Die electrische Uhr

von

Fr. Arzberger.

Man kann der Hauptsache nach zweierlei Arten electrischer Uhren unterscheiden: solche, deren Gangwerk durch einen electrischen Strom bethätigt wird, die somit gar nicht aufgezogen zu werden brauchen, und so lange gehen, als die zugehörige Batterie in Stand erhalten wird, und solche, welche die Zeitangaben einer Normaluhr durch einen electrischen Strom auf ein entfernt gelegenes Zeigerwerk übertragen. Diese zweite Art electrischer Uhren, unter welche die hier zu besprechende gehört, — die man auch Zeittelegrafen nennen könnte —, bestehen aus einer Contactvorrichtung an der Normaluhr, welche den electrischen Strom in bestimmten Zeitintervallen schliesst und unterbricht, aus dem Zeigerwerke, welches durch einen Electromagneten bewegt wird, und aus einer Batterie, welche durch eine Drahtleitung mit der Contactvorrichtung und mit dem Zeigerwerke in Verbindung steht. In derselben Leitung können an verschiedenen Orten Zeigerwerke eingeschaltet sein, welche sämmtlich von einer Batterie und durch ein- und dieselbe Normaluhr bethätigt werden.

So einfach nun das Ganze aussieht, so hält es doch schwer, alle wirkenden Theile so in Ordnung zu halten, dass nicht hie und da Störungen eintreten, und in Folge dessen die Zeigerwerke unrichtig zeigen, was zur Genüge an den bestehenden electrischen Uhren bekannt ist.

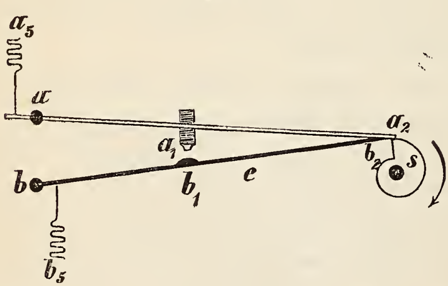
Die Ursachen dieser Störungen sind in Unsicherheiten im Contact, in Schwankungen in der Stromstärke, und in dem remanenten Magnetismus zu suchen. Will man solche Vorrichtungen zu astronomischen Zwecken verwenden, so muss die Contactvorrichtung so eingerichtet sein, dass sie der Regelmässigkeit des Ganges der Normaluhr keinen Eintrag thue, und dass der Contact in genau gleichbleibenden Zeitintervallen stattfinde. Zur Erhaltung der Batterie ist es aber weiters noch wünschenswerth, dass in dem gegebenen Zeitinterwalle der Strom möglichst kurze Zeit geschlossen und durch eine möglichst lange Zeitdauer unterbrochen bleibe.

Was das Zeigerwerk anbelangt, so ist darauf zu achten, dass der remanente Magnetismus, welcher den Anker des Electromagneten mit um so grösserer Kraft gegen seine Rückbewegung zurückhält, je stärker der eben unterbrochene Strom war, keine Störungen hervorrufe, und dass überhaupt der Gang des Zeigerwerkes möglichst unabhängig von der Stromstärke gemacht werde. Um den remanenten Magnetismus unschädlich zu machen, hat man electrische Uhren mit Stromumkehrung eingerichtet. Diese bedingen aber statt der einfachen Contactvorrichtung ein Commutator mit mehreren Contactpuncten und es erwächst daraus die Unzukömmlichkeit, dass unter diesen leichter Störungen eintreten, als wenn nur ein einziger Contactpunct vorhanden ist.

Nachdem zuerst constatirt war, dass ein electrisches Zeigerwerk mittelst abwechselndem Contacte und Stromunterbrechung bei sehr verschiedenen Stromstärken verlässlich gehe, wenn die weiter unten besprochenen Rücksichten beobachtet werden, war es möglich geworden, eine einfache Contactvorrichtung an der Normaluhr (ohne Anwendung einer Stromumkehrung) einzurichten.

Die Wirkungsweise der einzelnen Theile an der Contactvorrichtung ist aus den nachstehenden Holzschnitten, Figur 1, 2 und 3, zu ersehen, welche drei verschiedene Positionen der in allen drei Holzschnitten mit gleichen Buchstaben bezeichneten Theile darstellen.

Figur 1.

