© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fortpflanzung der Elektricität im Telegraphendraht.

Von **Ed. Hagenbach-Bischoff.**

Seitdem Wheatstone im Jahre 1834 versucht hat, die zeitliche Verspätung im Ueberspringen eines Funkens an weit aus einander liegenden Stellen eines Drahtes zu bestimmen, sind hauptsächlich mit Telegraphenleitungen nach sehr verschiedenen Methoden mannigfache Versuche angestellt worden, welche den Zweck hatten, die Zeit zu bestimmen, um welche das Eintreten einer Stromwirkung durch die Einschaltung verschieden langer Drahtleitungen verzögert wird. Da es sich dabei um die Messung sehr kleiner Zeiten handelt und da auch das Hervorbringen der Wirkung im Apparate eine mit den Umständen veränderliche Zeit erfordert, so ist es, um klarsprechende Resultate zu erhalten, vor Allem nöthig, den Einfluss der Wirkungszeit im Apparate durch die Anordnung der Versuche zu eliminieren. Bei den folgenden mit verhältnissmässig einfachen Mitteln angestellten Beobachtungen glaube ich dieses Resultat in befriedigender Weise erreicht zu haben.

Zur Zeitmessung wurde der Lissajous'sche Comparator benützt, welcher bekanntlich den Phasenunterschied zweier senkrecht zu einander isochron schwin-

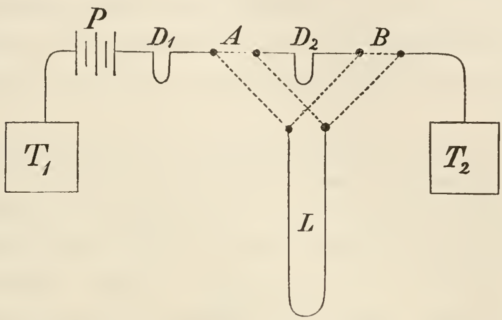
© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

gender Stimmgabeln aus der Figur bestimmen lässt, welche die Combination der beiden Bewegungen hervorbringt; und wenn sich auch dieser Apparat weniger zur genauen absoluten Messung der Zeitgrösse eignet, so ist er dafür ausserordentlich empfindlich; und es wird auch die kleinste Aenderung des Phasenunterschiedes sogleich durch die entsprechende Gestaltsveränderung der Figur angezeigt. Der von mir verwandte Apparat war von Rud. König in Paris, die Gabeln gaben das *c* mit 256 v. s. oder 128 ganzen Schwingungen. Sie wurden vorerst durch Ankleben von etwas Wachs genau isochron abgestimmt und dann hinter einander in den gleichen Strom eingeschaltet, und zwar so, dass die erste Gabel als Selbstunterbrecher wirkte, während die zweite Gabel mit ihrem Elektromagneten in den unterbrochenen Strom eingeschaltet war und somit nach dem von der ersten erhaltenen Commando die Schwingungen vollführte. Die mit ihrer Längsaxe horizontal und ihrer Schwingungsebene vertikal gestellte erste Gabel lieferte einen vertikal schwingenden hellen Punkt dadurch, dass an den einen Zinken ein mit feiner Nadel durchstochenes und von hinten beleuchtetes Stanniolblättchen angebracht war. Dieser Punkt wurde durch ein Mikroskop beobachtet, dessen Objektiv durch die vertikal gestellte zweite Stimmgabel in horizontale Schwingungen versetzt wurde. Eine Schicht von Alaunlösung sorgte dafür, dass die Wärme der zur Beleuchtung des Punktes dienenden Gaslampe keinen störenden Einfluss auf die Schwingungsdauer der Gabel ausübte. Es versteht sich von selbst, dass die Elektromagnete der Stimmgabeln viele Windungen von verhältnissmässig dünnem Draht erhalten mussten, damit beim Einschalten langer Telegraphendrähte ein noch hinlänglich intensives Schwingen eintrat. Im Mikroskop sah man dann eine

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

der bekannten elliptischen Figuren, welche in besonderen Uebergangsfällen als Kreis oder gerade Linie sich darstellen. Wenn die Gabeln gut isochron abgestimmt waren, so blieb die Figur die längste Zeit hindurch vollkommen unverändert, was durch Einstellen eines Fadenkreuzes genau controlliert werden konnte.

Fig. 1.



Die obenstehende Fig. 1 zeigt die weitere Anordnung des Versuches.

Das eine Ende der galvanischen Batterie P ist mit einer Bodenplatte T_1 verbunden, von dem andern Ende geht der Strom zu der Unterbrechungsgabel D_1, von da zur mitschwingenden Gabel D_2 und dann zu der Bodenplatte T_2. Es stehen ferner zu unserer Verfügung die beiden freien Enden einer längeren hin und hergehenden isolierten Telegraphenleitung L. Durch eine weiter unten näher beschriebene Wippe kann man ganz nach Willkühr in äusserst kurzer Zeit die Telegraphenlinie entweder nach D_2 bei B einschalten und zugleich bei A kurz schliessen oder die Linie zwischen D_1 und D_2 bei A einschalten und zugleich bei B kurz schliessen. In beiden Fällen sind genau die gleichen Apparate und die gleichen Widerstände in den Strom eingeschaltet und nur die Reihenfolge der Apparate ist eine andere;

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

im ersten Fall geht der Strom direct von der ersten Stimmgabel zur zweiten und dann durch die Leitung, während er im zweiten Fall den Weg durch die ganze Leitung zurücklegen muss, um von der ersten Gabel zur zweiten zu gelangen. Man darf somit annehmen, dass beim Uebergang vom ersten Fall zum zweiten die Wirkungszeiten in beiden Gabeln gleich bleiben und desshalb den beim Umschlagen der Wippe entstehenden Phasenunterschied ganz auf Rechnung der durch Einschaltung der Telegraphenleitung bewirkten Verzögerung setzen.

Diese Annahme der gleichen Wirkungszeit beim Einschalten vorn und hinten beruht jedoch auf zwei Voraussetzungen. Erstens muss die Leitung gut isoliert sein, so dass man annehmen darf, die Abnahme des Stromes wegen Verlust sei ohne Einfluss. Einige Versuche mit Galvanometern haben über diesen Punkt mich vollkommen beruhigt. Zweitens muss aber auch die von der Stromunterbrechung abhängende Einwirkung des Magnets auf die Gabelzinken in beiden Fällen als gleich betrachtet werden können. In theoretischer Hinsicht könnte man gegen die absolute Gleichheit allerlei einwenden, da ja die Curve, nach welcher die Stromintensität anwächst, am Ende des Drahtes anders ist als am Anfang. Der Umstand jedoch, dass beim Uebergang von der vordern zur hintern Stellung der Gabel durch Umschlagen der Wippe die Stärke des Tones der Gabel keine merkliche Abnahme zeigte, berechtigt zur Annahme einer gleichen Wirkungsart. Aber selbst für den Fall, dass hier ein kleiner Einfluss sich geltend machen sollte, so würde derselbe nur die absoluten Zahlen, nicht aber die aus dem Vergleich verschiedener Linien gezogenen Resultate beeinträchtigen.

Sehr wesentlich ist die Construction der Wippe,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

wobei man nicht ausser Acht lassen darf, dass in beiden Fällen der Strom im gleichen Sinne sämmtliche Theile durchfliessen muss; denn da die Gabeln gewöhnlich etwas magnetisch sind, so würde die Umkehrung des Stromes einen bedeutenden Einfluss auf den Phasenunterschied ausüben. Die nebenstehende Fig. 2 giebt in schematischer Darstellung das Wesentliche dieses Apparates. In einem Brett sind acht mit Quecksilber gefüllte Näpfe; die, welche gleiche Buchstaben tragen, sind unter einander leitend verbunden. In die beiden mittleren Näpfe *e* und *f* tauchen die Ständer der Drehungsaxe für einen Hebel; wird dieser auf der

Fig. 2.

