Die Verwendung der einfachen Camera zur Ermittelung von Höhen und Entfernungen.

Mit Tafel III.

Von

Professor Dr. **Schönemann** in Soest.

---

1. Inhalt. Geometrische Untersuchungen weisen nach, dass durch photographische Aufnahmen von 2 Punkten aus die Möglichkeit gegeben ist, die räumlichen Dimensionen der auf beiden Bildern gemeinsam vorkommenden Gegenstände zu bestimmen. In verschiedenen Ländern hat sich die Photogrammetrie entwickelt und zugleich eine besondere Literatur über dieses Wissenschaft und Praxis vereinigende Gebiet. Eine Anzahl teurer Apparate ist von verschiedenen Konstrukteuren angefertigt, um möglichst vollkommene Leistungen zu Stande zu bringen.

Ich habe auf diesem Felde ebenfalls Untersuchungen angestellt und bin bestrebt sie zunächst nur für den speziellen Fall, wo eine Parallelverschiebung der Camera vom ersten zum zweiten Stationspunkt stattfindet, zu verwenden.

Ausserdem beschränke ich mich darauf einen einfachen Apparat ohne jede weitere Zurüstung zu benutzen. Von exakt ermittelter Brennweite mache ich keinen Gebrauch; ich verwende sie nur in einem Falle, wo sie sich aus vorhandenen Dimensionen mit genügender Genauigkeit ergibt. Es interessierte mich, da ich mich früher mit der

Verwendung der Perspektive in der synthetischen Geometrie befasst hatte, nun auch die Anwendung der Perspektive auf praktischem Gebiet. Es zog mich die Beantwortung folgender Frage an: Wie muss man mit der einfachen Camera operieren, um die Dimensionen zu ermitteln und welche Resultate ergeben sich?

Der Versammlung des naturhistorischen Vereins zu Barmen teilte ich zuerst meine Untersuchungen mit. Verschiedene anwesende Herren sprachen mir ihre Teilnahme aus und den Wunsch, eine ausführliche Darstellung zu veröffentlichen.

Es ist öfter an mich die Frage gerichtet worden, ob es nicht möglich ist, Höhen und senkrechte Linien schnell nach ihrem Maass noch auf eine andere Weise zu ermitteln als mit dem Theodolithen, wenn auch nicht die Genauigkeit erreicht werden kann, wie sie genanntes Instrument verbürgt. Meine jetzige Antwort lautet, es ist möglich durch passende Operationen mit einem einfachen photographischen Apparat.

Zum Verständnis der Methode sind nur die elementaren Kenntnisse der Ähnlichkeitslehre und der Perspektive nötig. Ich gebe zunächst eine Darstellung der Theorie und gehe dann zur praktischen Verwendung derselben bei einer bestimmten Basis über. Schliesslich weise ich nach, wie man aus drei Beobachtungsgrössen, die sich aus einer Aufnahme ergeben haben, die Dimensionen bei beliebiger Basis, wo Parallelverschiebung stattgefunden hat, ermitteln kann.

Bei der Darstellung in den Figuren habe ich das mit o bezeichnete Projektionszentrum der einfacheren Vorstellung wegen hinter die Bildfläche gesetzt.

I. Theorie der Parallelverschiebung.

2. Entwicklung der Formeln. Eine Camera $a_1\, b_1\, c_1\, d_1$ werde in die Lage $a_2\, b_2\, c_2\, d_2$ (Fig. I) durch Parallelverschiebung gebracht. In der ersten Lage ist

das Bild des Punktes P der Punkt p_1 in der zweiten ist das Bild des Punktes P der Punkt p_2; es handelt sich um die Bestimmung der Verschiebung, welche Punkt p_2 in Bezug auf p_1 erfahren hat.

Nehmen wir an es wäre ein unendlich ferner Punkt, z. B. eine Spitze der sichtbaren Mondsichel, ausser Punkt P noch photographiert. Die nach der Spitze der Mondsichel gerichteten Strahlen sind parallel; die Durchschnittspunkte dieser projizierenden Strahlen mit der Bildfläche, welche mit m_1 und m_2 bezeichnet sind, sind auf beiden Bildern unveränderlich.

Nun ist in $a_1\, b_1\, c_1\, d_1$ m_1 von p_1 entfernt um die Strecke $m_1\, p_1$; in $a_2\, b_2\, c_2\, d_2$ ist m_2 von p_2 entfernt um die Strecke $m_2\, p_2$. Die Differenz genannter Strecken d. i. $m_2\, p_2 - m_1\, p_1$ gibt die perspektivische Verschiebung des Bildes von P auf beiden Bildern an; wir bezeichnen sie mit Δ.

Trägt man $m_1\, p_1 = m_2\, p_1{}'$, von m_2 aus ab, so ist die Differenz $m_2\, p_2 - m_2\, p_1{}'$ d. i. $p_1{}'\, p_2$ oder Δ die Verschiebung, welche das Bild des Punktes P in Bezug auf einen in unendlicher Ferne liegenden Punkt, die Spitze der Mondsichel, erfahren hat. Wir setzen also $p_2{}'\, p_2 = \Delta$ für das Bild des Punktes P.

Nach dieser Darstellung kann man Δ als die Verschiebungsstrecke des perspektivischen Bildes von P, oder kürzer als die zu P gehörige Verschiebungsstrecke bezeichnen. Sie kann aufgefasst werden als Differenz der Entfernungen der zu P gehörigen Bilder von den unverändert bleibenden Bildern der unendlich fernen Spitzen der Mondsichel.

Aus den unter Fig. I gezeichneten Bildebenen Fig. II, welche mit $e_1\, f_1\, g_1\, h_1$ und $e_2\, f_2\, g_2\, h_2$ bezeichnet sind, lässt sich folgendes ersehen.

Denken wir uns im Punkt P eine vertikale Linie L errichtet, so werden ihre Bilder durch l_1 und l_2 dargestellt. Die Verlängerungen von l_1 und l_2 gehen durch p_1 und p_2.

Den Punkten m_1 und m_2 entsprechen die Bilder der

Spitzen der Mondsichel M_1 und M_2, die ihre Stellung auf den Bildern unverändert beibehalten haben. Die Verschiebung der vertikalen Bilder l_1 und l_2 ist, wenn man mit λ_1 und λ_2 die Lote bezeichnet, welche von den Spitzen der Mondsichel auf l_1 und l_2 gefällt sind, aufzufassen als Differenz der Lote $\lambda_2 - \lambda_1$. Demnach ist in Bezug auf den Punkt P die zugehörige perspektivische Verschiebung seiner Bildpunkte $\Delta = \lambda_2 - \lambda_1$.

Besonders deutlich tritt diese Beziehung hervor, wenn man unter $e_1 f_1 g_1 h_1$ das zweite Bild $e_2 f_2 g_2 h_2$ anbringt und von dem untern Blatte l_2 in das obere durch die punktierte Linie verlängert. Auf dem Bilde $e_1 f_1 g_1 h_1$ ist der Abstand zwischen l_1 und der punktierten Linie $= \Delta$.

