

## Johann Bernoulli's Differentialrechnung.

Von

Paul Schafheitlin.

Von Johann Bernoulli, der 1667 bis 1748 lebte, erschien wenige Jahre vor seinem Tode ein grösseres Werk unter dem Titel: *Lectiones mathematicae de methodo integralium*<sup>1)</sup>; trotz seines späten Erscheinungsjahres (1742) handelt es sich um eine der ersten mathematischen Arbeiten Bernoullis, die im Jahre 1691 entstanden ist. Es beginnt in deutscher Uebersetzung mit den Worten: „Wir haben im Vorhergehenden gesehen, wie die Differentiale der Grössen zu bilden sind.“ Ein merkwürdiger Anfang für ein Werk, dem nichts vorangeht! Eine Fussnote sucht eine Aufklärung zu geben: „Die Vorlesungen über Differentialrechnung, die vorangingen, glaubte der Verfasser unterdrücken zu müssen, weil sie völlig in dem weitverbreiteten Buche des Marquis de l'Hospital: *Analyse des infiniment petits* enthalten sind.“

Es hat sich nun ein lebhafter Streit darüber entsponnen, ob die im Jahre 1696 erschienene *Analyse* geistiges Eigentum des *Marquis de l'Hospital* oder vielmehr *Johann Bernoullis* sei. *Montucla*<sup>2)</sup> hat sich auf Bernoullis Seite gestellt, während *Bossut*<sup>3)</sup> sich sehr energisch zugunsten seines Landsmannes äussert, und auch *Cantor*<sup>4)</sup> ergreift für Hospital Partei. *Eneström*<sup>5)</sup> suchte in mehreren Notizen Klarheit in die Angelegenheit zu bringen durch die Verwertung des in Stockholm aufbewahrten Briefwechsels zwischen Bernoulli und Hospital. In seiner ersten Notiz stellt Eneström fest, dass Bernoulli die Absicht Hospitals, die *Analyse* zu veröffent-

1) Joh. Bern. Opera omnia Bd. 3 Seite 385–558; deutsch unter dem Titel: Die erste Integralrechnung, herausgeg. v. Kowalewski, Leipz. 1913 Ostwalds Klassiker Nr. 194.

2) Histoire des Mathém. Bd. 2. Paris 1758 Seite 359.

3) Histoire générale des Math., deutsch von Reimer. Bd. 2. Hamburg 1804 Seite 186.

4) Geschichte d. Math. Bd. 3. Leipzig 1901 Seite 222–226, 244–250.

5) Bibliotheca Mathematica 1894 Seite 65–72, 1900 Seite 514, 1901 S. 150, 1908/9 Seite 333 und 1914 Seite 177.