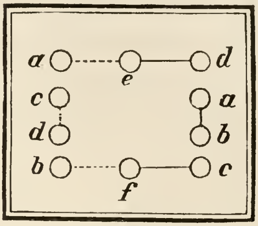
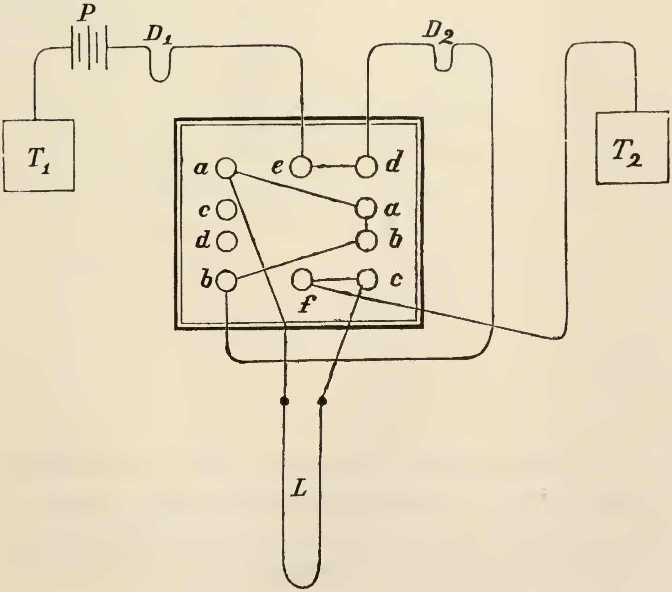


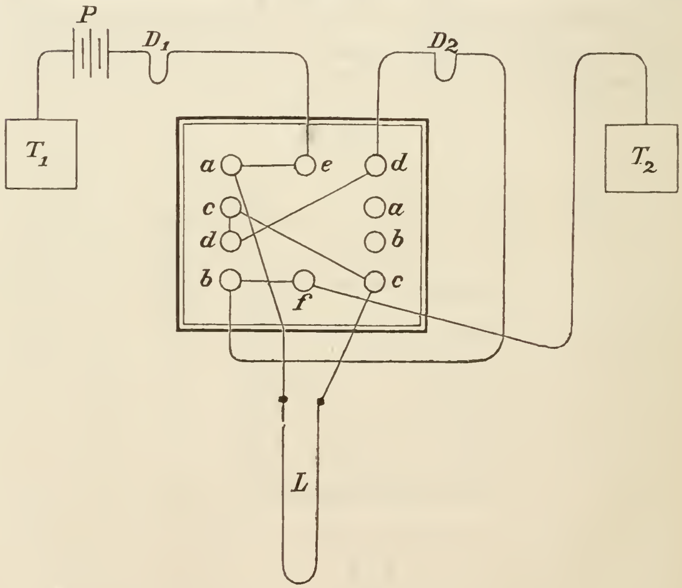
Fig. 3.



© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

rechten Seite hinuntergedrückt, so tritt, wie die ausgezogenen Linien angeben, *e* mit *d*, *c* mit *f* und *a* mit *b* in Verbindung; während das Hinunterdrücken des Hebels auf der linken Seite, wie die punktierten Linien angeben, die Verbindung von *e* mit *a*, *f* mit *b* und *c* mit *d* herstellt. Ferner wird das freie Ende, das von der Gabel D_1 kommt, mit *e* und die Erdplatte T_2 mit *f* in leitende Verbindung gesetzt und dann noch die Gabel D_2 zwischen *b* und *d* und die Telegraphenleitung *L* zwischen *a* und *c* bleibend eingeschaltet.

Fig. 4.



In Folge dieser Disposition wird beim Hinunterdrücken auf der rechten Seite, wie Fig. 3 zeigt, die Telegraphenleitung zwischen die zweite Stimmgabel und die Erdplatte, beim Hinunterdrücken auf der linken

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Seite aber, wie Fig. 4 zeigt, zwischen die beiden Stimmgabeln eingeschaltet.

Die Versuche wurden theils im September 1884, theils im Januar und Februar 1885 an verschiedenen Abenden jeweilen zwischen 9 und 10 Uhr auf dem Telegraphenbureau in Basel angestellt und wurden dadurch ermöglicht, dass sowohl die eidgenössische Telegraphendirection in Bern als die Beamten auf dem Bureau in Basel in höchst zuvorkommender und verdankenswerther Weise mich unterstützten. Es waren mir zwei isolierte Leitungen von Basel nach Luzern zur Verfügung gestellt, und es konnten dieselben in verschiedenen Distanzen, nämlich in Luzern, in Olten, in Liestal, in Sissach und in Pratteln mit einander in Verbindung gesetzt werden. Dass so lange als ich experimentierte nur die zu meinen Versuchen gehörigen Apparate an die Leitung angeschlossen waren, ist selbstverständlich.

Das Umschlagen der Wippe brachte an der Lissajous'schen Figur nicht die geringste Aenderung hervor, so lange zwischen a und c eine kurze Leitung eingeschlossen war; nach Einschaltung der Telegraphenleitung trat jedoch beim Umschlagen der Wippe sogleich eine Gestaltveränderung der Ellipse ein, die man bekanntlich sich dadurch veranschaulichen kann, dass man auf einen Glascylinder die schiefe elliptische Durchschnittsfigur aufzeichnet und denselben um seine Axe dreht. Die dem neuen Phasenunterschied entsprechende Gestalt stellte sich nicht sofort ein, sondern es drehte sich die Ellipse zuerst etwas über die neue Gleichgewichtslage hinaus, schwankte einige Male mit regelmässig abnehmendem Ausschlage hin und her und nahm dann ganz fest und unveränderlich die neue Lage ein. Sobald dann die Wippe wieder umgeschlagen, d. h. in

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

die erste Lage zurückgelegt wurde, drehte sich auch im Sehfeld des Mikroskopes die Ellipse wieder in die erste Lage zurück. Dieses Umschlagen der Wippe wurde nun stets öfters, zuweilen bis zu 30 Malen, wiederholt und stets trat mit voller Sicherheit und ganz genau, wie die Einstellung auf das Fadenkreuz des Oculares ergab, eine gleiche Aenderung der Ellipsengestalt ein. Mit Hülfe eines Ocularmikrometers liesse sich diese Gestaltsveränderung genau messen und man könnte dann daraus den Phasenunterschied berechnen; allein da mir ein solches in passender Form nicht zu Gebote stand und da auch die mir beschränkt zugemessene Versuchszeit je einer Stunde schwerlich zu solchen etwas umständlichen Messungen ausgereicht hätte, so begnügte ich mich damit, bei dem Versuche die den beiden Lagen der Wippe entsprechenden Gestalten der Ellipsen aufzuzeichnen. Um dann daraus den Phasenunterschied zu bestimmen, drehte ich einen Glascylinder mit aufgezeichneter schiefer Schnittellipse so herum, dass nach dem Augenmaass eine den aufgezeichneten Figuren gleiche Gestaltveränderung eintrat; die an einem getheilten Kreise abgelesene Drehung gab dann den Phasenunterschied.

Zuerst wurde mit der Drahtschlinge Basel-Luzern-Basel experimentirt; bei der Einschaltung durch Wippenumschlag zeigte sich sogleich eine bedeutende Gestaltsveränderung der Ellipse, die einer Drehung des Cylinders von etwa 81^{0} entsprach. Wurde dann die Wippe wieder in die erste Lage zurückgebracht, so stellte sich genau die ursprüngliche Figur wieder her. Da jedoch die Wegnahme der Phase φ das Gleiche bewirken muss, wie das Hinzufügen der Phase $2\pi - \varphi$, so entspricht die Gestaltsveränderung beim Rückschlagen der Wippe nicht dem Rückdrehen des Cylinders um 81^{0}, sondern einem

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

weitern Vorwärtsdrehen von 360°—81°. Bei den späteren Versuchen mit kürzeren Leitungen, wo die ganze Drehung nur wenige Grade betrug, machte sich die Accomodation der schwingenden Gabel stets so, dass vorwärts und rückwärts die gleiche kleine Drehung durchlaufen wurde.

Auch ergaben die Versuche mit den längern und kürzern Schlingen, dass bei Anwendung verschieden starker Ströme nur die Amplitude vergrössert, die Phasenänderung aber nicht betroffen wurde; es erwies sich also die zu bestimmende Zeit unabhängig von der Stromstärke oder der absoluten Grösse der Potentialdifferenz; es entspricht das ebensowohl den Resultaten die Fizeau, Gaugain und andere gefunden haben, als auch der später zu erwähnenden Theorie.

Im Folgenden sind die mit den verschiedenen Schlingen angestellten Versuche zusammengestellt. Die Winkel bedeuten die Drehungen, welche dem erwähnten Glascylinder gegeben werden mussten, damit die auf ihn gezeichnete elliptische Schnittfigur die gleiche Gestaltveränderung hervorbrachte wie die im Gesichtsfeld gesehene Ellipse; die daneben stehenden Verzögerungen sind unter der Annahme berechnet, dass die Stimmgabel in der Sekunde 128 Schwingungen machte.

Linie geschlossen in:	Drehung des Cylinders.	Verzögerung in Sekunden.
Luzern	81°	0,0018
Olten	24°	0,00052
Sissach	14°	0,00030
Liestal	10°	0,00022
Basel	5°	0,00011

Wir müssen zugeben, dass unsere sämmtlichen Versuche noch etwas den Charakter provisorischer Vorver-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

suche tragen. Da sich die Figuren scharf einstellen und lange Zeit unveränderlich bleiben, könnten leicht verschiedene Methoden, hauptsächlich mit Einstellung auf die Uebergangsform der schiefen geraden Linie, ausfindig gemacht werden, die eine viel zuverlässigere, von dem stets unsichern Schätzen unabhängige Messung des Phasenunterschiedes ergeben; dazu müssten aber die Leitungen auf längere Zeit für Versuche im Laboratorium zur Verfügung stehen. Das kann natürlich eine Telegraphenverwaltung nicht gestatten für Drähte, die zum regelmässigen Dienst verwendet werden.

Beim Durchsehen der Literatur habe ich nachträglich gefunden, dass schon im Jahr 1876 J. Lovering[1]) für die Bestimmung der Geschwindigkeit der Elektricität eine in der Hauptsache meinem Stimmgabelapparat ähnliche Vorrichtung beschrieben hat; über das Resultat der Versuche, die er in Aussicht stellt, habe ich nirgends etwas finden können. Auch hat A. v. Ettinghausen[2]) bei seinen Versuchen über die Verzögerung im Verlaufen der Inductionsströme im Jahr 1876 den Stimmgabelapparat zur Bestimmung der Zeit angewandt.