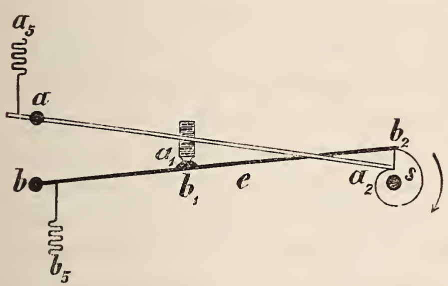


An der Steigradwelle der Normaluhr, welche zugleich den Secundenzeiger trägt, ist eine Schnecke s befestigt, welche senkrecht auf die Zeichenfläche gemessen, so breit ist, dass die beiden Abfall-Lappen a_2 und b_2, ohne sich zu berühren, auf dem äusseren Umfange dieser Schneke gleiten können, während sich s nach der Richtung des Pfeiles dreht. Die beiden Lappen a_2 und b_2 bilden die Enden zweier Hebel, welche sich beziehungsweise um a und b drehen. Der obere Hebel, welcher nahezu gerade ist, trägt in a_1 ein Schräubchen, dessen unteres Ende mit einem Platinstift armirte ist. Der untere Hebel trägt oberhalb b_1 einen Platinknopf; bei e ist derselbe senkrecht auf die Zeichenfläche nach rückwärts gebogen, so dass b_2 hinter a_2 liegt, während a_1 und b_1 vertical übereinander stehen. In der Biegung e ist ein Elfenbeinstück so eingeschaltet, dass zwischen b_1 und b_2 keine electrische Leitung stattfindet. Die Welle b ist ebenfalls isolirt, indem zwischen b und der Bohrung des Hebels ein kleiner Elfenbeinring eingeschoben ist; b_1 ist sonach bloss mit der Spiralfeder b_5 in leitender Verbindung, welche an ihrem unteren Ende mit einem vom Uhrwerk isolirten Klöbchen verschraubt ist, und mit einem Leitungsdrahte in Verbindung steht.

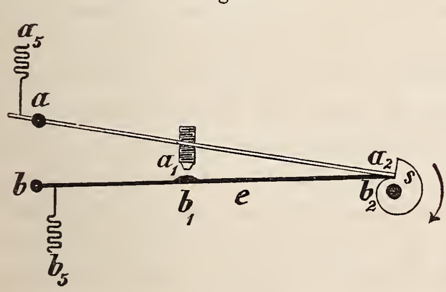
Die Feder a_5 ist an ihrem oberen Ende an einem anderen Klöbchen befestigt, und steht electrisch leitend mit dem zweiten Leitungsdrahte in Communication.

Der Lappen a_2 (Fig. 1) ist, von a gemessen, gerade um so viel kürzer, als b_2 von b gemessen, dass dann, wenn der Secundenzeiger von 59 auf 60 springt, a_2 abfällt, während b_2 noch auf jenem Puncte der Schneke s aufruht, welche von der Drehungsachse am weitesten entfernt ist. Die Schraube a_1 ist so gestellt, dass in diesem Momente (Figur 2) a_2 nicht auf die Schnecke s auffällt, sondern um eine kaum mit dem freien Auge wahrnehmbare Strecke von s absteht Es sitzt sonach a_1 auf b_1 und bewirkt den Contact zwischen a_5 und b_5; nun springt der Zeiger am electrischen Zeigerwerke. Sobald der Secundenzeiger von 60 auf 1 springt, fällt b_2 ab; während des Fallens schlägt zuerst a_2 und sodann b_2 auf s auf, und der Contact ist wieder unterbrochen (siehe Fig. 3). Durch die weiter fortgesetzte Drehung von s werden die beiden Lappen a_2 und b_2 gemein-

Figur 2.

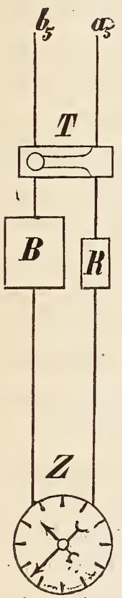


Figur 3.



schaftlich gehoben, so zwar, dass zum Anheben während der 58 Secunden, die von 1 bis 59 verfliessen, bei jedem Secundenschlage ein gleicher sehr kleiner Antheil der Gesammtarbeit consumirt wird. Schleift man nun die Enden von a_2 und b_2 beim Adjustiren so ab, dass das Abfallen erst während des Zeigerspringers, und nicht in jener Periode stattfindet, während welcher das Steigrad dem Anker den Impuls ertheilt, so bleibt auch in den beiden Bewegungsperioden von 59 bis 60 und 60 bis 1 der Impuls, welchen das Pendel vom Steigrade empfängt, gleich gross. Die Contactvorrichtung entspricht sonach allen gestellten Bedingungen, d. h. sie thut dem regelmässigen Gang der Normaluhr keinen Eintrag, das Zeitintervall von einem Contacte bis zum nächsten ist scharf eine Minute, der Strom bleibt nur eine Secunde geschlossen und 59 Secunden unterbrochen und ausserdem wird der Contact durch Berührung von zwei Plattintheilen bewirkt, gerade so wie diess bei den gewöhnlichen Tastern des Morse'schen Telegrafenapparates geschieht, und sich durch langejahre Erfahrung als verlässlich erwiesen hat.

Figur 4.



