

Ueber die Aenderungen,
welche der
Stundenwinkel eines Sternes
in einem gegebenen Verticale
durch die Fehler des Instrumentes erleidet.

Von

Dr. Marian Koller,
Ehrenmitglied des Vereines.

Im ersten Bande der „Verhandlungen des naturforschenden Vereines in Brünn“ habe ich die Gleichung, welche zwischen dem Stundenwinkel (T) eines Sternes in einem gegebenen Verticale und dem am Mittelfaden unter dem Einflusse der Fehler des Passage-Instrumentes beobachteten Stundenwinkel (t) stattfindet, direct entwickelt und daraus T bestimmt.

Diese Methode empfiehlt sich zwar durch ihre Allgemeinheit, gewährt jedoch keine nähere Einsicht in die Art und Weise des Einflusses jedes einzelnen Fehlers auf die zu bestimmende Grösse.

In dieser Beziehung dürfte der folgende indirecte Weg als Ergänzung dienen.

§. 1.

Es sei (Fig. I):

NPS der Meridian,

P der Weltpol,

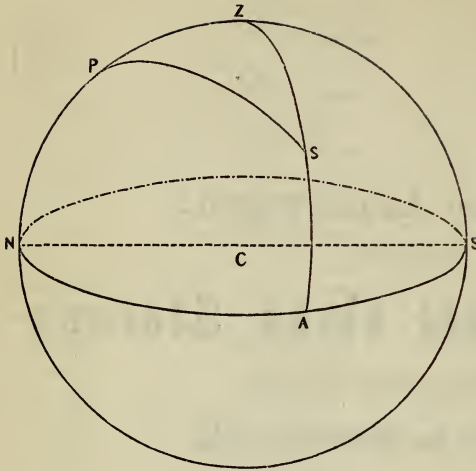
NAS der Horizont,

Z das Zenith,

ZA ein Verticalkreis, dessen westliches Azimuth

$$AZS = \omega.$$

Fig. I.



Geht ein Stern, dessen Declination = δ im Punkte s durch diesen Vertical, so haben wir im sphärischen Dreiecke PZs , in welchem (die Polhöhe des Beobachtungsortes = φ gesetzt).

$$\begin{aligned}
 PZ &= 90^\circ - \varphi \\
 Ps &= 90^\circ - \delta, \text{ ferner die} \\
 &\quad \text{Zenithdistanz} \\
 Zs &= Z \text{ und die Winkel} \\
 PZs &= 180^\circ - \omega \\
 PsZ &= \zeta \\
 ZPs &= T
 \end{aligned}$$

sind, die Gleichung:

$$\sin T \cotg \omega = \sin \varphi \cos T - \tan \delta \cos \varphi.$$

Differenziert man diese Gleichung nach ω als absolut variabel gesetzt, so hat man $\cotg \omega \cos T \cdot dT - \frac{\sin T}{\sin^2 \omega} d\omega = -\sin \varphi \sin T \cdot dT$; hieraus folgt

$$[\cos \omega \cos T + \sin \omega \sin T \sin \varphi] dT = \frac{\sin T}{\sin \omega} d\omega;$$

nun ist

$$\cos \omega \cos T + \sin \omega \sin T \sin \varphi = \cos \zeta, \text{ und}$$

$$\frac{\sin T}{\sin \omega} = \frac{\sin Z}{\cos \delta}$$

mithin

$$\cos \zeta \cdot dT = \frac{\sin Z}{\cos \delta} \cdot d\omega, \text{ und}$$

$$(A) \dots \dots \dots dT = \frac{\sin Z}{\cos \delta \cos \zeta} \cdot d\omega$$

Diese Gleichung bestimmt die Aenderung dT des Stundenwinkels, welche überhaupt durch eine Aenderung $d\omega$ des Azimuthes ω herbeigeführt wird.

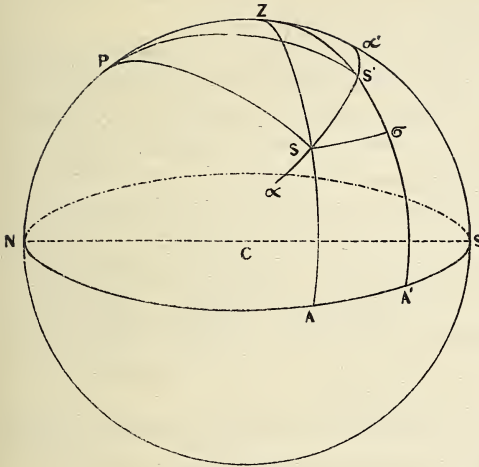
§. 2.

