu bestimmen, kann als eines der Endziele bezeichnet werden, welche die Arbeiten der „Internationalen Erdmessung" erstreben und die in der Schweiz im besondern durch die Schwei-

---

[1]) Die Oberfläche des Meeres bildet — von der Wirkung der Gezeiten, von Luft- und Winddruck, von Meeresströmungen u. dergl. abgesehen — einen Teil des Geoides; unter den Kontinenten kann man sich das Geoid dadurch sichtbar gemacht denken, dass man das Meereswasser in einen unendlich schmalen Kanal fliessen und sich darin einstellen lässt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zerische Geodätische Kommission verfolgt werden. Mit der blossen Kenntnis von der Form des Geoides begnügt sich indessen die Wissenschaft nicht. Das *Newton*'sche Gravitationsgesetz lässt uns erkennen, dass zwischen der Form des Geoides und der Massenverteilung im Erdinnern ein enger Zusammenhang bestehen muss. Es folgt hieraus die weitere Aufgabe, die Massenverteilung in der Erdrinde und im Erdinnern zu ermitteln und in Verbindung mit der Wirkung der sichtbaren Massen oberhalb des Meeresniveaus die Form des Geoides zu erklären.

Eine wichtige Rolle bei der Lösung dieser Aufgabe spielt die Kenntnis von der Grösse der Schwerebeschleunigung an möglichst vielen Punkten der Erdoberfläche. In einigen, der „Internationalen Erdmessung" angehörenden Staaten, und so auch in der Schweiz, sind deshalb eingehende Studien über die Verteilung der Schwerebeschleunigung begonnen worden. Da die Genauigkeit der Resultate und die Zuverlässigkeit der daraus zu ziehenden Schlussfolgerungen in hohem Grade von der Vollkommenheit der instrumentellen Hilfsmittel abhangen, mögen zunächst einige Mitteilungen über die in den letzten Jahren erfolgten Verbesserungen des Instrumentenmaterials der Schweizerischen Geodätischen Kommission erfolgen; an sie wird sich dann eine Besprechung der bis jetzt vorliegenden Resultate der Schwerebestimmungen in der Schweiz anschliessen.

I.

Die genaueste Methode zur Bestimmung der absoluten Grösse g der Schwerebeschleunigung besteht darin, die Schwingungsdauer T eines physischen Pendels und die Länge l des korrespondierenden, mathematischen Pendels zu messen; die Schwerebeschleunigung kann dann nach der bekannten Formel

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

berechnet werden.

Während sich die Schwingungsdauer T mittels der Koinzidenzmethode leicht mit aller wünschenswerten Genauigkeit bestimmen lässt, stösst die Messung der Pendellänge l auf erhebliche Schwierigkeiten. Man hat deshalb in den letzten Jahrzehnten statt der absoluten Bestimmung die relative eingeführt, deren Prinzip sich kurz folgendermassen erläutern lässt. Man bestimmt zunächst die Schwingungsdauer T eines Pendels auf einer Station, wo die absolute Grösse der Schwerebeschleunigung bekannt ist; diese Referenzstation für die Schweremessungen in der Schweiz befindet sich im Bernoullianum

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Basel. Zwischen der Schwingungsdauer T_1 und der bekannten Schwerebeschleunigung g_1 der Referenzstation besteht dann die Beziehung

$$T_1^2 = \pi^2 \frac{l}{g_1}. \tag{2}$$

Auf einer Feldstation, deren Schwerebeschleunigung g_2 bestimmt werden soll, sei als Schwingungsdauer desselben Pendels T_2 gefunden worden; somit besteht zwischen T_2 und g_2 die Beziehung:

$$T_2^2 = \pi^2 \frac{l}{g_2}. \tag{3}$$

Aus den Gleichungen (2) und (3) erhalten wir durch Division

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{g_2}{g_1};$$

das gesuchte g_2 kann somit nach der Gleichung

$$g_2 = \frac{T_1^2}{T_2^2} g_1 \tag{4}$$

berechnet werden.

In der letzten Gleichung ist die in (2) und (3) enthaltene Grösse l, d. i. die Länge des mathematischen Pendels, das mit dem physischen Pendel gleiche Schwingungsdauer hat, eliminiert. Infolge der Anwendung des gleichen Pendels auf Referenz- und Feldstation halten wir uns zu der Annahme berechtigt, es sei auch die Grösse l auf beiden Stationen gleich gross gewesen. Nun ist aber ohne weiteres klar, dass sich die Pendellänge l ändern kann, ohne dass eine Schwereänderung vorliegen muss. Schon wenn wir die Schwingungsdauer eines Pendels auf der gleichen Station wiederholt bestimmen, werden wir Aenderungen bemerken, die wir sowohl wirklichen als scheinbaren Aenderungen der Pendellänge zuschreiben. So erleidet die Pendellänge eine reelle Aenderung bei Temperaturänderungen; eine scheinbare Aenderung hingegen zeigt die veränderte Schwingungsdauer an, wenn wir das Pendel bei verschieden grossen Amplituden schwingen lassen, da die Schwingungsdauer nicht völlig unabhängig von deren Grösse ist; ferner wenn der Luftdruck sich geändert hat, oder wenn durch irgendwelche Ursachen die Sekunde der zum Messen der Schwingungsdauer benutzten Uhr oder wenn die Stabilität des Statives, in welchem das Pendel schwingt, grösser oder kleiner geworden ist. Alle diese

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Aenderungen lassen sich indessen in Rechnung ziehen, in der Weise, dass man die beobachtete Schwingungsdauer umrechnet auf denjenigen Wert, den man bei konstanter Temperatur, konstantem Luftdruck und bei unendlich kleiner Amplitude auf einem vollkommen starren Stativ mit einer richtig gehenden Uhr beobachtet hätte. Nicht in Rechnung ziehen lassen sich aber Aenderungen der Pendellänge, die auf einer zufälligen Verlagerung des Schneidenkörpers, der die Schwingungsachse trägt, zurückgehen. Die zur relativen Bestimmung der Schwerebeschleunigung benützten Pendel sind gewöhnlich Halbsekundenpendel von $^1/_4$ m Länge und bestehen aus einer Stange, die am untern Ende ein Gewicht und am obern Ende einen Kopf trägt, in welchem der Schneidenkörper befestigt ist. Dass schon äusserst geringe Verlagerungen dieses Schneidenkörpers die Genauigkeit der Messungen beeinträchtigen, geht aus folgender Ueberlegung hervor. In der Bestimmung der Schweredifferenz zwischen Referenz- und Feldstation streben wir eine Genauigkeit von $\pm$ 0,001 cm/sec² an. Aus der Formel (1) folgt, dass einer Aenderung dg der Schwere eine Aenderung dT der Schwingungsdauer im Betrage von

$$dT = -\frac{T}{2g}\,dg \tag{a}$$

entspricht; für $dg = \pm\, 0{,}001$ cm/sec², $T = 0{,}5^{s}$, $g = 981$ cm/sec² ist hiernach

$$dT = \mp\, 0{,}000\,0002_5^{\,s} = \mp\, 2{,}5.10^{-7}\,.$$

Es dürfen also, wenn wir die gestellte Genauigkeitsgrenze innehalten wollen, keine Aenderungen in der Lage der Schneide vorkommen, welche die Schwingungszeit des Pendels um mehr als $2{,}5.10^{-7}$ beeinflussen. Da nun einer Aenderung dT der Schwingungsdauer eine Aenderung dl der Pendellänge im Betrage

$$dl = \frac{2l}{T}\,dT \tag{b}$$

entspricht, so folgt mit $l = 25$ cm und $dT = 2{,}5.10^{-7}$

$$dl = 0{,}0002_5 \text{ mm};$$

d. h. der Schneidenkörper darf in der Richtung der Pendelachse keine Verschiebung erleiden, die einen Viertel eines tausendstel Millimeters übersteigt.