Um die durch den Versuch erhaltenen Zahlen nach ihrer Bedeutung beurtheilen zu können, müssen wir auf die Theorie der Elektricitätsleitung im Drahte etwas näher eintreten.

Bekanntlich hat zu Anfang unseres Jahrhunderts Fourier die zur Wärmeleitung gehörigen Begriffe genau definiert und die Grundlage zur mathematischen Behandlung dieses Vorganges gelegt; die Uebertragung dieser Vorstellungen von der Wärme auf die Elektricität

---

[1]) Jos. Lovering. On a new method of measuring the velocity of electricity. Silliman Journal (3), vol. XI, p. 211 (1876).

[2]) Poggendorff, Annalen, Bd. CLIX, p. 51.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ist das Verdienst von G. S. Ohm. Insofern die dabei gemachten Voraussetzungen nicht nur für Wärme und Elektricität, sondern auch für die Leitung von Flüssigkeiten und die Diffusionserscheinungen gelten, können wir von einem allgemeinen Problem der Leitung reden, das nach mannigfachen Gesichtspunkten von den verschiedensten Forschern behandelt worden ist; immerhin so, dass man auf die von Fourier gelegten Grundlagen weiter baute. Da es für die richtige Auffassung der Erscheinung sehr wichtig ist, genau zu übersehen, welches die Voraussetzungen sind, unter denen man durch theoretische Entwicklung zu den Resultaten gelangt, so mag im Folgenden das zur Beurtheilung des von uns untersuchten Vorganges Nöthige in möglichst einfacher Form und direct ohne grosse Rechnungen entwickelt werden; zugleich citieren wir, ohne Anspruch auf Vollständigkeit zu machen, die hauptsächlichsten mathematischen Arbeiten, die hier in Betracht kommen.[1])

---

[1]) Fourier. Théorie analytique de la chaleur. Paris 1822.

Poisson. Journal de l'Ecole polytechnique. Tome XII, p. 1. 1823.

G. S. Ohm. Die galvanische Kette. 1827.

William Thomson. Mathematical and Physical Papers. I, p. 39, II, p. 41, 61, 131.

Kirchhoff. Gesammelte Abhandl., p. 131, 154, 182. (Pogg. Ann., C, p. 193; CII, p. 529; Berliner Monatsbericht, Oct. 1877.)

Riemann. Partielle Differentialgleichungen, herausgegeben von Hattendorff. 1. Aufl. 1869. 3. Aufl. 1882.

Bertrand. C. R. LXXXVI, p. 916.

Mascart. C. R. LXXXVI, p. 965.

A. Cornu. C. R. LXXXVI, p. 1120.

Wiedemann. Die Lehre der Elektricität. I, p. 397.

Vaschy. Résumé des communications de la Société française de physique du 4 juin 1886.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wir betrachten die Elektricitätsleitung in einem homogenen Drahte und wählen folgende Bezeichnungen:

Länge des Drahtes	l
Gesammtleitungswiderstand . . .	r
Einheitswiderstand	$\varrho = \frac{r}{l}$
Gesammtcapacität	c
Einheitscapacität	$\gamma = \frac{c}{l}$
Abstand vom Anfang des Drahtes	x
Zeit	t
Potential irgend einer Stelle . . .	v

v ist nun eine Funktion der Veränderlichen x und t und der Constanten l, γ, ϱ und zur Bestimmung dieser Funktion dient in erster Linie die partielle Differentialgleichung:

$$(1) \qquad \gamma \varrho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2};$$

diese ergiebt sich unmittelbar aus dem elektrostatischen Grundsatze der Proportionalität von Elektricitätsmenge und Potential, dem elektrodynamischen Grundsatze der Proportionalität von Stromstärke und Potentialdifferenz und der Voraussetzung, dass bei der Leitung keine Elektricität verloren gehe.

Zu der obigen Differentialgleichung kommen dann noch die durch die Umstände gegebenen Grenzbedingungen, d. h. die Vertheilung des Potentials zur Anfangszeit, wo $t = o$, auf dem ganzen Drahte und die Aenderungen des Potentiales mit der Zeit am Anfang und am Ende des Drahtes, wo $x = o$ und $x = l$.

Die Differentialgleichung bestimmt in Verbindung mit den Grenzbedingungen vollkommen unsere Aufgabe; ohne vor der Hand auf einzelne Fälle einzutreten, begnügen wir uns im Folgenden damit, daraus ein auf unsere Fälle anwendbares allgemeines Resultat abzuleiten.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wir führen in die obige Gleichung eine andere Veränderliche ein, indem wir setzen:

$$(2) \qquad \xi = \frac{x}{l}$$

und erhalten somit:

$$(3) \qquad l^2 \gamma \varrho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2}.$$

Wir bezeichnen nun ferner mit t_1 die Zeit, nach welcher die ursprünglich gegebene relative Vertheilung des Potentiales im Draht entsprechend der in Verbindung mit den Grenzbedingungen den ganzen Verlauf bestimmenden Differentialgleichung in eine bestimmte andere relative Vertheilung umgewandelt wird, oder, anders ausgedrückt, die Zeit, welche nöthig ist, um den gegebenen anfänglichen Ladungszustand d. h. die Anfangsladung umzuwandeln in einen andern bestimmten Ladungszustand, den wir als Endladung bezeichnen wollen; wir nennen desshalb diese Zeit t_1 die „Ladungszeit“. Falls die beiden um die Zeit t_1 aus einander liegenden Ladungszustände dadurch charakterisiert sind, dass der erste eine bestimmte Erscheinung am Anfang und der zweite eine gleiche Erscheinung am Ende des Drahtes bewirkt, so können wir auch sagen, es bedeute t_1 die Zeit der Fortpflanzung der erwähnten Erscheinung vom Anfang zum Ende des Drahtes, d. h. für die Strecke l. Diese Grösse t_1 ist offenbar eine Constante in Bezug auf die Veränderlichen der Gleichung, aber abhängig von den Constanten des Drahtes (γ, ϱ, l) und den gegebenen Grenzbedingungen.

Wir führen nun auch für t eine andere Veränderliche ein und setzen:

$$(4) \qquad \tau = \frac{t}{t_1}$$

und erhalten somit:

$$(5) \qquad \frac{l^2 \gamma \varrho}{t_1} \cdot \frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Aus dieser Gleichung folgt, dass wenn bei verschiedenen Drähten die Grösse $l^2 \gamma \varrho / t_1$ constant bleibt, wenn ferner die Vertheilung des Potentiales zur Anfangszeit relativ gleich, d. h. wenn für $t = o$ überall v die gleiche Function von ξ ist, und wenn ausserdem die Aenderungen am Anfang und Ende des Drahtes relativ gleich sind, d. h. die gleichen Functionen von τ, dann alle den Verlauf bedingenden Gleichungen vollkommen identisch sind. Der relative Verlauf der Erscheinung ist somit in solchen Drähten vollkommen gleich und es wird bei allen, wenn $\tau = 1$ oder $t = t_1$, die gleiche relative Anfangsladung in die gleiche relative Endladung übergeführt sein. Die t_1 der verschiedenen Drähte repräsentieren somit die Zeiten, welche gleichen Ladungsänderungen entsprechen und sie sind also, da $l^2 \gamma \varrho / t_1$ für alle Drähte gleich bleiben muss, an die Bedingung geknüpft

$$(6) \qquad \frac{l^2 \gamma \varrho}{t_1} = A$$

wo A eine constante Zahl ist, die von der Anfangsladung, von der zu erreichenden Endladung und den Aenderungen des Potentiales am Anfang und Ende des Drahtes, nicht aber von den Constanten des Drahtes abhängt; ebenso ist A und somit auch t_1 unabhängig von dem absoluten Werthe der Potentialgrösse, denn wenn wir v mit einer constanten Grösse multiplicieren, fällt dieselbe aus der Rechnung fort.

Aus (6) folgt:

$$(7) \qquad t_1 = \frac{1}{A} \cdot l^2 \gamma \varrho = L \cdot l^2 \gamma \varrho$$

die constante Zahl L nennen wir den „Ladungscoefficienten“.

Wir haben somit folgendes Resultat:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Die Ladungszeit ist von der absoluten Grösse des Potentiales unabhängig und für verschiedene Drähte mit gleichen relativen Grenzbedingungen proportional dem Quadrate der Drahtlänge, der Einheitscapacität und dem Einheitswiderstande.

Wir nennen diess das „Ladungsgesetz“.

Genau zu dem gleichen Resultate kann man auch auf dem Wege der Rechnung gelangen, indem man sich des allgemeinen der Differentialgleichung und den Grenzbedingungen genügenden Integrales bedient, das schon von Fourier und Ohm und vollständiger von Riemann gegeben wurde.

