

BOTANIK.



Ueber die Verschiebungen seitlicher Organe durch ihren gegenseitigen Druck.*)

Ein Beitrag zur Lehre von der Blattstellung

von

S. Schwendener.

(Hiezu eine Tafel.)



1. Um die Stellungsverhältnisse seitlicher Organe, wie sie in den Abhandlungen von A. Braun und L. und A. Bravais dargelegt sind, auch nach der mechanischen Seite hin zu begreifen, müssen zwei Dinge streng aus einander gehalten werden:

- a) die Anlegung neuer Organe oberhalb der bereits vorhandenen, wobei voraussichtlich der Einfluss dieser letztern mehr oder weniger massgebend ist;
- b) die nachträgliche Verschiebung der Organe, nachdem sie mindestens die Form von Höckern erlangt haben, durch ihren gegenseitigen Druck.

Den ersten Punkt lasse ich hier vollständig unberührt. Er soll bei einer andern Gelegenheit in Kürze besprochen werden. Hofmeister sucht diese Frage bekanntlich durch die Hypothese zu erledigen, dass jedes folgende Organ über der Mitte der weitesten Lücke entstehe, welche die benachbarten ältern Glieder zwischen sich lassen. Es ist

*) Nach zwei Vorträgen, gehalten am 11. November und am 16. December 1874.

das der erste Versuch, das Zustandekommen bestimmter Blattstellungen zu erklären. Allein indem Hofmeister diese Hypothese mit Vorliebe auf Verhältnisse anwendet, welche nach dem Folgenden unzweifelhaft in einem ganz andern Causalnexus stehen, gibt er seiner Auffassung eine Tragweite, die sie jedenfalls nicht besitzt.

2. Da Längenwachsthum und Dickenwachsthum von einander unabhängige Processe sind, von denen bald der eine und bald der andere vorwiegt, so lässt sich voraussehen, dass dem Ausdehnungsbestreben der seitlichen Organe in der Längs- und Querrichtung des Mutterorgans im Allgemeinen ungleiche Widerstände entgegenstehen: grössere in der Richtung der geringsten, kleinere in derjenigen der grössten Wachsthumintensität. Wächst z. B. das Mutterorgan bloss in die Dicke und nehmen wir der Einfachheit wegen an, die seitlichen Organe seien mehr oder weniger vorspringende Höcker mit kreisrunder Flächenansicht, so erreichen offenbar die Widerstände ihr Maximum in der Längsrichtung und ihr Minimum in der Querrichtung, und die Verschiebungen, welche unter solchen Umständen eintreten, sind nothwendig dieselben, wie sie ein der Axe parallel gerichteter Druck von entsprechender Intensität bewirken würde. So verhält es sich überhaupt in allen Fällen, in welchen das vorwiegende Dickenwachsthum dem Ausdehnungsbestreben der seitlichen Organe in transversaler Richtung einen grössern Spielraum gewährt als in longitudinaler. Wo umgekehrt das Längenwachsthum vorwiegt, was übrigens der seltenere Fall, da verwandelt sich der fragliche longitudinale Druck in einen gleich gerichteten Zug. Das Problem bleibt in der Hauptsache unverändert; die wirksamen Kräfte erhalten bloss das entgegengesetzte Vorzeichen.

3. Die regelmässige Stellung der seitlichen Organe bringt es mit sich, dass jedes einzelne derselben zu den

vorhergehenden die nämlichen Beziehungen zeigt, wie irgend ein anderes. Es genügt folglich, den in Rede stehenden longitudinalen Druck auf ein einziges Organ wirken zu lassen, um die damit zusammenhängenden Verschiebungen zu ermitteln; denn wie dieses eine sich verhält, so verhalten sich alle. Unsere Aufgabe lässt sich demnach folgendermassen formuliren:

Auf ein seitliches Organ, das man sich als das oberste eines zusammengehörigen Complexes denken mag, wirke ein longitudinaler, d. h. der Axe des Mutterorgans paralleler Druck P ; wie pflanzt sich derselbe nach unten fort und welches sind die resultirenden Wirkungen?

4. Was zunächst die Fortpflanzungsweise des Druckes betrifft, so findet immer eine Zerlegung der Kraft P in der Richtung derjenigen Parastichen statt, in welchen die seitlichen Organe sich direct berühren. In jeder andern Richtung ist eine Uebertragung ausgeschlossen. Wenn wir daher unsern Betrachtungen die gewöhnliche Spiralstellung mit Divergenzen von $\frac{5}{13}$, $\frac{8}{21}$, $\frac{13}{34}$ etc. zu Grunde legen (vergl. Fig. 1, mit $\frac{13}{34}$ Stellung), so erhalten wir bei kreisförmiger Flächenansicht der Organe bloss zwei Componenten, von denen die eine in der Richtung der Dreierzeile, also beispielsweise von 27 aus in der Reihe 24, 21, 18 etc., die andere in der Richtung der Fünferzeile (27, 22, 17 etc.) wirksam ist. Ihre Grössen sind durch das Parallelogramm der Kräfte (Fig. 2) gegeben. Die genannten zwei Zeilen, bis zur Horizontalen verlängert, bilden also gleichsam einen Dachstuhl mit ungleichen Sparrenlängen (Fig. 2 und 3), wobei der kürzere Sparren (dessen Länge = $\frac{3}{5}$ des andern) stets der steilere ist. Der Druck, welcher auf die Spitze des Dachstuhles wirkt, pflanzt sich in den vorgezeichneten Richtungen bis zum Auflager fort, wo die entsprechenden Componenten (a d

und b f in Fig. 2) sich weiter in Horizontalschub und Auflagerdruck zerlegen. In Fig. 2 ist der Horizontalschub mit a m und b n, der Auflagerdruck mit a g und b v bezeichnet.

5. Mit dem Auflagerdruck brauchen wir uns hier nicht zu befassen, weil er auf die als Widerlager dienenden Organe, sofern sie verschiebbar sind, in gleicher Weise wirkt, wie der Druck, von dem wir ausgehen. Bezüglich des Horizontalschubes dagegen darf nicht übersehen werden, dass er auf beiden Seiten nothwendig dieselbe Grösse erreicht: $a m = b n$. Das eine Widerlager rückt demgemäss in Folge des Horizontalschubes um eben so viel nach rechts, wie das andere nach links. Die Spitze des Dachstuhles erfährt hiebei eine entsprechende Senkung, jedoch wegen der Ungleichheit der Sparrenlängen niemals in lothrechter, sondern stets in schiefer und schwach gebogener Linie; sie wird also seitlich verschoben und zwar immer in der Richtung nach dem längern Sparren.

Es ist leicht, diese Verschiebungen mit Zirkel und Lineal zu construiren; am besten lassen sie sich jedoch durch ein in den Winkeln verschiebbares Parallelogramm (Fig. 3) veranschaulichen, dessen kürzere Seiten sich zu den längern ebenfalls wie 3 zu 5 verhalten. Denkt man sich ein solches Parallelogramm in der Mitte C, d. h. im Kreuzungspunkt der Diagonalen befestigt, und wird dafür Sorge getragen, dass die eine Diagonale beim Verschieben stets in der Horizontalen bleibt, so ist leicht einzusehen, dass der Bedingung gleichen Horizontalschubes, die wir bezüglich der Ecken zu berücksichtigen haben, Genüge geleistet ist (vergl. die Erklärung der Figuren).

