

Grundzüge einer elektrodynamischen Theorie der Serienspektren.

Von

A. L. Bernoulli.

In einer im vorigen Jahre erschienenen Arbeit hat der Verfasser¹⁾ auf Grund einer neuen elektrodynamischen Definition der *Planck'schen Konstanten* h zeigen können, dass es nunmehr möglich geworden ist, die Viskosität der Gase und die absolute Masse und ebenso die Durchmesser der Gasmoleküle zu berechnen aus der Grenze der Hauptserie ihres Emissionsspektrums, ohne dass irgend welche andern Materialkonstanten ausser dem Gewicht eines Liters des betreffenden Gases bei Null Grad und *einer* Atmosphäre Druck gegeben sein müssen. Auch die Avogadro'sche Zahl braucht nicht bekannt zu sein, wohl aber die Planck'sche Konstante, und die Masse des Elektrons, also zwei *universelle*, bereits sehr genau bekannte Konstanten.

Die dort gewonnenen Resultate liessen den Versuch als aussichtsreich erscheinen, jene als Ausgangspunkt gewählte neue Definition der Planck'schen Konstanten und die daraus gewonnenen neuen Beziehungen zu andern physikalischen Konstanten anzuwenden auf die Spektralserien selbst, nicht nur auf den Grenzfall, die Seriengrenze. Wir stellen uns somit die Aufgabe, die bereits als empirische Formeln oder theoretisch auf Grund anderer Spektraltheorien abgeleiteten Gesetze aus unsern neu gewonnenen physikalischen Anschauungen herzuleiten und damit auf einem neuen Wege die Zweckmässigkeit der letztern zu erweisen.

Da, wie *Zeeman* zuerst gezeigt hat, die einzelnen Spektrallinien durch starke Magnetfelder im Spektrum um messbare Beträge verschoben werden, also ihre Farbe und somit auch ihre Schwingungszahl in messbarer und reversibler Weise willkürlich innert der durch die Stärke der experimentell herstellbaren Felder gesteckten Grenzen ver-

¹⁾ Berichte der Deutschen Physikal. Ges. **18**. pag. 308. 1916. — Arch. de Genève. (4) **42**. pag. 24. 1916.

ändert werden kann, liegt es nahe, nach dem Vorgang von *Zeeman* und *H. A. Lorentz* anzunehmen, dass die Träger der Lichtemission *Elektronen* sind. Diese sollen sich nach *Ritz*²⁾ und *Paschen*³⁾ in sehr intensiven, von den Molekülen selbst herrührenden *Magnetfeldern* bewegen. Die Grössenordnung dieser Feldstärken ergibt sich ungeheuer hoch zu 10^9 Gauss.⁴⁾

Da nun aber sowohl für die Ladung als für das Verhältnis der Ladung zur Masse des Elektrons sich nach den verschiedenen Methoden innert der Fehlergrenzen der Versuche identische Werte ergeben haben, müssen nicht nur diese Werte, sondern auch die Grössenordnung der molekularen Feldstärken als erwiesen gelten.

Das Neue, was die bereits erwähnte Arbeit des Verfassers noch zur weitern Präzisierung dieser physikalischen Voraussetzungen hinzugebracht hat, lag in der folgenden, zunächst ganz willkürlichen Hypothese:

„Bewegen sich ein (oder mehrere) Elektronen in einem molekularen Magnetfelde in geschlossenen Bahnen, so wird die Summe der magnetischen Kraftlinien, welche ihre Vektorradien bei jedem Umlauf schneiden, stets gleich sein ein und derselben universellen Kraftlinienzahl.“

Wir haben diese Grösse mit μ bezeichnet. Ihr numerischer Wert ergibt sich durch folgende einfache Überlegung aus der Energie U eines Elektrons, welches mit der Tourenzahl ν in einem Felde H die Fläche $f = \pi r^2$ umfährt. Da unabhängig von jeder speziellen Hypothese die Gesamtenergie U gleich dem doppelten Betrage der kinetischen Energie des Elektrons sein muss, ist somit

$$U = 2E = 2e \sum f H \nu \quad (1)$$

Demnach wird, wenn wir für das Produkt aus der Bahnfläche f in die Feldstärke H den damit identischen Induktionsfluss μ einführen und noch durch die Tourenzahl ν dividieren, Gl. (1) übergehen in

$$\frac{U}{\nu} = 2e\mu \quad (2)$$

Da der Induktionsfluss μ und die Ladung e gleichfalls universell und konstant sind, so muss auch ihr doppeltes Produkt und wegen Gl. (2) auch der Quotient aus der Energie des Elektrons in seine Tourenzahl *unabhängig von der Tourenzahl ν sein*. Da die rechte Seite

²⁾ Ann. de Physik. 25. 660, 1908.