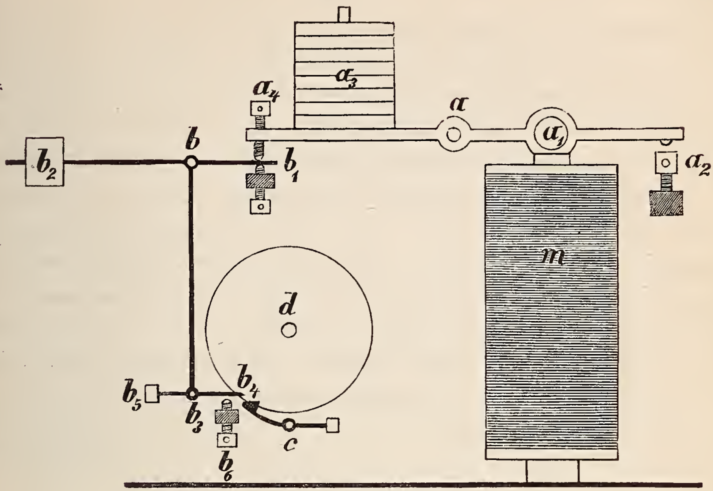
Im nebenstehenden Holzschnitt (Fig. 4) ist eine schematische Darstellung der Leitung zu sehen. Innerhalb des Uhrkastens ist ein Taster angebracht, welcher mit den Federn a_5 und b_5 leitend verbunden ist; wird dieser Taster gedrückt, so entsteht der Contact unabhängig von der im Uhrwerk angebrachten Contactvorrichtung, wird der Taster losgelassen, so hört der Contact auf; es ist somit der Taster für gewöhnlich in Bezug auf die Leitung als gar nicht vorhanden zu betrachten. B ist dieBatterie, Z ist das Zeigerwerk und R ein Indicator für die Stromstärke.

Der Taster T dient dazu, das Zeigerwerk zu richten, wenn es nöthig sein sollte, die Uhr selbst einmal zu richten.

Die Batterie besteht aus Meidinger'schen Elementen, welche ohnediess allgemein bekannt sind; damit jedoch das Nachgiessen des verdunsteten Wassers selbstthätig erfolge, wurde ober jedes Element ein mit Wasser gefüllter Glaskolben mit der Mündung nach unten so aufgesetzt, dass der Rand der Kolbenmündung in jenem Niveau steht, in welchem die Flüssigkeit im Elemente erhalten werden soll. Sinkt das Flüssigkeitsniveau im Elemente, so steigt eine Luftblase in dem Glaskolben auf und etwas Wasser ergiesst sich aus dem Kolben in das Element. Die Mündung des Kolbens muss circa 20 Millimet. weit sein; engere Mündungen werden durch die Ausscheidungen aus der Salzlösung verklebt.

Das Zeigerwerk wird durch einen Electromagneten von 20 Simens-Einheiten Widerstand betrieben, der in nebenstehender Figur 5 mit

Figur 5.



m bezeichnet ist. Ein um a drehbarer Hebel trägt bei a_1 den Anker des Magneten, bei a_3 ein Gegengewicht und bei a_4 eine Stellschraube, welche bei b_1 auf einen dreiarmigen Hebel einwirkt. Unterhalb b_1 ist eine Stellschraube, welche die Bewegung von b_1 und somit auch von a_4 und a_1 nach einer Richtung begrenzt. Nach der andern Richtung findet die Begrenzung der Bewegung durch die Stellschraube a_2 statt. Der um b drehbare dreiarmige Hebel ist an dem von b_1 gegenüber liegenden Ende mit dem Gewichte b_2 belastet, und trägt am dritten Arme in dem Gelenke b_3 eine Schiebklaue b_4, welche durch das Gewichtchen b_5 veranlasst in die Zähne des Schaltrades d eingreift. In d greift aber auch der um c drehbare Fallhaken ein, welcher so wie b_4 mit einem Gegengewichte versehen ist. Die Grösse der Gewichte a_3 und b_2 ist so bemessen, dass b_2 durch a_3 gehoben wird, falls das Hebelwerk sich selbst überlassen bleibt. Sobald nun der Electromagnet durch einen Strom magnetisirt, und der Anker angezogen wird, bewegt sich b_4 nach rechts und schaltet das Rad d vorwärts, nach Unterbrechung des Stromes kommt a_3 zur Wirkung, bewegt die beiden Hebel retour, während der Fallhaken c das Rad d haltet.

Das Schaltrad d hat 60 Zähne und ist mit dem Minutenzeiger verbunden, der Electromagnet ist mit den Federn a_5 und b_5 der Contactvorrichtng verbunden (Fig. 1), — wie diess auch Fig. 4 zeigt —, demnach muss, wenn das Rad d bei jedem Contact um einen Zahn geschaltet wird, der Minutenzeiger am Zeigerwerk genau in dem Momente überspringen, wann der Secundenzeiger der Normaluhr auf 60 einspringt.

Damit der Minutenzeiger sammt dem Rade d des Zeigerwerks nicht weiter als um eine Minute vorschnellen könne, (was bei einem etwas längeren [hier vom Mittel bis zur Spitze 24 Centimeter langen] Zeiger stets geschieht, wenn diesem Vorschnellen nicht vorgebeugt wird), ist unterhalb b_4 die Stellschraube b_6 so postirt, dass diese ein Ausweichen von b_4 nach abwärts und somit ein Vorschnellen des Rades d um mehr als einen Zahn hindert. Damit jedoch diese Theile bei etwaiger Verstärkung des Stromes mithin bei Vergrösserung der Zugkraft des Magneten, durch den Stoss nicht unnütz leiden, ist wie man aus Fig. 5 ersieht, die Anordnung der Theile so gewählt, dass die den Zeiger treibende Kraft bloss von dem Gewichte b_2 ausgeht, somit durch einen noch so starken Strom nicht verstärkt werden kann. Der remanente Magnetismus kann zwar das Gewicht a_3 am Herabsinken hindern, falls es nicht schwer genug ist, aber die eigentliche Zeigerbewegung wird von demselben bei dieser Einrichtung nicht beeinflusst *).