Die Differenz zweier Strecken bleibt ungeändert, wenn man beide Strecken um dasselbe Stück vermehrt. Trägt man von den Spitzen der Mondsichel aus eine beliebige Strecke σ nach links auf beiden Bildern ab, und zieht durch die Endpunkte von σ die vertikalen Randlinien R_1 und R_2, so ist, da $\Delta = \lambda_2 - \lambda_1$ ist, auch $\Delta = (\sigma + \lambda_2) - (\sigma + \lambda_1)$.

Es können R_1 und R_2 als die Bilder identischer Graden in unendlicher Entfernung aufgefasst werden.

Würde in R_1 ein Stern stehen, so würde er auch in R_2 auf dem Bilde erscheinen.

Solche Paare identischer Graden in unendlicher Entfernung sind in unendlicher Anzahl vorhanden, da die Strecke σ eine beliebige Grösse ist. Es handelt sich nun darum, ein einziges solches Paar identischer Graden in unendlicher Entfernung geometrisch zu konstruieren; dann kann man die Verschiebung von je zwei Bildern identischer Punkte in endlicher Entfernung ermitteln.

Hierzu suchen wir zunächst die Grösse von Δ für den Punkt P zu bestimmen unter der Voraussetzung, dass die Verschiebungsstrecke der Camera d. i. $o_1 o_2$ als Basis B bekannt ist.

In Fig. I ist Strecke $m_1 p_1 = m_2 p_1'$ abgetragen, Strecke $p_1' p_2 = \Delta$. Wir verbinden jetzt das Projektionszentrum o_2 mit p_1'. Dann ist Dreieck $o_1 m_1 p_1 \cong o_2 m_2 p_1'$ und Linie $o_2 p_1' \parallel o_1 p_1$ da $o_2 m_2 \parallel o_1 m_1$ ist.

Wir verlängern nun $o_2 p_1'$ bis zum Schnittpunkte P' mit einer durch P zu $o_1 o_2$ gezogenen Parallelen. Es bildet sich das Parallelogramm $o_1 o_2 P' P$; mithin ist $P P' = o_1 o_2$ oder $P P' = B$ da $o_1 o_2$ als Basis mit B bezeichnet ist.

Nun kann vom Projektionszentrum o_2 aus die Strecke $p_2 p_1'$ oder $\varDelta$ als perspektivisches Bild der Strecke $P' P$ oder der Basis aufgefasst werden, die parallel zu der Bildfläche durch P gelegt ist.

Die Grösse dieses Bildes bleibt ungeändert, wenn man in P eine senkrechte Linie L errichtet, auf ihr die Basis abträgt, und die Grösse des perspektivischen Bildes dieser senkrechten Strecke von der Grösse der Basis B ermittelt.

Man kann nämlich durch $P' P$ und L eine senkrechte Ebene legen, welche der Bildfläche parallel ist, und die Bilder gleich langer Linien, welche in einer der Bildfläche parallelen Ebene liegen, sind von gleicher Grösse.

Demnach gibt das Bild einer Strecke von der Grösse B, welche in einem Punkte P senkrecht errichtet wird, die zu P gehörige Verschiebung seiner Bildpunkte an, welche mit $\varDelta$ bezeichnet ist.

Nun hatten wir $\varDelta$ aufgefasst als Differenz der Entfernungen des Bildes einer Linie von den zugehörigen Randlinien, welche die Bilder identischer Graden in unendlicher Ferne darstellen. Umgekehrt können wir die Bilder einer identischen Graden in unendlicher Entfernung konstruieren, wenn uns die zu den Bildern einer Linie in endlicher Entfernung zugehörige Verschiebungsstrecke $\varDelta$ bekannt ist.

Ist die Basis zu gross, um an eine senkrechte Linie abgetragen zu werden, so konstruiere man mittelst der praktischen Geometrie eine Linie parallel und gleich der Basis in beliebiger bekannter Entfernung, so dass ihre Endpunkte auf dem Bilde erscheinen; ihr Bild stellt die Grösse der Verschiebungsstrecke des betreffenden Punktes dar.

Dieser Fall findet in Fig. I und Fig. II statt. $P P'$ ist als eine Strecke anzusehen, die der Basis $o_1 o_2$ gleich und parallel ist; das Bild von $P P'$ d. i. $p_2 p_1'$ ist die zu dem Bilde von P gehörige Verschiebung Δ.

Nun können wir ohne vorhanden gedachte Mondsichel die Randlinien auf folgende Weise konstruieren.

In $e_1 f_1 g_1 h_1$ steckt man von l_1 ein Lot von beliebiger Länge d ab; durch den Endpunkt des punktierten Lotes lege man die Randlinie R_1. Nun stecke man in $e_2 f_2 g_2 h_2$ auf dem unteren Bilde auf l_2 ein Lot ab von der Dimension $d+\Delta$; Δ ist in gegenwärtigem Falle das Bild von $P P'$ d. i. Strecke $p_2 p_1'$. Durch den Endpunkt des punktiert gezeichneten Lotes von der Grösse $d+\Delta$ ziehe man wieder eine Senkrechte; diese ist die Randlinie R_2 für das Bild $e_2 f_2 g_2 h_2$.

Es sind nun R_1 und R_2 anzusehen als Bilder identischer Graden in unendlicher Entfernung, denn die Differenz der Abstände der Bilder von L, nämlich l_1 und l_2 von R_1 und R_2 ist $=(d+\Delta)-d=\Delta$. Die Strecke Δ hat hier die Grösse $p_1' p_2$.

Nun kann die Verschiebungsstrecke von 2 zugehörigen Bildern identischer Linien in endlicher Entfernung ermittelt werden als Differenz der Abstände ihrer Bilder von den betreffenden Randlinien.

Ferner ergibt sich folgende Beziehung:

So oft Δ in l enthalten ist, so oft ist die Basis B in der Linie L enthalten, deren Bild l ist.

In Formel übertragen erhalten wir die Gleichung $\frac{l}{\Delta}=\frac{L}{B}$, woraus $L=B\frac{l}{\Delta}$ sich ergibt.

Um die Richtigkeit dieser Beziehung nachzuweisen gehen wir zu folgender Vorstellung über. Wir betrachten die Camera als fest und nehmen an, eine senkrechte Linie $T_1 U_1$ von der Länge L (Fig. III), an der die Basis B von der Spitze aus nach unten hin $= T_1 S_1$ abgetragen ist, bewege sich parallel der Bildfläche der Camera um die Basis B nach entgegengesetzter Richtung der angenommenen Verschiebung der Camera. Dann geht $T_1\ U_1$ in $T_2\ U_2$ über. Dann erhält man auf der festen Camera als Bilder von $T_1\ U_1$ und $T_2\ U_2$ die Linien $t_1\ u_1$, $t_2\ u_2$, welche um die Entfernnng $\varDelta$, das Bild der Verschiebungsstrecke B, entfernt sind.

Die Umfassungsfiguren $T_1\ U_1\ U_2\ T_2$ und $t_1\ u_1\ u_2\ t_2$ bilden ähnliche Rechtecke; die Figuren $T_1\ S_1\ S_2\ T_2$ und $t_1\ s_1\ s_2\ t_2$ sind Quadrate. Nun verhält sich $U_1\ T_1 : U_1\ U_2 = u_1\ t_1 : u_1\ u_2$ oder $L : B = l : \varDelta$, woraus $L = B\frac{l}{\varDelta}$ sich ergibt.