6. Benutzen wir jetzt ein solches Parallelogramm als Rahmen für eine grössere Anzahl von cylindrischen Walzen (oder kleinen Pappschachteln, Spielmarken etc.),

die nach dem Schema Fig. 1 numerirt sind, so eignet sich ein solcher Apparat überdiess zur Veranschaulichung der Veränderungen, welche die Divergenzen durch die fraglichen Verschiebungen erfahren. Zu diesem Behufe wollen wir die beiden gleichbezahlten Walzen 12, welche auf den Randlinien der flachgelegten Cylinderfläche liegen und selbstverständlich dem nämlichen Organ entsprechen, mit Axen versehen, welche sich in horizontalen Spalten des als Unterlage dienenden Brettchens oder Kartons bewegen. Ebenso erhält die mit Null bezeichnete Walze eine Axe, welche in einem zur Horizontalen rechtwinkligen Spalt verschiebbar ist. Als Nullpunkt wählen wir aus praktischen Rücksichten einen peripherischen Punkt des Parallelogramms, was natürlich auf die relativen Verschiebungen der Walzen gegen einander, worauf es hier ankommt, keinen Einfluss übt. Ebenso wenig kann die Form und Grösse des Parallelogramms noch massgebend sein, da ja die einschlägigen Bedingungen in der Numerirung bereits enthalten sind. Geht man z. B. von den beiden mit 12 bezifferten Blättern (Fig. 1) in den entsprechenden Parastichen bis zu ihrem Kreuzungspunkt in 27, so ist hiemit der Scheitel unseres Dachstuhles gegeben, und die Sparrenlängen verhalten sich vorschriftsgemäss wie 3 zu 5 (vergl. Fig. 3); desgleichen, wenn Organ 37 als Scheitel und die beiden 22 als Widerlager betrachtet werden, u. s. f. — Zur bequemeren Beurtheilung der Divergenzen spannen wir endlich über dem Nullpunkt, parallel mit den Randlinien, eine Schnur, welche uns gestattet, beim Verschieben den Moment zu bezeichnen, in welchem ein beliebiges Organ die durch Null gehende Verticale passirt.*)

7. Die gegebene Divergenz bei rechtwinkliger Kreuzung der Dreier- und Fünferzeilen (Fig. 1) ist $\frac{13}{34}$. Lassen

*) Ein solcher Apparat wurde beim Vortrage zur Veranschaulichung der fraglichen Verschiebungen benutzt.

wir jetzt den longitudinalen Druck zur Wirkung kommen, so wird der Winkel unseres Dachstuhles stumpf und die Fusspunkte rücken aus einander. Dabei erhalten wir nach einander die Divergenzen $\frac{8}{21}$, $\frac{11}{29}$, $\frac{14}{37}$ (nebst den Zwischenwerthen), indem die durch die Nenner bezeichneten Organe der Reihe nach die Verticale passiren. Die vorläufige Grenze dieser Verschiebung ist erreicht, wenn das Organ 37 auf 29 stösst und der Winkel zwischen der Dreier- und Fünferzeile sich auf 120° vergrössert hat (Fig. 4). — Kommt umgekehrt statt des longitudinalen Druckes ein gleich gerichteter Zug zur Geltung, so wird der rechte Winkel des Dachstuhles allmählig kleiner, bis er mit 60° die entgegengesetzte Grenze erreicht hat, bei welcher Organ 34 mit 32 in unmittelbare Berührung tritt. Die Divergenzen, welche hiebei zu Stande kommen, sind $\frac{5}{13}$, $\frac{12}{31}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{9}{23}$, $\frac{11}{28}$, nebst den Zwischenwerthen.

Wir können diese letztere Grenzstellung auch als Ausgangsstellung betrachten, bei welcher der longitudinale Druck, dessen Wirkungen wir zu untersuchen haben, seinen Anfang nimmt. In diesem Falle öffnet sich der Winkel unseres Dachstuhls allmählig von 60° bis 120° , und die oben bezeichneten Divergenzen werden in regelmässiger Reihenfolge von der grössten zur kleinsten durchlaufen. Man erhält successive $\frac{11}{28}$, $\frac{9}{23}$, $\frac{7}{18}$ $\frac{14}{37}$.

8. Mit dem Spiel unseres Dachstuhls, den die Dreier- und Fünferzeile mit einander bilden, sind indess die Verschiebungen, welche der longitudinale Druck verursacht, noch keineswegs erschöpft. In dem Augenblicke, in welchem der Oeffnungswinkel den Grenzwert von 120° erreicht, berühren sich die Walzen — immer unter der Voraussetzung eines kreisrunden Querschnittes — nicht bloss in der Richtung der Dreier- und Fünferzeile, sondern auch in derjenigen der Achterzeile; Organ 37 tritt in Contact mit 29, dieses mit 21, u. s. f. Im nächsten

Augenblick jedoch rücken die Walzen der Dreierzeile aus einander; 37 stösst nicht mehr an 34, dieses nicht mehr an 31, u. s. f. Die Fünferzeile verliert demnach ihre ursprüngliche Gegenstrebe; an ihre Stelle tritt fortan die der Diagonale entsprechende Achterzeile. Achter und Fünfer bilden jetzt abermals einen Dachstuhl (Fig. 5), der mit einem Oeffnungswinkel von $\frac{1}{2} \cdot 120 = 60^\circ$ zu spielen beginnt. Da jedoch der längere Sparren nun auf der linken statt auf der rechten Seite liegt, so finden folgerichtig auch die entsprechenden Verschiebungen nach der entgegengesetzten Seite hin statt. Der Oeffnungswinkel steigt wiederum allmählig auf 120° (in Fig. 5 ist es ein rechter), und der Eintritt dieses Maximums ist in gleicher Weise wie das erste Mal mit der Herstellung einer neuen Berührungslinie verknüpft. Diesmal ist es die Dreizehnerzeile, welche der Mediane zwischen der Fünfer- und Achterreihe entspricht. Im nächsten Moment hört der Contact zwischen den Organen der Fünferzeile auf; Achter und Dreizehner bilden fortan den Dachstuhl. Der längere, weniger steile Sparren liegt jetzt wieder rechts, und die seitliche Verschiebung der Organe findet demzufolge nach der nämlichen Seite hin statt, wie das erste Mal. Dieses Spiel wiederholt sich in immer gleicher Weise, so lange der longitudinale Druck dauert. Das nächste Mal kommt die 21er Zeile, dann die 34er, die 55er etc. zur Mitwirkung, und immer bildet die unmittelbar vorhergehende die Gegenstrebe. Die Parastichen, welche successive und natürlich immer paarweise die beiden Sparren des Dachstuhles darstellen, entsprechen also der bekannten Reihe:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 etc.

So oft in dieser Reihe eine Ziffer ausser Betracht kommt, weil die betreffenden Organe sich nicht mehr berühren, tritt die zweitfolgende an deren Stelle und die nächstfolgende wird im neuen Dachstuhl zum längeren Sparren,

während sie vorher dem kürzern entsprach. Wenn z. B. 34 wegfällt, tritt 89 ein und bildet mit 55 den neuen Dachstuhl. Jede Ziffer erscheint einmal mit der vorhergehenden, ein zweites Mal mit der folgenden combinirt.

9. In Folge dieser wechselnden Combination der Reihen bewegen sich also, wie wir gesehen haben, die einzelnen Organe langsam hin und her; sie schwingen gleichsam um eine mittlere Lage. Diese Schwingungen werden bei jedem künstlichen Apparat, wo die Organe verschoben werden, ohne gleichzeitig zu wachsen, nach und nach kleiner, weil für ein bestimmtes Organ der verticale Abstand von der Basis und damit auch die Breite des entsprechenden Dachstuhles kleiner wird. Denken wir uns aber den Fall, dass der fragliche Verticalabstand in Folge des Wachsthums der Organe constant bleibt, ob schon die seitlichen Verschiebungen ihren regelmässigen Verlauf nehmen, so behält auch unser Dachstuhl die nämliche Höhe und das Verhältniss der Sparrenlängen erfährt keine erheblichen Aenderungen. War dieses Verhältniss ursprünglich 3 : 5, so nimmt es in der Folge nach einander die Werthe 5 : 8, 8 : 13, 13 : 21 etc. an, die sich bekanntlich nur wenig von einander unterscheiden. Wenn also ein beliebiges Organ, dessen Höhe über dem Nullpunkt constant bleibt, anfänglich um einen Millimeter seitlich verschoben wird, so behalten seine Schwingungen diese nämliche Oscillationsweite auch späterhin annähernd bei. Damit ist zugleich erwiesen, dass wenn die Verticalabstände in Folge intensiveren Wachsthums der Organe allmählig grösser werden, die Oscillationsweiten entsprechend zunehmen müssen.