Die Grösse des Gewichtes b_2, so wie der Weg, welchen dessen Schwerpunct beschreiben muss, ist in so ferne durch die Arbeit gegeben, welche bei jedesmaliger Schaltung geleistet werden muss, als das Product aus Gewichtsdruck in seinen Weg dieser Arbeit eben gleich kommen muss. Durch versuchsweises Verstellen von b_2 auf den Hebel $b\,b_2$ wird sich die richtige Stellung leicht ermitteln lassen. Es handelt sich nun darum, die Grösse des Gewichtes a_3 und die Stellung des Electromagneten so zu reguliren, dass bei einer gegebenen Schwankung in der Stromstärke das Zeigerwerk nicht stecken bleibt, d. h. dass die magnetische Anziehungskraft nie unter ein schädliches Minimum, der remanente Magnetismus nie über ein schädliches Maximum hinausgehe, und dabei überhaupt mit der möglichst geringsten mittleren Stromstärke gearbeitet werden könne.

Alle Drücke und Wege sollen auf den Electromagneten a_1 reducirt, folgende Werthe haben:

der durch das Gewicht a_3 bewirkte Zug sei . . . . . . p_1
„ „ „ „ b_2 „ Druck sei . . . . . p_2

*) Die genaue Zeichnung der Contactvorrichtung und des Zeigerwerkes habe ich im 196. und 197. Bande des Dingler'schen pol. Journales veröffentlicht.

der ganze Ankerweg während einer Schaltung sei . . . . . s
die Entfernung des Ankers vom Magneten sei x
und insbesondere die Ankerentfernung vor der Anziehung . . $\mathfrak{x}_1$
diese nach der Anziehung . . . . $\mathfrak{x}_2$
so dass . . . . $s = \mathfrak{x}_1 - \mathfrak{x}_2$ . . . (1) ist.

Die magnetische Zugkraft bei einer bestimmten Stromstärke und der Ankerentfernung x sei y und ebenso die zu x gehörige Grösse des remanenten Magnetismus z. Das Maass für alle hier vorkommenden Kräfte lässt sich durch Auflegen von Gewichten bei a_3, das Maass aller Wege x_1 s etc. . . . durch die Anzahl Umdrehungen an der Schraube a_2 ermitteln.

Beim Anziehen des Ankers findet die Schaltung des Zeigerwerkes statt, und durch diese wird die Arbeit des Gewichtes b_2 consumirt, somit muss durch die magnetische Anziehungskraft das Gewicht a_3 gehoben werden, ohne dass dieses Heben durch b_2 unterstützt wird. Es muss der zu $\mathfrak{x}_1$ gehörige Werth von y, d. i. $\mathfrak{y}_1$ mindestens so gross als p_1 somit

$$\mathfrak{y}_1 \geqq p_1 \text{ sein.}$$

Da die magnetische Kraft mit der Verminderung von x bedeutend wächst, so wird auch das weitere Anheben eines Gewichtes jedenfalls erfolgen, wenn die Bewegung einmal begonnen hat.

Nach der Unterbrechung des Stromes wirkt der remanente Magnetismus auf den im Abstande $\mathfrak{x}_2$ befindlichen Anker mit der zu $\mathfrak{x}_2$ gehörigen Intensität $\mathfrak{z}_2$; da aber bei der Rückbewegung das Gewicht a_3 sowohl $\mathfrak{z}_2$ als den Druck von b_2 zu überwinden hat, so muss man wie oben setzen

$$p_1 \geqq p_2 + \mathfrak{z}_2 \quad . \; . \; . \quad \text{oder}$$

$$\mathfrak{y}_1 \geqq p_1 \geqq p_2 + \mathfrak{z}_2 \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Aus diesen Bedingungen sind nun die beiden Werthe $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2 = s - \mathfrak{x}_1$ sowie der Werth von p_1 zu bestimmen; wenn bei einer gewissen Schwankung in der Stromstärke das Zeigerwerk regelmässig fortgehen soll.

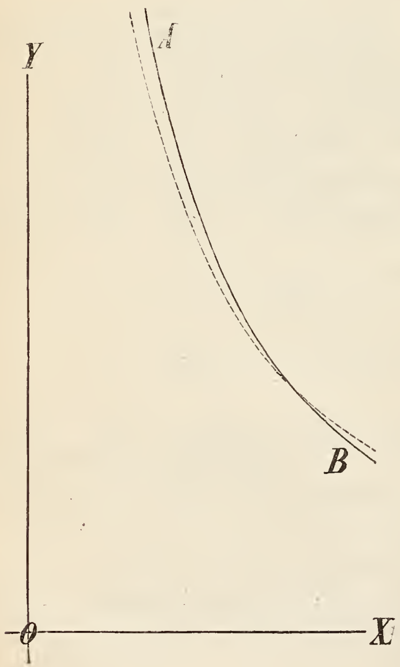
Die Schwankung in die Stromstärke sei dadurch gegeben, dass die Maximalstromstärke n Mal so gross als die Minimalstromstärke sein soll.

$$\frac{\text{Stromstärken-Maximum}}{\text{Stromstärken-Minimum}} = n \quad . \; . \; . \quad (3)$$

Ein sinnloses Probiren, durch Verstellung der beiden Schrauben a_2 und a_4, wodurch man die Werthe $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2$ verändert, und ein Auflegen verschiedener Gewichte bei a_3 führt zu keinem Ende; desshalb wird es nothwendig, einen systematischen Weg einzuschlagen, der zu bestimmten Werthen $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$ und p_1 führt.