Zur Bestimmung der Entfernungen führt die Beziehung, dass sich die Verschiebungsstrecken zweier Entfernungen umgekehrt verhalten wie die Entfernungen. Kennt man eine einzige Entfernung und ihre Verschiebungsstrecke, so kann man die übrigen Entfernungen von anderen Punkten aus ihren durch die Photographie bestimmten Verschiebungsstrecken ermitteln.

Unter Entfernungen verstehen wir hier die Entfernungen eines Punktes von der Basis, also die Lote, welche von dem betreffenden Punkt auf die Basis B gefällt sind.

Bezeichnet man die Entfernung des nächsten Punktes mit E_0, die zugehörige Verschiebung mit $\varDelta_0$, so sind diese Grössen als ermittelte Konstanten anzusehen.

Für jeden Punkt ergibt sich nun $\frac{E}{E_0} = \frac{\varDelta_0}{\varDelta}$, woraus für jeden Punkt als zugehörige Entfernung sich ergibt $E = E_0\frac{\varDelta_0}{\varDelta}$. Die Grösse $\varDelta$ ist die zu dem betreffenden Punkte gehörige Verschiebungsstrecke, welche durch die Photographien ermittelt wird.

Der Beweis für die Beziehung $\frac{E}{E_0} = \frac{\varDelta_0}{\varDelta}$ ergibt sich aus Fig. IV.

Durch das Projektionscentrum o werden die Bilder gleicher Linien $a_0\,b_0$ und $a\,b$, welche der Bildebene parallel sind, auf die Strecken $a_0\,\beta_0$ und $a\,\beta$ projiziert.

Die Entfernung des Punktes o von $a_0\,b_0$ werde mit E_0, die Entfernung des Punktes o von $a\,b$ werde mit E, ferner werde $a_0\,\beta_0$ mit $\varDelta_0$, $a\,\beta$ mit $\varDelta$ bezeichnet. Ferner sei die Entfernung des Punktes o von $\varDelta_0$ oder von der Bildfläche mit e benannt; sie ist gleich der uns unbekannten Brennweite der Linse.

Es ergeben sich nun folgende ähnlichen Dreiecke.

Es ist:

1. Dreieck $o\,a_0\,b_0 \sim o\,a_0\,\beta_0$; deshalb ist I $\frac{a_0\,b_0}{E_0} = \frac{\varDelta_0}{e}$

2. Dreieck $o\,a\,b \sim o\,a\,\beta$; deshalb ist II $\frac{a\,b}{E} = \frac{\varDelta}{e}$.

Auf der linken Seite von Gleichung I und II sind die Zähler $a_0\,b_0$ und $a\,b$ gleich; auf der rechten die Nenner e.

Die Division der Gleichung I durch Gleichung II ergibt $\frac{E}{E_0} = \frac{\varDelta_0}{\varDelta}$, woraus für einen beliebigen Punkt zur Bestimmung seiner Entfernung von der Basis die Formel $E = E_0\,\frac{\varDelta_0}{\varDelta}$ folgt.

Diese Beziehung bleibt bestehen, auch wenn sich $a\,b$ und $a_0\,b_0$ in einer der Bildebene parallelen Ebene bewegen.

Für den praktischen Gebrauch dieser Formel ist aber noch auf einen Umstand hinzuweisen.

Die Grösse $\varDelta$, welche mit wachsender Entfernung immer kleiner wird, steht im Nenner. Der unvermeidliche Messungsfehler bei Bestimmung dieser Grösse ist von solchem Einfluss auf das Resultat, dass man sich nur auf das Ermitteln von Entfernungen durch Angabe der Grenzwerte beschränken muss, zwischen denen sie liegt. Hierzu muss man aus einer Reihe von Beobachtungen erst den grössten Messungsfehler bei Bestimmung von $\varDelta$ ermittelt haben und denselben in Rechnung bringen. Bei kleiner

Basis von z. B. 1 m sieht man überhaupt von Ermittelung der Entfernungen ab und beschränkt sich auf die Bestimmung der Länge senkrechter Linien und auf Bestimmung von Höhen.

In meiner Programmabhandlung Ostern 1901 „Über die Ermittelung von Entfernungen und Höhen durch perspektivische Beziehungen“ (Soest 1901 Nassesche Buchdruckerei) habe ich den Einfluss des Beobachtungsfehlers auf das Resultat der Messung durch die Rechnung untersucht; die dort gefundenen Beziehungen gelten auch hier.

Bei Bestimmung der Längen senkrechter Linien und Höhen ist der absolute Irrtum deshalb nicht so gross, weil die Dimensionen der Höhen, die das Auge wahrnimmt, viel kleiner sind als die Entfernungen, weiche wir überschauen.

Um die Höhe eines Punktes zu bestimmen muss man durch einfache Operation der praktischen Geometrie auf einer beliebigen senkrechten Linie eine im Bilde sichtbare Marke in der Höhe der Linse anbringen. Durch das Bild dieser Marke zieht man im Bilde eine horizontale Linie, den Horizont.

Das Lot, welches von dem Bilde eines Punktes auf den Horizont gefällt ist, kann als Bild der gedachten Höhenordinate angesehen und gemessen werden. Dann wird die Höhenordinate selbst wie eine senkrechte Linie aus ihrem Bilde, ihrer Verschiebungsstrecke und der Basis bestimmt.

Bezeichnet man die gedachte Höhenordinate mit Z, ihr Bild d. h. das Lot, das vom Bilde des betreffenden Punktes auf die Horizontlinie gefällt ist mit ζ, die Verschiebungsstrecke mit Δ, die Basis mit B, so ergibt sich für die Höhe des Punktes über dem Horzont

$$Z = B\,\frac{\zeta}{\Delta}.$$

3. **Nachweis der Verwendbarkeit der Formeln auch bei kleiner Abweichung der optischen Achsen von der parallelen Lage.** In vorstehender

Darstellung habe ich den Nachweis geführt, wie die bekannten Formeln zur Ermittelung von Höhen und Entfernungen für jede Camera bei Parallelverschiebung zu verwenden sind, deren Linse ein perspektivisch richtiges Bild zeichnet. Diese Formeln wurden auch bisher angewendet, wenn auf der Kassette durch Marken Horizont und Vertikallinie bestimmt und die Brennweite bekannt war.

In einer Zeit, als ich mich nur theoretisch mit photogrammetrischen Beziehungen beschäftigte und mich mit einem in der praktischen Photogrammetrie wohl erfahrenem Herrn unterhielt, machte mich derselbe auf folgenden Umstand aufmerksam. Er wies mich darauf hin, dass eine exakte Parallelverschiebung in der Praxis sehr schwierig, mit einfachen Apparaten unmöglich ist.

Daher stand ich zunächst von praktischen Versuchen nach dieser Richtung hinab. Da stellte sich bei mir in Folge einer Beobachtung am Meeresstrande ein leitender Gedanke ein, der mir diese Formeln auch für den Fall verwendbar zu machen schien, wo exakte Parallelverschiebung nicht erreicht werden kann.