Wir ersehen hieraus, wie strenge die Anforderungen sind, die an die Befestigung des Schneidenkörpers im Kopf der Pendelstange gestellt werden, und werden von vorneherein vermuten, dass sie me-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

chanisch nicht leicht werden zu erfüllen sein. In der Tat haben die bisher in verschiedenen Staaten der Internationalen Erdmessung verwendeten sogenannten „invariabeln Halbsekundenpendel" während des Gebrauches Aenderungen der Pendellänge aufgewiesen, welche die aufgestellte Grenze der Zulässigkeit weit übersteigen,[2]) auch wenn wir davon absehen, dass viele Pendel eine annähernd der Zeit proportional verlaufende Verkürzung der Pendellänge aufweisen, die meist darauf zurückzuführen ist, dass die Pendelstange aus einem ursprünglich gebogenen Stück Metall (Messing oder Bronze) hergestellt wurde.

Dem Uebelstand, dass ein Pendel im Falle unregelmässiger Aenderung der Pendellänge unbrauchbar wird zur Ableitung der Schweredifferenz zwischen Referenz- und Feldstation, suchte man dadurch zu begegnen, dass man mehrere Pendel, meist vier, neben einander verwendete, in der Hoffnung, es würden sich wenigstens einige davon als unveränderlich und somit brauchbar erweisen. Das ursprüngliche Instrumentenmaterial der Schweizerischen Geodätischen Kommission umfasste vier „invariable" Pendel, die bis zum Jahre 1910 ausschliesslich benützt wurden. Da sich die Mehrzahl dieser Pendel nicht als invariabel erwies, und da auch nach einer im Jahre 1903 erfolgten Neufassung der Schneiden nur eine unerhebliche Besserung ihres Verhaltens eintrat, beschloss die Schweizerische Geodätische Kommission im Jahre 1909, einen neuen Satz von vier invariabeln Pendeln herstellen zu lassen. Die Konstruktion dieser Pendel hat Herr Dr. *P. Chappuis* durch seinen auf reicher Erfahrung in instrumentellen Angelegenheiten gegründeten Rat wesentlich gefördert. Bei diesen neuen Pendeln wurde hauptsächlich auf eine unveränderliche Befestigung des Schneidenkörpers Bedacht genommen.[3]) Der Schneidenkörper besteht aus Stahl; sein Querschnitt erscheint zusammengesetzt aus einem unteren, stumpfen Keil mit der Schwingungsachse und einem obern, scharfen Keil; dieser läuft nach oben nicht in eine Kante aus, sondern ist horizontal abgeschnitten. Der Kopf des aus einem Stück Metall verfertigten Pendelkörpers ist diesem Querschnitt entsprechend durchbohrt, so dass die Seitenflächen des scharfen Keiles an den Innenflächen des Kopfes anliegen. Mittels einer Schraube, welche durch die Mitte des Kopfes und des Schneidenkörpers in vertikaler Richtung hindurchgeht, kann dieser gegen die obere Innenfläche des Kopfes gepresst werden. Die Dimensionen sind so gewählt, dass die

---

[2]) Vergl. z. B. Astronomisch-Geodätische Arbeiten in der Schweiz, 12. Bd., Seite 241 ff. und 13. Bd., Seite 158 ff.; ferner: Relative Bestimmungen der Intensität der Schwerkraft auf 45 Stationen von Elsass und Lothringen, bearb. von *E. Becker* 1912, Seite 124, 134, 141.

[3]) Siehe nähere Angaben und Konstruktionskizze in „Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz" Bd. 13, Seite 39 und 40, und Tafel I.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Seitenwände des Kopfes einen schwachen Druck auf den Schneidenkörper ausüben, wenn dessen obere Fläche durch den Druck der Schraube zur Berührung mit der obern Innenseite des Kopfes gebracht wird.

Das Metall, aus dem diese neuen Pendel mit Ausnahme des Schneidenkörpers und deren Befestigungsschraube hergestellt sind, trägt den Namen Baros;[4]) es besteht zu 85—88 % aus Nickel, 9 % Chrom, 2—4 % Mangan und 1—2 % Eisen; es ist unveränderlich an der Luft und lässt sich äusserst blank polieren. Günstig für eine unveränderliche Befestigung der Schneide erscheint der Umstand, dass die Ausdehnungskoeffizienten von Stahl und Baros nahezu gleich gross sind.

Diese vier neuen Barospendel wurden im Jahre 1910 zum erstenmal auf zehn Feldstationen neben den alten, bisher benützten Messingpendeln durch einen zweiten Beobachter, Herrn *Th. Kubli,* beobachtet. Die gleichzeitige Anwendung der alten und neuen Pendel sollte zunächst die Brauchbarkeit der letzteren erweisen. Im Jahre 1911 sind dann zwei der neuen Barospendel und die beiden besten der alten Messingpendel ausschliesslich auf 16 Feldstationen verwendet worden. Da diese Beobachtungen zu einem vollen Erfolg geführt haben, gehen wir auf das Zahlenmaterial und die sich daraus ergebenden Schlussfolgerungen etwas näher ein.

In der Tabelle 1 auf Seite 7 sind die Stationsmittel s der beobachteten und auf gleichen Normalzustand reduzierten Schwingungszeiten aufgeführt; die Indices 31 und 64 sind die Fabrikationsnummern der alten Messingpendel, 1 und 2 die der neuen Barospendel. Die Zahl n gibt an, wie oft jedes Pendel auf der Station beobachtet wurde; sie ist von Station zu Station sehr verschieden, da mit den Pendelmessungen von der ersten Zeitbestimmung an solange fortgefahren wird, bis die Witterung erlaubt, die zweite, zur Ableitung des Uhrgangs nötige Zeitbestimmung auszuführen. Da jedes Pendel innerhalb 24 Stunden zweimal beobachtet wird, ist $\frac{n}{2}$ im allgemeinen gleich der Zahl der zwischen der ersten und zweiten Zeitbestimmung verflossenen Tage. Unter s_m ist das Mittel der vier Einzelwerte, d. i. die Schwingungsdauer des sogenannten mittleren Pendels angegeben.

---

[4]) Das Metall wurde in den Stahlwerken von Commentry-Fourchambault hergestellt; die Konstruktion der Pendel erfolgte in den Werkstätten der Société genevoise pour la construction des instruments de physique et de mécanique in Genf.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Tabelle 1.