lichen, kannte und billigte und nach Empfang des Werkes zu Beginn des Jahres 1697 sich beim Marquis bedankte, ohne dabei irgend welche Einwendungen, die seine Person betrafen, zu machen. Erst nach Hospital's Tode (1704) trat Bernoulli öffentlich<sup>1)</sup> mit der Behauptung hervor, dass verschiedene Entdeckungen der Analyse sein geistiges Eigentum wären; schärfer, unter Angabe von Belegstellen, lässt er in einem offenen Brief an *Taylor*<sup>2)</sup> erklären, dass die Grundlagen und der Stoff der Analyse zum grössten Teil von ihm herrührten. Schliesslich ist dahin jene oben erwähnte Fussnote zu zählen. In allen diesen Veröffentlichungen wird nirgends Hospital selbst verunglimpft; in seinen privaten Briefen dagegen lässt Bernoulli seinem Unmut über den Marquis freien Lauf und zwar nicht erst nach dessen Tode, wie Eneström meint, sondern bald nach Empfang seines Exemplars der Analyse. Nachdem er in einem Briefe vom 8. Februar 1698 an *Leibniz*<sup>3)</sup> darüber geklagt hat, dass der bekannte Mathematiker *Ozanam* sich mit fremden Federn früher einmal geschmückt hat, fährt er fort: „Das aber ist die löbliche Angewohnheit fast aller Franzosen; auch ich habe (unter uns gesagt) etwas derartiges bei dem Marquis de l'Hospital erfahren, der vor einigen Jahren bei Huygens aus meinen Untersuchungen eiteln Ruhm ergatterte. Ich hatte es etwas später erfahren; ich verzieh es gern und zwar so, dass es schien, als ob ich gewusst hätte, was er Huygens geschrieben hatte. Nicht viel aufrichtiger handelte er mir gegenüber, als er kürzlich seine Analyse herausgab. Zugegeben, dass er in der Vorrede bekennt, mir vieles zu schulden, aber dieses Bekenntnis ist allzu unbestimmt und wird dadurch nicht besser, dass der Rezensent des Werkes im Pariser Journal des *Scavans* jenes Bekenntnis aus einer grossmütigen Bescheidenheit hervorgegangen ihm unterstellt; wäre er wirklich bescheiden gewesen, hätte er Erasmus Bartholinus nachahmen sollen, der offen aussagte, dass er alles in seinem Werk aus Schooten's Mathematik gelernt habe. Hospital ist nicht mit grösserem Rechte als Verfasser seines Werkes anzusprechen; denn alles mit Ausnahme weniger Seiten (das sage ich Dir ins Ohr und keinem andern) hat er teils von mir geschrieben bekommen, teils in die Feder diktiert, teils auch, nachdem ich Paris verlassen hatte, durch Briefe, worüber von mir Beweise in Fülle bewahrt werden und zu geeigneter Zeit veröffentlicht werden können, die auch vor der Veröffentlichung des Werkes verschiedene Freunde

1) Acta Eruditorum. Leipzig 1704, Bern. Opera. Bd. 1 Seite 403.

2) Acta Erud. 1721, Opera. Bd. 2 Seite 508—511.

3) Leibnizens mathematische Schriften, herausgeg. von Gerhardt. Bd. 3. Halle 1856 Seite 480.

gesehen und einen guten Teil davon abgeschrieben haben und besonders besitze ich Briefe von Hospital an mich, die bezeugen, wieviel mir zuzusprechen ist. Sein Hauptverdienst ist, dass er in Ordnung brachte und säuberlich französisch verfasste, was ich ihm unordentlich teils lateinisch, teils französisch auseinandergesetzt hatte. Aus eigenem, wie gesagt, hat er nicht mehr hinzugefügt, als was 3 oder 4 Seiten füllt. Aber ich möchte nicht, dass Du ihm etwas mitteilst darüber, was ich im Vertrauen auf Deine Verschwiegenheit Dir übermittelt habe; sonst würde seine freundschaftliche Gesinnung gegen mich ins Gegenteil zweifellos umschlagen.“

Auf die Frage Eneströms, wie der Widerspruch in Bernoullis Dankbrief mit diesen Vorwürfen zu erklären sei, möchte ich folgendes anführen. In der Vorrede zur Analyse sagt Hospital: „Uebrigens erkenne ich an, viel den Aufklärungen der Herren Bernoulli zu schulden, besonders des jungen, der jetzt Professor in Gröningen ist. Ich habe mich ohne weiteres ihrer Entdeckungen und derer des Herrn Leibniz bedient. Daher bin ich damit einverstanden, dass sie alles, was ihnen beliebt, für sich in Anspruch nehmen, indem ich mich damit begnüge, was sie mir gütigst lassen wollen.“ Durch diese lobende Erwähnung war zunächst jedenfalls Bernoulli befriedigt und schrieb darauf den erwähnten Dankbrief. Inzwischen war im Journal des Sçavans<sup>1)</sup> eine begeisterte Lobpreisung der Analyse erschienen, in der es zum Schluss heisst: „Schliesslich ist der Verfasser weit entfernt von jener Sorte Schriftsteller, die dem Publikum nur verhüllt die Gedanken anderer geben ohne jemanden zu zitieren ausser vielleicht einige Alte, die niemals mehr Ansprüche erheben können. Was ihn anbetrifft, so lässt er in seinem Vorwort allen denen Gerechtigkeit widerfahren, die über die behandelten Gegenstände Entdeckungen gemacht haben mit solcher Aufrichtigkeit und Bescheidenheit, dass er sich von seinem ganzen Buche nur das zuschreibt, was sie selbst ihm zugestehen wollen.“