³⁾ Jahrbuch der Radioaktivität. VIII. pag. 14. 1910.

⁴⁾ Vgl. *Paschen*. I. c. pag. 186.

⁵⁾ *A. L. Bernoulli*. I. c. pag. 309.

unserer Gleichung (2) nicht nur nach Dimension und Grössenordnung, sondern auch dem absoluten Werte nach mit der Planck'schen Konstanten identisch ist, so liegt es nahe, wie wir das erstmals in unserer mehrfach erwähnten Mitteilung getan haben, diese Konstante mit Hilfe von Gl. (2) auf eine neue Art zu definieren als das doppelte Produkt der spezifischen Ladung eines Elektrons oder einwertigen Ions in die wie oben definierte universelle Kraftlinienzahl (Induktionsfluss) μ , indem wir setzen:

$$2e\mu = h. \quad (3)$$

Gleichung (2) nimmt dadurch die Form an

$$U = h\nu \quad (2a)$$

Die *Planck'sche*⁶⁾ *Definition* für h erscheint somit hier als eine unmittelbare Folge unserer Annahme, dass der Induktionsfluss eine universelle Konstante ist. Führen wir jetzt noch mit Hilfe der unabhängig von jeder Molekulartheorie gültigen elektrodynamischen Beziehung $H = 2\pi m/e \cdot v$ an Stelle der Feldstärke und der Ladung die Tourenzahl in Gl. (3) ein, indem wir uns zunächst erinnern, dass $\mu = f \cdot H$, wodurch

$$h = 4\pi m \cdot f \cdot v = 4\pi^2 m r^2 v \quad (4)$$

Letztere Form entsteht, wenn die Bahn mit genügender Annäherung als ein Kreis vom Radius r angesehen werden kann. Dies ist nichts anderes als die *Bohr'sche Definition*⁷⁾ der Planck'schen Konstanten h als eine Grösse, welche durch ein konstantes universelles Winkelmoment $h/2\pi = 2\pi m r^2 v$ ausgezeichnet ist. *Demnach folgen die beiden wichtigsten bisher bekannten Arten der Definition von h unmittelbar aus unsrer Hypothese der „Universellen Kraftlinienzahl“*. Letztere lässt sich kürzer als oben wie folgt aussprechen:

„Alle geschlossenen Bahnen strahlender Elektronen sind Querschnitte durch ein und dieselbe universelle magnetische Krafttröhre vom Induktionsfluss $\mu = 2 e h$.“

Gleitet das umlaufende Elektron auf der Oberfläche des als Zentralkörper gedachten Moleküls, so wird ν gleich dem Grenzwerte ν_0 der kurzwelligsten *Hauptserie* des betreffenden strahlenden Dampfes und hier wird *der Bahnradius mit dem Molekülradius q_0 zusammenfallen*. Somit kann man, wie ich früher bereits gezeigt habe, entweder die *Dimensionen der Gasmoleküle* und daraus ausschliesslich aus optischen Daten die *Viskosität*, also eine fundamentale *mechanische Eigenschaft* der Gase berechnen oder aber das Wirkungsquantum,

6) M. Planck. Theorie der Wärmestrahlung. Leipzig. 1906. pag. 153.

7) Niels Bohr. Phil. Magazine. 26. pag. 1. 1913.

also Planck's Konstante h aus der Gasreibung und der Grenze der Hauptserie auf einem neuen, ganz unabhängigen Wege bestimmen. Auf Grund der Werte von *Regener*⁸⁾ und von *Millikan*⁹⁾ für die spezifische Ladung e eines Elektrons in elektrostatischem Mass ergaben sich für h die folgenden Werte:

Konstante h von Planck.