Eine Aenderung des Azimuthes kann nun aus drei verschiedenen Ursachen eintreten:

1. Wegen der Collimation des Mittelfadens;
2. wegen der Neigung der Drehungsachse des Rohres;
3. durch unmittelbare Verstellung der optischen Achse.

Wir nehmen an, es habe der Mittelfaden die Collimation = c und setzen, um einen bestimmten Fall im Auge zu behalten, es liege der Mittelfaden südlich von der optischen Achse, im Verticalkreise ZA' . (Fig. II.)

Fig. II.



Ist $\alpha \alpha'$ ein Stück des Parallelkreises des beobachteten Sternes, so wird er nicht in s sondern in s' durch den Mittelfaden gehen und sich im Azimuthe

$$A'ZS = AZS - A'ZA = \omega - A'ZA$$

befinden.

Um den Winkel $A'ZA$ zu bestimmen, nehme man am Vertical ZA' ein Stück $Z\sigma = Zs = Z$ und lege durch s und σ einen grössten Kreis, so ist das Stück $s\sigma$ dieses grössten Kreises der Collimation c des Mittelfadens gleich, und man hat im sphärischen Dreiecke $sZ\sigma$

$$\cos c = \cos^2 Z + \sin^2 Z \cos AZA',$$

$$1 - 2 \sin^2 \frac{c}{2} = 1 - 2 \sin^2 Z \sin^2 \frac{AZA'}{2} \text{ und } \sin \frac{c}{2} = \sin Z \sin \frac{AZA'}{2}$$

Sind c und AZA' sehr kleine Winkel, so folgt

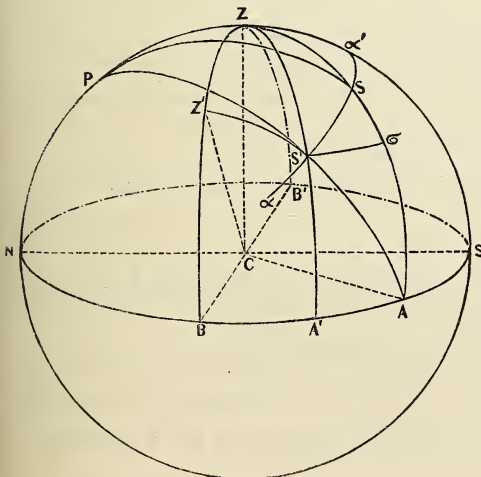
$$c = \sin Z \sin AZA' \text{ und wenn man}$$

$$AZA' = \omega_1 \text{ setzt}$$

$$(a) \dots \dots \dots \omega_1 = \frac{c}{\sin Z}$$

Diese Gleichung bestimmt die Aenderung des Azimuthes des beobachteten Sternes, insoweit sie durch die Collimation des Mittelfadens herbeigeführt wird.

Fig. III.



§. 3.

Den Einfluss der Neigung der Drehungsachse des Rohres auf das Azimuth der optischen Achse kann man auf folgende Weise finden:

Man nehme (Fig. III.) die Drehungsachse vorerst horizontal in $B B'$, der Verticalkreis ZA , der die optische Achse enthält, wird senkrecht auf $B B'$, stehen und er habe das westliche Azimuth $AZS = \omega$.

Legt man durch $B B'$ und Z den Verticalkreis BZB' , so ist dieser senkrecht auf der

Ebene des Kreises ZA , und ebenfalls senkrecht auf dem Horizonte, mithin ist AC , in welcher Linie der Kreis AZ den Horizont durchschneidet, senkrecht auf BZB' und A der Pol des letztgenannten Verticalkreises.

Man denke sich nun BB' um AC so gedreht, dass ihr östliches Ende B' um den Winkel b über den Horizont und somit die Ebene des Verticalkreises ZA , in der sich die optische Achse befindet, nun die Lage $Z'AC$ kommt, die mit der Ebene ZAC den Winkel $ZZ' = Z'Z = b$ macht.