Station	n	s_{31}	s_1	s_{64}	s_2	s_m
Basel I (April—Mai 1911)	12	s 0,50 81 022,2 ± 1,5	s 0,50 74 881,3 ± 0,6	s 0,50 82 197,3 ± 1,2	s 0,50 77 081,1 ± 1,2	s 0,50 78 795,5 ± 0,8
Biasca . . .	6	81 664,7	75 529,2	82 845,9	77 730,2	79 442,5
Bellinzona .	2	81 489,3	75 350,9	82 664,1	77 547,7	79 263,0
Locarno . . .	2	81 357,9	75 217,8	82 534,3	77 418,6	79 132,2
Maggia . . .	2	81 501,3	75 364,9	82 678,7	77 569,2	79 278,5
Gerra	2	81 839,1	75 701,1	83 014,5	77 903,8	79 614,6
Bignasco . . .	9	81 720,0	75 578,4	82 897,6	77 783,1	79 494,8
Fusio	4	82 112,0	75 974,3	83 288,5	78 177,6	79 888,1
Campo . . .	4	82 079,3	75 944,6	83 263,5	78 146,6	79 858,5
Spruga . . .	4	81 852,8	75 716,6	83 029,2	77 918,1	79 627,7
Faido	2	81 883,6	75 749,7	83 070,4	77 950,8	79 663,6
Basel II (Aug.—Sept. 1911)	14	81 016,0 ± 1,2	74 871,9 ± 1,0	82 191,2 ± 0,7	77 081,5 ± 1,3	78 790,1 ± 0,7
Laufenburg . .	14	81 068,4	74 928,4	82 247,8	77 136,0	78 845,2
Schaffhausen .	6	81 119,8	74 981,8	82 298,4	77 191,5	78 897,9
Kreuzlingen . .	6	81 202,9	75 064,3	82 386,1	77 272,8	78 981,5
Rorschach . .	6	81 303,4	75 164,9	82 484,1	77 371,6	79 081,0
Bruggen . . .	8	81 439,7	75 300,8	82 621,9	77 510,7	79 218,3
Wattwil . . .	2	81 482,3	75 335,9	82 655,7	77 540,7	79 253,6
Basel III (Nov.—Dez. 1911)	12	81 017,0 ± 1,0	74 876,5 ± 0,8	82 196,2 ± 0,7	77 083,4 ± 0,7	78 793,3 ± 0,6

Für die Referenzstation Basel ist der mittlere Fehler des Stationsmittels, abgeleitet aus den n Abweichungen der Einzelwerte von ihrem Mittel, in der obigen Tabelle angegeben. Für die Feldstationen möge die Angabe des durchschnittlichen mittleren Fehlers genügen; es beträgt die Unsicherheit des einzelnen Pendelmittels für eine Station mit n Einzelwerten:

$$\pm \frac{3{,}8}{\sqrt{n}} \text{ Einheiten der 7. Dezimalstelle}$$

Ob sich die Pendel während der Reise geändert haben, wird man zunächst an Hand der wiederholt auf der Referenzstation bestimmten Schwingungszeiten zu entscheiden suchen. Aus der obigen Zusammenstellung folgen als Differenzen zwischen den Werten für Basel:

Pendel No.:	31	1	64	2	
Basel II minus I	− 6,2	− 9,4	− 6,1	+ 0,4	Einh. d. 7. Dez.
Basel III minus II	+ 1,0	+ 4,6	+ 5,0	+ 1,0	„ „ 7. „

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wie ersichtlich, sind die Schwingungszeiten der Pendel 31, 1 und 64 von Basel II sämtlich kleiner als diejenigen von Basel I, während die Schwingungszeiten von Basel III zwischen die Werte von Basel I und II fallen; die Differenzen II minus I und III minus II lassen sich nur zum Teil aus der Beobachtungsunsicherheit des einzelnen Pendelmittels, die nur $\pm$ 1 Einh. d. 7. Dez. beträgt, erklären. Die absolute Konstanz der Pendellänge während der Reise ist hiernach nicht völlig zweifellos.

Um einen genaueren Einblick in das Verhalten der Pendel während der Reise zu erhalten, bietet sich das Verfahren dar, die vier Differenzen der Einzelwerte gegen den Wert des mittleren Pendels, d. i. $s_m - s_{31}$, $s_m - s_1$ etc. von Station zu Station mit einander zu vergleichen. Diese Differenzen müssen unter der Voraussetzung konstanter Pendellänge innerhalb der Beobachtungsfehler konstant sein von Station zu Station, abgesehen von einer kleinen Aenderung, die durch die Aenderung der Schwingungsdauer mit der Schwere bedingt ist. Diese kleine Reduktion ist an den Werten der Tabelle 1 schon angebracht. In der nachfolgenden Tabelle 2 sind die vier Differenzen $s_m - s$ von Station zu Station angegeben,[5]) ferner ihre Ab-

Tabelle 2.

Station	n	$s_m - s_{31}$	$s_m - s_1$	$s_m - s_{64}$	$s_m - s_2$	l_{31}	l_1	l_{64}	l_2
		in Einheiten der 7. Dezimalstelle							
Basel I . . .	12	−2226,7	+3914,1	−3401,8	+1714,4	−2,9	−1,3	+0,6	+3,6
Biasca . . .	6	2,2	3,3	403,4	12,3	+1,6	−2,1	−1,0	+1,5
Bellinzona . .	2	6,3	2,1	401,1	15,3	−2,5	−3,3	+1,3	+4,5
Locarno . .	2	5,8	4,3	402,2	13,5	−2,0	−1,1	+0,2	+2,7
Maggia . . .	2	2,8	3,6	400,2	09,3	+1,0	−1,8	+2,2	−1,5
Gerra . . .	2	4,5	3,5	399,9	10,8	−0,7	−1,9	+2,5	0,0
Bignasco . .	9	5,2	6,4	402,8	11,7	−1,4	+1,1	−0,4	+0,9
Fusio . . .	4	3,9	3,8	400,4	10,5	−0,1	−1,6	+2,0	−0,3
Campo . . .	4	0,8	3,9	405,0	11,9	+3,0	−1,5	−2,6	+1,1
Spruga . . .	4	5,1	7,1	401,5	09,6	−1,3	+1,7	+0,9	−1,2
Faido . . .	2	0,0	3,9	406,8	12,8	+3,8	−1,5	−4,4	+2,0
Basel II . .	14	5,9	8,3	401,1	08,6	−2,1	+2,9	+1,3	−2,2
Laufenburg. .	14	3,2	6,7	402,6	09,1	+0,6	+2,3	−0,2	−1,7
Schaffhausen .	6	2,0	6,1	400,5	06,4	+1,8	+0,7	+1,9	−4,4
Kreuzlingen .	6	1,4	7,2	404,6	08,7	+2,4	+1,8	−2,2	−2,1
Rorschach .	6	2,4	6,1	403,1	09,4	+1,4	+0,7	−0,7	−1,4
Bruggen . .	8	1,4	7,5	403,6	07,6	+2,4	+2,1	−1,2	−3,2
Wattwil . . .	2	8,7	7,7	402,1	12,9	−4,9	+2,3	+0,3	+2,1
Basel III . .	12	3,7	6,8	402,9	09,9	+0,1	+1,4	−0,5	−0,9
Mittel . . .		−2223,8	+3915,4	−3402,4	+1710,8				

[5]) Die Zahlenwerte $s_m - s$ weichen z. T. um 1 Einh. d. 8. Dez. ab von den aus Tabelle 1 folgenden Werten, da bei der Bildung der ersteren, $s_m - s$ auf die Abrundung der 8. Dez. Rücksicht genommen wurde.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

weichungen l_{31}, l_1 etc. von dem am Fuss angeführten Mittelwert, der ohne Rücksicht auf das Gewicht n der Station gebildet ist. Die Abweichungen l lassen erkennen, dass in der Tat während der Reise keine starken Aenderungen der Pendellänge können vorgekommen sein; die Maximalabweichungen von l betragen $-4{,}9$ und $+4{,}5$ Einheiten der 7. Dez. Es hat ein Interesse, rechnungsmässig festzustellen, ob sich die Abweichungen l durch die zufälligen Beobachtungsfehler erklären lassen oder ob ein Teilbetrag Aenderungen der Pendellänge von Station zu Station zugeschrieben werden muss. Das kann auf einem von *Borass* [6]) zuerst eingeschlagenen Wege geschehen; die hiebei zur Anwendung gelangende Formel kann folgendermassen abgeleitet werden.