	$e = 4,88 \cdot 10^{-10}$ (Regener)	$e = 4,891 \cdot 10^{-10}$ (Millikan)
Wasserstoff	$h = 6,55(2) \cdot 10^{-27}$	$h = 6,53(4) \cdot 10^{-27}$
Helium	$h = 6,53(4) \cdot 10^{-27}$	$h = 6,54(6) \cdot 10^{-27}$

Mittelwerte für h demnach berechnet aus:

<i>Schwarze Strahlung (Planck)</i>	$6,548 \cdot 10^{-27}$
<i>Viskosität der Gase (Bernoulli)</i>	$6,549 \cdot 10^{-27}$

Für die Zahl N der Moleküle im Mol. und für die absolute Masse a eines Wasserstoff-Atoms ergaben sich demnach folgende Werte:

	Masse des Wasserstoffatoms	Avogadrosche Zahl
Berechnet aus Viskosität und Seriergrenze (Bernoulli)	<u>$1,629 \cdot 10^{-24}$</u>	<u>$6,150 \cdot 10^{-23}$</u>
Berechnet aus Schwarzer Strahlung (Planck)	<u>$1,630 \cdot 10^{-24}$</u>	<u>$6,175 \cdot 10^{-23}$</u>

Auch die Berechnung der *Gasreibung* auf dem angedeuteten Wege ausschliesslich aus optischen Daten und aus der spezifischen Ladung ergibt, wie die folgende Tabelle zeigt, eine gute Koinzidenz, wenn man für Helium *zwei*, für Wasserstoff und Sauerstoff je *ein* Elektron voraussetzt.

	Viskosität: Temperatur	berechnet	beobachtet
Wasserstoff	0°	0,0000843	0,0000841 (Markowsky)
Sauerstoff	0°	0,0002481	0,0001926 „
Helium	0°	0,0001875	0,0001879 (Rankine)

Für weitere Formeln und vor allem für den Vergleich der nach unserer neuen Methode berechneten, mit den aus der Gastheorie ermittelten *Weglängen der Gasmoleküle*, sowie der Werte für die Querschnittsumme aller Moleküle in der Volumeinheit muss ich auf meine frühere Publikation verweisen.¹⁰⁾

⁸⁾ Physikal. Z. 1911. 12. 135.
⁹⁾ Physikal. Z. 12. 163. 1911.
¹⁰⁾ A. L. Bernoulli. l. c. pag. 311.

Wir werden im folgenden zeigen, dass es möglich ist, aus nur drei Grundannahmen eine sehr allgemeine Strukturformel für Serienspektren abzuleiten, welche dann durch entsprechende Umformungen, jedoch ohne die Hinzufügung neuer Bedingungsgleichungen, übergeht teils in schon bisher bekannte Serienformeln,¹¹⁾ teils in solche, welche jenen nahe stehen. Ausserdem folgt aus unserer neuen allgemeinen Serienformel sowohl eine den *Rydberg'schen Regeln*¹²⁾ analoge numerische Beziehung zwischen den Grenzen je zweier konjugierter Serien desselben chemischen Elementes und überdies, was besonders wichtig, auch das bis jetzt physikalisch so schwer zu interpretierende „*Kombinationsprinzip*“ von *Ritz*,¹³⁾ welches bekanntlich mit Hilfe einer einfachen arithmetischen Regel erlaubt, gewisse früher noch nicht durch Serien darstellbare Spektrallinien nunmehr doch in numerische Beziehung zu den Serienlinien zu bringen.

Nach unserer Gleichung (12) (s. u.) wird es sich ergeben, dass jedes Seriensystem von zwei „konjugierten“ Serien nur drei spezifische Materialkonstanten enthält, nämlich den Moleküldurchmesser σ , sowie ferner *zwei* für dieses System charakteristische Zahlverhältnisse, welche definiert sind als Quotienten der „Planetendurchmesser“ zum Moleküldurchmesser. Ausserdem enthalten unsere Gleichungen *zwei universelle physikalische Konstanten*, nämlich die Masse m des Elektrons und die Planck'sche Konstante h . Es ist wichtig, hervorzuheben, dass diese beiden universellen Konstanten nicht nur unabhängig von jeder Spektralmessung definiert sind, sondern auch sich in einwandfreier Weise jede nach mehreren unabhängigen Methoden haben experimentell bestimmen lassen.