10. Ganz anders gestalten sich die Verhältnisse, wenn man die Schwingungsgrössen in Bruchtheilen des Umfangs ausdrückt. Gehen wir im Interesse möglichster Vereinfachung abermals von der Annahme aus, die Höhen über

dem Nullpunkt bleiben constant, so gilt dies approximativ auch für die mittlere Breite unseres Dachstuhls. Zwar rücken die Widerlager in Folge des Horizontalschubes langsam aus einander, bis der Oeffnungswinkel 120° erreicht hat; dann aber wird die Basis plötzlich kleiner, weil der längere Sparren aufhört mitzuwirken und an seiner Stelle eine steilere Schrägzeile die Rolle der Gegenstrebe übernimmt. Die Dachstuhlbreite sinkt also immer wieder auf ein gewisses, nahezu constantes Minimum zurück und erreicht dann allmählig ein ebenfalls nur wenig veränderliches Maximum. Dagegen ist das Auseinanderücken der Organe in der Querrichtung und die dadurch bedingte Vergrößerung des Cylinderumfanges ein stetiger Process, der nur mit dem Aufhören des longitudinalen Druckes sein Ende erreicht. Während z. B. die Fusspunkte des Dachstuhles, dessen Scheitel Organ 27, in der Ausgangsstellung Fig. 1 und 3 (und ebenso in der Stellung Fig. 4) beiderseits in die Randlinien fallen und folglich um den vollen Umfang des Mutterorgans von einander abstehen, rücken dieselben im Moment, wo die Dreierzeile hinwegfällt (vergl. Fig. 4 und 5), auf $\frac{3}{8}$, dann später nach einander auf $\frac{5}{13} \cdot \frac{3}{8}$; $\frac{8}{21} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{8}$; $\frac{13}{24} \cdot \frac{8}{21} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{8}$ etc. zusammen. Wenn der Dachstuhl beispielsweise von den 34er und 35er Zeilen gebildet wird, berechnet sich die Breite desselben unter den bezeichneten Voraussetzungen auf

$$\frac{21 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 3}{55 \cdot 34 \cdot 21 \cdot 13 \cdot 8} = \frac{3}{374} \text{ des Umfanges,}$$

was in unserem Falle einem Winkel von $2^\circ 53'$ entsprechen würde.*) Da nun die Verschiebungen der Dach-

*) Ein im Wesentlichen übereinstimmendes Resultat ergibt auch die Vergleichung der Constructionen für die successiven Dachstuhlcombinationen mit Oeffnungswinkeln von 90° (s. Fig. 6, 1 und 5). Die Breite der Figuren wird von Stufe zu Stufe grösser, und wenn die 34er und 55er Zeilen sich rechtwinklig schneiden, so verhält

stuhls Spitze oder die Oscillationsweiten bei constanter Höhe der Organe nur einen kleinen Bruchtheil der mittleren Breite betragen (viel weniger als bei constantem Durchmesser der Organe), so reducirt sich in diesem Falle ihre Winkelgrösse mit Bezug auf den Umfang auf wenige Minuten. In Wirklichkeit mögen die Verschiebungen je nach Umständen bald grösser und bald kleiner ausfallen, wobei indess wohl zu berücksichtigen, dass die Organe in den vorgerückteren Stadien, die man bis dahin zu vergleichen pflegte, keine ganze Schwingung mehr vollziehen und folglich nur sehr kleine Verschiebungen erfahren.

11. Vergleichen wir jetzt die verschiedenen Dachstuhlcombinationen mit Bezug auf die Stellung der Ziffern zum Nullpunkt, so geht aus dem Vorhergehenden klar hervor, dass die Ordnungszahlen der von 0 aufsteigenden Schrägzeilen oder Contactlinien, weil diese jeweilen in der Richtung der Dachstuhlsparrn verlaufen, bei jedem Wechsel um einen Schritt in der Reihe 3, 5, 8, 13 etc. vorrücken. Während z. B. die steilere Parastiche in Fig. 1 eine Fünferzeile ist und folglich von 0 über 5 nach 10 geht, verläuft sie schon auf der folgenden Stufe (Fig. 5) von 0 über 8 nach 16, und wenn späterhin, im weitern Verlauf der Verschiebungen, die 34er und 55er Zeilen den Dachstuhl bilden, so erhalten wir als steilere Parastiche 0, 55, 110 etc. und als weniger steile 0, 34, 68 etc. Zwei Schritte auf der steilern und hierauf ein Schritt auf der weniger steilen Schrägzeile führen in Fig. 1 zu Organ 13, das sich leicht in die Verticale herüber schieben lässt (vergl. Nr. 7). Auf demselben Wege gelangt man in

sich die Linie 12, 12 zur Länge derselben in Fig. 1 wie 123 zu 1 und zur entsprechenden Dimension in Fig. 6 wie 321,6 zu 1 (vergl. die Schlussbemerkung zur Erklärung der Figuren). Das erste Verhältniss gibt für die ursprüngliche Breite einen Winkelwerth von $2^{\circ} 55'$, das letztere einen solchen von $1^{\circ} 15'$.

Fig. 5, von 0 ausgehend, zu Organ 21, auf einer folgenden Stufe zu 34, dann zu 55 und in dem oben erwähnten letzten Falle zu 89. Demnach rücken die Ziffern, welche bei einer bestimmten Oeffnung des Dachstuhls senkrecht über 0 zu stehen kommen, in der bekannten Reihe allmählig immer weiter vor.

Die Darstellung der Brüder Bravais ist also insofern richtig, als thatsächlich ein allmähliges Convergiere der Divergenzen nach dem bekannten Winkel von $137^{\circ} 30' 28''$ stattfindet. Es hängt einzig und allein von der Dauer des longitudinalen Druckes ab, ob die Annäherung einen höheren oder geringeren Grad erreiche. Ein stabiles Gleichgewicht kommt indessen nie zu Stande; die Schwingungen dauern selbstverständlich fort, so lange die Ursachen, welche sie hervorgerufen, wirksam sind. Aber während die Oscillationsweite, in Längeneinheiten ausgedrückt, einen bestimmten endlichen Werth behält, dehnt sich der Umfang des Mutterorgans, wenn wir die Dauer der Verschiebungsvorgänge als unbegrenzt annehmen, allmählig in's Unendliche aus, wodurch die Schwankungen der Divergenzwinkel sich nothwendig auf Null, d. h. auf einen verschwindend kleinen Betrag reduciren.

12. Die einfachen Voraussetzungen, auf welche die vorstehenden Ableitungen sich stützen, treffen in der Wirklichkeit voraussichtlich nur selten zu; Abweichungen verschiedener Art gehören zu den gewöhnlichen Vorkommnissen. Erstlich sind die seitlichen Organe in der Querschnittsansicht in der Regel nicht kreisförmig, sondern öfters oval, gestreckt-rhombisch etc., wobei der grössere Durchmesser bald longitudinal, bald transversal gestellt ist. Auch ist die Form in späteren Stadien vielfach eine andere, als in früheren. Zweitens findet directe und dauernde Berührung der Organe bei manchen Blüthen- und Fruchtständen nicht bloss nach zwei Richtungen, sondern nach

dreien statt. Unser Dachstuhl besteht alsdann aus drei Sparren, welche z. B. der 5er, 8er und 13er Zeile entsprechen. Drittens sind die Organe nicht starr, wie wir angenommen, sondern weich und gewissermassen plastisch; sie geben dem Drucke mehr oder weniger nach, etwa wie Kugeln aus Kautschuk oder auch aus weichem Thon. Die Sparren des entsprechenden Dachstuhles müssen daher ebenfalls federnd, d. h. in der Längsrichtung zusammendrückbar, gedacht werden, wenn sie die gleichen Verschiebungen zeigen sollen. Viertens liegen die Organe thatsächlich nicht in einer Ebene, sondern in einer krummen Fläche, in welcher ungleich geneigte Stücke von Schraubenlinien — nicht Gerade — als Sparren unseres Dachstuhls figuriren. Dadurch entstehen radiale (d. h. senkrecht zur Fläche gerichtete) und kleinere tangential-schiefe Componenten, welche im Vorhergehenden nicht berücksichtigt sind.