Um festzustellen, ob die Aenderungen der Werte $s_m - s$ von Station zu Station einen Schluss auf die Veränderlichkeit der Pendellänge zulassen, müssen wir die Genauigkeit des einzelnen Wertes kennen. Die mittlere Unsicherheit m irgend eines der n auf der Station beobachteten Werte der Schwingungsdauer ist aus den n Abweichungen v der Einzelwerte vom Stationsmittel nach der Formel zu berechnen:

$$(n-1)\, m^2 = [vv], \tag{5}$$

wo $[vv]$ die Quadratsumme der n Werte v bezeichnet. Für die Beobachtungen auf der Referenzstation Basel beträgt durchschnittlich

$$m = \pm\, 3{,}7 \text{ Einh. d. 7. Dezimalst.}$$

und für die Feldstationen, wie schon oben angegeben,

$$m = \pm\, 3{,}8 \text{ Einh. d. 7. Dezimalst.}$$

Auf Grund dieses Betrages von m würden wir indessen die Unsicherheit der Differenz $s_m - s$ überschätzen. Der Fehler m setzt sich nämlich aus zwei Komponenten μ und $\varkappa$ zusammen, von denen die erste, μ, rein zufälliger Natur ist, während die zweite, $\varkappa$, für mehrere aufeinanderfolgende Beobachtungen systematisch oder konstant ist. Es folgt diese Unterscheidung aus der Art des Beobachtungsverfahrens; der konstante Fehler $\varkappa$ rührt hauptsächlich her von den langsamen Gangschwankungen der Beobachtungsuhr; diese beeinflussen eine Reihe hintereinander beobachteter Schwingungszeiten in nahezu derselben Weise. Das Endmittel aller Schwingungszeiten einer Station ist frei von diesem Fehlereinfluss, da die Beobachtungen der Schwingungszeiten regelmässig verteilt sind über das Intervall

---

[6]) Veröffentlichung des Königl. Preuss. Geodätischen Institutes, Neue Folge Nr. 23, 1905, Seite 59 ff.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zwischen der ersten und zweiten Zeitbestimmung. Da sich ein konstanter Fehler in der Differenz $s_m - s$ hebt, ist die Genauigkeit von $s_m - s$ nur nach dem zufälligen Fehler μ zu beurteilen. Der Betrag dieses Fehlers lässt sich aber aus den $4n$ Einzelwerten der Differenz $s_m - s$ einer jeden Station ableiten, unter der Voraussetzung, dass während des Aufenthaltes auf der gleichen Station keine Aenderung der Pendellänge eingetreten sei. Bezeichnen wir die Abweichung eines der n Einzelwerte $s_m - s_{31}$ vom Stationsmittel mit v', so besteht zwischen μ und der Quadratsumme $[vv']$ der n Werte v' die Beziehung:[7])

$$(n-1)\frac{3}{4}\mu^2 = [v'v']. \tag{6}$$

Drei weitere solcher Beziehungen bestehen für die Abweichungen v' der übrigen Differenzen $s_m - s_1$, $s_m - s_{64}$ und $s_m - s_2$; die Summe dieser vier Gleichungen liefert als Beziehung, aus der der durchschnittliche Wert von μ einer Station zu berechnen ist:

$$3\,(n-1)\,\mu^2 = [v'v'], \tag{7}$$

wo unter $[v'v']$ die Quadratsumme der $4n$ Werte v' zu verstehen ist.

Solcher Gleichungen lassen sich so viele aufstellen, als Stationen beobachtet sind; bezeichnen wir mit $\Sigma[v'v']$ die Quadratsumme der v' sämtlicher Stationen, deren Anzahl gleich r sei, so ergibt die Summierung sämtlicher Gleichungen (7) die Beziehung:

$$3\left([n] - r\right)\mu^2 = \Sigma[v'v'], \tag{8}$$

aus welcher der Durchschnittswert des zufälligen Fehlers μ aller Stationen berechnet werden kann. Nach dieser Formel (8) hat sich der mittlere zufällige Fehler μ für die Stationen des Jahres 1911 zu

$$\mu = \pm\, 2{,}75 \text{ Einh. d. 7. Dezimalst.}$$

ergeben.

Die Schwingungsdauer des einzelnen Pendels werde nun im Stationsmittel infolge der Veränderlichkeit der Pendellänge von Station zu Station durchschnittlich um einen Betrag λ geändert, von welchem wir annehmen, er sei zufälliger Natur. Dann ist das Stationsmittel der Schwingungszeiten des einzelnen Pendels um einen Betrag M unsicher, der sich, vom konstanten Fehler $\varkappa$ abgesehen, nach dem Fehlergesetz aus den beiden Komponenten μ und λ berechnen lässt; es ist:

---

[7]) Vergl. Astronomisch-Geodätische Arbeiten in der Schweiz, 12. Bd. Seite 209 ff.; 13. Bd. Seite 137 ff.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$$M^2 = \frac{\mu^2}{n} + \lambda^2.$$

Setzen wir zunächst voraus, es sei n für alle Stationen gleich gross, d. h. es sei jedes Pendel auf allen Stationen gleich oft beobachtet worden. Dann besteht zwischen M und den $4r$ Abweichungen l genau die gleiche Beziehung, die zwischen μ und den $4n$ Werten v' einer Station besteht, nämlich die Beziehung (7):

$$3(r-1)M^2 = 3(r-1)\frac{\mu^2}{n} + 3(r-1)\lambda^2 = [ll].$$

Diese Gleichung, die sich auf die Quadratsumme der $4n$ Werte l bezieht, können wir auf die vier Einzelwerte l derselben Station beziehen dadurch, dass wir sie durch r dividieren und statt $[ll]$ den $r$ten Teil der Fehlerquadratsumme $[ll]$ einführen; setzen wir $[ll] = r[ll]_r$, so gilt für die einzelne Station die Beziehung:

$$3\frac{r-1}{r}\cdot\frac{\mu^2}{n} + 3\frac{r-1}{r}\lambda^2 = [ll]_r. \tag{9}$$

Nehmen wir nun n verschieden an von Station zu Station, und summieren die für die r Stationen gültigen Gleichungen (9), so geht $[ll]_r$ wieder in $[ll]$ über, und wir erhalten die gesuchte Beziehung:

$$3\frac{r-1}{r}\mu^2 \Sigma\frac{1}{n} + 3(r-1)\lambda^2 = [ll]. \tag{10}$$

Da μ bekannt ist, können wir hieraus mittels der Abweichungen l die durchschnittliche Veränderlichkeit λ der Schwingungsdauer des einzelnen Pendels von Station zu Station berechnen; die Durchführung der Rechnung ergibt für die Stationen des Jahres 1911:

$$\lambda = \pm\ 2{,}0 \text{ Einh. d. 7. Dezimalst.}$$

Das heisst: es ist eine zufällige Veränderlichkeit der Pendellänge vorhanden gewesen, welche das Stationsmittel der Schwingungszeiten des einzelnen Pendels durchschnittlich um $\pm$ 2,0 Einheiten der 7. Dezimalstelle entstellt hat. Dieses Resultat darf als äusserst günstig betrachtet werden. Eine scheinbare Aenderung der Schwingungsdauer von diesem Betrag kann vermutlich schon dann entstehen, wenn die Kontaktstellen zwischen der Schwingungsachse des Pendels und der Lagerfläche nicht identisch sind von Beobachtung zu Beobachtung, oder wenn die zur Reduktion auf 0° C verwendete Temperatur in einseitiger Weise von der wahren Temperatur der Pendelstange abweicht. Die aus den Schwingungszeiten berechnete Schwere wird

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

durch diesen Betrag der Veränderlichkeit nicht merkbar beeinflusst, da im Stationsmittel der vier Pendel nur eine Unsicherheit von $\pm \frac{2}{\sqrt{4}} = \pm 1$ Einheit der 7. Dezimalstelle bestehen bleibt.