Die erwähnten drei Grundannahmen, welche wir für unsre Darstellung voraussetzen, sind:

A. *Das Prinzip der universellen Kraftlinienzahl* nach Gl. (1).

B. *Eine mechanische Stabilitätsbedingung*, Gl. (5).

C. Die Annahme, dass die als Erreger der Serienlinien supponierten „Himmelskörper“ Agglomerate von Elektronen seien, sodass deren Massen somit *ganzzahlige* Multipla der universellen Elektronenmasse m werden. *Daraus folgt notwendigerweise, dass diese Massen untereinander in rationalen Zahlverhältnissen stehen müssen.*

Ob und inwieweit die allgemeinere Annahme, dass diese Massen nur *zum Teil* elektromagnetischer Natur seien, für die Darstellung gewisser Serien Bedeutung gewinnen kann, möchte ich vorerst noch dahingestellt sein lassen. Jedenfalls würde sie die Einführung neuer

¹¹⁾ Am eingehendsten orientiert hierüber: *H. Koenen*. »Das Leuchten der Gase und Dämpfe«. Braunschweig 1913.

¹²⁾ Rapports du Congrès Int. de Physique. 2. pag. 214. Paris. 1900.

¹³⁾ Physikal. Z. 9. S. 521. 1908.

Materialkonstanten in unsre Hauptformel zur Folge haben und damit deren Bedeutung zunächst nur herabsetzen. Die Betrachtung von Ionen mit Massen von der Grössenordnung der Atomgewichte führt im allgemeinen nach unsern Gleichungen bei Bahndurchmessern nahe den Moleküldurchmessern auf Wellenlängen von der Grössenordnung des Millimeters, sie fallen also, wenn nicht weitere willkürliche Hypothesen hinzutreten, für uns ausser Betracht.

Zunächst handelt es sich darum, unsere Annahme *B* mathematisch zu formulieren. Sei d der Abstand der Schwerpunkte der zwei Massen M und M' , so berechnen sich die Abstände r und s vom gemeinsamen Mittelpunkt beider Planetenbahnen und zwar ohne jede einschränkende Voraussetzung, also für ein beliebiges Massenverhältnis von M zu M' bekanntlich wie folgt:

$$r = d \cdot \frac{M'}{M + M'} \quad (5)$$

$$s = d \cdot \frac{M}{M + M'}$$

Nur wenn Gl. (5) erfüllt ist, wird das System stabil sein können. Besteht nach unserer Hypothese *B* die Masse M aus p und die Masse M' aus q *Elektronen* von der Masse m , wobei also p und q ganze positive Zahlen sind, so folgen als mathematischer Ausdruck für unsere dritte Grundannahme *C* die Beziehungen: $M = p \cdot m$ und $M' = q \cdot m$, woraus $M/p = M'/q$ und mit Rücksicht auf Gl. (5), also als gemeinsame Konsequenz unserer Hypothesen *B* und *C* die wichtige Beziehung (6) folgt, wonach die Bahnhalbmesser je zweier konjugierter Planeten stets sich wie ganze Zahlen verhalten und zwar umgekehrt wie die zugehörigen Elektronenzahlen, denn wir finden

$$\frac{r}{s} = \frac{q}{p} \quad (6)$$

So wichtig und anschaulich diese letzte Beziehung ist, erweist es sich dennoch für die Herleitung unserer Seriengleichung als zweckmässiger, den Abstand d der beiden Massenschwerpunkte nicht zu eliminieren, sondern die aus *C* folgenden Werte der Bahnradien r und s in die Gleichung (5) einzuführen, wodurch

$$r = d \cdot \left(\frac{q}{p + q} \right)$$

$$s = d \cdot \left(\frac{p}{p + q} \right) \quad (5a)$$

Nach dem von uns früher aufgestellten und bereits im Spezialfall der Hauptserien-Grenzen quantitativ bestätigten „Prinzip der universellen Kraftlinienzahl“, also nach Grundannahme *A* oder Gl. (1) muss die Summe der Kraftlinien, welche bei einem Umlauf des Systems umfahren oder von den Fahrstrahlen geschnitten werden,