Alle diese Abweichungen sind einer strengen, sowohl theoretischen wie experimentellen Prüfung fähig, und es wird Sache einer ausführlicheren Darstellung sein, ihre Einflüsse zu präcisiren. Hier bemerke ich bloss, dass diese Einflüsse sich nur auf die absolute Grösse und den Gang der Verschiebungen, sowie auf die für die Stellungsverhältnisse unwichtige Form des ganzen Organcomplexes beziehen; an den Grundprincipien, welche im Vorhergehenden aufgestellt wurden, ändern sie nichts.

13. Es erübrigt jetzt noch, die Frage zu beantworten: welche Stellungen müssen an der Stammspitze gegeben sein, wenn der longitudinale Druck eine allmähliche Annäherung der Divergenzen an den Winkel von $137^{\circ} 30' 28''$ bedingen soll? Um hierüber in's Klare zu kommen, hat man nur nöthig, die besprochenen mechanischen Vorgänge von einer beliebigen Stellung aus nach rückwärts, statt nach vorwärts, zu construiren. Man gelangt alsdann

zu Combinationen, bei welchen die Dreier- und Zweierzeile (Fig. 6), dann die Zweierzeile und die Grundspirale, zuletzt die Grundspirale und eine gleichgeneigte Gegenspirale den Dachstuhl bilden. Dieser letzte Fall tritt ein, wenn die Divergenz 180° erreicht hat, der vorletzte, wenn sie zwischen 180° und c. 120° spielt.*) Dies führt uns, ohne gerade die letzten theoretischen Consequenzen zu ziehen, zu dem Schlusse:

Wenn die seitlichen Organe an der Stammspitze in spiraliger Reihenfolge mit beliebigen Divergenzen zwischen 180° und c. 120° , die jedoch unter sich nicht allzu verschieden sein dürfen, angelegt werden, so bewirkt der longitudinale Druck oder, was dasselbe ist, ein quer gerichteter Zug mit mathematischer Nothwendigkeit eine allmähliche Annäherung der Divergenzen an den bekannten Winkel von $137^\circ 30' 28''$.

Hiezu ist jedoch zu bemerken, dass der untere Grenzwert des Divergenzwinkels durch die Querschnittsform

*) Für kreisrunde Organe beträgt der untere Grenzwert genau $128^\circ 35'$; für ovale gibt es verschiedene Combinationen, welche zu einem Minimum von 120° führen. — Um die hier erwähnten Verschiebungen zu veranschaulichen, gebe man den Walzen des Verschiebungsapparates die Stellung Fig. 4 und numerire folgendermassen. Die Ziffern 17, 22, 27, 32, 37 der Figur werden in gleicher Reihenfolge ersetzt durch 0, 2, 4, 6, 8; ebenso die Ziffern 14, 11, 8 etc. durch 1, 2, 3 etc., und so fort, bis alle Glieder der Fünferzeilen nach der für die Zweier geltenden Regel numerirt sind. Statt der Dreier figurirt alsdann die Grundspirale, und die Divergenz beträgt genau $\frac{1}{2}$. Die gleich bezifferten Walzen geben die Richtung der Horizontalen an. Verschiebt man jetzt das Parallelogramm, bis der spitze Winkel von 60° zum stumpfen von 120° geworden, so erhält man obige Divergenz von $128^\circ 35'$. — Man könnte natürlich die Verschiebung eben so gut auch nach der entgegengesetzten Seite hin stattfinden lassen, da bei $\frac{1}{2}$ Stellung kein Grund für Rechts- oder Linksdrehung vorliegt. Die Anordnung der Walzen müsste jedoch in diesem Falle dem Spiegelbild der so eben geschilderten entsprechen.

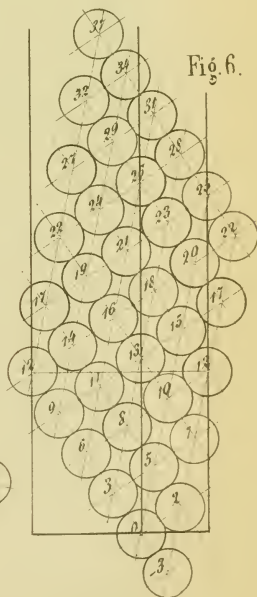
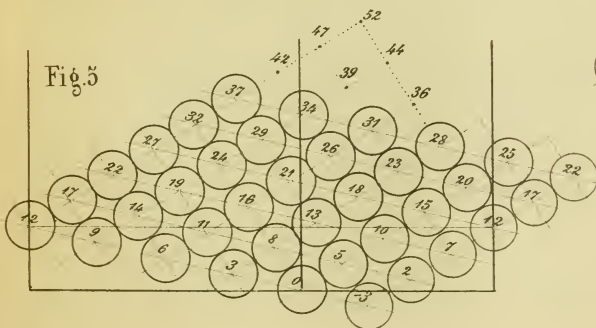
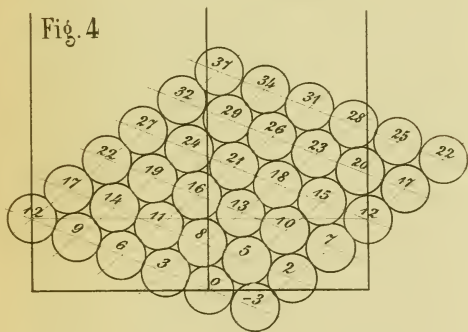
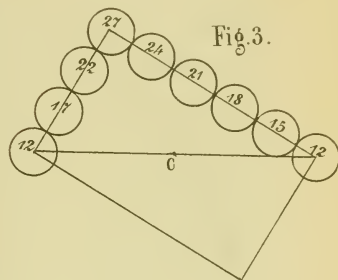
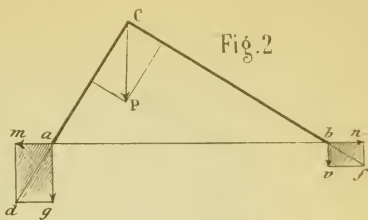
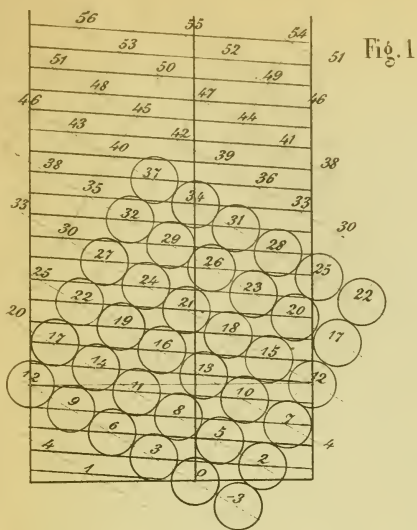
der Organe erheblich modificirt werden kann. Während z. B. kreisrunde Organe sich bei $\frac{1}{3}$ Stellung in labilem Gleichgewicht befinden und erst bei der oben erwähnten Divergenz von $128^{\circ} 35'$ einen regelrechten Dachstuhl bilden, gibt es andere Querschnittsformen, welche von der $\frac{1}{3}$ Stellung aus sich nothwendig nach der entgegengesetzten Seite hin verschieben und in Folge dessen zu Divergenzen führen, welche der Reihe $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{11}$ etc. angehören. Hier handelt es sich also um Einflüsse, welche im concreten Falle speziell zu untersuchen sind, da sie in der Mechanik der Blattverschiebungen nicht selten den Ausschlag geben. Zur Bestimmung dieser Verschiebungen ist überhaupt die vollständige Kenntniss des Bildes, welches die von aussen gesehenen Organe am Vegetationsscheitel darbieten, nothwendig und ausreichend. An dieser Stelle muss ich indessen darauf verzichten, dergleichen Dinge näher zu beleuchten.