Da bei einem gleichförmigen Leitungsdrahte $c = \gamma l$ und $r = \varrho l$, so können wir auch schreiben:

$$(8) \qquad t_1 = L \, . \, c \, r.$$

Dieses Resultat folgt nach seinem Hauptinhalte schon aus der einfachen Betrachtung, dass die zur Ladung nöthige Zeit ebensowohl mit der Zunahme der zu fördernden Elektricitätsmenge, als mit der Vermehrung des dem Fliessen sich entgegenstellenden Widerstandes wachsen muss; und es lässt sich dasselbe in populärer Weise an dem Beispiele des pneumatischen Glockenzuges erläutern, wo offenbar bei doppelter Länge erst nach vierfacher Zeit das Läuten auf das Drücken folgt, da es nöthig ist, doppelt so viel Luft hineinzudrücken und ausserdem diese Luft doppelt so weit zu treiben.

Es frägt sich nun, in wie fern wir berechtigt sind, das theoretisch abgeleitete Ladungsgesetz auf unsere und andere ähnliche Versuche anzuwenden. Die gleichen relativen Vertheilungen des Potentiales zu Anfang und Ende der Ladungszeit dürfen wir wohl voraussetzen und

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

sie gelten jedenfalls vollkommen, wenn ein stationärer Strom unterbrochen oder ein Strom geschlossen, d. h. ein nicht elektrischer Draht mit einer Elektricitätsquelle in Verbindung gesetzt wird; auch dürfen wir ferner voraussetzen, dass die Stimmgabeln in ihrer Accomodation an die Unterbrechungen bei den verschiedenen Versuchen genau die gleiche Stellung gegenüber den Ladungen des Drahtes annehmen. Es ist nun aber noch weiter zu untersuchen, ob die für den Anfang und das Ende des Drahtes erforderlichen Bedingungen eintreffen. Sie gelten mathematisch streng, wenn Stromschluss und Stromunterbrechung momentan eintreten; wenn jedoch diess auch nicht in absoluter Weise stattfindet, so darf man doch annehmen, dass in der Hauptsache der Charakter der momentanen Schliessung und Unterbrechung sich geltend macht und dass man somit die Gültigkeit des für die Ladungszeit gefundenen Gesetzes erwarten darf.

Von diesem Gesichtspunkte aus wollen wir vorerst unsere und dann andere ähnliche Versuche ins Auge fassen.

Bei den von uns angestellten Beobachtungen war leider die Bedingung eines für die ganze Strecke gleichförmigen Drahtes nicht erfüllt, in so fern Telegraphendrähte von 3, 4 und 5 mm. Durchmesser angewandt waren und auf zwei kurzen Strecken, nämlich innerhalb der Stadt Basel und im Tunnel bei Luzern, Kabel eingeschaltet waren. Wir müssen also sehen, wie wir eine aus verschiedenartigen Drähten zusammengesetzte Leitung auf eine gleichartige durch Rechnung reducieren können. Aus Gleichung (3) folgt, dass zwei Leitungen, für welche l_0, γ_0, ϱ_0 und l_1, γ_1, ϱ_1 die Constanten sind, bei gleicher relativer Vertheilung des Potentiales am Anfang der Zeit und gleicher Aenderung am Anfang

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

und Ende des Drahtes mit der Zeit, sich absolut identisch verhalten, wenn:

$$l^2_0 \gamma_0 \varrho_0 = l^2_1 \gamma_1 \varrho_1;$$

wir können desshalb die Länge l_0 eines Normaldrahtes von der Einheitscapacität γ_0 und dem Einheitswiderstand ϱ_0, welcher in Bezug auf die Elektricitätsfortpflanzung genau das gleiche leistet wie der gegebene Draht mit den Constanten l_1, γ_1 und ϱ_1, bestimmen nach der Formel:

$$l_0 = l_1 \cdot \sqrt{\frac{\gamma_1 \varrho_1}{\gamma_0 \varrho_0}};$$

wir nennen l_0 die auf den Normaldraht reducierte Länge und $\sqrt{\frac{\gamma_1 \varrho_1}{\gamma_0 \varrho_0}}$ den Reductionsfactor und nehmen für unsere Versuche einen Telegraphendraht von 4 mm. Durchmesser als Normaldraht.

Die genaue Angabe der Länge der verschiedenen Drähte und Kabel erhielt ich von Herrn Direktoradjunkt T. Rothen am eidgenössischen Telegraphenamt in Bern und ich bin demselben für sein äusserst freundliches Entgegenkommen zu bestem Dank verpflichtet. Die Einheitscapacitäten der Drähte habe ich nach der bekannten Formel unter der Voraussetzung einer Bodendistanz von 4 m. berechnet und das so gefundene Resultat um die Hälfte vermehrt, um dadurch den Einfluss der vielen Nachbardrähte, der Stangen, der Luftfeuchtigkeit u. a. m. auf die Vermehrung der Capacität zu berücksichtigen; die Einheitswiderstände der Drähte entnahm ich den Tabellen im Buche von Jenkin[1]); für Capacität und Widerstand des Kabels in Basel erhielt ich die Zahlen von Herrn Rothen und für das sechs mal kür-

---

[1]) Elektricität und Magnetismus, übersetzt von Fr. Exner. Braunschweig 1880. p. 358.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zere Kabel im Tunnel bei Luzern habe ich die gleichen Zahlen für die Längeneinheit angenommen.

So erhielt ich:

	Capacität per Kilometer in Mikrofarad.	Widerstand per Kilometer in Ohm.	Reductionsfactor auf den Draht von 4 mm.
3 mm. Draht	0,0097	16,7	1,31
4 mm. Draht	0,010	9,4	1
5 mm. Draht	0,0103	6,0	0,81
Kabel	0,193	9,7	19,92

Für die mit diesen Reductionsfactoren ermittelten reducierten Längen muss nun nach dem Ladungsgesetz $t\,/\,l^2$ constant sein. Die Rechnung ergab:

Linie geschlossen in:	Reducierte Länge in Kilometern.	$10^{10} \cdot \frac{t}{l^2}$
Luzern	284,8	217
Olten	157,5	210
Sissach	115,8	226
Liestal	97,6	227
Pratteln	85,6	148 [1])

Die Zahlen der letzten Columne sind hinlänglich constant, wenn wir die noch etwas unvollkommene Me-

[1]) Bei einer vorläufigen Mittheilung an der Versammlung schweizerischer Naturforscher in Luzern im Jahr 1884 (Archives de Genève XII, p. 476), hatte ich einige Zahlen mitgetheilt, die bei genauerer späterer Untersuchung abgeändert werden mussten; die ursprüngliche Vermuthung, dass die Strecke der Zeit proportional sei, erwies sich dabei als unrichtig; in einer Notiz von Wiedemann's Beiblätter (IX, p. 264) habe ich auf dieses Versehen aufmerksam gemacht und bemerkt, dass das Quadratgesetz richtig sei. Diesem Gesetz entsprachen auch die an der Naturforscherversammlung in Locle (Archives de Genève, Sept. 1885) gegebenen Zahlen, obwohl bei denselben die Distanzen noch nicht reduciert und auch die Zeiten nur ganz vorläufig abgeschätzt waren.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

thode bei Messung des Phasenunterschiedes und die in mancher Hinsicht entsprechend den Umständen nicht genau bestimmten Daten über Länge, Widerstand und Capacität der Drähte in Betracht ziehen. Für Pratteln ist wahrscheinlich die Schätzung der noch unbedeutenden Drehung etwas zu klein ausgefallen; doch sei bemerkt, dass auch für diese verhältnissmässig kleine Distanz beim häufig wiederholten Umschlagen der Wippe die Drehung sich stets sicher in gleicher Grösse einstellte. Es können somit die von mir gefundenen Zahlen als ein neuer Beleg für die Abhängigkeit der Ladungszeit von dem Quadrat der Länge gelten. Ich sage „ein neuer Beweis", da schon seit längerer Zeit verschiedene Forscher nach andern Methoden zu dem gleichen Resultate gelangt sind, wie die folgende Zusammenstellung zeigen mag.

Die schon im Jahr 1850 von Werner Siemens und im Jahr 1854 von Faraday und L. Clarke aufgefundene und durch Versuche näher studierte Verzögerung der Fortpflanzung in Kabeln durch Flaschenladung gab Veranlassung zu vielen weiteren theils experimentellen, theils theoretischen Untersuchungen, ins Besondere von Will. Thomson[1]), der bei verschiedenen Gelegenheiten auf das Quadratgesetz aufmerksam machte, dessen Wichtigkeit für die Herstellung transatlantischer Kabel betonte und auch gegenüber den Untersuchungen von Whitehouse[2]) an der Richtigkeit desselben festhielt, sobald man nur die Nebenumstände in passender Weise berücksichtige. Später, im

[1]) Mathem. and Phys. Papers II, p. 92.