II.

Die Umrechnung der beobachteten Schwingungszeiten auf die gesuchten Schwerewerte erfolgt, bequemer als mittels Formel (4), nach dem Differentialausdruck (a), der den Zusammenhang zwischen Aenderung der Schwingungsdauer und Aenderung der Schwere gibt. Es ist z. B.:

	s	
Beobachtete Schwingungsdauer der Station Fusio	0,5079 888,1	
Beobachtete Schwingungsdauer d. Referenzstation Basel $\frac{\mathrm{I}+\mathrm{II}}{2}$	0,5078 792,8	
Änderung dT der Schwingungsdauer: Fusio minus Basel	1 095,3	Einh. d. 7. Dez.
Änderung dg der Schwere: Fusio minus Basel	−0,423	cm/sec²
Absoluter Wert der Schwerebeschleunigung an der Referenzstation Basel	980,788	„
Beobachteter Wert der Schwerebeschleunigung an der Station Fusio	980,365	„

Da die Stationen sich in ganz verschiedenen Höhenlagen befinden, lassen die beobachteten Schwerewerte nicht erkennen, ob sie dem normalen Durchschnittswert der Schwere, der in der betreffenden Seehöhe und geographischen Breite gefunden werden sollte, entsprechen. Um weitere Schlüsse aus den Beobachtungen ziehen zu können, ist es erforderlich, an den Beobachtungswerten Reduktionsgrössen anzubringen, durch die sie auf vergleichbare Werte zurückgeführt werden. Die beiden gebräuchlichsten Reduktionsverfahren sind unter den Namen *Faye*'s und *Bouguer*'s bekannt. Das *Faye*'sche Verfahren hat in erster Linie den Zweck, die beobachteten Schwerebeschleunigungen so aufs Meeresniveau zu reduzieren, dass sie als Grundlage zur Ableitung einer Interpolationsformel der Schwere benützt werden können. Unter der Voraussetzung, dass die Massenverteilung im Erdinnern symmetrisch sei sowohl zur Rotationsachse als zur Aequatorebene, dass also die Dichte nur Funktion des Abstandes vom Erdmittelpunkt und der geographischen Breite sei, ergibt die Anwendung des *Newton*'schen Gravitationsgesetzes auf die rotierende Erde, wenn keine Massen ausserhalb des Meeresniveaus angenommen werden, es könne die Schwerebeschleunigung γ_0 im Meeresniveau in der geographischen Breite φ nach dem Ausdruck berechnet werden:

$$\gamma_0 = \gamma_a (1 + b_2 \sin^2 \varphi + b_4 \sin^4 \varphi + \ldots), \qquad (11)$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

wo b_2, b_4, ... Konstanten sind und γ_a die konstante Schwere am Aequator bedeutet. Auf Grund von 1400 Schwerewerten hat *Helmert* im Jahre 1901 folgenden numerischen Ausdruck abgeleitet:[8])

$$\gamma_0 = 978{,}030\,(1 + 0{,}00\,5302 \sin^2 \varphi - 0{,}00\,0007 \sin^2 2\,\varphi)\ \mathrm{cm/sec^2}. \quad (12)$$

Die beobachteten Schwerewerte, die der Ableitung dieser Formel zugrunde gelegt wurden, haben sämtlich die *Faye*'sche Reduktion erfahren; diese besteht darin, dass die beobachteten Stationswerte vermehrt werden um eine Grösse Δg, welche der Abnahme der Schwere in freier Luft vom Meeresniveau bis zur Stationshöhe H entspricht; es ist bekanntlich

$$\Delta g = + \frac{2\,g}{R}\,H,$$

wenn g den Schwerewert und R den mittleren Erdradius bezeichnet. Für die Station Fusio ist beispielsweise

$$\Delta g = + 0{,}395\ \mathrm{cm/sec^2},$$

und somit die nach *Faye* aufs Meeresniveau reduzierte Schwere

gleich $$g_0 = g + \Delta g = 980{,}365 + 0{,}395\ \mathrm{cm/sec^2}$$

oder $$g_0 = 980{,}760\ \mathrm{cm/sec^2}.$$

Der geographischen Breite $\varphi = 46^0\ 26',6$ von Fusio entspricht nach Formel (12) ein normaler Wert im Meeresniveau

$$\gamma_0 = 980{,}747\ \mathrm{cm/sec^2}.$$

Die Differenz

$$g_0 - \gamma_0 = + 0{,}013\ \mathrm{cm/sec^2}.$$

heisst die totale Schwerestörung; sie sagt aus, es sei die nach *Faye* aufs Meeresniveau reduzierte Schwere g_0 um 0,013 cm/sec² grösser als der normale Durchschnittswert γ_0. Zum Vergleiche seien für einige benachbarte Stationen die totalen Schwerestörungen angegeben:

Station	Seehöhe m	Geographische Breite	Totale Schwerestörung $g_0 - \gamma_0$
St. Gotthardt .	2093,5	46° 33',4	+0,103 cm/sec²
Fusio	1281	26,6	+0,013
Bignasco . . .	442,5	20,6	−0,083
Maggia . . .	331	14,9	−0,027
Locarno . . .	197,1	10,1	−0,004

[8]) $\sin^4 \varphi$ kann durch $\sin^2 2\varphi$ ausgedrückt werden.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Diese wenigen Beispiele genügen zu zeigen, dass die totalen Schwerestörungen von Gebirgsstationen erhebliche Variationen aufweisen, die zum grossen Teil von der topographischen Lage der Station abhangen. Schwerestationen, die sich über der durchschnittlichen Gebirgserhebung in einem gewissen Umkreis befinden, liefern im allgemeinen eine positive totale Schwerestörung, solche, die sich darunter befinden, wie Bignasco, das im Grunde eines tief eingeschnittenen Tales liegt, eine negative. Dieses Verhalten steht in Uebereinstimmung mit der Anschauung über die Massenverteilung in der Erdrinde, auf die sich das *Faye*'sche Reduktionsverfahren gründet. Es sind hiernach die Massen, die sich über das Meeresniveau erheben, nicht als ein Massenüberschuss zu betrachten, durch deren Anziehungswirkung die Stationsschwere vergrössert wird, sondern es stammen diese Massen aus den obersten Schichten der Erdrinde; ihre Wirkung auf die Stationsschwere wird kompensiert durch einen ihnen entsprechenden Fehlbetrag der Masse unterhalb des Meeresniveaus. Wäre der Ursprungsort der die Kontinente bildenden Massen bekannt, so könnte man sie sich dorthin zurückversetzt denken, und eine diese Rückversetzung berücksichtigende Reduktion, zusammen mit der normalen Reduktion Δg aufs Meeresniveau, würde, an den beobachteten Schwerewerten angebracht, zeigen, ob sich diese so nahe an den Interpolationsausdruck (11) anschliessen, dass die Annahme, es seien die oberirdischen Massen durch entsprechende Defekte unterhalb kompensiert, gerechtfertigt erscheint. Zur Begründung dieser Annahme reicht indessen schon das einfache *Faye*'sche Verfahren aus, solange es sich um Stationen im Flachland der Kontinente handelt. Die Anziehung einer ebenen Platte, deren Ausdehnung sehr gross ist gegenüber ihrer Dicke, hängt nämlich in erster Linie von ihrer Dicke ab; ob der Punkt, dessen Anziehung betrachtet wird, auf ihrer Oberfläche in der Mitte oder darüber liegt, macht nicht viel aus, solange der Abstand des Punktes von der Platte klein ist gegenüber ihrer Ausdehnung. Die Anziehung einer ebenen, über 100 km ausgedehnten Platte auf einen Punkt über ihrer Mitte ändert sich nur um Grössen zweiter Ordnung, wenn wir die Platte um einige hundert Meter oder einige Kilometer senkrecht bis oder unter das Meeresniveau verschieben. Bei der *Faye*'schen Reduktion macht man deshalb die Fiktion, es werden die oberirdischen Massen senkrecht bis aufs Meeresniveau verschoben und hier zu einer Flächenschicht verdichtet. Liegt die Schwerestation P ursprünglich in einer Höhe H über dem Meeresniveau, so denkt man sich nun den Punkt P senkrecht verschoben bis in einen Punkt Q dicht über dem Meeresniveau; abgesehen von Unregelmässigkeiten der Dichte in der Platte, ist die Anziehung der kondensierten Platte auf den Punkt Q gleich gross wie vor der Kondensation auf den Punkt P.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Beim Uebergang von P nach Q ändert sich somit die Schwere nur um die normale Aenderung Δg mit der Höhe, so dass die nach *Faye* reduzierte Schwere g_0 gleich wird

