Eine neue Theorie der constanten Kräfte

von

LAMBERT v. WEST.

II.

Wir sind bisher in derselben Weise vorgeschritten, wie sich unsere, erst im Folgenden gänzlich mitzutheilende, Entdeckung entwickelt hat, wir haben aber das Schlusswort zu der Dynamik der constanten Kräfte noch nicht gesprochen. Im ersten Theile leitete uns bloss die Absicht, mit unverminderter Ueberzeugung, nach Form und Inhalt unseres Beweises, darzuthun, dass, wenn die heutige Wissenschaft aus der Formel III den Schluss ziehen würde, dass $a = \frac{1}{2}.\, G$ sei: man dann mit gleich gutem Rechte die Grösse a zwischen den Grenzen $a < G$ und $a > \frac{1}{2}.\, G$ beliebig annehmen dürfte. Letztere Annahme aber auszuführen, d. h. in einem Beispiele anzuwenden, war durchaus nicht unser Vorhaben und ist deshalb unterblieben, weil wir, wie eben gesagt wurde, das Schlusswort, das massgebende Resultat, bis zu dieser Stelle aufbewahrt haben.

A. Würden wir die im I. Theile unter B. angeführte Ableitung in analoger Weise mit Voraussetzung einer Zeiteinheit gemacht haben, welche dem r-ten Theile der dort gebrauchten gleich käme: so ist es leicht begreiflich, dass wir dann statt der Formel III, für denselben Weg, die Gleichung $S = a_1\, T_1 - \frac{1}{2}.\, G_1\, T_1 + \frac{1}{2}.\, G_1\, T_1^2$ erhalten hätten; worin a_1 der gleichförmig beschleunigte Weg des $\frac{1}{r}$ Theils der ersterwähnten Zeiteinheit, G_1 die Endgeschwindigkeit dieses $\frac{1}{r}$ Theils und $T_1 = r\, T = r\, m.\, \frac{1}{n}$ sein müsste. Da aber ferner (in Folge des Erkennungsgesetzes) $G_1 = \frac{1}{r}.\, G$ ist, so müsste jene zuletzt angegebene Gleichung für S dieselbe sein, wie
$S = a_1.\, r\, T - \frac{1}{2}.\, \frac{1}{r}.\, G.\, r\, T + \frac{1}{2}.\, \frac{1}{r}.\, G.\, r^2\, T^2$ oder

$$S = a_1\, r\, T - \frac{1}{2}.\, G\, T + \frac{1}{2}.\, G\, r\, T^2 \qquad \text{(IV.}$$

Die Gleichung IV von der Gleichung III subtrahirt ergibt schliesslich

$$a - a_1\, r + \frac{1}{2}.\, G\, (1 - r)\, T = o \qquad \text{(V.}$$

Weil diese Gleichung (V) für alle beliebigen Werthe von T gelten soll, die übrigen darin vorkommenden Grössen aber sämmtlich constante sind (indem wir an der zuerst erwähnten Zeiteinheit und an dem $\frac{1}{r}$ Theile derselben festhalten), so ist sie eine Unmöglichkeit; da (V) jedoch nur eine nothwendige Folge des Erkennungsgesetzes $V = G\, T$ ist, so ist auch dieses eine Unmöglichkeit; d. h. vollkommene gleichförmig beschleunigte Bewegungen sind unmöglich und können daher in der Natur nirgends vorkommen. In der That wurde der freie Fall der Körper innerhalb zu kleiner Höhen und daher während zu kleiner Zeiten untersucht, um daraus ein genaues Erfahrungsgesetz herleiten zu dürfen; nach dem Vorigen ist aber soviel gewiss, dass er keine vollkommene gleichförmig beschleunigte Bewegung, d. i. kein Unding sein kann.

Eine unvollkommene gleichförmig beschleunigte Bewegung, d. i. eine solche, bei welcher nur die Endgeschwindigkeiten von ganzzahligen Vielfachen einer gewissen Zeitgrösse in demselben steigenden Verhälltnisse zu einander stehen, wie diese ganzzahligen Vielfachen, ist allerdings denkbar und ausführbar; dass aber auch bei allen Zwischenzeiten in dieser gewissen Zeitgrösse und bei allen nicht ganzzahligen Vielfachen diesser gewissen Zeitgrösse die Geschwindigkeiten in demselben Verhältnisse wachsen sollen, wie diese Zeiten: das ist unmöglich. Mit anderen Worten, es ist z. B. eine solche Bewegung sehr wohl möglich, bei der am Ende der 1-ten, 2-ten, 3-ten .... x-ten Secunde die Geschwindigkeiten gleich G, 2 G, 3 G ...... x G sind, es ist aber (wegen der Gleichung (V) unmöglich, dass auch überall innerhalb der 1-ten, der 2-ten, der 3-ten, ... und überall innerhalb x-ten Secunde die Geschwindigkeiten ebenfalls in demselben Verhältnisse wie die Zeiten zunehmen.