[2]) Report of Brit. Assoc. 1855, II, p. 23; 1856, II, p. 21; Edinb. Journ. (2), IV, p. 332; Athenäum 1856, p. 1092, 1219, 1247, 1338, 1371.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Jahr 1860, hat Guillemin[1]) durch eine sehr sorgfältige Arbeit das Quadratgesetz für oberirdische Telegraphenleitungen nachgewiesen und das Gleiche zeigte Gaugain[2]) für einen verhältnissmässig schlechten Leiter, nämlich einen Baumwollenfaden; für unterseeische Kabel hat ferner Varley[3]) die Richtigkeit des Quadratgesetzes gezeigt und für unterirdische Kabel Frölich[4]); während Albrecht[5]) in diesem Fall die „Stromzeit“ durch eine Formel darzustellen sucht, welche ein der ersten und ein der zweiten Potenz der Distanz proportionales Glied enthält; es ist, wie auch O. Frölich gezeigt hat, zu vermuthen, dass die hier gemessene Stromzeit auch von der Differenz der Verzögerung der Relais beeinflusst war. Im Widerspruch mit dem Quadratgesetz fand Werner Siemens[6]) bei zwei Versuchen, wo die in Bezug auf die Fortpflanzung beobachtete Erscheinung durch das Ueberspringen von Funken gegeben war, Proportionalität zwischen Zeit und Distanz. Es ist sehr verdankenswerth und für die Wissenschaft wichtig, dass hier mit einem eben so sinnreichen als sorgfältig ausgeführten Apparate zum ersten Male wieder seit Wheatstone Versuche mit hohen Potentialdifferenzen angestellt wurden; aber um dafür ein ganz anderes und mit der Theorie nicht stimmendes Gesetz anzunehmen, müsste eine grössere Reihe von Beobachtungen mit verschiedenen Längen die Propor-

---

[1]) Annales de Chimie et de Physique (3) LX, p. 385.

[2]) Annales de Chimie et de Physique (3) LX, p, 326.

[3]) Phil. Mag. (4) XXV, p. 548 (1863).

[4]) Schumacher, Astron. Nachrichten, XCIV, p. 133 (1879); XCV, p. 17 (1879).

[5]) Schumacher, Astron. Nachrichten, XCI, p. 229 (1878); XCIII, p. 257 (1878); XCIV, p. 189 (1879).

[6]) Pogg. Ann. CLVII, p. 309. Siemens, Ges. Abh., p. 365.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

tionalität bestätigen und zugleich nachweisen, dass nicht einige mit dieser Beobachtungsmethode zusammenhängende Einflüsse, wie die bei hoher Spannung starke äussere Ableitung, eine kleine Aenderung in der Spitzendistanz oder irgend ein anderer bei dem immerhin etwas complicierten Vorgang des Funkenspringens sich geltend machender Umstand, in störender Weise das Resultat beeinflussten.

Man hat häufig mit der aus Versuchen abgeleiteten Fortpflanzungszeit in die bezüglichen Strecken dividiert und die so berechnete „Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität“ ist äusserst verschieden ausgefallen. Es darf uns das nicht wundern. Wenn nämlich die hier in Rechnung gebrachte Zeit die dem Quadrate der Drahtlänge proportionale Ladungszeit ist, so muss bei sonst gleichen verschieden langen Leitungsdrähten die so berechnete Geschwindigkeit der Länge umgekehrt proportional sein und somit jede andere Länge ein anderes Resultat für die Geschwindigkeit geben.

Wenn das Ladungsgesetz gilt, so muss eben nicht auf die Grösse l / t_1, sondern die Grösse l^2 / t_1 oder deren reciproken Werth t_1 / l^2 die Aufmerksamkeit gelenkt werden. Diese Grösse muss bei gleichartigen Drähten constant bleiben, bei verschiedenartigen Drähten aber dem Producte der Einheitscapacität mit dem Einheitswiderstande proportional sein; diess aber nur in so fern, als genau der gleiche Apparat zur Bestimmung der Ladungszeit verwendet wird. Denn t_1 bedeutet ja die Zeit, nach welcher die anfängliche relative Potentialvertheilung in eine bestimmte andere Vertheilung umgewandelt wird; Anfangsladung und Endladung sind aber durch das Eintreten der beobachteten Erscheinung an den betreffenden Stellen charakterisirt; und dass hier in

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Betreff der Zeit die Art der Erscheinung sich geltend macht, ist leicht ersichtlich; für den Fall, dass am Anfang des Drahtes durch Stromschluss das Potential momentan gehoben wird, hat William Thomson theoretisch die Curve berechnet, nach welcher in gegebener Distanz das Potential anwächst, und verschiedenartige Versuche, ins Besondere die von Guillemin und Frölich, haben die Richtigkeit der Theorie bestätigt und die damit zusammenhängende Abhängigkeit der Ladungszeit von der auszuführenden Leistung dargethan. Die für verschiedene Versuche berechnete Grösse l^2/t_1 wird desshalb nicht nur vom Producte der Einheitscapacität mit dem Einheitswiderstand, sondern auch von der Art des Versuches abhängen und es wird nicht sehr leicht sein, für alle gegebenen Fälle diesen Einfluss zu bestimmen. Um nun die verschiedenen Resultate zu vergleichen, wäre es allerwenigstens passend, alle auf das gleiche Product von Einheitscapacität und Einheitswiderstand zu reducieren; da jedoch in den wenigsten Fällen diese Grössen hinlänglich genau bekannt sind, so wollen wir uns mit der Berechnung der Werthe $10^{10} . t / l^2$ begnügen, und dann sehen, wie die Abweichungen dieser Grössen aus den Widerstands- und Capacitätsverhältnissen einerseits und der Art der Versuche andererseits sich rechtfertigen lassen. Die folgende Tabelle giebt ohne Anspruch auf Vollständigkeit eine solche Zusammenstellung; es handelt sich ja vor der Hand nur darum zu zeigen, wie die nach den verschiedensten Methoden angestellten Versuche zu verhältnissmässig übereinstimmenden Resultaten führen, wenn sie vom Standpunkte des Ladungsgesetzes betrachtet werden.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Beobachter.	Länge l in Kilom.	Zeit t in Sekunden	$10^{10}\frac{t}{l^2}$
I. Versuche mit oberirdischen Drähten.			
1. Wheatstone	0,8	0,00000087	13432
2. Fizeau u. Gounelle .	314	0,003085	313
3. Walker	885	0,02943	376
4. Mitchel	977	0,02128	223
5. Gould u. Walker . .	1681	0,07255	257
6. Guillemin	1004	0,028	278
7. Plantamour u. Hirsch .	132,6	0,00895	5090
8. Werner Siemens . .	23,372	0,0001014	1856
9. Löwy u. Stephan . .	863	0,024	322
10. Albrecht	1230	0,059	390
11. Hagenbach	284,8	0,0018	217
II. Versuche mit unterseeischen und unterirdischen Kabeln.			
12. Airy	434,5	0,109	5774
13. Faraday	2414	2	3433
14. Whitehouse	801,3	0,79	12304
15. Varley	434	0,0525	2783
16. Albrecht	305	0,053	5697
17. Frölich	796	0,300	4735
18. Löwy u. Stephan . .	926	0,233	2516

1. Wheatstone[1]) stellte seinen Versuch im Jahre 1834 an mit einem Kupferdraht von der Länge einer halben englischen Meile und dem Durchmesser eines Fünftels-Zoll und bestimmte mit Hülfe eines rotierenden Spiegels die Zeit, die zwischen dem Ueberspringen des Funkens am Anfang und in der Mitte des Drahtes verfloss. Der Einheitswiderstand des Wheatstone'schen Drahtes war dem eines 4 mm. Eisendrahtes ziemlich

---

[1]) Philos. Trans. 1834, p. 583.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

gleich, da der Querschnitt etwa 6 mal kleiner und die Leitungsfähigkeit etwa 6 mal grösser war. Auch die Einheitscapacität war wohl nicht sehr verschieden, da der kleinere Radius durch die grössere Nähe der Wand so ziemlich aufgewogen wurde. Da also das Product von Einheitscapacität und Einheitswiderstand nahe dem eines gewöhnlichen Telegraphendrahtes war, so ist im Vergleich mit den andern Resultaten die Zahl in der letzten Columne über Erwarten gross. Dabei ist jedoch in Betracht zu ziehen, dass Wheatstone selbst die gefundene Zeit nur durch Abschätzung als eine obere Grenze bezeichnet und dass wir also eine kleinere Zeit annehmen dürfen, was um so mehr nothwendig ist, als der Funke nicht am Ende des zur Erde abgeleiteten, sondern in der Mitte des mit entgegengesetzten Elektricitäten in Verbindung gesetzten Drahtes übersprang. Der Wheatstone'sche Versuch gab zu der die Lichtgeschwindigkeit übertreffenden Geschwindigkeit der Elektricität von 46,000 geographischen Meilen Veranlassung, die in alle Schulbücher übergegangen ist, und die im Grunde gar nichts Vernünftiges bedeutet; nach dem Ladungsgesetze muss man eine noch kleinere Zeit annehmen, die eine noch viel grössere Geschwindigkeit liefern würde. Wir haben alle Ursache anzunehmen, dass Wheatstone den Winkel in der Verschiebung des Bildes etwas zu gross geschätzt hat, da eine noch grössere Geschwindigkeit ihm zu unwahrscheinlich vorkam.

2. Fizeau[1]) wandte bei seinem im Jahr 1850 in Verbindung mit Gounelle angestellten Versuche mit einer 4 mm. Telegraphenleitung zwischen Paris und Amiens ein Verfahren an, das viel Aehnlichkeit hat mit der von ihm zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

---

[1]) Compt. rend. de l'Acad. des sc. XXX, p. 437.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

verwandten Methode; in Betreff des Productes von Einheitscapacität und Einheitswiderstand ist also dieses Resultat mit dem meinigen auch auf 4 mm. Eisendraht reducierten vergleichbar. Ein zweiter mit einem Kupferdraht angestellter Versuch lässt sich weniger gut mit den andern vergleichen, da die Leitungsfähigkeit des zum Telegraphendraht verwandten Kupfers nur ungefähr abgeschätzt werden könnte.