Besonders auffällig ist beim Vergleich dieser Schlussworte der Besprechung mit Hospitals entsprechender Bemerkung im Vorwort, dass geflissentlich der Name Bernoulli vermieden worden ist. Während in der Besprechung die Leistungen von Huygens, Leibniz und anderen namentlich erwähnt werden, fehlt auch sonst völlig der Name Bernoulli. Das musste den von seinem Werte sehr überzeugten Johann empfindlich kränken und darauf erfolgte der empörte Brief an Leibniz. Warum aber die dringende Bitte, ver-

<sup>1)</sup> Année 1696, Seite 424—428, Paris.



schwiegen zu sein und die Sorge vor des Marquis Feindschaft? Zu jener Zeit tobte zwischen Johann und seinem älteren Bruder Jakob ein lebhafter wissenschaftlicher Streit, der leider auch das familiäre Verhältnis beider Brüder sehr trübte, und der zuerst in den Leipziger Akten, dann vorwiegend im Journal des Sçavans geführt wurde und dieser Zeitschrift stand Hospital und sein Freundeskreis nahe. Da Johanns Stellung in diesem Streite durch seine Prahlerci und Heftigkeit etwas erschüttert war, so musste ihm daran liegen, die Pariser Mathematiker nicht gegen sich einzunehmen und da der Streit erst mit dem Tode Jakobs (1705) endete, der kurz nach dem des Marquis erfolgte, so ergibt sich ungezwungen sein Schweigen, das nicht darin gesucht werden muss, dass nach Hospitals Tode keiner die Vorwürfe Bernoullis widerlegen konnte, wie Cantor meint und wie Eneström sich ähnlich in seinem ersten Artikel äussert. Die mehrfach bewiesene Eitelkeit und Prahlerci Bernoullis gibt zweifellos dieser Möglichkeit Nahrung; dagegen aber sprechen die wörtlich zitierten Aeusserungen Hospitals in vielen Briefen an Johann, die dieser in dem Schreiben an Taylor anführt. In seiner Notiz von 1901 kommt Eneström auf den Taylorbrief zu sprechen und es müssen daher diese Zitate als unbedingt richtig angenommen werden, sonst hätte Eneström, dem der Briefwechsel zur Verfügung stand, sicher auf ihre Unge nauigkeit hingewiesen.

Was nun den Inhalt der Analyse anbetrifft, so ist sie in 10 Abschnitte geteilt: der erste enthält die Regeln der Differentiation algebraischer Ausdrücke, der zweite Tangentenkonstruktionen, der dritte die Bestimmung der Maxima und Minima, der vierte die Ermittlung der Wende- und Rückkehrpunkte, der fünfte die Eigenschaften der Evolventen, der sechste und siebente die Auffindung der Kata- und Diakaustiken, der achte die Enveloppen, der neunte die Ermittlung unbestimmter Formen und der letzte Anwendungen zur Auffindung mehrfacher Gleichungswurzeln und ähnliches.

Aus dem Briefwechsel ergibt sich nun, dass grössere Teile von Abschnitt 2, 4 und 5 und völlig Abschnitt 8 und 9 von Bernoulli herrühren, die Abschnitte 6, 7 und 10 geben nur Anwendungen der Differentialrechnung auf Dinge, die schon durch Tschirnhaus, Descartes und Hudde grösstenteils bekannt waren. Daher gibt Eneström auch in seiner letzten Notiz das geistige Eigentumsrecht an den letzten 140 Seiten der Analyse für Hospital preis und will ihm nur noch das der ersten 40 Seiten retten.

Darüber nun könnte nur Bernoullis Differentialrechnung Aufschluss geben, die er nach der eingangs erwähnten Bemerkung zur Integralrechnung unterdrückt hat. „Wo ist, fragt Cantor, die

Handschrift von Bernoullis unterdrückten Vorlesungen über Differentialrechnung? Hat er Sorge dafür getragen, dass die Handschrift der Integralrechnung erhalten blieb, trotzdem sie unter seinem Namen gedruckt ist, so hätte er doppelt für die Erhaltung der ihm entwendeten Differentialrechnung sorgen müssen, wenn sie wirklich vorhanden war.“ Aus der letzten Wendung geht hervor, dass Cantor der Eitelkeit Bernoullis eine direkte Unwahrheit zutraut. Nun ist aber durch Eneström schon 1901 festgestellt worden, dass diese Differentialrechnung tatsächlich vorhanden war und ich kann jetzt hinzufügen, dass sie noch existiert.