Weiters machen wir darauf aufmerksam, dass sich die Formel $S = \frac{1}{2}. G T^2$ in Kürze auch noch in der folgenden Weise wiederlegen lässt.

Da S und G in denselben Längeneinheiten, z. B. in Fussen, ausgedrückt werden müssen, so ergibt sich, dass man immer dasselbe S und zwar ebenfalls in Fussen ausgedrückt erhalten muss, wenn man die Zeiteinheit der betreffenden gleichförmig beschleunigten Bewegung beliebig annimmt. Es ist nicht minder klar, dass G stets die Endgeschwindigkeit jener Zeitgrösse vorzustellen hat, welche die Einheit von T bildet. Wenn wir daher den $\frac{1}{r}$ Theil der zuerst erwähnten Zeiteinheit zur Zeiteinheit annehmen, so geht die Gleichung für dasselbe S in die von $S = \frac{1}{2}. G_1 T_1^2$ über; worin G_1 die Endgeschwindigkeit des $\frac{1}{r}$ Theils der zuerst erwähnten Zeiteinheit und damit übereinstimmt $T_1 = r T$ sein muss.

Das Erkennungsgesetz $V = G T$ erfordert aber, dass die Endgeschwindigkeit des $\frac{1}{r}$ Theils der erstgenannten Zeiteinheit, nämlich die Endgeschwindigkeit $G_1 = \frac{1}{r}. G$ ist. Daher müsste dasselbe S, ebenfalls in Fussen ausgedrückt, auch durch die Gleichung $S = \frac{1}{2}. (\frac{1}{r}. G) (r T)^2 = \frac{1}{2}. r G T^2$ dargestellt sein.

Weil aber $S = \frac{1}{2}.\ G\ T^2 = \frac{1}{2}.\ r\ G\ T^2$ oder $1 = r$ unmöglich bestehen kann, da r eine beliebige Grösse ist: so muss nothwendig die Formel $S = \frac{1}{2}.\ G\ T^2$ der heutigen Wissenschaft falsch sein.

Endlich gelangen wir, das Gesagte zusammen fassend, zu dem Schlussworte, dass sowie es (was wir schon im I. Theile bewiesen haben), wegen der Trägheit, keine vollkommen continuirliche Kraft geben kann, es auch keine vollkommene gleichförmig beschleunigte Bewegung geben kann.

Für nicht vollkommene gleichförmig beschleunigte Bewegungen, d. i. für solche, bei welchen in der Formel $V = G\ T$ die Zeit T nur ganzzahlige Vielfache einer gewissen Zeitgrösse bedeutet, ist die Formel III. allerdings insoferne richtig, als man sie nur zu der Aufsuchung solcher Wege benützt, welche in einem ganzzahligen Vielfachen jener gewissen Zeitgrösse zurückgelegt werden; und nur insoferne ist auch jener specielle Fall der Formel III, nämlich $S = \frac{1}{2}.\ G\ T^2$ der Wahrheit angemessen; weil sodann $r = 1$ sein muss, r nicht beliebig angenommen werden darf.

Im Folgenden werden wir die Statik der sogenannten constanten Kräfte behandeln und uns dabei ebenfalls in directer Weise auf die Voraussetzungen der heutigen Wissenschaft berufen, daher dieser übrige Theil unserer Abhandlung ebenso selbständig wie der voraus gegangene sein wird.

B. Die Formel $P = M\ G$, eine Fundamentalgleichung der constanten Kräfte, spricht das Gesetz aus, dass die Grösse einer jeden vorkommenden constanten Kraft, welche auf einen materiellen Punct oder Körper des Namens K, der die Masse M besitzt, einwirkt und nach der Zeiteinheit die Endgeschwindigkeit G zu ertheilen fähig ist, gleich ist dem Producte aus der Masse M und der Beschleunigung G.