3. Walker[1]) fand mit Hülfe astronomischer Registrirapparate im Januar 1849 für die Fortpflanzungszeit in einem Telegraphendraht von Cambridge nach Washington, dessen Länge 550 englische Meilen betrug, als Mittel aus einer Reihe von Beobachtungen die Geschwindigkeit von 18,690 Meilen in der Sekunde; daraus sind die obigen Zahlen abgeleitet.

4. Mitchel[2]) machte im November 1849 ähnliche Versuche wie Walker auf der Sternwarte zu Cincinnati mit einem nach Pittsburg und zurück führenden Telegraphendraht von 607 englischen Meilen und fand im Mittel dazu eine Fortpflanzungszeit von 0,002128 Sekunden.

5. Im Februar 1850 machten Gould[3]) und Walker Versuche auf einer Telegraphenlinie, die von Washington über Pittsburg, Cincinnati und Louisville nach St. Louis gieng; es wurden in der einen Richtung die Sekundenschläge einer Pendeluhr und in der entgegengesetzten Richtung beliebige Signale abgesandt und durch elektro-

---

[1]) Gould, Astron. Journ. I, p. 50; Silliman Journ. (2) VII, p. 206; VIII, p. 142 (1849); Schumacher, Astron. Nachr. XXIX, p. 53 u. 97.

[2]) Gould, Astron. Journ. I, p. 13; Pogg. Ann. LXXX, p. 161; Schumacher, Astron. Nachr. XXX, p. 325.

[3]) Gould, Astr. Journ. I, p. 105 (1851); Silliman Journal (2) XI, p. 67 u. 153.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

magnetische Chronographen markiert, aus der Verschiebung der letztern in Bezug auf die erstern wurde auf die Zeit geschlossen. Für die 1045 englische Meilen lange Linie von Washington nach St. Louis wurde eine Verzögerung von 0,07255 Sekunden gefunden. Die hier angewandten Eisendrähte waren so beschaffen, dass die Meile 300 Pfund wog, was 4 mm. Drähten entspricht. Die Drähte bei den andern amerikanischen Versuchen waren wohl gleich, so dass der directe Vergleich mit meinen Beobachtungen gerechtfertigt ist.

6. Guillemin stellte im Jahr 1860 mit einem sinnreich construierten Rotationsapparate Versuche an, die ihn auf die Zeit schliessen liessen, nach welcher der am Anfang des Drahtes geschlossene Strom bei seiner Wirkung auf ein am Ende des Stromes eingeschaltetes Galvanometer keine merkliche Zunahme mehr zeigte, und benützte dazu einige von Paris ausgehende Telegraphenlinien. Die genaue Uebereinstimmung der so gefundenen Resultate mit der Theorie von Ohm und Thomson hat Jenkin[1]) nachgewiesen. Die Zahlen der Tabelle beziehen sich auf die 1004 Kilometer lange Schlinge Paris-Strassburg-Paris; andere Beobachtungen gaben für den Ausdruck der letzten Columne etwas grössere Zahlen. Der angewandte Eisendraht war zum grössten Theile solcher von 4 mm. Durchmesser.

7. Plantamour und Hirsch[2]) haben die in den Jahren 1861 bis 1870 höchst sorgfältigen mit Chronograph ausgeführten astronomischen Messungen für Be-

[1]) Phil. Mag. (4) XXIX, p. 409.

[2]) Plantamour et Hirsch. Détermination télégraphique de la différence de longitude entre Genève et Neuchâtel, 1864 (Mémoires de la Soc. de physique de Genève, XVII, p. 289); entre des stations suisses, 1872; entre Simplon, Milan et Neuchâtel, 1875. Hirsch, Bullet. de la Soc. des Sc. natur. de Neuchâtel, VI, p. 82.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

stimmung des Längenunterschiedes einiger für die geodätische Vermessung der Schweiz wichtiger Punkte, nämlich zwischen Neuenburg einerseits und Genf, Weissenstein, Bern, Simplon und Mailand andererseits, sowie zwischen Simplon und Mailand zur Bestimmung der Fortpflanzungszeit eines elektrischen Signales verwendet. Die Berechnung der gefundenen Werthe giebt für den Ausdruck der letzten Columne verhältnissmässig hohe Zahlen, von denen wir Beispiels halber nur eine in die Tabelle aufgenommen haben. Die Vermuthung, dass die hier gemessene Zeit auch noch eine Differenz der Anziehungszeit der Anker enthält, ist dadurch gerechtfertigt, dass die Beobachter selbst in ihrem Berichte dieselbe deutlich aussprechen.

8. Von den durch Werner Siemens mit O. Frölich im Jahr 1875 angestellten Versuchen habe ich schon oben bei dem Quadratgesetz gesprochen. Dieselben wurden mit sehr gut isolierten Telegraphenleitungen aus 5 mm. dickem Eisendraht für die Schlingen Köpnick-Erkner-Köpnick von 25,36 Kil., Sagan-Malmitz-Sagan von 23,372 Kil., und Sagan-Streckenblock-Sagan von 3,676 Kil. ausgeführt und die Zeichen waren gegeben durch Flaschenentladungsfunken, welche am Anfang und Ende der Leitung auf den gleichen schnell und gleichförmig rotierenden Stahlcylinder überschlugen. Die für Sagan-Malmitz berechnete und in der Tabelle stehende Zahl 1856 wird noch etwas grösser, nämlich 2823, wenn wir in der oben angegebenen Weise die Reduction auf 4 mm. dicken Draht vornehmen. Die Capacität des angewandten Drahtes war von O. Frölich zu 0,053 Mikrofarad per geographische Meile oder 0,0072 Mikrofarad per Kilometer gefunden worden; es ist das nur etwa ²/₃ der von uns oben angenommenen Zahl. Es ist möglich, dass der von uns wegen der Nachbardrähte u. s. w. an-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

genommene Zuschlag von 50 % etwas zu hoch genommen war; auf die Interpretation der Resultate hat diess jedoch keinen wesentlichen Einfluss. Die verhältnissmässig sehr hohen Zahlen, welche die Siemens'schen Beobachtungen für die letzte Columne gaben, lassen sich wohl nur aus der von ihm angewandten Methode erklären; es kommt hier möglicher Weise noch eine Verzögerung in Betracht, die das Anwachsen der Potentialdifferenz durch Influenz bis zum Ueberwinden der Schlagweite veranlasst und die vielleicht für den Funken am Anfang der Leitung und am Ende derselben nicht gleich ist. Es würde viel zur Aufklärung beitragen, wenn abwechslungsweise auf der gleichen Linie Versuche über die Fortpflanzungszeit nach der Siemens'schen und nach andern Methoden angestellt würden.

9. Die Bestimmungen des Längenunterschiedes zwischen Paris-Marseille und Algier-Marseille im Jahr 1874 gab den Astronomen Löwy und Stephan[1]) Veranlassung, aus ihren sehr zahlreichen Versuchen die Verzögerung des Signales zu bestimmen. Die Leitung zwischen Paris und Marseille war eine Luftlinie, wahrscheinlich von 4 mm. dickem Eisendraht, die Leitung zwischen Marseille und Algier ein unterseeisches Kabel.

10. Die in den Jahren 1874—1877 vom geodätischen Institut in Berlin ausgeführten 9 Längenbestimmungen gaben dem Sections-Chef Professor Albrecht Veranlassung die „Stromzeit" und deren Abhängigkeit von der Distanz zu untersuchen, wovon wir schon bei Gelegenheit des Quadratgesetzes gesprochen haben. Die Zahlen in der Tabelle beziehen sich auf die Strecke Berlin-Paris; der Durchmesser der Drähte ist nicht angegeben, wird aber wohl 4 oder 5 mm. gewesen sein.

---

[1]) Annales de l'Observatoire de Marseille, I, 1878.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Waren es dickere Drähte, so ist die Zahl der letzten Columne eher etwas hoch, so dass die schon oben ausgesprochene Vermuthung, es möchte die Stromzeit von dem Unterschiede der Relaisverzögerungen etwas beeinflusst sein, sich hier bestätigen würde. Das Gleiche zeigen auch die Versuche, die später ebenfalls von Albrecht, zugleich mit den später zu erwähnenden Beobachtungen an unterirdischen Kabeln, an den oberirdischen Leitungen Berlin-Altona und Altona-Bonn ausgeführt wurden, und die für die Grösse der letzten Columne noch grössere Zahlen ergeben.

11. Aus meinen Beobachtungen habe ich nur die der Strecke Basel-Luzern-Basel entsprechende zum Vergleich mit den Resultaten der andern Beobachtungen eingeschrieben.

12. Die Beobachtungen von Airy[1]) wurden bei Gelegenheit der Bestimmung des Längenunterschiedes von Greenwich und Brüssel im Jahre 1853 ausgeführt; der grösste Theil der Leitung, nämlich von Greenwich bis Ostende, war theils unterirdisch, theils unterseeisch, und nur der Rest von Ostende bis Brüssel war oberirdisch. Man darf wohl annehmen, dass die etwas hohe Zahl auch etwas von dem Unterschied des Eintretens der Wirkung in den zu Anfang und Ende der Leitung eingeschalteten Galvanometern beeinflusst ist.