Es unterliegt keiner Schwierigkeit, sich für eine beliebige Stromstärke eine Reihe zusammengehöriger Werthe von x und y zu bestimmen. Zu diesem Ende braucht man nur die Schraube a_2 so zu stellen, dass der Anker am Magneten und der Ankerhebel auf a_2 gleichzeitig aufliegt, um zunächst die Stellung von a_2 für $x =$ Null zu haben. Der Ankerhebel wird nun tarirt und a_4 so weit in die Höhe geschraubt, dass der Ankerhebel durch a_4 mit dem dreiarmigen Hebel bei b_1 gar nicht in Berührung kommt. Nach diesen Vorbereitungen können durch Drehen von a_2 und Auflegen von Gewichten bei a_3 beliebig viele zuzusammengehörige Werthe von x und y gefunden werden, wenn man diese Versuche mit einem möglichst constanten Strom durchführt. Trägt man je zwei zusammengehörige Werthe als Abszissen und Ordinaten auf, so erhält man eine Reihe von Puncten, die untereinander verbunden, eine Curve darstellen, wie sie $A\ B$ in Fig. 6 zeigt. Es lässt sich eine gewisse Aehnlichkeit mit einer gleichseitigen Hyperbel von der Form $y = \frac{a}{x}$ nicht verkennen; es lag daher nahe, über diese Curve eine gleichseitige Hyperbel zu zeichnen, wie sie die punctirte Linie in Fig. 6 darstellt. Diese beiden Curven zeigen ihrer Gestaltung nach unter einander ein Verhalten, wie die adiabatische und isothermische Curve, und da die Letztere wirklich eine gleichseitige Hyperbel ist, wie in Fig. 6 die punctirte Linie, so lag es nahe zu untersuchen, ob die Curve $A\ B$ nicht der Gleichung

Figur 6.



$$y = \frac{\alpha}{x^{\mu}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

entspreche, wobei $\mu > 1$ ist.

In der That entspricht diese empyrische Formel insoferne, als man für x nicht sehr bedeutend differente Werthe annimmt; sie entspricht eben ganz gut für jene Grenzen von x, welche im vorliegenden Falle zur Anwendung kommen. Ebenso entspricht die auf gleiche Weise verzeichnete Curve des remanenten Magnetismus der Formel

$$z = \frac{\beta}{x^{\mu}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4_a),$$

und der Quotient $\frac{z}{y} = \frac{\beta}{\alpha} = \lambda \quad . \quad . \quad . \quad (5)$ ist

bei verschiedenen Stromstärken um so kleiner, je reiner das Eisen im Anker und Magneten ist.

Die Werthe α und β sind aber, insoferne die Stromstärken nicht so bedeutend werden, dass man dem Sättigungspunct des Magneten nahe kommt, den Stromstärken direct proportional; wonach die entsprechenden Curven für einen n Mal so starken Strom aus jenen (4) und (4_a) für den einfachen Strom gebildet werden können, wenn man die Werthe von α und β mit n multiplizirt.

Die Curven der n fachen Stromstärke sind sonach durch die Gleichungen

$$y = \frac{n\,\alpha}{x^{\mu}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$\text{und} \quad z = \frac{n\,\beta}{x^{\mu}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6_a)$$

dargestellt.

Von den 4 Gleichungen (4), (4_a), (6) und (6_a) kommen hier nur zwei, die erste und die letzte, somit die Coeficienten α und $n\,\beta$ in Betracht, da bei dem einfachen (schwächsten) Strom y nicht unter ein gewisses Minimum kommen darf, wie aus (2) hervorgeht; anderseits wie (2) zeigt, z einen gewissen Maximalwerth nicht überschreiten darf, welche bei der n fachen (grössten) Stromstärke eintreten wird. Die Gleichungen (4_a) und (6) haben sonach keinen Werth für die vorliegende Untersuchung. Multiplizirt man (5) mit n, wobei man die einem bestimmten x^1 zugehörigen Werthe y^1 und z^1 für y und z einführt, so folgt:

$$\left.\begin{array}{l} n\,\frac{z^1}{y^1} = n\,\frac{\beta}{\alpha} = n\,\lambda = m \quad . \\ \text{somit} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad n\,\beta = m\,\alpha \quad . \quad . \quad . \end{array}\right\} (7)$$

Dieser Werth m gibt also das Verhältniss zwischen der magnetischen Zugkraft bei einfacher Stromstärke, und der Grösse des remanenten Magnetismus bei n facher Stromstärke für ein und dasselbe x an.