14. Von den Stellungsverhältnissen, welche andern Divergenzreihen entsprechen, mögen zunächst diejenigen erwähnt werden, deren Parastichen sich nach folgenden Coordinationszahlen ordnen:

- 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29
 1, 4, 5, 9, 14, 23, 37
 1, 5, 6, 11, 17, 28, 45
 1, 6, 7, 13, 20, 33, 53 oder allgemein
 1, n, n+1, 2n+1, 3n+2

Diesen Reihen von Coordinationszahlen entsprechen die Divergenzen

- $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{8}{29}$
 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{5}{23}$, $\frac{8}{37}$
 $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{3}{17}$, $\frac{5}{28}$, $\frac{8}{45}$
 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{5}{33}$, $\frac{8}{53}$ oder allgemein
 $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{n+1}$, $\frac{2}{2n+1}$, $\frac{3}{3n+2}$, $\frac{5}{5n+3}$



Gehen wir nun, um einen bestimmten Fall näher kennen zu lernen, von der Stellung $\frac{2}{7}$ aus, welche der Reihe 1, 3, 4, 7 . . . entspricht, so bilden auf einem Schema, das nach Analogie der Fig. 1 ausgeführt wurde, die Grundspirale und die Dreierzeilen den ersten Dachstuhl, dessen Sparrenlängen, von den Fusspunkten auf der Horizontalen bis zum Scheitel gemessen, sich wie 1 zu 3 verhalten. Fängt jetzt der longitudinale Druck zu wirken an, so rücken die Fusspunkte aus einander, der Oeffnungswinkel vergrössert sich und der Scheitel wird nach dem längern Sparren zu verschoben, — ganz wie bei der gewöhnlichen Spiralstellung. Das geht eine Zeit lang so fort; dann kommt der Moment, wo die Organe auf der Grundspirale aus einander rücken und dafür diejenigen der Viererzeilen in gegenseitige Berührung treten. Vierer- und Dreierzeilen bilden fortan den Dachstuhl. Beim nächsten Wechsel fallen die Dreier ausser Betracht und die Siebenerzeilen fungiren als Gegenstreben. Und so geht es fort in der vorgezeichneten Reihenfolge. Die Coordinationszahlen der Parastichen, welche nach einander den Dachstuhl vorstellen, sind demzufolge 1, 3; 3, 4; 4, 7; 7, 11; 11, 18; 18, 29 etc. — In gleicher Weise sind die successiven Dachstuhlcombinationen und die dadurch bedingten Verschiebungen auch für die übrigen Reihen gegeben. Man erhält als wirksame Sparrenpaare ganz allgemein:

$$1, n; n, n+1; n+1, 2n+1; 2n+1, 3n+2 \text{ etc.}$$

Die Divergenzen, welche als Ausgangsstellung gegeben sein müssen, sind im Allgemeinen durch die ersten zwei Brüche der entsprechenden Divergenzreihe, von denen der eine das Maximum, der andere das Minimum bezeichnet, also durch $\frac{1}{n}$ und $\frac{1}{n+1}$ gegeben; nur gilt auch hier die Bemerkung, dass die zulässigen Grenzwerte in Wirk-

lichkeit nicht bloss von der Anordnung, sondern auch von der Querschnittsform der Organe abhängig sind.

Die Werthe, nach denen die Divergenzreihen convergiren, sind folgende:

$$1/3, 1/4, 2/7, 3/11 \dots = \frac{2}{5+\sqrt{5}} = 99^{\circ} 30' 6''$$

$$1/4, 1/5, 2/9, 3/14 \dots = \frac{2}{7+\sqrt{5}} = 77^{\circ} 57' 19''$$

$$1/5, 1/6, 2/11, 3/17 \dots = \frac{2}{9+\sqrt{5}} = 64^{\circ} 4' 45''$$

$$1/6, 1/7, 2/13, 3/20 \dots = \frac{2}{11+\sqrt{5}} = 54^{\circ} 23' 49''$$

$$1/7, 1/8, 2/15, 3/23 \dots = \frac{2}{13+\sqrt{5}} = 47^{\circ} 15' 23''$$

$$\frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \frac{2}{2n+1}, \frac{3}{3n+2} \dots = \frac{2}{2n-1+\sqrt{5}} = \frac{360^{\circ}}{n+0,61803}$$

15. Bezüglich der Stellungen, bei welchen die Reihen der Coordinationszahlen mit 2 beginnen, nämlich:

- 2, 5, 7, 12, 19, 31, 50 . . .
- 2, 7, 9, 16, 25, 41, 66 . . .
- 2, 9, 11, 20, 31, 51, 82 . . . etc.

ist in theoretischer Hinsicht wenig zu sagen; es gelten immer die nämlichen Regeln. Der Dachstuhl wird z. B. in den zur ersten Reihe gehörigen Fällen anfänglich von der Zweier- und Fünferzeile, dann von der Fünfer- und Siebener-, hierauf von der Siebener- und Zwölferzeile gebildet, u. s. w. Ist überhaupt die Reihe der Coordinationszahlen bekannt, so ist damit das ganze Spiel der successiven Dachstühle vorgezeichnet.

Die Divergenzen, welche obigen Reihen entsprechen, nebst den Werthen, nach denen sie convergiren, sind nachstehend zusammengestellt.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{5}{12}, \frac{8}{19} \dots = \frac{2}{7-\sqrt{5}} = 151^{\circ} 8' 8''$$

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{16}, \frac{11}{25} \dots = \frac{10}{25-\sqrt{5}} = 158^{\circ} 8'$$

$$\frac{1}{2}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \frac{9}{20}, \frac{12}{31} \dots = \frac{22}{51-\sqrt{5}} = 162^{\circ} 24'$$

Man kann diese Stellungen sämmtlich aus der gewöhnlichen Spiralstellung ableiten, wenn man eine einmalige seitliche Verschiebung durch drehende Kräfte eintreten und im Uebrigen den longitudinalen Druck ungestört fortwirken lässt. Es ist auch nicht unwahrscheinlich, dass diese Ableitung in den meisten Fällen der wirklichen Entstehungsweise entspricht. Wenigstens scheinen mir verschiedene Beobachtungen an Dipsacusköpfen, deren Darlegung hier zu weit führen würde, darauf hinzuweisen, dass die in Rede stehenden Divergenzen nicht aus besonderen Anlagen, sondern bloss durch Störungen der normalen Spiralstellung entstehen. Daneben bleibt es freilich immer noch denkbar, dass gewisse Querschnittsformen auch ohne die Mitwirkung seitlicher Kräfte zu den fraglichen aussergewöhnlichen Verschiebungen Veranlassung geben. — Dasselbe gilt mutatis mutandis auch von den Coordinationsreihen, welche mit der Zahl 3 oder 4 beginnen, sowie von den damit zusammenhängenden Divergenzen. Dahin gehören z. B.:

Coordinationszahlen.	Divergenzen.
3, 7, 10, 17, 27 . . .	$\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{3}{10}, \frac{5}{17}, \frac{8}{27} \dots = 106^{\circ} 26' 49''$
3, 11, 14, 25, 39 . . .	$\frac{1}{3}, \frac{4}{11}, \frac{5}{14}, \frac{9}{25}, \frac{14}{39} \dots = 129^{\circ} 20' 8''$
4, 9, 13, 22, 35 . . .	$\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{13}, \frac{5}{22}, \frac{8}{35} \dots = 82^{\circ} 9' 6''$
u. s. w.	u. s. w.