Ist $\alpha\alpha'$ ein Stück des Parallelkreises eines Sternes, so wird dieser, der bei horizontaler Lage der Drehungsachse in s durch ZA gegangen wäre, nun in s' durch $Z'A$ gehen. Nimmt man

$$A\sigma = As' = 90^\circ - Z \text{ und legt durch } s' \text{ und } \sigma \text{ den Bogen eines grössten Kreises, so hat man im sphärischen Dreiecke } s'A\sigma$$

$$\cos s'\sigma = \sin^2 Z + \cos^2 Z \cdot \cos b, \text{ und für sehr kleine Werthe von } s'\sigma \text{ und } b$$

$$s'\sigma = b \cdot \cos Z.$$

Legt man durch s' den Verticalkreis ZA' , so ist das Azimuth der optischen Achse dem Winkel $A'ZS$ gleich oder wenn man

$$\sphericalangle A'ZA = \omega \text{ setzt dieses Azimuth } A'ZS = \omega + \omega_2.$$

Man findet nun (wie im §. 2)

$$s'\sigma = \omega_2 \sin Z, \text{ mithin}$$

$$b \cos Z = \omega_2 \sin Z \text{ und}$$

$$(b) \dots \dots \dots \omega_2 = b \cotg Z,$$

die Aenderung des Azimuthes der optischen Achse des Rohres durch die Neigung b der Drehungsachse herbeigeführt.

Anmerkung. Wir bezeichnen den Zenithabstand des Sternes im Verticale ZA mit Z ; es wird daher streng genommen der Abstand des Sternes vom Zenith im Verticale ZA' , nämlich Zs' nicht gleich Z sondern $= Z + \Delta Z$ sein, woraus die Gleichung für ω_2

$$\omega_2 = b \cotg (Z + \Delta Z) \text{ folgt}$$

Nun ist, da ΔZ immer eine kleine Grösse sein wird

$$\cotg (Z + \Delta Z) = \cotg Z - \frac{\Delta Z}{\sin^2 Z} \text{ also}$$

$$\omega_2 = b \cotg Z - b \cdot \frac{\Delta Z}{\sin^2 Z} = b \cotg Z$$

wenn man die sehr kleinen Grössen zweiter Ordnung vernachlässigt.

§. 4.

Die gefundenen Grössen ω_1 und ω_2 sind in der Regel sehr klein, setzt man demnach in der Gleichung (A)

$$d\omega = \omega_1, \text{ so hat man}$$

$$(c) \dots \dots \dots dT = \frac{c}{\cos \delta \cos \zeta},$$

die Aenderung des Stundenwinkels wegen der Collimation des Mittelfadens.

In dieselbe Gleichung $d\omega = \omega_2$ gesetzt, erhält man

$$dT = b \frac{\cos Z}{\cos \delta \cos \zeta},$$

die Aenderung des Stundenwinkels wegen der Neigung der Drehungsachse.

Hat endlich die optische Achse aus irgend anderen Ursachen eine um ω_0 fehlerhafte Stellung im Azimuthe, wo ω_0 ebenfalls sehr klein ist, so hat man in die Gleichung (A) $d\omega = \omega_0$ gesetzt:

$$(d) \dots \dots \dots dT = \omega_0 \cdot \frac{\sin Z}{\cos \delta \cos \zeta}$$

Die Ableitungen dieser Grössen zeigen auch unmittelbar, mit welchem Zeichen die für dT gefundenen Werthe an den für den Mittelfaden gefundenen Stundenwinkel t anzubringen sein werden, um den wahren Stundenwinkel T des Sternes im Azimuthe ω zu erhalten.

So sieht man (§. 2), dass für westliche Sterne $t < T$ gefunden wird, wenn sich der Mittelfaden südlich von der optischen Achse befindet, mithin wird in diesem Falle t um $\frac{c}{\cos \delta \cos \zeta}$ zu vermehren sein.

Ebenso zeigt (§. 3), dass man $t > T$ erhält, wenn das östliche Ende der Drehungsachse des Rohres über dem Horizonte steht, demnach t um $b \cdot \frac{\cos Z}{\cos \delta \cos \zeta}$ zu vermindern.

Endlich wird man $t < T$ erhalten, wenn die optische Achse im Azimuthe $\omega - \omega_0$ sich befindet, wo dann t um $\omega_0 \cdot \frac{\sin Z}{\cos \delta \cos \zeta}$ zu vermehren sein wird.

Für die hier gemachten Voraussetzungen ist demnach der wahre Werth von T

$$T = t + \frac{c}{\cos \delta \cos \zeta} - b \cdot \frac{\cos Z}{\cos \delta \cos \zeta} + \omega_0 \cdot \frac{\sin Z}{\cos \delta \cos \zeta}.$$

(Confer §. 12, Gl. (11) meines Aufsatzes über das Passage-Instrument.)

§. 5.

Denkt man sich einen beliebig gelegenen grössten Kreis NAS (Fig. 2) und den Pol dieses Kreises Z , legt durch letzteren die grössten Kreise ZA und ZA' , die den Winkel

$$A'ZA = AA' = \omega_1$$

einschliessen, so gibt die Gleichung

$$(e) \dots \dots \dots \sin \frac{c}{2} = \sin Z \cdot \sin \frac{\omega_1}{2}$$

den Werth $s\sigma = c$ eines grössten Kreises, welcher durch die in gleicher Entfernung vom Pole gelegenen Punkte s und σ geht.