$$g_0 = g + \Delta g.$$

Statt also die oberirdischen Massen an ihren Ursprungsort zurückzuversetzen, kondensiert man sie nur aufs Meeresniveau, und vernachlässigt die kleine Reduktion von zweiter Grössenordnung, welche die Rückversetzung an den Ursprungsort bedingen würde. In der Tat zeigen die nach *Faye* reduzierten Schwerewerte von Stationen im Innern des Flachlandes der Kontinente eine so gute Uebereinstimmung mit dem nach Formel (11) theoretisch geforderten Verlauf, dass die Annahme einer allgemeinen Kompensation der Flachlandmassen durch einen Defekt unterhalb vollauf gerechtfertigt erscheint.

Für Stationen im Gebirge reicht indessen das *Faye*'sche Verfahren nicht aus, die Beobachtungswerte in befriedigende Uebereinstimmung zu bringen mit dem Ausdruck (11); denn hier üben die aufs Meeresniveau kondensierten Massen auf den Punkt Q nicht mehr die gleiche Anziehung aus wie vor der Kondensation auf den Punkt P. Wenn die Gebirgsmassen durch einen entsprechenden Defekt unterhalb kompensiert sind und wenn wir ihren Ursprungsort kennten, so könnte die ihrer Rückversetzung entsprechende Reduktion berechnet werden, und wenn durch deren Berücksichtigung die beobachteten Schwerewerte in Uebereinstimmung gebracht würden mit den theoretisch geforderten Werten γ_0, so würden wir auch hier den Nachweis als erbracht ansehen, dass die Gebirgsmassen durch entsprechende Defekte unterhalb kompensiert seien. Um nicht a priori unsichere und vage Annahmen in die Rechnung einzuführen, zieht man vor, auf Gebirgsstationen das *Bouguer*'sche Reduktionsverfahren anzuwenden. Hiernach denkt man sich die Gebirgsmassen oberhalb des Meeresniveaus nicht auf dieses kondensiert, sondern weggenommen. Bezeichnen wir die vertikale Komponente der Anziehung der weggedachten Massen auf den Stationspunkt P mit Δg_1, so ist offenbar

$$g - \Delta g_1 = g_0'$$

derjenige Schwerewert, den man im Punkte P in freier Luft beobachtet hätte. Verschieben wir nun den Punkt P senkrecht bis in den Punkt Q dicht über dem Meeresniveau, so nimmt die Schwere um die normale Aenderung Δg in freier Luft zu; es stellt somit

$$g - \Delta g_1 + \Delta g = g_0''$$

denjenigen Schwerewert dar, den man im Punkte Q auf dem freige-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

legten Meeresniveau beobachtet hätte. Die nach *Bouguer* reduzierte Schwere g_0'' unterscheidet sich von der nach *Faye* reduzierten g_0 darin, dass sie von der Anziehung Δg_1 der lokalen, die Station umgebenden Gebirgsmassen befreit ist. Wenn für die Gebirgsmassen die Annahme zutrifft, dass sie wie die Flachlandmassen aus der Erdrinde stammen und durch einen Massendefekt unterhalb kompensiert sind, so müssen die *Bouguer*'schen Werte g_0'' durchweg kleiner sein als die *Faye*'schen Werte g_0 oder die ihnen entsprechenden Normalwerte γ_0; in den Werten $g_0''-\gamma_0$ tritt uns also nicht mehr die totale Schwerestörung entgegen, sondern nur die Störung infolge eines Massendefektes (oder Massenüberschusses) unterhalb des Meeresniveaus. Für die oben angeführten Stationen sind nachstehend die Anziehungsbeträge Δg_1[9]) der lokalen Gebirgsmassen und die hieraus resultierenden Schwereanomalien $g_0''-\gamma_0$ angegeben:

Station	Δg_1	$g_0-\gamma_0$	$g_0''-\gamma_0$
St. Gotthardt	+0,230 cm/sec²	+0,103 cm/sec²	−0,127 cm/sec²
Fusio	0,124	+0,013	−0,111
Bignasco . . .	0,009	−0,083	−0,092
Maggia . . .	0,011	−0,027	−0,038
Locarno . . .	0,010	−0,004	−0,014

Die Werte $g_0''-\gamma_0$ sind nun sämtlich negativ und decken somit einen Massendefekt unterhalb des Meeresniveaus auf; der Verlauf der Zahlen zeigt, dass er in systematischer Weise von Norden nach Süden abnimmt.

Auf der Kartenbeilage sind die Schwereanomalien $g_0''-\gamma_0$ sämtlicher bis zum Jahre 1911 in der Schweiz beobachteten Stationen eingetragen[10]) (in Einheiten der 3. Dezimalstelle von g in cm/sec²). Um einen Ueberblick des ganzen Zahlenmateriales zu gewinnen, sind mittels der einzelnen Stationsresultate Linien gleicher Schwereanomalie konstruiert. Diese Kurven, kurz Isogammen genannt, folgen an einigen Stellen, besonders solchen schwacher Aenderung, nicht genau den eingeschriebenen Zahlen, sondern sind so gelegt, dass eine Ausgleichung zwischen den Resultaten benachbarter Stationen statt-

---

[9]) Ueber die Berechnung von Δg_1 vergl. z. B. *Helmert,* Die math. und physikalischen Theorien der höhern Geodäsie, 2. Bd. Seite 103 ff. und Astronomisch-Geodätische Arbeiten in der Schweiz, Bd. 12, Seite 282 ff. und Bd. 13, Seite 180 ff.