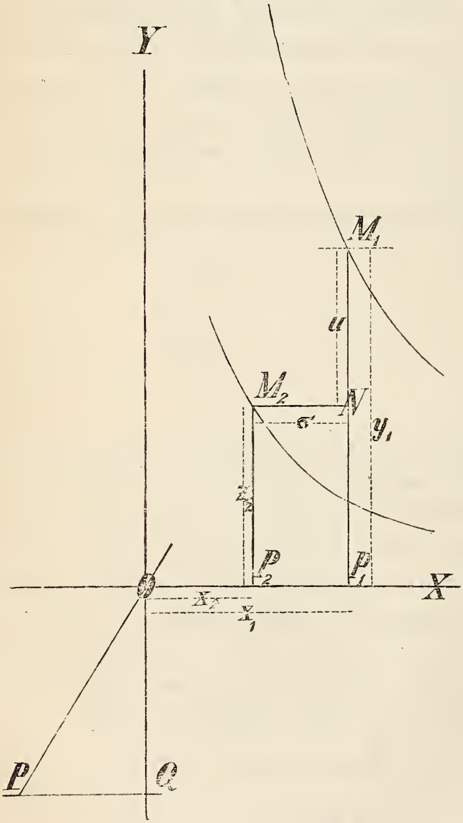
Mit Benützung der Gleichung (7) gehen (4) und (6_a) über in:

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{\alpha}{x^{\mu}} \\ \text{und } z &= \frac{m\ \alpha}{x^{\mu}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Es ist nun sehr wohl zu berücksichtigen, dass in den zwei Gleichungen (8) die Werthe von y und z die einem x entsprechen, zwei verschiedenen Stromstärken angehörten; man erhaltet sonach durch Division dieser beiden Gleichungen

$$\frac{z}{y} = \frac{z_1}{y_1} = \frac{z_2}{y_2} \quad \ldots\ldots = m \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Figur 7.



und ist diese Gleichung nicht zu verwechseln mit jener (7), in welcher y^1 und z^1 die, einem x^1 entsprechenden Ordinaten bei gleicher Stromstärke darstellen.

In Figur 7 ist M_1 ein Punct der Curve

$$y = \frac{\alpha}{x^{\mu}}$$ und M_2 ein Punct der Curve $z = \dfrac{m\ \alpha}{x^{\mu}}$, somit sind durch y die Anziehungen beim schwächsten Strom, und durch z die Werthe des remanenten Magnetismus beim stärksten Strom gegeben. Wenn nun der Anker einen Weg $x_1 - x_2 = \sigma$ durchläuft, so kann derselbe in Maximo mit

einer gegen die magnetische Zugkraft wirkenden Kraft y_1 belastet werden, dagegen ist nach der Stromunterbrechung mindestens die Kraft z_2 zur Rückbewegung des Ankers durch ein Gegengewicht zu effectuiren, (siehe x_1, x_2, y_1 und z_2 in Fig. 7). Da z_2 bei der Anziehung des Ankers mit gehoben werden muss, bleibt für die eigentliche Nutzleistung nur eine Kraft $u = y_1 - z_2$ übrig. Sobald nun σ gegeben ist, so ist $x_2 = (x_1 - \sigma)$ durch x_1 bestimmt, und es handelt sich nur darum, jenen Werth von x_1 zu bestimmen, für welchen u ein Maximum wird.

Substituirt man in . . . . $u = y_1 - z_2$ die Werthe aus (8) mit Rücksicht auf die besonderen Werthe von $x = x_1$ und $x = x_1 - \sigma$ so folgt

$$u = \frac{a}{x_1^{\mu}} - \frac{m\,a}{(x_1 - \sigma)^{\mu}}$$

und wenn man bei der Differentiation x für x_1 setzt

$$\frac{d\,u}{d\,x} = -\,a\,\mu\,\frac{x^{\mu - 1}}{x^{2\mu}} + m\,a\,\mu\,\frac{(x - \sigma)^{\mu - 1}}{(x - \sigma)^{2\mu}} = 0$$

$$\text{somit}\quad \frac{x^{\mu - 1}\,(x - \sigma)^{2\mu}}{x^{2\mu}\,(x - \sigma)^{\mu - 1}} = m.$$

Wenn jener Werth, von x der dieser Gleichung Genüge leistet, nun wieder x_1 heisst, so folgt:

$$\left(\frac{x_1 - \sigma}{x_1}\right)^{\mu + 1} = m \quad . \; . \; . \; . \quad (10)$$

und da $x_1 - \sigma = x_2$ ist

$$m = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{\mu + 1} = \frac{x_2}{x_1}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{\mu}$$

Aus (4) folgt aber $\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{\mu} = \frac{y_1}{y_2}$ somit

$$m = \frac{x_2}{x_1} \frac{y_1}{y_2}$$

und wegen (9) . . . . . $m = \frac{z_2}{y_2}$

$$\frac{z_2}{y_2} = \frac{x_2}{x_1} \frac{y_1}{y_2}$$

$$\frac{z_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} \text{ oder}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{z_2}{x_2} = \frac{y_1}{x_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \\ \frac{y_1 - z_2}{x_1 - x_2} = \frac{u}{\sigma} = \frac{y_1}{x_1} \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

Um der Gleichung (11) Genüge zu leisten, müssen, wie ein Blick auf Fig. (7) zeigt, die drei Puncten O, M_2 und M_1 in einer geraden Linie liegen, und deshalb kann man sagen: wenn die 3 Puncte O, M_2 und M_1 in einer Geraden liegen, dann wird u ein Maximum.