gleich derselben universellen Kraftlinienzahl $\mu = h/2e$ sein. Für $h = 6,548 \cdot 10^{-27}$ (Planck¹⁴) und $e = 4,891 \cdot 10^{-10}/3 \times 10^{10}$ (Millikan¹⁵) nimmt dieselbe den Wert $\mu = 2,231 \cdot 10^{-7}$ C. G. S. an. Sind die Planetendurchmesser *nicht* zu vernachlässigen gegen die Bahnradien r und s der beiden Massenschwerpunkte, so darf auch die Zahl derjenigen Kraftlinien, welche zwar ausserhalb der von dem betreffenden Massenschwerpunkt gezogenen Bahnkurve liegen, jedoch noch von der peripher vom Schwerpunkt liegenden Hemisphäre der Masse M oder M' geschnitten werden, nicht ausser der Berechnung bleiben. Ist a der konstante Radius der Masse M und b die entsprechende Konstante für die Masse M' , so bedeuten die Strecken η und z die entsprechenden Peripherieradien, also die als „Kraftlinien-Abschneider“ wirksamen wie eben definierten Strecken, so wird

$$\eta = r + a \qquad z = s + b \qquad (7)$$

Denken wir uns das Magnetfeld des betreffenden Systems als zeitlich konstant und als irgendwie symmetrisch um die Rotationsachse, so lassen sich für jede der beiden Einzel-Bahnen mit Hilfe der für die zwei Bahnflächen charakteristischen einzelnen Induktionsflüsse j und j' der Bahnflächen $\pi\eta^2$ und πz^2 die beiden mittlern molekularen Feldintensitäten $H = j/\pi\eta^2$ und $K = j'/\pi z^2$ definieren. Nach dem Prinzip der „Universellen Kraftlinienzahl“ wird nach Gl. (1)

$$\mu = j + j' = \pi\eta^2 H + \pi z^2 K. \qquad (8)$$

Führen wir zunächst an Stelle der Peripherie-Radien η und z , also an Stelle der elektrodynamisch wirksamen Radien die mechanisch ausschlaggebenden Schwerpunktsradien r und s und die halben Planetendurchmesser a und b ein, so geht Gl. (8) über in:

$$\mu\pi = H \cdot (r + a)^2 + K(s + b)^2 = H \left(\frac{q \cdot d}{p + q} + a \right)^2 + K \left(\frac{p \cdot d}{p + q} + b \right)^2$$

Führen wir mit Hilfe von Gl. (3) an Stelle der universellen Kraftlinienzahl μ die Planck'sche Konstante h und die Elektronenladung e ein, so bleibt die linke Seite unserer Gl. (8a) gleichfalls universell. Wenn wir überdies noch beide Seiten mit dem universellen Faktor $e/2\pi m$, also dem Quotienten der Ladung in die 2π -fache Masse des Elektrons multiplizieren, so wird schliesslich (8a) übergehen in

$$\frac{h}{4\pi^2 m} = \frac{He}{2\pi m} \left(\frac{q \cdot d}{p + q} + a \right)^2 + \frac{Ke}{2\pi m} \left(\frac{p \cdot d}{p + q} + b \right)^2$$

Nun sind aber, wie wir uns beispielsweise aus der elementaren Theorie des normalen Zeemaneffekts her erinnern oder wie sich auch

¹⁴) l. c. pag. 162.

¹⁵) Physikal. Z. 12. pag. 163. 1911.

aus der Ablenkung der Kathodenstrahlen im Magnetfeld unmittelbar ergibt, die beiden vor den Klammern stehenden Koeffizienten nichts anderes als die Tourenzahlen eines geladenen Körpers vom Ladungsverhältnis e/m in dem betreffenden Magnetfeld; diese beiden Frequenzen sind definiert durch

$$\nu = \frac{eH}{2\pi m} \quad \text{und} \quad \nu' = \frac{eK}{2\pi m}, \quad \text{wodurch wenn wir noch durch } d^2 \text{ dividieren}$$

$$\frac{h}{4\pi^2 m d^2} = \nu \left(\frac{q}{p+q} + \frac{a}{d} \right)^2 + \nu' \left(\frac{p}{p+q} + \frac{b}{d} \right)^2 \quad (9)$$

Sind a , b und d Konstanten und durchlaufen die (ganzzahligen) Elektronenzahlen p oder q jede für sich die Reihe der ganzen Zahlen, so entstehen vier Reihen von Schwingungszahlen nach folgendem Schema:

	Konstant	Variabel	Typus (1. Näherung)
I	ν', p	(ν, q)	$\nu = A_1 - \left(\frac{B_1}{q} + C_1 \right)^2$
II	ν, q	(ν', p)	$\nu' = A_2 - \left(\frac{B_2}{p} + C_2 \right)^2$
III	ν', q	(ν, p)	$\nu = C(p^2, \nu')$
IV	ν, p	(ν', q)	$\nu' = C'(q^2, \nu)$

Wir erkennen sofort, dass die Typen I und II je einer Spektralserie vom Typus der tatsächlich vorkommenden Serien mit je einer Häufungsstelle bei endlicher Frequenz, aber auch endlicher Wellenlänge entsprechen. Die Typen III und IV dagegen müssen wegen ihrer positiven Exponenten *Bandenspektren* entsprechen, denn sie lassen sich beide auf die *Deslander-Fabry'sche* Bandenformel

$$\nu = A + Bn + Cn^2$$

bringen, wo n eine beliebige ganze Zahl. Damit ist aber die Leistungsfähigkeit unserer Gleichung (9) noch keineswegs erschöpft, denn wenn wir die speziellere Annahme einführen, dass die Konstante d sehr gross gegen a und b sei, so wird beispielsweise eine Serie entstehen von der Form

$$\nu = \frac{h}{4\pi^2 d^2 m} \left(\frac{p}{q} + 1 \right)^2 - \nu' \left(\frac{p}{q} \right)^2 \quad (10)$$

was für extreme Werte von d übergeht in

$$\nu = -\nu' \cdot \left(\frac{p}{q} \right)^2 \quad (10a)$$

Nun sind ja aber die p die Anzahlen der Elektronen oder Ladungen des Zentralkörpers, und dann ist (10a) bis auf eine additive Konstante nichts anderes als die im Jahre 1913 von *Moseley*¹⁶⁾ entdeckte,

¹⁶⁾ Phil. Magazine (6). Bd. 26. 1024. 1913.

höchst merkwürdige Beziehung der fundamentalen Röntgenfrequenz des betreffenden Elements zu seiner Kernladungszahl. Eine speziellere Diskussion dieser Gleichungen und ebenso derjenigen für Bandenspektren des Typus III und IV soll später an anderer Stelle gegeben werden.

Hier wollen wir uns vorerst darauf beschränken, die Typen I und II, also die Serienspektren im speziellen Sinne des Wortes, kurz zu diskutieren. Setzen wir zur Abkürzung $a/d = \alpha$, $b/d = \beta$ und $\frac{h}{4\pi^2 m d^2} = C$, so würden für $\lim p = \infty$ und $\lim q = \infty$ die folgenden Grenzwerte ergeben:

$$\begin{aligned} C &= \nu_0 \alpha^2 + \nu_0' (1 + \beta)^2 \\ \lim_{p \rightarrow \infty} C &= \nu_0 (1 + \beta)^2 + \nu_0' \beta^2 \\ \text{woraus } \nu_0 (1 + 2\alpha) &= \nu_0' (1 + 2\beta) \end{aligned} \quad (11)$$

Berücksichtigen wir ferner, dass die Typen I und II in ausgeschriebener *strenger* Form dargestellt sind nach (9) durch

$$\nu = \left[\frac{h}{4\pi^2 m d^2} - \nu' \left(\frac{p}{p+q} + \beta \right)^2 \right] \left(\frac{1}{1 + \frac{p}{q}} + \alpha \right)^{-2} \quad (12a)$$

$$\nu' = \left[\frac{h}{4\pi^2 m d^2} - \nu \left(\frac{q}{p+q} + \alpha \right)^2 \right] \left(\frac{1}{1 + \frac{q}{p}} + \beta \right)^{-2} \quad (12b)$$

so erkennt man zunächst, dass diese zwei konjugierten Seriensysteme als *Spezialfall*, den durch Rydberg entdeckten Zusammenhang zwischen Hauptserie und II. Nebenserie mit umfassen. Ob Gl. (11) oder die ihr formal sehr nahe stehende empirische sogenannte 5. Regel von Rydberg, welche sich auf folgende Form bringen lässt

$$\nu_0 (1 + \varepsilon')^2 = \nu' (2 + \varepsilon)^2$$

den Tatsachen besser gerecht wird, kann erst eine speziellere Untersuchung lehren.