[10]) Auf der Karte sind in Klammern auch die Resultate der Messungen des unter der Leitung von Geh. Hofrat Prof. Dr. *M. Haid* stehenden Geodätischen Institutes der technischen Hochschule zu Karlsruhe, sowie die Resultate der Beobachtungen von Prof. *C. Aimonetti* in Turin angegeben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

findet oder dass tief gelegene oder genauer beobachtete Stationen ein grösseres Gewicht erhalten. Dieses Vorgehen ist darin begründet, dass die Genauigkeit der Werte $g_0''-\gamma_0$ wesentlich geringer ist als die der beobachteten Werte g; während diese durchschnittlich auf $\pm$ 0,001 bis $\pm$ 0,002 cm/sec² genau sind, können jene wegen der der Berechnung von Δg_1 anhaftenden Ungenauigkeit bis zu $\pm$ 0,005 und mehr cm/sec², je nach der Höhenlage der Station, unsicher sein.

Aus der Karte ist zunächst zu ersehen, dass im ganzen bisher untersuchten Gebiet der Schweiz die Schwereanomalie $g_0''-\gamma_0$ negativ ist, dass somit durchweg ein Massendefekt unterhalb des Meeresniveaus besteht. Ein Maximum des Defektes, entsprechend —130 bis —140 Einheiten in $g_0''-\gamma_0$, befindet sich südlich des mittleren Rhonetales zwischen Martigny und Brig; es erscheint an zwei Stellen etwas verstärkt, nämlich südlich von Martigny in der Gegend der Depression des Grd. St-Bernard, und südlich von Visp in der Gegend des untern Vispertales. Die erste Verstärkung des Defektes liegt zwischen dem Montblancmassiv und dem Hauptkamm der Walliseralpen, die zweite zwischen der Haupterhebung der Walliseralpen um Zermatt und dem Hauptmassiv der Berneralpen (Jungfrau-Finsteraarhorn). Die Lage der beiden Verstärkungen des Maximums weist eine gewisse Aehnlichkeit auf mit der Lage des Maximums überhaupt; wie dieses zwischen den beiden Hauptketten der Berner- und Walliseralpen liegt, liegen jene zwischen den grössten Massenerhebungen dieser Gebirgsketten. Im obern Rhonetal ist das Maximum des Defektes etwas abgeschwächt; es erreicht kaum oder übersteigt nur wenig —130 Einheiten, und scheint dann nördlich des Gotthardmassivs wieder etwas zuzunehmen.

Nördlich und südlich dieser Maximallinie treffen wir eine mehr oder weniger rasche Abnahme des Defektes; er sinkt im Wallis mit der Annäherung an den Grenzkamm auf —110 bis —100 Einheiten. Sehr regelmässig erfolgt die Abnahme des Defektes im allgemeinen gegen Norden und Nordwesten. Wenn auch noch nicht viele Stationen im schweizerischen Mittelland vorliegen, so lassen die bestehenden doch erkennen, dass in der Südwestschweiz und Nordostschweiz ganz ähnliche Verhältnisse vorliegen; die Abnahme des Defektes beträgt gegen Nordwesten zu durchschnittlich etwa 10 Einheiten pro 10 km, und die Richtung der Isogammen bleibt im ganzen Mittelland der Hauptstreichrichtung der Alpen parallel.

Der regelmässige Verlauf der Kurven scheint durch die Massen des Juras nicht gestört zu werden. Eine Störung z. B. von der Art, dass sich eine langsamere Abnahme des Defektes bemerken lässt, müsste vorhanden sein in dem Falle, dass die Juramassen durch einen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

besondern Defekt kompensiert wären. Wir schliessen daraus, dass die Juramassen nicht kompensiert sind.

Oestlich des Genfersees, nordwestlich von Sitten, bemerken wir eine sehr rasche Abnahme des Defektes; sie beträgt ca. 20 Einheiten auf 10 km; diese raschere Abnahme wird durch ein Gebiet relativen Stillstandes in der Gruyère zwischen Montbovon und Bulle wieder ausgeglichen.

Besonderes Interesse verdienen die Beobachtungen im Tessin; sie erweisen eine so rasche Abnahme des Defektes gegen den Lago maggiore hin, dass schon südlich von Locarno positive Werte von $g_0'' - \gamma_0$ zu erwarten sind. Thatsächlich ergeben auch die Stationen *Aimonetti's* im Piemont ein Gebiet mit Massenüberschuss.

Die Tatsache, dass den Gebirgsmassen ein bedeutender Massendefekt unterhalb des Meeresniveaus entspricht, ist nicht nur für das ganze Alpengebiet, sondern auch für aussereuropäische Faltengebirge nachgewiesen worden; man hat es demnach mit einer allgemeinen, mit dem Aufbau der Erdrinde in Zusammenhang stehenden Erscheinung zu tun; sie hat zur Aufstellung einer Hypothese Anlass gegeben, die uns über die Art der Massenverteilung in den äussersten Erdschichten eine präzisere Vorstellung zu bilden gestattet. Es sagt diese von *Pratt* aufgestellte Hypothese aus, dass vertikale Prismen von gleichem Querschnitt, die von der Erdoberfläche bis zu einer bestimmten Niveaufläche im Erdinnern gehen, gleichviel Masse enthalten, gleichgültig ob das Prisma 1. im Innern eines Gebirgsmassivs oder 2. im Flachlande eines Kontinentes oder 3. im Meere herausgeschnitten gedacht wird. Die durchschnittliche Dichte der Massen, die innerhalb des ersten Prismas enthalten sind, muss hiernach kleiner sein als die durchschnittliche Dichte der Massen im zweiten, und diese wieder kleiner als diejenige der Massen im dritten Prisma. Unter dem Gesichtspunkte einer mechanischen Auffassung des Baues der Erdrinde lässt sich der Inhalt der Hypothese auch folgendermassen formulieren: Der Druck der Massen in verschiedenen, vertikal stehenden Prismen von gleichem Querschnitt auf die in einer gemeinsamen Niveaufläche liegende Basis ist gleich gross. Man nennt diese gemeinsame Niveaufläche die Ausgleichsfläche; sie liegt, wie aus zwei von einander unabhängigen Arten der Berechnung hervorgeht, in rund 120 km Tiefe unter dem Meeresniveau.

An Hand der *Pratt*'schen Hypothese können wir uns nun eine bestimmtere Vorstellung über die Verteilung des Massendefektes unterhalb des Alpengebietes machen. Insofern die für andere Erdgebiete berechnete Tiefe der Ausgleichsfläche auch hier gilt, müssen wir annehmen, dass die Gebirgsmassen durch eine bis zu 120 km Tiefe