Es wird sich sonach für ein gegebenes Verhältniss $\frac{u}{\sigma}$ der Werth von x_1, y_2, x_2, z_2, u und σ grafisch dadurch ergeben, dass man durch O eine Gerade zieht, welche mit der OX einen Winkel φ einschliesst, der durch $tg\ \varphi = \frac{u}{\sigma}$ gegeben ist.

Der Werth von $tg\ \varphi = \frac{u}{\sigma} = \frac{y_1}{x_1}$ ist aber noch näher zu untersuchen; $tg\ \varphi$ ist von x_1 abhängig, ebenso u und σ; und es handelt sich nun um die Beantwortung der Frage: für welchen Werth von $tg\ \varphi$ oder für welchen Werth von x_1 wird das Product $u\ \sigma$, d. i. die an dem Zeigerwerk geleistete Arbeit ein Maximum?

Aus (10) folgt

$$\frac{x - \sigma}{x} = m^{\frac{1}{\mu + 1}} \text{ oder}$$

$$\sigma = x \left(1 - m^{\frac{1}{\mu + 1}} \right) = x \, A \quad \text{oder speciell}$$

für $x = x_1$

$$\sigma = A \, x_1 \quad \text{und wegen}$$

$$(11) \quad \ldots \ldots \quad \frac{u}{\sigma} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$u = A y_1$$

$$u \, \sigma = A^2 \, x_1 \, y_1 = A^2 \, x_1 \, \frac{\alpha}{x_1^{\,\mu}} = A^2 \, \frac{\alpha}{x_1^{\,\mu - 1}} \quad \ldots \ldots (12)$$

da aber $\mu > 1$ ist, wird $u \, \sigma$ unter sonst gleichen Umständen um so grösser, je kleiner x_1 gemacht wird.

Der Werth von $u \, \sigma$ ändert sich übrigens mit x_1 nur wenig, wie aus folgenden Zahlenwerthen zu sehen ist.

Es wurde durch Versuche $\mu = 1{\cdot}27$ gefunden, somit ist $\mu - 1 = 0{\cdot}27$ und ergibt sich für

x	$=$ 1,	2,	3,	4,	5,	6.
$\frac{1}{x_1^{\,\mu - 1}}$	$=$ 1,	0·829,	0·743,	0.687,	6.647,	0.615.

Jedenfalls wird es zweckmässig sein, x_1 möglichst klein zu wählen, wonach σ klein und $tg \; \varphi = \frac{u}{\sigma}$ möglichst gross zu machen ist. Je kleiner σ, desto grösser muss aber die Hebelübersetzung zwischen dem Anker und dem eigentlich arbeitenden Theile gemacht werden; ein allzukleiner Werth von x_1 und σ wird daher auf Schwierigkeiten in der Ausführung führen.

Man wird sonach den Ausdruck (12) dahin deuten, dass man die Hebelübersetzung zwischen dem Anker und der Schiebklaue b_4 Fig. (5) so gross als möglich machen soll, ohne dadurch die Ausführung wesentlich zu erschweren, und die Reibungswiderstände zu sehr zu vermehren. Im vorliegenden Falle ist die Hebelübersetzung 1:6 gewählt.

In den Gleichungen (8) ist, wie nach dem Früheren hervorgeht, α eine Zahl, welche der Stromstärke und speciel der Minimalstärke proportional ist. Die Zahl m, die sich aus (7) ergibt, ist von α unabhängig, da das Verhältniss $\frac{\beta}{\alpha}$ für ein und denselben Magneten constant bleibt; somit bleibt auch wegen (10) das Verhältniss zwischen x_1 und σ bei verschiedenen Stromstärken unabhängig von α dasselbe.

Sobald nun das Verhältniss $\frac{u}{\sigma}$ gegeben ist, so werden alle Werthe von x_1, y_1, x_2, z_2, u und σ sich proportional der Minimal-Stromstärke ändern.

Gesetzt nun, ein Zeigerwerk sei ausgeführt, und es handele sich darum, die Stellschrauben richtig zu stellen.

Zunächst wird man die drei Schrauben a_2, a_4 und jene unterhalb b_1 (Fig. 5) so stellen, dass bei abwechselndem Fingerdruck auf a_1 und a_3 die Schaltung des Rades d gehörig vor sich gehe, wonach man b_2 längs $b\,b_2$ so lange verstellen wird, bis man findet, dass durch b_2 die Zeiger sicher vorgeschoben werden, ohne dass ein unnöthig starker Stoss erfolgt, und endlich wird man b_6 so einstellen, dass weder ein Vorschnellen der Zeiger noch ein Festklemmen von b_4 eintreten kann.

Dreht man nun, während a_1 niedergedrückt wird, a_2 so lange hinauf, bis hiedurch eine Schaltung um eine Minute hervorgebracht ist, so gibt die Anzahl Schraubenumgänge — von denen sich Zehntel sehr gut abschätzen lassen — das Maass für den Weg s an; ebenso lässt sich, nachdem der Ankerhebel zuvor tarirt wurde, bei a_3 das Gewicht ermitteln, welches nothwendig ist, um b_2 aufzuheben; dieses Gewicht ist das Maass für p_2.