Legt man durch diese Punkte s und σ einen Kreis parallel zu NAS , so ist das zwischen den Kreisen ZA und ZA' liegende Stück dieses Kreises aus bekannten Gründen gleich

$$\omega_1 \cdot \sin Z.$$

Sind die Winkel c und ω_1 sehr klein und kann man die dritten und höheren Potenzen derselben vernachlässigen, so gibt die Gleichung (o) auch

$$c = \omega_1 \cdot \sin Z;$$

man kann also in diesem Falle das zwischen s und σ liegende Stück eines grössten Kreises und den Bogen des Kreises, der durch dieselben Punkte parallel zum grössten Kreise NAS gelegt wird, einander gleich setzen.

§. 6.

Mittelst dieses Satzes kann man auch auf folgende Weise zur Bestimmung der Grösse des Einflusses gelangen, welchen die Fehler des Instrumentes auf den Stundenwinkel T des Sternes ausüben.

Ist die Collimation des Mittelfadens $= c$ und liegt die optische Achse in der Ebene des Verticals ZA , der Mittelfaden in der Ebene des Verticalkreises ZA' , so ist (§. 2 und 5)

$$s\sigma = c,$$

und da der Winkel

$$s's\sigma = \sphericalangle PsZ = \zeta$$

und das sphärische Dreieck $s's\sigma$ bei σ rechtwinklig ist, so haben wir

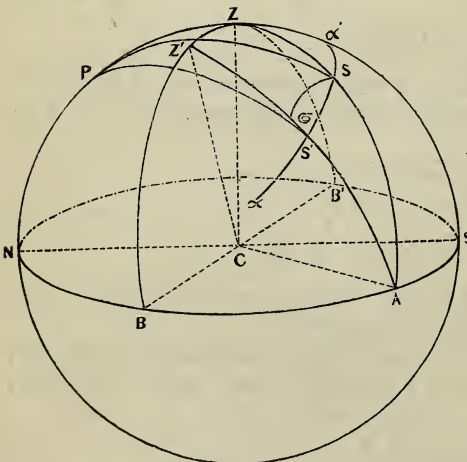
$$s s' = \frac{s\sigma}{\cos \zeta} = \frac{c}{\cos \zeta}.$$

Mittelst des sphärischen Dreieckes $Ps s'$, in welchem $Ps = Ps' = 90^\circ - \delta$, $s s' = \frac{c}{\cos \zeta}$ und der Winkel sPs' gleich dT ist, erhält man dann auf bekanntem Wege

$$\frac{c}{\cos \zeta} = \cos \delta dT \text{ (confer §. 2)}$$

$$\text{also } dT = \frac{c}{\cos \delta \cos \zeta}.$$

Fig. IV.



Ist ferner das östliche Ende der Drehungsachse des Rohres um den Winkel b über dem Horizonte, so haben wir (Fig. IV.)

$$s\sigma = b \cdot \cos Z,$$

somit im Dreiecke $s's\sigma$

$$s s' = \frac{s\sigma}{\cos \zeta} = b \cdot \frac{\cos Z}{\cos \zeta}$$

wo man dann mittelst des Dreieckes $s'Ps$ den Winkel

$$s'Ps = dT = b \frac{\cos Z}{\cos \delta \cos \zeta}$$

findet.

Befindet sich endlich die optische Achse statt im Verticalen ZA im Verticalen ZA'

(Fig. II.) und ist $AA' = \omega_0$ die Azimuthaldifferenz dieser Verticalkreise, so ist, wenn durch den Stern in s der Bogen $s\sigma$ parallel zum Horizonte gezogen wird,

$$s\sigma = \omega_0 \cdot \sin Z;$$

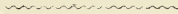
ferner

$$ss' = \frac{s\sigma}{\cos \zeta} = \omega_0 \cdot \frac{\sin Z}{\cos \zeta}$$

und endlich im Dreiecke Pss' der Winkel

$$sPs' = dT = \omega_0 \cdot \frac{\sin Z}{\cos \delta \cos \zeta}.$$

Wien, im December 1865.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Verhandlungen des naturforschenden Vereines in Brünn](#)

Jahr/Year: 1865

Band/Volume: [4](#)

Autor(en)/Author(s): Koller Marian Wolfgang

Artikel/Article: [Ueber die Aenderungen welche der Stundenwinkel eines Sternes in einem gegebenen Verticale durch die Fehler des Instrumentes erleidet 271-277](#)