Denken wir uns einmal von einem Punkte aus zwei photographische Bilder derselben Gegend aufgenommen; der Apparat sei absichtlich bei der zweiten Aufnahme um einen nur kleinen Winkel z. B. einen halben Grad gedreht. Dann kann man eine relative Verschiebung beider Bilder noch nicht wahrnehmen. Wird der Apparat um einen grösseren Winkel z. B. von 10^{0} gedreht, so können wir mit dem Zirkel, den wir zwischen den Bildern von zwei identischen Punkten auf beiden Photographien ausspannen, die Verschiedenheit der Bilder erkennen. Ist der Winkel aber wie im ersten Fall nur sehr klein, so ist diese Verschiedenheit als Differential anzusehen, das bei der Addition zu endlichen Strecken bei den zur Messung erforderlichen Grössen keinen wahrnehmbaren Einfluss ausübt.

Ist in der Camera ein Vertikalstrich auf der Kassette angebracht, so können wir sehr wohl wahrnehmen, wenn dieser Vertikalstrich um 1 mm nach rechts oder links gerückt ist; aber eine Änderung der Entfernung der Bilder von 2 identischen Punkten auf beiden Photographien nehmen wir noch nicht wahr.

Es wird vorausgesetzt, dass der Apparat kein Weitwinkel-Apparat ist; für diesen Fall ist noch besondere Untersuchung für die an den vertikalen Rändern liegenden Punkte nötig.

Wir sind daher zu folgender Annahme berechtigt. Wird eine Camera durch Parallelverschiebung vom ersten Stationspunkt auf den zweiten Stationspunkt übergeführt, so kann praktisch nur eine angenäherte Parallelstellung der optischen Achsen erreicht werden. Die Bilder an und für sich stimmen jedoch mit den Bildern überein, die bei gedachter exakter Parallelstellung sich ergeben würden. Aber die auf der Kassette markierten Vertikallinien dürfen nicht als Bilder von einer identischen Graden in unendlicher Entfernung angesehen werden. Diese müssen geometrisch auf die angegebene Art als Randlinien konstruiert werden.

Bei exakter Parallelverschiebung haben die Bilder einer identischen Graden in unendlicher Entfernung, welche als Randlinien gezeichnet sind, folgende Eigenschaft: Die Differenz ihrer Entfernungen von den Bildern identischer senkrechter Graden in endlicher Entfernung ist gleich der Verschiebungsstrecke dieser Bilder. Diese Verschiebungsstrecke ist gleich dem perspektivischen Bilde einer Strecke, die gleich der Basis ist und an der Linie markiert ist.

Umgekehrt ergiebt sich: Werden 2 Linien als Randlinien derartig gezeichnet, dass die Differenz ihrer Entfernungen von zwei Bildern identischer Senkrechten in endlicher Entfernung gleich der Verschiebungsstrecke, d. h. gleich dem Bilde der an der Senkrechten markierten Basis ist, so sind die Randlinien als Bilder einer identischen senkrechten Graden in unendlicher Entfernung anzusehen; hiernach sind aber die Randlinien konstruiert. Eine kleine Abweichung von der exakten Parallelverschiebung ist bei diesem Verfahren ohne Einfluss auf das überhaupt erreichbare Resultat der Messung. Wie weit ein praktischer Versuch meine Ansicht bestätigt hat, lässt sich aus den gleich mitgeteilten Resultaten ersehen. Ich habe bei diesem ersten Versuche nicht einmal eine einfache Visirvorrichtung an der Camera angebracht; an ihrer Hinterwand habe ich entlang visiert und darauf geachtet, dass sie in beiden Stationspunkten auf denselben fernen Punkt, einen Baumstamm gerichtet war.

Die Aufnahme erstreckte sich auf einer Brücke über die Geleise des Rangierbahnhofes von Soest. Es ist die Basis B = 10 m; das Format der Photographien ist 9/12 cm.

	Gegenstand	Verschiebung Δ	Ermittelte Entfernung in Metern	Wirkliche Entfernung	Unterschied	Ermittelte Höhe in Metern	Wirkliche Höhe
1	Rangieruhr . . .	9,5	157	155	2	6,32	6,20
2	1. Bogenlampe . .	10,4	143	149	6	11,5	Durch-
3	2. "	6	249	242	7	11,6	schnitt
4	3. "	4,2	355	369	14	11,9	der Höhe
5	4. "	3,3	452	467	15	12,2	ist 12 m
6	5. "	2,5	597	590	7		
7	6. "	2,2	679	702	23		
8	7. "	1,8	829	815	14		
9	8. "	1,5	996	958	38		

3. **Korrektur der Randlinien und weitere Verwendbarkeit der Methode.** In Bezug auf die praktische Ausführung der Messung und der Zeichnung der Randlinien bemerke ich folgendes. Nach meiner Angabe hat Herr Breithaupt in Cassel einen Massstab einfacher Konstruktion hergestellt, vermittelst dessen man den zehnten Teil eines Millimeters genau ermitteln kann. Die Ausführung des Massstabes ist eine recht gute; es lässt sich bequem mit demselben operieren. Ich messe auf der horizontal liegenden Platte des Negativs; ein unter 45° geneigter Spiegel durchleuchtet dasselbe von unten.

Obwohl ich nun genau bis auf $^1/_{10}$ mm zu messen vermag, so stellte sich doch heraus, dass ich nicht vermochte, die Randlinien bis auf $^1/_{10}$ mm richtig zu zeichnen. Dieser Fehler lässt sich aber leicht durch die Rechnung beseitigen. Stellt es sich z. B. heraus, dass die Differenz der Entfernungen der Randlinien von den Bildern der Linie, auf der die Basis abgetragen ist, nicht genau gleich dem Bilde der Basis ist, sondern um 0,3 mm zu klein, so addiert man zu jeder ermittelten Differenz noch 0,3 mm hinzu; im entgegengesetzten Fall subtrahiert man 0,3 mm.

Am besten trifft man folgende Einrichtung.

Im ersten Falle schreibt man an die Randlinie desjenigen Bildes, welches die Minuenden der zu ermittelnden Differenz der Entfernungen enthält, die Zahl 0,3 und addiert sie gleich zu der gemessenen Entfernung der Randlinie von jedem Linienbilde.

Im zweiten Falle schreibt man 0,3 an die Randlinie desjenigen Bildes, welches die Subtrahenden enthält und addiert ebenfalls zu den betreffenden Entfernungen zwischen Randlinie und Linienbild den Betrag 0,3. Auf folgende Verwendung sei noch aufmerksam gemacht. Wird die Camera parallel einer Ebene, z. B. der Frontseite eines Hauses verschoben, so kann für jede in der Frontfläche liegende Linie, die sich für einen Punkt derselben ergebende Verschiebung $\varDelta$ zur Ermittelung der Dimension benutzt werden. Vollführt man ferner eine Verschiebung parallel zur Giebelfläche oder irgend einer anderen Begrenzungsfläche, so kann man auf diese Weise die Dimensionen eines Bauwerks mit demjenigen Grade der Genauigkeit bestimmen, welcher durch die Verhältnisse bedingt ist. Ich gedenke nach dieser Richtung hin noch einige Versuche anzustellen; hier muss ich mich mit der Andeutung begnügen.

Auch ein Teleobjektiv würde man unter Umständen zur Ermittelung von Höhen nach angegebener Methode benutzen können.