Nun bestimmt man sich mittelst eines electrischen Stromes, dessen Stärke man mit einer Tangentenboussoule bestimmt, mehrere zusammengehörige Werthe von x und y, wie diess früher bei Construction der Curve $A\ B$ Figur 6 geschehen ist. Hierauf wird für einen bestimmten möglicht kleinen Werth von $x = \xi$ den zugehörigen remanenten Magnetismus $z = \zeta$, und die magnetische Zukraft $y = \eta$ bestimmen, woraus wegen (5) $\frac{\zeta}{\eta} = \frac{\beta}{\alpha} = \lambda$ folgt.

Hat man sich für einen bestimmten Werth von n (z. B. $n = 2$ oder $n = 3$) entschieden, so folgt mit Rücksicht auf (7)

$$n \frac{\zeta}{\eta} = m \quad {}^{*)}$$

Ist nun m bekannt, so lassen sich — wegen (8) $z = m\,y$ — aus den beobachteten Werthen von y, jenen von z bestimmen, und es können nun alle zusammengehörigen x, y und z im Sinne der Fig. (7) aufgetragen werden; durch Verbindung der erhaltenen Puncte erhält man die beiden in Fig. (7) gezeichneten Curven. Trägt man nun

$\overline{OQ} = p_2$ und von Q aus senkrecht auf

OQ, $\overline{QP} = s$ auf, zieht die Gerade PO und verlängert sie, bis die beiden Curven in M_2 und M_1 geschnitten werden; zieht ferner die Ordinaten $M_1\ P_1$ $M_2\ P_2$; und die zu $O\,X$ Paralelle $M_2\ N$, so sind für die beim Versuche angewendeten Stromstärken alle in Fig. (7) ersichtlichen Werthe x_1, y_1, x_2, z_2, σ und u grafisch dargestellt, wobei vermöge der Construction

$$\frac{u}{\sigma} = \frac{\overline{O\,Q}}{\overline{Q\,P}} = \frac{p_2}{s} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

ist.

Alle diese Werthe entsprechen der günstigsten Ankerstellung, wenn die Minimalstromstärke der beim Versuche angewandten Stromstärke gleich kommt.

Man erkennt nun leicht die Zusammengehörigkeit der Grössen:

$\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$, s, p_1 und p_2 aus Gleichung (1) und (2) einerseits,

und x_1, x_2, σ, y_1 und u aus Fig. (7) andererseits,

welche beziehungsweise dieselben Grössen bei verschiedenen Stromstärken, vorstellen und zwar gehören die Grössen

$\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$, s, p_1 und p_2 der zulässigen Minimal-Stromstärke, die Werthe

x_1, x_2, σ, y und u jener Stromstärke an, welche bei den Versuchen angewendet wurden, und die der Fig. (7) als Grundlage diente. Bezeichnet man nun diese Stromstärken, beziehungsweise mit $\mathfrak{S}$ und S, so folgt aus den früheren Auseinandersetzungen

$$\frac{\mathfrak{S}}{S} = \frac{\mathfrak{x}_1}{x_1} = \frac{\mathfrak{x}_2}{x_2} = \frac{s}{\sigma} = \frac{p_1}{y_1} = \frac{p_2}{u}$$

Von diesen Grössen sind aber aus directer Messung bekannt: s, p_2 und S (durch Ablesung an der Tangentenboussole).

---

*) Es ist nicht gut n überflüssig gross zu machen, denn für ein grosses n wird m gross und somit der Werth $A = 1 - m^{\frac{1}{u+1}}$ in (11) klein, daher bei gegebenen x_1, u σ kleiner als nöthig; d. h. man muss für ein gegebenes u und σ mit stärkeren Strome arbeiten, als bei kleinerem n.

Aus der Construction (Fig. 7) lassen sich aber, die Werthe x_1, x_2, σ, y_1 und u abmessen, somit findet man

$$\mathfrak{S} = S \frac{p_2}{u}$$

$$\mathfrak{x}_1 = x_1 \frac{p_2}{u}$$

$$\mathfrak{x}_2 = x_2 \frac{p_2}{u}$$

$$s = \sigma \frac{p_2}{u}$$

$$\text{und } p_1 = y_1 \frac{p_2}{u}$$

Es ist somit $\mathfrak{S}$ die Minimal-Stromstärke und wegen (3) $n\,\mathfrak{S}$ die Maximal-Stromstärke, zwischen welchen Werthen der arbeitende Strom schwanken darf.

Dreht man jetzt die Schraube a_2 (Fig. 5) um $\mathfrak{x}_1$ Schraubengänge über die Nullstellung, sodann die Schraube a_4 so weit herab, dass b_1 sich gerade an die Stellschraube unter b_1 legt, und dreht nun a_2 um s Schraubengänge zurück, so dass a_2 um $\mathfrak{x}_1 - s = \mathfrak{x}_2$ Gänge ober der Nullstellung steht, so sind die Schrauben regulirt. Legt man endlich bei a_3 ein Gewicht p_1 auf, so ist das Zeigerwerk so justirt, das es allen gestellten Anforderungen entspricht.