13. Im Jahre 1854 machte Faraday[2]) Versuche mit vier hinter einander zu einer Leitung verbundenen Drähten eines unterirdischen Kabels zwischen London und Manchester; die Angaben der Gesammtlänge von 1500

---

[1]) Astron. Soc. Monthl. Not. XIV, p. 246, und Mém. XXIV, p. 1; Institut XXIII, p. 82; Athenäum 1854, p. 54.

[2]) Exper. Research. III, p. 508 (Phil. Mag. (4) VII, p. 197).

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

englischen Meilen und die Verzögerung von 2 Sekunden sind wohl als abgerundete Zahlen zu betrachten.

14. Die von Whitehouse in den Jahren 1855 und 1856 mit Kabeln angestellten Versuche gewähren noch besonderes Interesse durch die Besprechung, welche, wie schon beim Quadratgesetze erwähnt wurde, William Thomson ihnen gewidmet hat. Die in die Tabelle aufgenommene Zahl bezieht sich auf eine Kabellänge von 498 Meilen und ist das Resultat von 1960 Beobachtungen. Die etwas hohe Zahl der letzten Columne mag vielleicht damit zusammenhängen, dass die Aufzeichnung der Signale auf elektrochemischem Wege stattfand.

15. Varley machte seine Versuche vermittelst eines rotierenden Commutators, der so eingerichtet war, dass das Galvanometer keinen Ausschlag gab, wenn der Commutator eine Viertelsumdrehung machte, während das Signal die Drahtlänge durchlief. Die oben erwähnten das Quadratgesetz bestätigenden Versuche waren mit einem etwas verdorbenen, in eine Rolle aufgewickelten Kabel gemacht, während die in die Tabelle aufgenommene Zahl sich auf ein 270 Meilen langes zwischen Dunwich in England und Zandvoort in Holland ausgespanntes Seekabel bezieht.

16. Bei Gelegenheit der Längenbestimmungen Berlin - Altona - Helgoland und Altona - Bonn - Wilhelmshaven wurden von Albrecht[1]) mit unterirdischen und oberirdischen Kabeln Berlin - Altona und Altona - Bonn Versuche angestellt, die hauptsächlich den Zweck hatten, den Verlauf der Curve zu erhalten, nach welcher am Ende des Drahtes die Stromintensität ansteigt. Die Zah-

---

[1]) Schumacher, Astron. Nachr. XCIII, p. 257.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

len der Tabelle beziehen sich auf die Zeit, nach welcher unter Anwendung der empfindlichsten Receptivapparate durch ein unterirdisches Kabel Berlin-Altona eine mechanische Wirkung ausgeübt werden konnte.

17. Die von O. Frölich ebenfalls auf den norddeutschen unterirdischen Kabellinien angestellten und schon bei dem Quadratgesetz erwähnten Versuche haben besonderes Interesse, weil es unter Anwendung des Russschreibers von Siemens und Halske möglich war, genaue Untersuchungen über die Curve des am Ende der Leitung ansteigenden Stromes zu erhalten. Die in die Tabelle aufgenommene Zahl bezieht sich auf einen mit der Schleife Berlin-Kiel-Berlin angestellten Versuch und giebt die Zeit, nach welcher die Stromstärke am Ende der Leitung auf $^9/_{10}$ des stationären Stromes angewachsen ist; die Zeit wäre statt 30,00 nur 14,30 beim Anwachsen auf $^5/_{10}$.

18. Der Versuch von Löwy und Stephan bezieht sich auf das unterseeische Kabel zwischen Algier und Marseille.

Wenn wir aus der obigen Zusammenstellung bei den mit oberirdischen Leitungen angestellten Versuchen die von Wheatstone, Plantamour u. Hirsch und W. Siemens weglassen, bei welchen, wie wir gesehen, die höheren Zahlen aus besonderen Umständen sich erklären, so geben die übrigen Beobachtungen für die letzte Columne verhältnissmässig wenig von einander abweichende Zahlen, deren Differenzen sich in vollem Grade rechtfertigen aus dem Umstande, dass das Product von Einheitswiderstand und Einheitscapacität nur ganz annäherungsweise gleich war und dass theils sehr verschiedene Beobachtungsmethoden angewandt wurden. Auch bei den Versuchen mit Kabeln sind die Unter-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

schiede nicht sehr gross, wenn man in Betracht zieht, dass hier jedenfalls die Leitungswiderstände und Capacitäten ziemlich weit auseinander giengen.

Im Durchschnitt sind die Ladungszeiten für die Kabel etwa 12 mal grösser, was bei der folgenden so ziemlich mittlern Verhältnissen entsprechenden Annahme dem Ladungsgesetze entspricht:

	Per Kilometer:		
	Capacität in Mikrofarad	Widerstand in Ohm	Capacität mal Widerstand
Kabel . . .	0,2	6	1,2
Draht . . .	0,01	10	0,1

Bei dieser Gelegenheit sei bemerkt, dass die von mir angewandte Methode mit den Stimmgabeln wohl besonders geeignet sein möchte, oberirdische Leitungen und Kabel in Bezug auf die Ladungszeit zu vergleichen, da man es so einrichten könnte, dass man nicht die Grösse des Phasenunterschiedes zu bestimmen, sondern nur beiderseits auf die gleiche Phasenänderung einzustellen hätte.

Wenn Einheitswiderstand und Einheitscapacität bekannt sind, so können wir die Zahl A der Gleichung (6) oder den reciproken Werth L der Gleichung (7) berechnen; so finden wir durch Einführung der von uns allerdings theilweise nur durch Abschätzung gefundenen Resultate:

$$A = 4{,}3 \qquad \text{und} \qquad L = 0{,}23$$

wobei angenommen ist, dass Capacität und Widerstand in absoluten Einheiten gemessen sind. Bedeutet γ' die Capacität in Mikrofarad und ϱ' den Widerstand in Ohm, beides für die Längeneinheit, so erhalten wir:

$$(9) \qquad t_1 = 0{,}00000023\ \gamma'\ \varrho'\ l^2$$

Ich bemerke zur Vermeidung von Missverständnissen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

hier nochmals, dass genau genommen die Grösse des Ladungscoefficienten von der zu erreichenden Wirkung abhängt und derselbe eigentlich nur genau definiert ist, wenn man auch die letztere genau bezeichnet oder, wie es z. B. O. Frölich gethan hat, angiebt den wie vielten Theil des stationären Stromes der anwachsende Strom am Ende der Leitung während der Ladungszeit erreicht. Dass ohne eine genaue solche Definition bei den von uns zusammengestellten Versuchen doch eine verhältnissmässig grosse Uebereinstimmung für den Ladungscoefficienten sich ergiebt, hängt damit zusammen, dass gewöhnlich die zu erreichende Endladung am Ende des Drahtes charakterisiert war durch das Eintreten der gleichen Erscheinung, die bei der Anfangsladung am Anfang des Drahtes stattfand.

Mit dem behandelten Ladungsgesetze steht nun in scheinbarem Widerspruch die Auffassung einer elektrischen Welle, welche ähnlich einer Schall- oder Lichtwelle mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich fortpflanzt.

Sehen wir vorerst, in wie fern hier ein Widerspruch vorliegt.

Bei dem Ladungsgesetz ist vorerst in Betracht zu ziehen, dass dasselbe nicht allgemein, sondern nur für verschiedene Drähte mit gleichen relativen Grenzbedingungen gilt; ferner gestattet das Ladungsgesetz nur Punkte gleicher relativer Lage in verschiedenen Drähten mit einander zu vergleichen, über die zeitliche Aufeinanderfolge der Wirkungen in ein und demselben Drahte sagt es nichts; während die Vorstellung einer sich im Drahte fortpflanzenden Welle gerade auf diesen letzteren Vorgang sich bezieht. Es kann somit ganz gut ohne Widerspruch zugleich die

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fortpflanzungszeit dem Quadrate der Länge proportional sein, wenn man entsprechende Punkte verschiedener Drähte vergleicht, und der Länge proportional in dem gleichen Drahte; nur erfordert diess, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in verschieden langen sonst gleichen Drähten der Länge umgekehrt proportional ist.

Ein Widerspruch zwischen dem Ladungsgesetz und der mit gleichförmiger Geschwindigkeit im Draht sich fortpflanzenden Welle tritt also nur dann ein, wenn man behauptet, dass es für Fälle, die unter dem Ladungsgesetze stehen, eine von der Länge des Drahtes unabhängige Fortpflanzungsgeschwindigkeit giebt.

Wir wollen sehen, ob und in wie fern theoretische Betrachtungen oder angestellte Versuche zu einem solchen Resultate führen.

Der Differentialgleichung (1) genügt jede Function von der Form:

$$(10) \quad v = V \, . \, e^{-x\sqrt{\frac{\pi\gamma\varrho}{T}}} \, . \, \sin\left(2\pi\frac{t}{T} - x\sqrt{\frac{\pi\gamma\varrho}{T}} + \varphi\right)$$

wo V, T und φ ganz willkürlich genommen werden können, sowie auch eine beliebige Summe solcher Functionen.