Dagegen beruhen die Braun'schen Reihen $\frac{1}{4}, \frac{3}{7}, \frac{4}{11}, \frac{7}{18}$ etc., desgleichen $\frac{4}{9}, \frac{5}{14}, \frac{9}{23}$ etc. und andere ähnliche (vergl. p. 300 und 306 der Originalabh. in Nova Acta Acad. C. L. 1831) auf einer blossen arithmetischen

Combination, welche in mechanischer Hinsicht ohne alle Bedeutung ist.

16. Bezüglich der Divergenzen, welche einer gegebenen Reihe von Coordinationszahlen entsprechen, sei hier ganz allgemein bemerkt, dass die Divergenz $\frac{m}{n}$ jedesmal zu Stande kommt, sobald die durch n bezeichnete Schrägzeile zur Orthostiche wird. Die Grösse des Zählers kann nach der von L. und A. Bravais gegebenen Regel für die „nombres encycliques“ aus den Coordinationszahlen abgeleitet werden. Die Zahlen $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{8}{21}$ etc. bezeichnen demzufolge die Divergenzen, welche thatsächlich zu Stande kommen, so oft die durch die Nenner bezeichneten Parastichen der Axe parallel verlaufen. Ebenso bei andern Reihen. Alle diese Reihen convergiren stets nach dem nämlichen Grenzwert, wie die wirklichen Blattdivergenzen, und die Werthe der einzelnen Glieder stimmen von Zeit zu Zeit mit den Divergenzwerten überein; aber eine speciellere Beziehung zwischen den successiven Gliedern einer Reihe und dem Gang der Verschiebungen besteht dessenungeachtet nicht.

Für die Voraussetzungen, unter welchen die Figuren 6, 1 und 5 construirt wurden, spricht sich z. B. die Uebereinstimmung zwischen Blattdivergenzen und Näherungsbrüchen in folgender Weise aus. In der Ausgangsstellung Fig. 6 besteht der rechtwinklige Dachstuhl aus der Zweier- und Dreierzeile und die Divergenz beträgt genau $\frac{5}{13}$. Fig. 1 stellt das entsprechende Stellungsverhältniss für die nächstfolgende Stufe dar, wo die Dreier- und Fünferzeilen als Dachstuhl figuriren; die Divergenz ist hier $\frac{13}{34}$ und entspricht also dem zweitfolgenden Näherungswert des bekannten Kettenbruches. In dem nun folgenden Stadium Fig. 5, wo die Fünfer- und Achterreihen sich rechtwinklig schneiden, springt die Divergenz auf $\frac{34}{89}$ über, und so

geht es fort nach vorwärts und rückwärts durch alle weitem Stufen mit rechtwinkligen Dachstühlen hindurch. Man erhält die Divergenzenreihe:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{5}{13}, \frac{13}{34}, \frac{34}{89}, \frac{89}{233} \text{ etc.}$$

17. Die Verschiebungen zweizähliger Wirtel, wie man sie z. B. bei *Dipsacus sylvestris* beobachtet, erheischen im Grunde keine besondere Erklärung. Denn jede Stengeloberfläche mit decussirten Blattpaaren lässt sich in zwei gleiche Längshälften theilen, von denen die eine wie die andere im aufgerollten Zustande genau dasselbe Bild gewährt, wie eine ganze Cylinderoberfläche bei alternirender Blattstellung. Da nun diese letztere Stellung, sobald der Ausschlag nach rechts oder links gegeben ist, zur gewöhnlichen Blattspirale führt, so muss dies selbstverständlich auch bei der decussirten geschehen, und zwar in den beiden Hälften in übereinstimmender Weise. Wir erhalten desshalb auch hier Divergenzen, welche — auf den halben Stengelumfang bezogen — der Reihe $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$ etc. angehören. Dabei stehen natürlich je zwei Blätter genau in gleicher Höhe und diametral opponirt. — Aehnliche Verschiebungen können auch bei drei- und mehrzähligen Quirlen stattfinden. Ebenso begreift man, dass neben der gewöhnlichen Reihe von Coordinationszahlen hin und wieder auch andere zur Geltung kommen.

18. Wenn zwei oder mehrzählige alternirende Quirle am nämlichen Stammorgan mit Spiralstellungen wechseln (vergl. Braun, a. a. O. p. 388 ff.), wozu natürlich der Anstoss schon bei der Anlegung vorhanden sein muss, so ergeben sich in der Regel sehr einfache Beziehungen zwischen der Zahl der Quirlelemente und der Grösse der Divergenzen auf der Grundspirale. Die Organe erfahren nämlich beim Uebergang der Quirl- in die Spiralstellung eine kleine Drehung, deren Grenzwert sich in gleicher Weise bestimmen lässt, wie z. B. die Verschiebung der

nach $\frac{1}{3}$ gestellten Organe der Cyperaceen oder Pandaneen. Und wie hier der Ausschlag bald nach rechts und bald nach links stattfindet, so auch bei der Auflösung der Quirle in Spiralen. Dieser letztere Umstand bestimmt bei zweizähligen Wirteln jeweilen die Richtung der betreffenden Grundspirale, bei drei- und mehrzähligen dagegen bloss die Grösse der Divergenz, oder richtiger ausgedrückt: die Ordnungszahl der entsprechenden Divergenzenreihe (vergl. Nr. 14). Aus dreizähligen Wirteln kann z. B. die Reihe $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{13}$ etc. oder aber die nächstfolgende $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{5}{16}$ etc. hervorgehen. Jeder Quirlstellung mit mehrzähligen Quirlen entsprechen demnach zwei Spiralstellungen, von denen jedoch im concreten Falle möglicher Weise nur die eine zu Stande kommt, indem die andere durch die Querschnittsform der Organe ausgeschlossen sein kann. Wir erhalten somit folgende Parallelstellungen.

Quirlstellung	Spiralstellung
Zahl der Quirlelemente	Divergenzen der entsprechenden Spirale
2	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8} \dots$
3	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8} \dots \\ \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{3}{11} \dots \end{array} \right.$
4	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{3}{11} \dots \\ \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \frac{3}{14} \dots \end{array} \right.$
5	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \frac{3}{14} \dots \\ \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{11}, \frac{3}{17} \dots \end{array} \right.$
n	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{n-1}, \frac{1}{n}, \frac{2}{2n-1}, \frac{3}{3n-1} \dots \\ \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \frac{2}{2n+1}, \frac{3}{3n+2} \dots \end{array} \right.$

In den meisten Fällen bleibt übrigens die Verschiebung bei den Divergenzen $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{11}$ etc. stehen, d. h. die Organe alterniren auf den neben einander liegenden Umläufen der Grundspirale, wie denn auch die

Quirle das Nichtvorhandensein eines dauernden longitudinalen Druckes durch genaue Alternanz ihrer Elemente bekunden. Wo dagegen ein solcher Druck vorhanden, wie z. B. bei Dipsacusköpfen, erscheinen die Wirtel in normaler Weise gedreht (vergl. Nr. 17) und die Divergenzen der entsprechenden Spirale rücken weiter in der Reihe vor. *) Die mechanischen Bedingungen der Umsetzung laufen überhaupt immer darauf hinaus, auf der nämlichen Fläche, also bei constanter Breite innerhalb der gleichen Höhe, die nämliche Anzahl von Organen unterzubringen.