Die Verschiebung selbst lässt sich am schnellsten auf einem Brett, bei kleiner Basis auf einem Tisch ausführen. Auch Benutzung des einfachen Stativ mit Stativhalter ist bei einiger Vorsicht verwendbar.

Jeder gute Apparat lässt sich zur Ermittelung der angegebenen Dimensionen verwenden, wenn seine Linse ein perspektivisch richtiges Bild liefert.

Ich selbst operiere mit einem von Herrn Anschütz in Berlin bezogenen Apparat (9 : 12).

Die Leistungen desselben sind recht befriedigende. Bei dem Momentbilde, nach welchem die Ergebnisse der angeführten Tabelle mitgeteilt sind, tritt ein 4 Kilometer weit entfernter Turm noch deutlich hervor; in den verschiedensten Lagen hat mir dieser Apparat recht gute Dienste geleistet.

Um die entscheidenden Versuche anzustellen, wie weit die Ergebnisse der Theorie und der Praxis einander entsprechen, ist der Apparat sehr gut geeignet, wenn sich auch im Laufe der Zeit herausstellt, dass für ganz bestimmte Zwecke auch eine bestimmte Form des Apparats am besten passt.

Nach Erörterung der theoretischen Beziehungen habe ich noch eine Anleitung gegeben, um aus 2 Photographien, die durch Parallelverschiebung der Camera aufgenommen sind, die Dimensionen zu ermitteln.

II. Praktische Ausführung der Messung im Bilde.

4. Einstellung der Bilder und Konstruktion der Randlinien. In folgendem bezeichnen wir mit grossen Buchstaben die wirklichen gedachten Punkte und Linien, deren perspektivische Bilder die mit den entsprechenden kleinen Buchstaben versehenen Punkte und Linien auf den Figuren sind.

Auf einer senkrechten Graden IK, welche der Camera am nächsten liegt und deren Entfernung von der Basis mit E_0 bezeichnet wird, markiere man die Länge der

Basis, indem man sie von oben nach unten gleich IL absteckt und z. B. durch Kreidestriche sichtbar macht. Die Bilder dieser Senkrechten nach geschehener Aufnahme sind i_1k_1, i_2k_2; die Bilder der Basis B sind i_1l_1, i_2l_2 (Figur V). Die Begrenzungslinien der Bilder sind absichtlich nicht als kongruente Rechtecke gezeichnet.

Die Basis wird durch die Entfernung der Brennpunkte der Linsen gebildet. Bei Bestimmung der Entfernung E_0 der Linie IK kommt es auf ein Centimeter mehr oder weniger nicht an, wenn man z. B. $E_0 = 20$ m nimmt.

Ferner markiere man auf der senkrechten Graden IK noch denjenigen Punkt P, welcher in gleicher Höhe des Linsenmittelpunktes sich befindet; sein Bild ist p_1; die durch ihn auf dem Bilde gezogene Linie, welche mit i_1k_1 einen rechten Winkel bildet, ist der Horizont des Bildes.

Nun verlängere man, nachdem man das Bild *abcd* auf dem Zeichenbrett festgesteckt hat, zunächst i_1k_1 bis Schnittpunkt s_1 mit der unteren Randlinie *ab* und lege das zweite Bild *efgh* so darunter, dass die Mitten ungefähr zusammenfallen. Dann bemerkt man zuerst, dass im zweiten unteren Bilde die entsprechende Linie i_2k_2 nach rechts gerückt ist. Sie muss die genaue Verschiebung $\varDelta_0 = i_1l_1$ erfahren. Um das Bild *efgh* hiernach richtig einzustellen, stecke man von s_1 die Strecke $\varDelta_0 = s_1t$ nach rechts auf dem Rande *ab* ab, und ziehe durch t eine kurze punktierte Linie $tr \parallel i_1l_1$.

Nun verlängere man in dem unteren Bilde Linie l_2i_2 bis zum Schnittpunkt u mit dem oberen Rande *eh*. Alsdann schiebe man *eh*, den oberen Rand des unteren Bildes so an *ab*, den unteren Rand des oberen Bildes, dass die Punkte t und u sich decken und die Linie tr die Verlängerung der Linie l_2u bildet. Nun stecke man *efgh* auf dem Zeichenbrett fest und prüfe noch einmal mit Lineal und rechtem Winkel, ob Linie i_1k_1 und i_2k_2 parallel sind. Ist es der Fall, so ziehe man parallel

i_1k_1 am linken Rande über beide Bilder eine gemeinsame Parallele, und bezeichnet sie im oberen Bilde mit R_1, im unteren mit R_2. Diese sind die gesuchten Randlinien; es ist nämlich die Differenz ihrer Entfernungen von i_1k_1 und $i_2k_2 = \varDelta_0$. Die Strecke $\varDelta_0$ d. i. i_1l_1 war das Bild der Basis B. Man prüfe nun noch einmal mit dem Massstab ob besagte Differenz $p_2q_2 - p_1q_1$ genau gleich $\varDelta_0$ ist. q_1 und q_2 sind die Schnittpunkte des Horizontes mit der Randlinie. Etwaige Abweichungen werden ausgeglichen, indem man den betreffenden Bruchteil eines Millimeters an die betreffende Randlinie anschreibt, und denselben bei jeder Messung, wie oben erläutert ist, hinzufügt.

Die Grösse jeder anderen senkrechten Linie wird ermittelt, indem man die Differenzen ihrer Entfernungen von den Randlinien bestimmt und mit $\varDelta$ bezeichnet.

Die Bilder einer senkrechten Linie MN seien m_1n_1 und m_2n_2; ihre Durchschnitte mit dem Horizont sind o_1 und o_2.

Die zu m_1n_1 gehörige Verschiebungsstrecke, wodurch sie in m_2n_2 übergeführt wird, ist die Differenz $o_2q_2 - o_1q_1$.

Es ist $o_2q_2 - o_1q_1 = \varDelta$ in bezug auf die Linie MN.

Es ist diese Strecke $\varDelta = 44 - 38 = 6$ mm.

Die Grösse der Linie $MN = B\dfrac{m_1n_1}{\varDelta}$; $m_1n_1 = 24$ mm.

Also ist, wenn $B = 2$ m, $MN = 2 \cdot \dfrac{24}{6} = 8$ m.

Die Entfernung der Linie MN von der Basis ist E; es sei $E_0 = 20$ m. E_0 ist die Entfernung der Linie IK von der Basis. Es ist $E = E_0\dfrac{\varDelta_0}{\varDelta}$ oder $E = 20\dfrac{18}{6}$, da $i_1l_1 = \varDelta_0 = 18$ mm ist.

Mithin beträgt die Entfernung E der Linie M_1N_1 von der Basis $20 \cdot \dfrac{18}{6} = 60$ m.

Die Höhe des Punktes m über dem Horizont beträgt $B\dfrac{o_1m_1}{\varDelta_0} = 2 \cdot \dfrac{19}{6} = 6{,}3$ m; es ist $o_1m_1 = 19$ mm.

Ebenso werden die Dimensionen der Linie UV ermittelt, deren Bilder u_1v_1 und u_2v_2 sind; sie schneiden den Horizont in w_1 und w_2.

Die zu UV gehörige Verschiebung Δ ist $= w_2q_2 - w_1q_1 = 71 - 69$ mm.