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

reichende Auflockerung der Erdrinde kompensiert seien. Die Frage, ob durch den wirklich vorhandenen Massendefekt die oberirdischen Gebirgsmassen vollständig kompensiert seien oder ob trotz einem kleinen Massendefekt, wie z. B. in der Gegend des Lago maggiore, nicht tatsächlich schon ein Massenüberschuss anzunehmen sei, bleibt vorläufig offen; sie wird sich überhaupt nur unter gewissen, vereinfachenden Annahmen über die Massenverteilung in der Erdkruste auf Grund besonderer Rechnungen entscheiden lassen. Dagegen entscheiden die vorliegenden Resultate einen andern Punkt, der in der Fassung der *Pratt*'schen Hypothese absichtlich unbestimmt gelassen wurde, vorläufig wenigstens in grundsätzlichem Sinne. Die *Pratt*'sche Hypothese sagt nichts darüber aus, wie gross der Querschnitt der zu vergleichenden Prismen sei oder innerhalb welcher Flächeneinheiten die Ausgleichung des Druckes stattfinde. Der Verlauf der Isogammen auf der Kartenbeilage zeigt, dass Gebirgsketten von der Ausdehnung der Berner- und Walliseralpen nicht für sich durch einen besondern Massendefekt, sondern dass beide zusammen durch einen in ihrer Mitte liegenden Massendefekt kompensiert sind. Als Flächeneinheit, innerhalb deren Druckausgleich stattfindet, haben wir hiernach wenigstens eine Kreisfläche von 100 km Durchmesser anzunehmen. Nehmen wir als Flächeninhalt der Druckausgleichung eine Kreisfläche von 150 km Durchmesser an, was ungefähr der Distanz von Bern bis zum Lago maggiore (Nord- bis Südfuss der Alpen) entspricht, so wird der diese Fläche umschliessende, vertikale Zylinder die grösste durchschnittliche Massenerhebung enthalten, wenn er symmetrisch vom Nordfuss der Berneralpen bis zum Südfuss der Walliseralpen reicht. Verschieben wir den Zylinder nach Nordwesten oder Südosten, so tritt ein Teil der Gebirgsmassen aus und statt dessen ein Teil des Flachlandes (des schweizerischen Mittellandes oder der Poebene) ein; in beiden Fällen wird die durchschnittliche Massenerhebung innerhalb des Zylinders kleiner sein. Wenn wir annehmen, dass der Druck der Massen auf die Grundfläche des Zylinders bestimmt werde durch die durchschnittliche Massenerhebung innerhalb des von ihm ausgeschnittenen Umkreises, so erhalten wir offenbar eine Druckverteilung der oberirdischen Gebirgsmassen auf die Ausgleichsfläche, die wenigstens zum grossen Teil durch den konstatierten Massendefekt kompensiert wird; die Lage des Maximums des Defektes entspricht genau derjenigen Stellung der Achse des Zylinders, wo dieser die grösste durchschnittliche Massenerhebung umfasst.[11])

[11]) *Helmert* schätzt als Flächeneinheit des Druckausgleichs $(300\ \mathrm{km})^2$, s. Encyklopädie der math. Wissenschaften, Band VI, 1. Heft 2, Seite 154. Dagegen glauben *Hayford* und *Bowie* (vergl. The effect of topography and isostatic compensation upon the intensity of gravity, 1912. Seite 97 ff.) nachgewiesen zu haben, dass der Druckausgleich schon innerhalb 20 km Umkreis stattfinde.

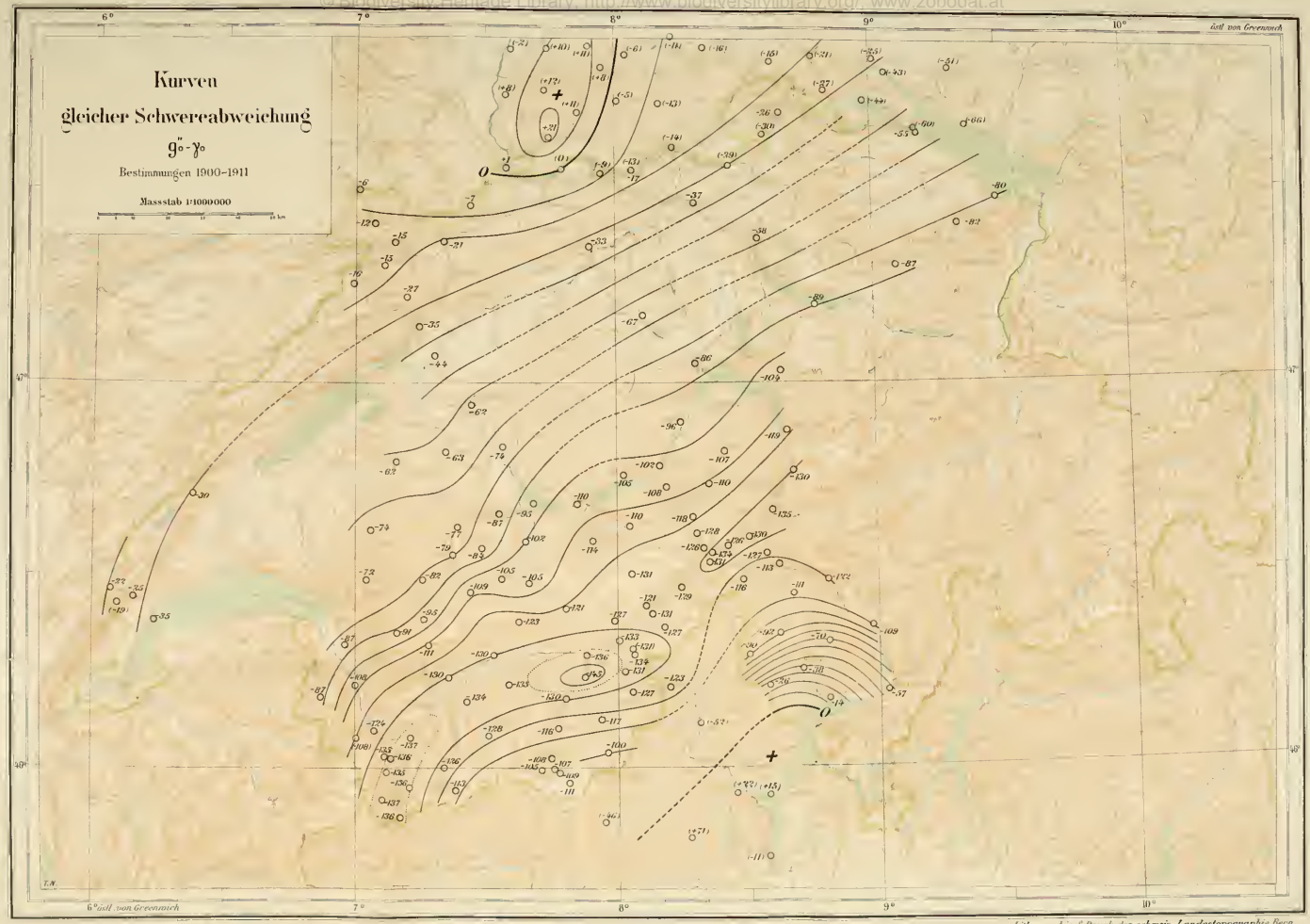
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Solange die *Bouguer*'sche Reduktion negative Werte von $g_o''-\gamma_o$ liefert für Stationen im Innern eines Kontinentes, werden die oberirdischen Massen immer teilweise kompensiert sein durch einen Massendefekt unterhalb. Ist hingegen $g_o''-\gamma_o$ null oder positiv, so wird dadurch in jedem Falle ein Massenüberschuss angezeigt, d. h. ein Störungsgebiet, das nicht isostatisches Gleichgewicht im Sinne der *Pratt*'schen Hypothese aufweist. Wir erkennen auf unserer Kartenbeilage solche Gebiete in der Rheingegend nördlich von Basel und in der Umgebung des Lago maggiore. In Störungsgebieten wird man am ehesten Zusammenhänge mit geologischen Vorgängen jüngeren Datums vermuten. Der Massenüberschuss nördlich von Basel steht vermutlich in Zusammenhang mit dem Senkungsgebiet des Rheintales und des südlichen Schwarzwaldes; im Piemont verläuft die Isogamme 0 parallel der geologisch wichtigen Zone von Ivrea.

Eingegangen 20. September 1912.

Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel
Band XXIII, Tafel IV

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at



Lithographie & Druck der schweiz. Landestopographie Bern.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Basel

Jahr/Year: 1912

Band/Volume: 23_1912

Autor(en)/Author(s): Niethammer Th.

Artikel/Article: Schwerebestimmungen der Schweizerischen Geodätischen Kommission 183-202