19. Die Herstellung neuer Contactlinien beim Wechsel der Dachstühle mag auf den ersten Blick für Manche etwas Auffallendes, vielleicht sogar Unwahrscheinliches haben. Aus diesem Grunde glaube ich wenigstens eine Beobachtung, welche gerade mit Rücksicht auf diesen Punkt die Richtigkeit der Theorie ausser Zweifel stellt, hier anführen zu sollen. In einer Blütenknospe von *Helianthus annuus*, deren Scheibe c. 3—4 Millimeter Durchmesser hatte, kreuzten sich die 21er und die 34er Zeilen nahezu rechtwinklig und die Blütenanlagen hatten eine stumpfkantig-quadratische Form. Organ 0 war also einerseits in Contact mit Organ 21, andererseits mit 34; in der mittleren Richtung berührten sich kaum die Kanten von 0 und 55. In der ausgewachsenen Sonnenblume dagegen ist zunächst dem Rande der Contact zwischen 0 und 21 ausnahmslos ganz, derjenige zwischen 0 und 34 wenigstens zum Theil und bei grösseren Exemplaren ebenfalls ganz aufgehoben, indem die Hauptcontactlinien jetzt

*) So fand ich z. B. bei einem Exemplar von *Dipsacus* mit durchweg dreizähligen Blattquirlen auch die Deckblätter in solche Quirle geordnet, diese aber gedreht. Die Blüten dagegen standen in 18 rechtsläufigen und 29 linksläufigen Schrägzeilen, also spiralig (Reihe 1, 3, 4, 7 . . .), und die Divergenz betrug annähernd $1\frac{3}{47}$.

den 55er und 89er Zeilen entsprechen. Die ursprünglich rechtwinklig gekreuzten 21er und 34er Zeilen bilden hier Winkel von e. 130—140° und darüber. Voraussichtlich würde die Vergleichung der frühesten Jugendzustände noch grössere Unterschiede ergeben.

20. Der Umstand, dass die Veränderungen der Blattstellung noch fort dauern, nachdem die Fibrovasalstränge bereits angelegt sind, führt nothwendig zu einem schiefen Verlauf der Blattspuren im ausgewachsenen Zustande. Entstehen z. B. die betreffenden Cambiumbündel in einem Stadium, wo die Blattanlagen nach $\frac{8}{21}$ gestellt sind, indess die ausgewachsenen Blätter nach $\frac{21}{55}$ divergiren, so erreicht die Abweichung der Blattspuren von der Verticalen je nach der Länge der Internodien 5 bis 20° und darüber. Der Winkel ist gegeben durch die Divergenz zwischen den 21er und den als Orthostichen erscheinenden 55er Zeilen. Im Receptaculum von *Zinnia elegans* beträgt diese Abweichung thatsächlich 6—9° und im Stengel von *Iberis amara* (vergl. Nägeli und Schwendener, das Mikroskop, p. 621) beschreiben die Blattspursympodien einen ganzen Umlauf auf je 65 Internodien. Ebenso lässt sich wohl auch ein gewisser Zusammenhang zwischen dem Ausbiegen der Blattspuren und den Stellungen früherer Entwicklungszustände zum Voraus erwarten.

21. Es kann vorkommen, dass der Gang der Verschiebungen während der Entwicklung eines Organs bald nach vorwärts und bald nach rückwärts gerichtet ist. Junge Zapfen von *Pinus Strobus* zeigten mir z. B. in der Knospenlage die Divergenzen $\frac{8}{21}$ oder annähernd $\frac{13}{34}$; dabei stellten die Fünfer- und Achterzeilen einen Dachstuhl von e. 70 bis 80° Oeffnung dar. Zu gleicher Zeit abgeschnittene vorjährige Zapfen von 20 bis 25 Millimeter Länge hatten übereinstimmend Dachstühle von e. 90 bis 100° Oeffnung, wobei wiederum die Fünfer- und Achter-

zeilen als Sparren figurirten; die Divergenz betrug genau $\frac{13}{34}$. Am ausgewachsenen Zapfen endlich ist die Divergenz gewöhnlich auf $\frac{5}{13}$ vereinfacht und die Dreierzeilen bilden die (äusseren) Gegenstreben der Fünfer, die sie nahezu rechtwinklig schneiden. — Ebenso steigt die Divergenz in der Laubknospe von *Pinus Abies* nach Beobachtungen im Monat October auf $\frac{21}{55}$, wobei die 13er und die 21er Zeilen, welche den Dachstuhl vorstellen, sich ungefähr rechtwinklig kreuzen. Am Ast unterhalb der betreffenden Knospe, sowie an andern Aesten, geht die Divergenz in Folge der Streckung auf $\frac{8}{21}$ zurück.

Diese rückgängigen Bewegungen sind bis dahin wenig beachtet worden. So gehören z. B. alle die Fälle, welche Hofmeister in seiner „Allgem. Morphol. der Gewächse“ p. 456 bis 458 aufführt, zu den Verschiebungen, welche der vorwiegende longitudinale Druck auch bei kreisförmiger Querschnittsansicht der seitlichen Organe bedingen müsste, oder wenigstens — dies aber nur mit Rücksicht auf die $\frac{1}{3}$ Stellung — bedingen könnte. Diese letztere Stellung ist nämlich für kreisförmige Organe labil und kann daher je nach Umständen im Sinne einer Verkleinerung oder einer Vergrösserung der Divergenz modificirt werden. Die mechanische Nothwendigkeit einer Divergenzabnahme, wie sie z. B. bei *Polytrichum formosum* und manchen Cyperaceen thatsächlich vorkommt, setzt nach meiner Theorie, wenn wir den wahrscheinlich immer vorhandenen longitudinalen Druck beibehalten, Dachstuhlcombinationen voraus, welche nur bei breiten Querschnittsformen, z. B. bei transversal gestellten Ellipsen und dergl., möglich sind. Am Vorhandensein der letztern ist nun zwar in manchen Fällen nicht zu zweifeln; die Art der gegenseitigen Berührung muss jedoch für jedes einzelne Beispiel besonders ermittelt werden.

Wenn die Querschnittsformen der Organe sich im

Verlaufe der Entwicklung ungleich gestalten, so ändert sich damit auch der Gang der Verschiebungen. Daher kommt es, dass z. B. die Bracteen der Sonnenblume nach andern Divergenzen gestellt sind, als die Früchte, und dass ähnliche Abweichungen zwischen ungleichnamigen Organen in der Blütenregion der Phaneroganen häufig vorkommen. In wie weit jedoch solche Abweichungen schon in der Anlage gegeben sind und durch die nachträglichen Verschiebungen bloss gesteigert oder modificirt werden, kann in jedem einzelnen Falle nur durch Beobachtung entschieden werden.

22. Sobald die gegenseitige Berührung der Organe in Folge der Streckung aufgehoben wird, hören selbstverständlich die seitlichen Verschiebungen auf. Die Organe behalten alsdann die Stellungen bei, die sie unmittelbar vor dem Aufhören des Contactes inne hatten. Unterbleibt die Verschiebung vollständig, wie z. B. bei der alternirend zweizeiligen Stellung, so ist die ursprüngliche Anlage massgebend für die ganze Dauer des Entwicklungsprocesses. Dieser Fall kommt aber voraussichtlich bei gedrängten spiraligen oder quirligen Stellungsverhältnissen, wie sie z. B. für die Blütenstände der Compositen characteristisch sind, nur äusserst selten vor. Vielleicht gehört *Echinops* hieher, wo wenigstens die Kugelform der Köpfe schon frühzeitig ausgeprägt ist und bekanntlich bis zur Frucht reife erhalten bleibt. Darin liegt denn auch die Erklärung der eigenthümlichen, schon von L. und A. Bravais erwähnten Thatsache, dass hier die Blüten ausnahmsweise in Längsreihen stehen, die keine Verschiebungen erfahren; denn auf einer Kugelfläche ist das Wachsthum ein allseitig gleichmässiges und folglich, da überdies die Querschnittsform der Einzelköpfchen isodiametrisch bleibt, ein vorwiegender Druck nach dieser oder jener Richtung nicht vorhanden.