Es ist $\Delta = 2$ mm.

Die Höhe der Linie UV ist, da $u_1v_1 = 15$ mm, $=$

$$B \cdot \frac{u_1v_1}{\Delta} = 2 \cdot \frac{15}{2} = 15 \text{ m.}$$

Die Entfernung der Linie UV von der Basis ist $=$

$$E_0 \frac{\Delta_0}{\Delta} = 20 \cdot \frac{18}{2} = 180 \text{ m.}$$

Es ist also in bezug auf Linie UV die zugehörige Strecke $E = 180$ m, ihre Länge $= 15$ m.

Ist die Basis zu gross, um senkrecht abgesteckt zu werden, so steckt man in bekannter Entfernung E_0 eine Linie parallel und gleich der Basis B ab. Ihre Bilder seien i_1k_1 und i_2k_2 (Figur VI). Man zieht durch k_1 eine Senkrechte bis zum Schnittpunkt l mit dem unteren Rand, dann zieht man durch i_2 eine Senkrechte bis zum Schnittpunkt m mit dem oberen Rand. Diese Senkrechten sind als Parallele zu den Bildern senkrechter Linien zu konstruieren. Dann legt man die Bilder so zusammen, dass die Punkte l und m sich decken, prüft, ob die 2 senkrechten Linien beider Bilder parallel sind, befestigt sie und zieht die gemeinsame Linie, welche als Randlinie für beide Bilder dient, wie im ersten Fall.

5. **Ermittelung der Entfernung eines Punktes vom Projektionszentrum.** Um aus der Entfernung eines Punktes P von der Basis B die Entfernung desselben vom Projektionszentrum mit gleichem Grade der Annäherung zu ermitteln, müssen wir die bis jetzt nicht verwendete Brennweite e der Linse einführen. Es genügt für vorliegenden Zweck die Bestimmung der Grösse e, wie sich dieselbe aus Fig. IV ergiebt. Ein Blick auf

dieselbe zeigt folgenden Zusammenhang $\frac{e}{\varDelta_0} = \frac{E_0}{B}$; es ist $a_0 b_0 = B$ gesetzt, $a_0 \beta_0 = \varDelta_0$.

Hieraus folgt $e = \frac{E_0}{B} \varDelta_0$; die rechte Seite besteht aus bekannten Grössen.

Ferner verwenden wir noch eine senkrechte Linie, welche wir durch den geometrischen Mittelpunkt W des Horizontes ziehen; es kommt hierbei nicht auf exakte Genauigkeit an, da der Überschuss der Entfernung des Punktes vom Projektionszentrum über seine Entfernung von der Basis nur nach Prozenten in ganzen Zahlen ermittelt werden soll.

Wir bezeichnen in Fig. VII den Augenpunkt der Bildfläche mit a; es ist $\sphericalangle\, a = R$. Der Fusspunkt des vom Punkt P auf die Basis gefällten Lotes wird f genannt. Es ist Dreieck $opa \sim ofP$; deshalb ist

$$\frac{oP}{Pf} = \frac{op}{oa}.$$

Setzt man $Pf = E$, die Brennweite $oa = e$, Hypotenuse $oP = H$, $op = h$, so ergiebt sich

$$\frac{H}{E} = \frac{h}{e}.$$

Bezeichnet man ferner die Distanz des Punktes p von a mit d, so ist $pa = d$. Nun ist $h = \sqrt{e^2 + d^2}$.

Ferner ist $\frac{H}{E} = \frac{\sqrt{d^2 + e^2}}{e}$.

Wir sehen jetzt in dem Ausdruck $\frac{\sqrt{d^2 + e^2}}{e}$ Grösse d als Unbekannte an und legen uns die Frage vor, wie gross muss d sein, damit der Zähler $\sqrt{d^2 + e^2}$ den Nenner e um n Prozent übertrifft?

Ist $n = 1$, so ist für 1 % $\sqrt{d^2 + e^2} = e.1{,}01 = e + 0{,}01e$.

Ist $n = 2$, so ist für 2 % $\sqrt{d^2 + e^2} = e.1{,}02 = e + 0{,}02e$ etc.

Wir erhalten für die allgemeine Zahl n folgende Gleichung.

Es soll I. $\sqrt{d^2 + e^2} = e\left(1 + \frac{n}{100}\right)$ sein.

Aus dieser Gleichung ist d zu bestimmen.

Durch Quadratur beider Seiten erhalten wir:

$$d^2 + e^2 = e^2\left(1 + \frac{2n}{100} + \frac{n^2}{10000}\right); \text{ hieraus folgt}$$

$$d^2 + e^2 = e^2 + e^2\left(\frac{2n.100 + n^2}{10000}\right) \text{ oder}$$

$$d^2 \qquad = \frac{e^2}{10000}\left(2n.100 + n^2\right); \text{ mithin ist}$$

$$\text{II. } d \qquad = \frac{e}{100}\sqrt{2n.100 + n^2}; \text{ wir setzen nun für } n$$

die Reihe der ganzen Zahlen von 1 bis 8 in Gleichung II ein. Dann erhalten wir:

Für $n = 1$ ist $d = \frac{e}{100}\sqrt{201}$ oder $d = \frac{e}{100}\cdot 14{,}3$

„ $n = 2$ „ $d = \frac{e}{100}\sqrt{404}$ „ $d = \frac{e}{100}\cdot 20{,}1$

„ $n = 3$ „ $d = \frac{e}{100}\sqrt{609}$ „ $d = \frac{e}{100}\cdot 24{,}7$

„ $n = 4$ „ $d = \frac{e}{100}\sqrt{816}$ „ $d = \frac{e}{100}\cdot 28{,}5$

„ $n = 5$ „ $d = \frac{e}{100}\sqrt{1015}$ „ $d = \frac{e}{100}\cdot 32$

„ $n = 6$ „ $d = \frac{e}{100}\sqrt{1236}$ „ $d = \frac{e}{100}\cdot 35{,}1$

„ $n = 7$ „ $d = \frac{e}{100}\sqrt{1449}$ „ $d = \frac{e}{100}\cdot 38$

„ $n = 8$ „ $d = \frac{e}{100}\sqrt{1664}$ „ $d = \frac{e}{100}\cdot 40{,}7.$

Setzen wir nun in dem Faktor $\frac{e}{100}$ die Brennweite $e = 150$ mm, so ergiebt sich für den betreffenden Wert von d bei einer Abrundung auf 0,5 mm folgende Übersicht, wenn n, die Zahl der Prozente, der Reihe nach gleich den Zahlen von 1 bis 8 gesetzt wird.