Direkt ablesen lassen sich aber die folgenden Resultate bezüglich der Form der nach Gleichung (9) bzw. (12a) und (12b) postulierten Serien:

Für grosse Werte von q in Gleichung (12a) verschwindet zunächst das variable Glied der zweiten Klammer. Die erste Klammer allein stellt eine Seriengleichung vom Typus Kayser-Runge dar. Auch in eine der Rydberg'schen Form nahe stehende lässt sie sich leicht transformieren. Führt man jedoch die zweite Klammer mit, so entstehen Formeln, welche denjenigen von Ritz oder Hicks-Mogendorff sich nähern. Alles das haben wir ableiten können ohne jede neue

Hypothese ausser den oben mit A, B und C bezeichneten drei Grundannahmen.

Der Vergleich mit den Resultaten unserer frühern Mitteilung¹⁷⁾ lehrt, dass für die Hauptserie die Schwerpunktsdistanz d gleich dem halben Moleküldurchmesser σ zu setzen ist, also

$$\sigma = 2d. \quad (13)$$

Eine ins einzelne gehende Untersuchung darüber, inwieweit die bisher in unsern Formeln mitgeführten Glieder ausreichen werden, auch die langwelligen Serienglieder genau wiederzugeben, muss spätern Untersuchungen vorbehalten bleiben, doch erscheint mir das nach den bisherigen vorläufigen Resultaten als durchaus wahrscheinlich.

Es ist jedoch zu bedauern, dass das noch viel interessantere Problem der Prüfung der Beziehungen zwischen Viskosität oder Wärmeleitfähigkeit, allgemeiner zwischen dem Molekülradius und der Hauptseriengrenze, sich bis jetzt weder für die Alkalien noch für die alkalischen Erden hat prüfen lassen, weil hierüber alle experimentellen Daten noch fehlen.

Anders beim Wasserstoff. Hier lassen sich, da sowohl die Gasreibung als die Hauptseriengrenze hinreichend genau bekannt sind, aus h , m und der Gasreibung direkt die einzelnen Wellenlängen berechnen und mit den durch Messungen am Geisslerrohr und an den Gestirnen erhaltenen Werten der Wellenlängen vergleichen. Wir berechnen für die ersten vier sichtbaren Wasserstofflinien die folgenden Werte:

		berechnet	gefunden ¹⁸⁾
<i>Ha</i>	Rot	6581	6563
<i>Hβ</i>	Blau	4875	4861
<i>Hγ</i>	Indigo	4353	4341
<i>Hδ</i>	Violett	4113	4102
Fixstern-Linie von ζ-Puppis		4701	4688

Die Ritzsche Konstante nimmt für Wasserstoff den Wert $1,094 \times 10^5$ an.

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung zwischen den aus der Gasreibung berechneten Werten der Wellenlängen mit den optisch gemessenen Daten eine überraschend gute, denn z. B. für die blaue Linie *Hβ* ist die Differenz zwischen Rechnung und Beobachtung nur doppelt so gross wie der Abstand der beiden *D*-Linien des Natriums.

¹⁷⁾ A. L. Bernoulli. I, c.

¹⁸⁾ A. Hagenbach und H. Koenig. Spektral-Atlas. Jena 1905. pag. 51.

Nach der Theorie von Bohr wird nach den Angaben von *E. Riecke*¹⁹⁾ der berechnete Wert für die Grenze um etwa 9⁰/₀ zu hoch. Demnach müssen die Wellenlängen um zirka 9⁰/₀ zu klein sich ergeben, d. h. die eben erwähnte blaue Linie *Hβ* würde nach Bohr im *gelbgrünen* Bereich des Spektrums liegen, anstatt wie beobachtet im blauen. Bei unserer Darstellung beträgt die Abweichung dagegen nur etwa 0,25⁰/₀ der Wellenlänge dieser Linie, ist also 36 Mal geringer.

¹⁹⁾ Physikal. Z. **16**. 224. 1915.

Basel, Physikalisch-Chemisches Laboratorium der Universität.

30. März 1917.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Basel](#)

Jahr/Year: 1917

Band/Volume: [28_1917](#)

Autor(en)/Author(s): Bernoulli A.

Artikel/Article: [Grundzüge einer elektrodynamischen Theorie der Serienspektren 1533-1543](#)