23. Die im Vorstehenden kurz dargelegte Theorie der Blattverschiebungen ist in den Grundprincipien, wie ich mich überzeugt zu haben glaube, wohlbegründet. Die specielle Durchführung derselben setzt jedoch, namentlich in entwicklungsgeschichtlicher Hinsicht, ein viel grösseres Beobachtungsmaterial voraus, als es mir gegenwärtig zu Gebote steht. Ich muss mir daher eine umfassendere Besprechung der einschlägigen Fragen für eine spätere Gelegenheit vorbehalten.

Erklärung der Figuren.

Fig. 1.

Eben gelegte Cylinderfläche mit den Insertionspunkten seitlicher Organe, welche nach $\frac{13}{34}$ geordnet sind. Die Dreier- und Fünferzeilen schneiden sich rechtwinklig. Um die gegenseitigen Berührungen der Organe zu veranschaulichen, wurden $6 \times 6 = 36$ derselben, welche zusammen den Raum eines Quadrates einnehmen, durch kleine Kreise bezeichnet, deren Durchmesser gleich dem Abstände der Insertionspunkte. Diese Kreise entsprechen zugleich der Anordnung und Numerirung der 36 Walzen, welche zu dem im Text erwähnten Verschiebungsapparat gehören. Der Rahmen, der diese Walzen umschliesst, in der Figur jedoch weggelassen wurde, ist in den Winkeln mit Charnieren versehen, und seine vier Seiten sind mindestens im Verhältniss von 2 zu 3 der Verlängerung fähig, um die Walzen auch in den Stellungen Fig. 5 und 6 umfassen zu können.

Fig. 2.

Zerlegung der Kraft P, welche auf die Spitze C eines rechtwinkligen Dachstuhles drückt. Die in der Richtung der Dachsparren wirksamen Componenten sind von den Fusspunkten a und b aus in gleicher Richtung nach

unten aufgetragen; links a d, rechts b f. Diese Kräfte zerlegen sich weiter in Auflagerdruck und Horizontalschub; der letztere ist beiderseits gleich gross: $m a = b n$.

Fig. 3.

Dachstuhl der Dreier- und Fünferzeile über der Horizontalen 12, 12 in Fig. 1. Die Figur soll zugleich veranschaulichen, dass ein in den Winkeln mit Charnieren versehenes Parallelogramm, sofern die Mitte C befestigt ist und die Ecken 12, 12 in der Horizontalen bleiben, beim Verschieben der Bedingung gleichen Horizontalschubes auf der rechten und linken Seite entspricht. Drückt man z. B. auf den Scheitel des gegebenen Dachstuhles, so rücken die Fusspunkte aus einander; ihre Abstände vom Centrum sind aber immer gleich der halben Diagonale und erhalten daher beiderseits den nämlichen Zuwachs. Ein solcher Apparat stellt folglich die thatsächlichen Verschiebungen der Organe richtig dar. Diess zugegeben, ist es für die relativen Stellungsveränderungen der Organe, worauf es in unserem Falle ankommt, vollständig gleichgültig, welcher Punkt des Parallelogramms als fixirt zu betrachten sei.

Fig. 4.

Stellung der Organe, wie sie durch longitudinalen Druck oder, was dasselbe ist, durch einen in der Quer- richtung wirksamen Zug aus Fig. 1 entsteht. Der Oeffnungswinkel des Dachstuhles ist hier $= 120^\circ$ und die Organe berühren sich in der Richtung der Dreier-, Fünfer- und Achterzeilen.

Fig. 5.

Stellung der Organe, wie man sie aus Fig. 4 erhält, wenn ein quer gerichteter Zug die Berührung zwischen den Elementen der Dreierzeile (37, 34, 31 etc.) aufhebt und dafür die Achter- mit der Fünferzeile combinirt. Der neue Dachstuhl ist in der Figur mit einem Oeffnungswinkel

von 90° dargestellt, während derselbe ursprünglich bloss 60° betrug. Die Verticale geht bei genauer Construction von 0 über 89 und schneidet folglich die oberste Fünferzeile der Figur in der Mitte zwischen 42 und 47. Divergenz = $\frac{34}{89}$.

Schiebt man jetzt die 10 Walzen links von der Achterzeile 0, 8, 16, 24, 32, desgleichen die Walze 22 in der rechts liegenden Ecke bei Seite und ergänzt den übrig bleibenden Rest mittelst neuer Walzen zu einer quadratischen Figur mit rechtwinklig gekreuzten Achter- und Fünferzeilen, so kann der nämliche Rahmen zu einer nochmaligen analogen Verschiebung benützt werden, in Folge welcher die 13er Zeile zur Dachstuhlbildung herbeigezogen wird. Wenn alsdann Achter- und Dreizehner sich unter 90° schneiden, beträgt die Divergenz genau $\frac{89}{233}$. Weitere Wiederholungen dieses Verfahrens bedürfen wohl keiner Erklärung.

Fig. 6.

Stellungsverhältniss, wie es durch Zug in der Längsrichtung aus Fig. 1 entsteht. Der rechte Winkel, den die Dreier- und Fünferzeilen in Fig. 1 bilden, wird hiebei allmählig kleiner. Sobald er 60° erreicht hat, hört die Berührung zwischen den Organen der Fünferzeilen auf und die Zweierzeilen übernehmen die Function der Gegenstreben. Der Dachstuhl hat jetzt wieder einen Oeffnungswinkel von 120° , welcher bei fortdauerndem Zug allmählig kleiner wird und in unserer Figur 90° erreicht hat. Divergenz genau $\frac{5}{13}$.

Entfernt man die Walzen oberhalb der Zweierzeile 12, 14, 16, 18, 20, 22 und ergänzt die übrig bleibenden zum Quadrat (was einfach dadurch geschehen kann, dass man die 15 zu entfernenden Walzen heruntersetzt und die Numerirung entsprechend ändert), so gestattet der nämliche Rahmen eine weitere Verschiebung in demselben Sinne,

wie im vorhergehenden Fall. Die Dachstuhlbildung fällt jetzt der Zweierzeile und der Grundspirale anheim, und wenn der Oeffnungswinkel 90° erreicht hat, beträgt die Divergenz genau $\frac{2}{3}$. Führt man diese Operation noch einmal aus, so gelangt man in gleicher Weise zur Divergenz $\frac{1}{2}$.

Für die Länge der Horizontalen 12, 12 in den Figuren 6, 1 und 5 ergibt die Rechnung, in Abständen der sich berührenden Organe (in den bezeichneten Figuren c. 6,3 Mill.) ausgedrückt, die Werthe $\sqrt{13}$, $\sqrt{34}$, $\sqrt{89}$. Denkt man sich die Figuren 1 und 5 so stark vergrössert, dass die Höhe der Insertionspunkte über dem Nullpunkt derjenigen in der Ausgangsstellung Fig. 6 gleich wird, wie im Texte wiederholt angenommen, so verschwinden die Wurzelzeichen und wir erhalten für die Breitendimensionen das Verhältniss 13 : 34 : 89. Die Fortsetzung der Constructionen bis zu dem Stadium, wo die 34er und 55er Zeilen sich rechtwinklig schneiden, würde als weitere Glieder dieser Reihe ergeben: 233 : 610 : 1597 : 4181, — sämmtlich Ziffern, welche der bekannten recurrenten Reihe 1, 2, 3, 5, 8, 13 etc. angehören. Die successiven Dachstühle für ein und dasselbe Organ, z. B. 18 (vergl. Fig. 6), haben in solchen (vergrössert gedachten) Constructionen, der Voraussetzung gemäss, genau gleiche Höhe, aber wegen des wechselnden Verhältnisses der Sparrenlängen bloss annähernd gleiche Breite (vergl. Nr. 10 des Textes).

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Basel](#)

Jahr/Year: 1878

Band/Volume: [6_1878](#)

Autor(en)/Author(s): Schwendener Simon

Artikel/Article: [Ueber die Verschiebuugen seitlicher Organe durch ihren gegenseitigen Druck 216-246](#)