Bei	1 %	ist	$d = 21{,}5$	mm
„	2 %	„	$d = 30{,}0$	„
„	3 %	„	$d = 37{,}0$	„
„	4 %	„	$d = 43{,}0$	„
„	5 %	„	$d = 48{,}0$	„
„	6 %	„	$d = 52{,}5$	„
„	7 %	„	$d = 57{,}0$	„
„	8 %	„	$d = 61{,}0$	„

Auf einem Kartonstreifen Fig. VIII trage man nun von einem Punkte als Mittelpunkt die vorstehenden Werte der ermittelten Prozentzahlen in Millimetern nach beiden Seiten hin ab, ziehe durch die Endpunkte Linien senkrecht zur Längenrichtung des Streifens und bezeichne sie mit den entsprechenden Prozentzahlen von 1 bis 8. Die Mitte erhält die Bezeichnung *o*. Der geometrische Mittelpunkt Fig. VII der Horizontlinie ist mit W bezeichnet. Dann legt man den Kartonstreifen so auf die Horizontlinie, dass die mit *o* bezeichnete Mittellinie des Streifens und der Punkt W zusammenfallen. Dann beobachte man, welchem Teilstrich des Streifens am nächsten der Fusspunkt des Lotes fällt, welches zur Bestimmung der Verschiebung $\varDelta$ vom betreffenden Punkte auf den Horizont gefällt ist. Die dort angegebene Prozentzahl verwende man. Addiert man den dort bezeichneten Prozentsatz zu der ermittelten Entfernung des Punktes von der Basis hinzu, so erhält man die Entfernung des Punktes vom Projektionszentrum.

Es war ermittelt für die Linie UV die Entfernung von der Basis $E = 180$ m.

Trifft nun das Bild der Linie, d. i. Linie uv den angelegten Massstab in der Nähe des mit 6 bezeichneten Teilstriches, so addiert man zu 180 noch 6 % d. i. 11 abgerundet hinzu. Dann giebt die erhaltene Zahl 191 m die Entfernung der Linie UV vom Projektionszentrum an.

III. Verwendung der Camera zum Ermitteln der Maasse bei veränderlicher Basis.

6. Benutzung von 3 Konstanten, welche sich bei der ersten Aufnahme ergeben. Wir nehmen nun an, es sei mit der Camera eine Aufnahme nach abgegebener Art angestellt. Für die Entfernung E_0 ist die Verschiebung Δ_0 ermittelt durch Photographie der Basislänge B an einer senkrechten Linie IK.

Wenn man nun mit der Camera bei gleicher Basis eine neue Aufnahme macht, so hat man nicht nötig, noch einmal die Basis an senkrechter Linie zu photographieren. Es genügt, die Entfernung E_0 von der Standlinie rechtwinklig abzustecken, deren Endpunkt K im Terrain durch einen scharfkantigen Stab zu markieren. Dann müssen die Bilder dieses Stabes die aus der ersten Aufnahme bekannte Verschiebung Δ_0 erfahren und sind hiernach die Bilder wie in Fig. V einzustellen. Nun ergiebt sich folgende Frage: Kann man unter der Annahme, dass Terrainverhältnisse eine grössere oder kleinere Basis bedingen, die Entfernung des Stabes so bestimmen, dass bei vorgegebener Grösse der Basis die Verschiebung des Stabes im Bilde gleich einer bestimmten Grösse Δ_0 ist? Zur Beantwortung dieser Frage vergegenwärtigen wir uns noch einmal folgende Beziehungen.

Das Bild einer senkrechten Linie, welche wir uns von veränderlicher Länge vorstellen, vergrössert sich bei gleichbleibender Entfernung proportional ihrer Länge, wird die Linie dreimal so gross, so vergrössert sich auch ihr Bild um das dreifache.

Ebenso vergrössert sich bei sich vergrössernder Basis die perspektivische Verschiebung desselben Punktes proportional der Basis.

Andererseits verändert sich bei veränderlicher Entfernung das Bild einer Senkrechten von unveränderlicher Grösse umgekehrt proportional der Entfernung. Denken wir uns nun eine bewegliche und zugleich der Grösse nach veränderliche Senkrechte. I_0K_0 gehe von der Entfernung E_0 in die Entfernung E_1 über und habe in der Entfernung E_1 die Grösse I_1K_1 angenommen. Die Bilder in E_0 und E_1 seien mit i_0k_0 und i_1k_1 bezeichnet.

Dann sind diese Bilder proportional der Grösse der Längen I_1K_1, I_2K_2 und umgekehrt proportional den Entfernungen der Strecken E_0, E_1 zu setzen.

Bezeichnet man mit λ und μ bestimmte Zahlen-Koeffizienten, so ergiebt sich

$$i_0k_0 = \frac{\lambda . I_0K_0}{\mu . E_0}$$

$$i_1k_1 = \frac{\lambda I_1K_1}{\mu E_1}.$$

Die Division dieser Gleichungen ergiebt

$$\frac{i_0k_0}{i_1k_1} = \frac{I_0K_0}{E_0} . \frac{E_1}{I_1K_1}.$$

Nun können wir statt Linie I_0K_0 Basis B_0, statt I_1K_1 Basis B_1 setzen und statt i_0k_0 die erste Verschiebung Δ_0, statt i_1k_1 die Verschiebung Δ_1 einsetzen, welche sich bei Basis B_1 ergeben würde.

Dann erhalten wir die Gleichung:

$$\frac{\Delta_0}{\Delta_1} = \frac{B_0}{E_0} . \frac{E_1}{B_1} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta_0}{\Delta_1} = \frac{B_0}{B_1} . \frac{E_1}{E_0}.$$

Soll nun in der letzten Gleichung $\Delta_1 = \Delta_0$ werden, so nimmt sie die Form an:

$$1 = \frac{B_0}{B_1} \frac{E_1}{E_0}.$$

Auf der rechten Seite sind B_0, B_1, E_0 gegebene Grössen, die Grösse E_1, welche die Entfernung angiebt, in welcher der scharfkantige Stab gesteckt werden soll, damit die perspektivische Verschiebung seines Bildes $= \Delta_0$ wird, steht uns noch als veränderliche Grösse zur Verfügung. Lösen wir demnach die letzte Gleichung nach E_1 auf, so erhalten wir:

$$E_1 = \frac{B_1}{B_0} E_0.$$

Diese Beziehung ist in folgender Weise zu verwenden. Die Grösse Δ_0 ist festgestellt als Bild der Basis B_0 in der Entfernung E_0. Wird nun die Camera bei einer zweiten Aufnahme um die Strecke B_1 verschoben, und stellt man einen scharfkantigen Stab in der Entfernung $E_1 = E_0 \frac{B_1}{B_0}$ von der Basis auf, so ist auch dessen perspektivische Verschiebung gleich dem schon ermittelten Werte Δ_0.

Ist z. B. $B_1 = 3B_0$, so ist auch $E_1 = 3E_0$ d. h. der Stab muss, wenn die Basis um das dreifache vergrössert wird, auch um die dreifache ursprüngliche Entfernung E_0, um $3E_0$, von der Basis abgesteckt werden, damit seine Verschiebung im Bilde unverändert, nämlich $= \Delta_0$ bleibt. In praktischer Hinsicht ist es für manche Zwecke empfehlenswert, immer mit derselben Grösse Δ_0 zu operieren.

Demnach ergiebt sich schliesslich folgendes Verfahren, um einen einfachen Apparat von einem einzigen Stationspunkt aus zur Ermittelung der Masse vorzubereiten.