Durch die Liebenswürdigkeit des Vorstehers der Manuskriptensammlung, Herrn Dr. Roth, erlangte ich einen Einblick in die mathematischen Handschriften der Basler Universitätsbibliothek und fand darin eine Schrift: *Johannis Bernoulli Lectiones de calculo differentialium*. In diesem in lateinischer Sprache abgefassten Manuskript, im Format eines gewöhnlichen Schreibheftes, umfasst die Differentialrechnung 38 Seiten. Ich habe eine wörtliche Abschrift angefertigt und sie mit der Analyse verglichen und nach Prüfung beider Schriften muss ich gestehen, dass Bernoulli mit seinen Ansprüchen im wesentlichen recht hat. Hospitals durchaus nicht zu unterschätzendes Verdienst ist ein pädagogisches; wie Bernoulli an Leibniz schrieb, hat der Marquis das, was ihm Bernoulli in nicht immer einwandfreier und krauser Form darbot, durch klare und gewählte Ausdrucksweise und geschickte Umarbeitung dem Verständnis nahe gebracht.

In der Bernoullischen Handschrift erkennt man sofort das Skelett, das Hospital in den ersten vier Abschnitten seines Buches mit Fleisch und Blut umgeben hat. Die im ersten Abschnitt der Analyse gegebenen Regeln sind, abgesehen von einigen Umstellungen, denen des Manuskripts entlehnt, einige Beispiele sogar buchstäblich

genau, so die Berechnung von  $d \frac{\sqrt[3]{ax + x^3}}{\sqrt{xy + y^2}}$ ; im zweiten Teil bei den

Beispielen zur Tangentenbestimmung sind wesentliche Abweichungen in der Darstellungsart vorhanden, aber die behandelten Kurven sind in beiden Schriften dieselben mit geringen Ausnahmen. Aehnlich ist es im dritten Abschnitt bei der Bestimmung der extremen Werte. Abgesehen von der ganzen Anlage zeigen in diesem Abschnitt 3 Beispiele die völlige Abhängigkeit Hospitals von Bernoulli, nämlich Beispiel 11, 12, 13, die der Handschrift, auch was die Reihenfolge anbetrifft, entnommen sind. Das Entsprechende gilt für die Ermittlung der Wendepunkte in Abschnitt 4.

Aus alledem ergibt sich, dass neben manchem inhaltlich Neuem die Abhängigkeit Hospitals von Bernoulli unzweifelhaft feststeht, sodass man begreift, wenn dieser mit der allgemeinen Wendung in der Vorrede der Analyse nicht einverstanden war und die bekannten Proteste erhob.

Da die Basler Handschrift keinerlei Datum aufweist, so könnte jemand den Einwurf machen, dass sie erst nach dem Erscheinen der Analyse (1696) angefertigt worden sei. Abgesehen davon, dass obige Bemerkung in der Vorrede der Analyse dagegen spricht, lassen sich verschiedene andere Gründe angeben, die die Entstehungszeit der Handschrift vor dem Erscheinen der Analyse, ja wohl vor 1694, notwendig machen. Darüber aber kann ich mit grösserer Bestimmtheit und im Zusammenhang erst berichten, nachdem ich noch einmal gründlich die Handschrift und deren Fortsetzung durchgearbeitet haben werde, wozu ich in den kommenden Sommerferien Gelegenheit zu haben hoffe.

Manuskript eingegangen 21. Mai 1921. Als Vortrag gehalten in der Berliner Mathematischen Gesellschaft am 23. Februar 1921.

---

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Basel](#)

Jahr/Year: 1920-1921

Band/Volume: [32\\_1920-1921](#)

Autor(en)/Author(s): Schafheitlin Paul

Artikel/Article: [Johann Bernoulli's Differentialrechnung 230-235](#)