Aus Gleichung (10), welche für jede Stelle des Drahtes und somit auch für den Anfang und das Ende eine Aenderung des Potentials nach dem Gesetz der einfachen Schwingung ergiebt, folgt die Fortpflanzung einer Welle von stetig abnehmender Höhe mit einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$(11) \qquad c = 2\sqrt{\frac{\pi}{T\gamma\varrho}};$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

hier haben wir also, wenn T für verschiedene Drahtleitungen den gleichen constanten Werth behält, eine von der Länge l unabhängige Fortpflanzungsgeschwindigkeit; und ein Widerspruch wäre da, wenn die Fälle, für welche die Gleichung (10) gilt, zugleich unter dem Ladungsgesetz stünden. Diess findet aber offenbar nicht statt; denn, wenn wir die Grenzbedingungen für $t = o$, $x = o$ und $x = l$ aus Gleichung (10) ableiten, so werden dieselben nicht gleiche Functionen von ξ und τ und das Erforderniss der gleichen relativen Grenzbedingung ist nicht da. Bei einem für die verschiedenen Drähte gleichbleibenden T gilt also das Ladungsgesetz nicht für die Fälle der Gleichung (10). Wir können jedoch diese unter das Ladungsgesetz bringen, wenn wir von der Bedingung des unveränderlichen T absehen und diese Grösse von einem Draht zum andern sich ändern lassen, nach der Bedingung:

$$(12) \qquad B\,T = t_1,$$

wo B eine beliebige für die verschiedenen Drähte gleiche Constante ist. Unter diesen Umständen erhalten wir, wie leicht ersichtlich, gleiche relative Grenzbedingungen und es gilt dann das Ladungsgesetz zugleich mit der sich gleichförmig fortpflanzenden Welle; aber die Einführung des Werthes T aus Gleichung (12) in Gleichung (11) ergiebt dann auch

$$(13) \qquad c = \frac{2 \cdot \sqrt{\pi\,B\,A}}{\gamma\,\varrho\,l},$$

d. h. die oben zur Vermeidung eines Widerspruches gestellte Forderung, dass die Fortpflanzung dem l umgekehrt proportional sei, ist erfüllt.

Aus diesen Betrachtungen folgern wir, das zwischen dem Ladungsgesetze und der sich im Draht gleichförmig fortpflanzenden Welle durchaus kein Widerspruch be-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

steht; gewöhnlich liegen die Fälle, wo das eine oder das andere gilt, aus einander; und da, wo in Folge einer besondern Voraussetzung beide zugleich gelten, wird auch die an das gleichzeitige Gelten geknüpfte Forderung erfüllt.

Nun könnte man aber noch behaupten, dass die Lösung der Gleichung (10) ebenso gut oder noch besser auf die von uns besprochenen Versuche Anwendung finden könne als das Ladungsgesetz; und gerade auf die von mir angestellten Stimmgabelversuche scheint bei oberflächlicher Betrachtung diese Lösung ganz besonders zu passen. Allein es ergiebt sich das als ein trügerischer Schein, wenn wir der Sache etwas näher auf den Grund gehen. Die aus der Gleichung (10) abgeleiteten Grenzbedingungen verlangen, dass am Anfang und am Ende des Drahtes das Potential mit gleicher Schwingungsdauer, verschiedener Amplitude und einem aus den Constanten des Drahtes und der Schwingungsdauer sich ergebenden Phasenunterschiede nach dem Gesetze der einfachen Schwingung sich ändere, oder, anders ausgedrückt, dass der Draht eine Verbindung herstelle zwischen zwei Elektricitätsquellen, deren Potentiale in der gegebenen Weise varieren. Dass diess unsern und den andern mit Telegraphenapparaten oder Funkenspringvorrichtungen angestellten Versuchen, wo stets die Elektricitätsquelle nur am Anfang des Drahtes ist und am Ende des Drahtes Ableitung stattfindet, nicht entspricht, ist leicht ersichtlich.

Allein man könnte auf den Fall des Drahtes von unendlicher Länge greifen und auf unsere Versuche anwenden wollen, indem ja in diesem Fall am Ende des Drahtes das Potential stets Null bleibt; und die Anwendung damit rechtfertigen, dass man die sehr langen Drähte als unendlich lang betrachtet. Allein diess ist,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

wie eine nähere Prüfung zeigt, nicht gestattet. Setzen wir nämlich in Gleichung (10) x unendlich, so erhalten wir am Ende des Drahtes für die ganze Zeit nicht nur v, sondern auch $\partial v / \partial x$ gleich Null; es fliesst also in diesem Falle am Ende des Drahtes gar keine Elektricität ab, und wir haben während der ganzen Zeit daselbst keinen Strom. Es heisst das mit andern Worten, dass die für das Ende eines unendlich langen Drahtes geltenden Resultate nur dann auch für das Ende eines sehr langen Drahtes Anwendung finden dürfen, wenn daselbst gar keine erheblichen elektrischen Erscheinungen oder Wirkungen mehr wahrnehmbar sind. Das passt aber offenbar nicht auf die von uns studierten Erscheinungen, wo gerade die veränderlichen Wirkungen am Ende des Drahtes beobachtet werden.

Es bleibt uns noch übrig zu sehen, in wie fern angestellte Versuche über das Fortschreiten der elektrischen Welle im Draht Auskunft geben. Hiezu ist erforderlich, dass an verschiedenen Stellen in die gleiche Stromleitung Apparate eingeschaltet werden und dann die Zeit beobachtet wird, zu der an den verschiedenen Orten die Erscheinung eintritt. Diess war z. B. der Fall bei den amerikanischen Beobachtungen N° 5 unserer obigen Tabelle, wo der Strom von Washington durch die Apparate in Pittsburg, Cincinnati und Louisville nach St. Louis gieng; dabei ergab sich nahezu Proportionalität zwischen den zurückgelegten Strecken und der dazu gebrauchten Zeit. In diesem Fall kann man also von einer sich im Draht gleichförmig fortpflanzenden Welle reden; dass dennoch für die amerikanischen Beobachtungen das Quadratgesetz beim Vergleich verschiedener Leitungen sich geltend macht, geht aus Vergleich von N° 5 mit N° 4 hervor.

Es sei hier noch bemerkt, dass die von mir ange-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

wandte Methode mit den Stimmgabeln auch über die Fortpflanzung der elektrischen Welle im Draht Auskunft geben könnte, wenn zugleich zwei verschieden lange isolierte Drahtschlingen, die ich A und B nennen will, mit ihren freien Enden zur Verfügung stehen. Man würde dann vorerst A und B hinter einander nach der zweiten Stimmgabel in den Strom einschalten und die drei Phasenänderungen bestimmen, die entstehen, wenn entweder A oder B oder A und B zugleich durch Umschalten einer Wippe zwischen die Stimmgabeln verlegt würden; es liesse sich dann durch den Versuch entscheiden, in wie fern in diesem Fall die Proportionalität von Strecke und Zeit stattfindet.

Ich hatte bis jetzt nicht Gelegenheit diesen Versuch auszuführen und möchte denselben Forschern empfehlen, die für längere Zeit ungestört über Telegraphendrähte oder Kabel im Laboratorium verfügen können; für solche gelte auch die Bemerkung, dass es für alle solche Stimmgabelversuche wohl richtiger wäre, drei isochron schwingende Stimmgabeln anzuwenden und die erste nur zur Unterbrechung, die beiden andern dann ganz identischen zum Mitschwingen und zur Bildung der Lissajous'schen Figur zu benützen.

Um Missverständnissen zu begegnen, sei zum Schluss noch bemerkt, dass aus dem von uns betrachteten Zusammenhang zwischen Drahtlänge und Ladungszeit, der sich nur auf den variablen Zustand bezieht, nicht unmittelbar geschlossen werden kann auf die Strömungsgeschwindigkeit der Elektricität, die auch im stationären Strom stattfindet. Mit dieser können nicht unmittelbar Zeichen in die Ferne geschickt werden; auch ist sie nur theoretisch unter bestimmten Voraussetzungen zu ermitteln. Nimmt man z. B. das Weber'sche elektrodynamische Grundgesetz und damit die Voraussetzung an,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

dass in der Längeneinheit des elektromagnetischen Einheitsstromes stets die elektrostatische Einheitsquantität sei, so folgt daraus eine für alle Ströme constante Strömungsgeschwindigkeit der Elektricität, die gleich ist dem Verhältniss der elektromagnetischen und der elektrostatischen Stromeinheit; eine Grösse, die bekanntlich auffallend nahe bei der Lichtgeschwindigkeit liegt. Diese Uebereinstimmung gab Veranlassung zu äusserst wichtigen theoretischen Untersuchungen von Maxwell, Helmholtz und andern Forschern und zu weiteren Folgerungen in Betreff des eigentlichen Wesens der Elektricität und ihres Zusammenhanges mit Licht und Wärme; darauf näher einzutreten, würde uns über den Zweck dieser Mittheilung hinausführen.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Basel

Jahr/Year: 1890

Band/Volume: 8_1890

Autor(en)/Author(s): Hagenbach-Bischoff Eduard

Artikel/Article: Fortpflanzung der Elektricität im Telegraphendraht 165-203