Von einem Punkte aus sei eine Gegend aufgenommen. Ungefähr in der Mitte des Bildes befinde sich das Bild einer senkrechten Linie IK, auf welcher die Länge von 10 m markiert ist. Das Bild der Linie IK (welches auf Fig. V mit ik bezeichnet ist) habe die Länge von 35 mm. Die Entfernung E_0 der Linie IK sei auf 50 m ermittelt; E_0 ist das von IK auf die Basis gefällte Lot, dessen Fusspunkt mit dem Winkelspiegel ermittelt werden kann. Wir stellen uns nun vor, es würde die Camera parallel um die Strecke IK als Basis B, d. h. um 10 m verschoben. Alsdann würde die Verschiebungsstrecke der Bilder von IK, d. h. von i_1k_1 und i_2k_2 35 mm betragen; denn das Bild der Strecke IK war $= 35$ mm ermittelt.

Es sind also bestimmt:

$$\left.\begin{array}{l} E_0 = 50 \text{ m} \\ B_0 = 10 \text{ m} \\ \Delta_0 = 35 \text{ mm} \end{array}\right\} \text{ bei gedachter Verschiebung.}$$

Die auf diese Art von einem einzigen Stationspunkt aus ermittelten Grössen E_0, B_0, Δ_0 genügen, um die Entfernung E_1 von der Basis zu bestimmen, in welcher ein scharfkantiger Stab bei einer neuen Basis B_1, die gleich 18 m angenommen werden möge, befestigt werden muss, damit im Bilde seine Verschiebung ebenfalls $\varDelta_0 = 35$ mm betrage. Es ist $E_1 = E_0 \frac{B_1}{B_0}$ in diesem Falle $= 50 \cdot \frac{18}{10}$ $= 90$ m.

Steckt man einen Stab in der Entfernung von 90 m von der Standlinie fest, so erfährt sein Bild eine Verschiebung von 35 mm.

Es genügt also, die Grösse $\varDelta_0$ ein einziges mal durch die Photographie einer senkrechten Linie bestimmt zu haben und in angegebener Weise mit den Grössen E_0, B_0 und $\varDelta_0$ zu operieren.

Die Basis ist die Verbindungslinie der Projektionszentra. Für vorliegende praktische Zwecke genügt es, die Fläche der Blenden, welche bei jedem Apparat leicht zu ermitteln ist, als Ebene anzusehen, welche senkrecht durch die Basis errichtet ist, von der aus die Entfernung E_0 ermittelt wird. Bei Bestimmung dieses Abstandes kommt es auf einige Centimeter mehr oder weniger nicht an, wenn E_0 genügend gross gewählt wird.

Um die Photographie der senkrechten Linie der Grösse nach möglichst genau zu bestimmen, richte man es so ein, dass die Mitte der Linie ungefähr mit der Mitte der Platte zusammenfällt. Die Benutzung einer einfachen Libelle ist ausreichend.

Sollte nämlich eine kleine Abweichung von der vertikalen Ebene stattfinden, so wird der Fehler am vollkommensten beseitigt, wenn der Mittelpunkt des Bildes der Linie und der Bildfläche zusammenfallen. Es wird sich daher besonders empfehlen, vom ersten Stockwerk eines Hauses die der Linie *IK* entsprechende Senkrechte zu photographieren, welche auf gegenüberliegender Strassenseite an einem Hause markiert ist.

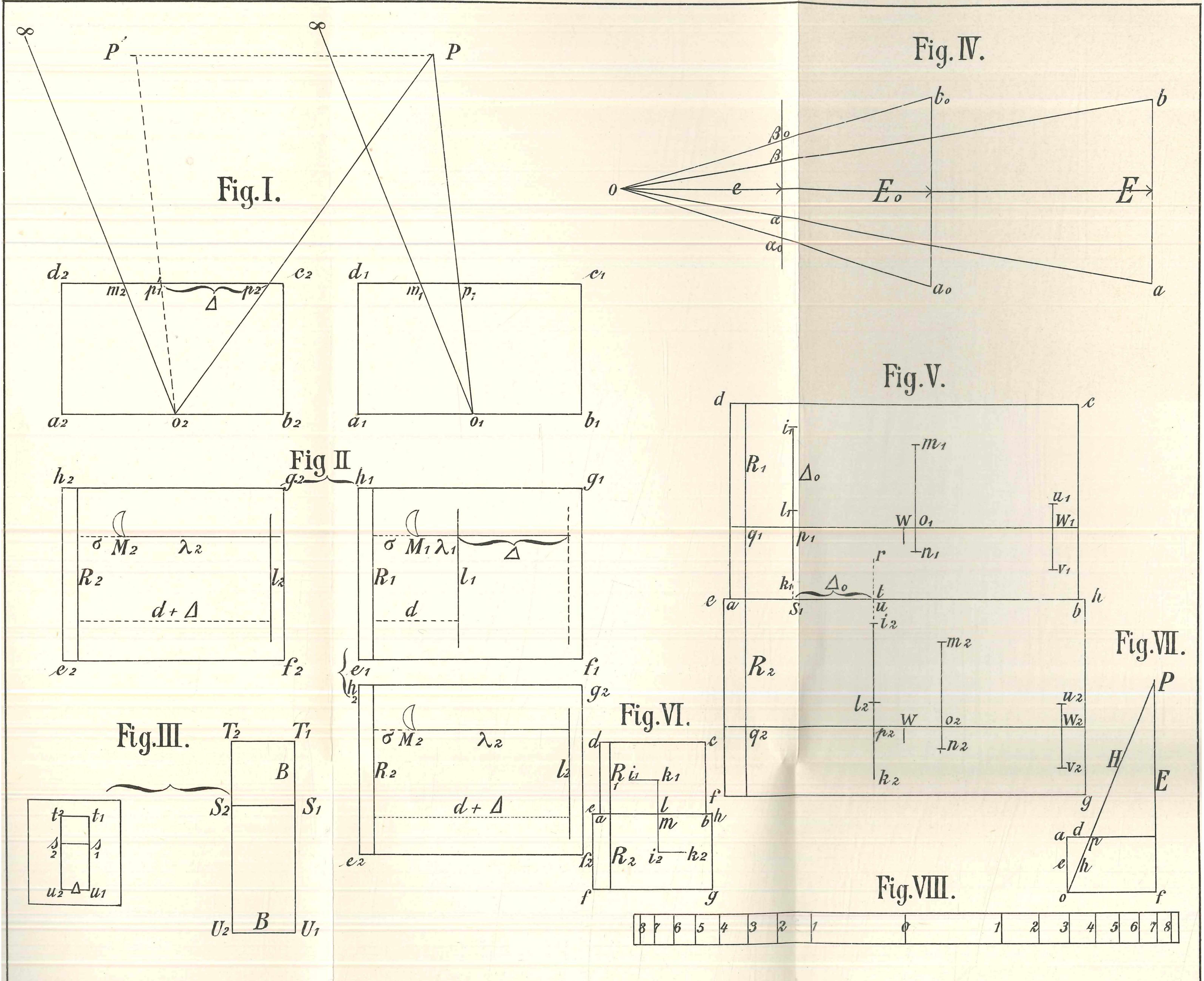
Fig. I.
Fig II
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.
Fig. VII.
Fig. VIII.

Zeitschrift/Journal: Verhandlungen des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande

Jahr/Year: 1903

Band/Volume: 60

Autor(en)/Author(s): Schönemann

Artikel/Article: Oie Verwendung der einfachen Camera zur Ermittelung von Höhen und Entfernungen 101-124