Wir dürfen daher umgekehrt schliessen und sagen: es lässt sich eine constante Kraft von jeder verlangten Grösse P zu einer in der Wirklichkeit, in der Natur vorkommenden machen, wenn wir den gegebenen Körper des Namens K und der Masse M, welcher der Wirkung dieser Kraft ausgesetzt werden soll, auf einen festen Himmelskörper, z. B. auf einen Planeten des Namens J bringen, auf dem die Endgeschwindigkeit derselben ersten Zeiteinheit für alle*) Massen seiner Oberfläche, und daher auch

*) Denn gleichwie auf unserer Erde alle die verschiedenen losen, grossen und kleinen Körper ihrer Oberfläche, wenn sie frei fallen, dieselben Endgeschwindigkeiten in der gleichen Zeit erhalten (weil es, abgesehen vom Luftwiderstande, einerlei ist, ob die sämmtlichen Molecüle

für die Masse M des hingebrachten Körpers K, gleich G ist. Denn dann muss das Product aus der Masse M und der Beschleunigung G, welcher erstere dort unterworfen werden würde, d. i. M G die Grösse der anziehenden Kraft sein, welcher der Körper K auf dem Planeten J ausgesetzt wäre; weil aber $M\,G = P$ besteht, so muss die erwähnte anziehende Kraft von der Grösse M G gerade die verlangte constante Kraft von der Grösse P sein und es würde diese somit, was die Aufgabe war, in der Wirklichkeit hervorgebracht worden sein.

Die anziehende Kraft der Himmelskörper und die Eigenschaft, dass auf einem solchen, für sich betrachtet, die verschiedenen Körper seiner Oberfläche aus gleichen*) Fallhöhen in gleichen Zeiten gleiche Wege vollenden und gleiche Endgeschwindigkeiten erhalten, bietet uns daher ein geeignetes Mittel, jede constante Kraft und die von ihr an einem Körper oder materiellen Puncte bewirkte Beschleunigung vor dem geistigen Auge in klarer Weise zu versinnlichen, dadurch aber auch ein gutes Mittel, angegebene Gesetze der constanten Kräfte zu prüfen; wobei wir mit vollem Rechte schliessen werden, dass nur dasjenige, was vor diesem geistigen Auge sich bewährt, eine Wahrheit genannt werden kann.

C. Es ist aus den Lehrbüchern sehr wohl bekannt, was man im Sinne der heutigen Wissenschaft unter Gewichtseinheit, Masseneinheit, Krafteinheit, Gewicht, Masse, Grösse der Kraft u. s. w. zu verstehen habe, und ist daher unnöthig, diese Begriffe, welche wir im Folgenden öfters benützen, zu wiederholen. Ein für allemal sei uns aber erlaubt, darauf hinzuweisen, dass wir unserer ganzen Untersuchung die statthafte Annahme zu Grunde legen, dass auf allen Weltkörpern, welche wir für unseren Zweck uns vorstellen, dieselben Maasseinheiten im Gebrauche seien. Dem gemäss sei die Gewichtseinheit ein zu Jedermanns Verfügung vorhandener Körper des Namens γ und die Masseneinheit ein anderer, auch zum allseitigen Gebrauche gegebener Körper des Namens μ (welcher selbstverständlich die im Sinne der heutigen Wissenschaft verlangten Eigenschaften einer Masseneinheit besitzen möge, nämlich aus einem gewählten, gewissen Stoffe sei, ferner eine gewählte, gewisse cubische Aus-

---

getrennt nebeneinander liegend, oder zu grossen und kleinen Gruppen aneinander gekittet herabfallen): ebenso müssen auch auf jedem Himmelskörper, auf welchem eine andere Endgeschwindigkeit der ersten Secunde als auf unserer Erde herrscht, verschieden grossen Massen gleiche Endgeschwindigkeiten in gleichen Zeiten zukommen.

*) Diese Fallhöhen sollen mindestens von einander nicht sehr verschieden sein, damit man die Anziehungskraft durchwegs als constant ansehen darf.

dehnung und daher ein bestimmtes Gewicht habe). Wobei wir, wie schon angedeutet, die Annahme machen, dass diese beiden Körper des Namens γ und Namens μ auf alle Weltkörper zum allseitigen Gebrauche übertragen werden können. Und eine gewisse, auf sämmtlichen Weltkörpern in gleicher Weise, gleicher Grösse darstellbare constante Kraft des Namens π sei die Einheit mit welcher alle constanten Kräfte gemessen werden sollen.

a) Nun denke man sich wieder einen und zwar im Weltraume in Ruhe befindlichen Planeten r, welcher einer jeden fallenden Masse seiner Oberfläche am Ende der ersten Zeiteinheit die Endgeschwindigkeit g ertheile; ferner einen anderen, auch ruhenden Planeten r_1, auf dem die herrschende Endgeschwindigkeit (derselben ersten Zeiteinheit) g_1 und von der erstgenannten verschieden sei.

Dazu denke man sich, über dem Halbirungspuncte der Verbindungslinie der Mittelpuncte dieser beiden Planeten, einen festen Drehungspunct für eine Wage, deren Wagebalken zu dieser Verbindungslinie parallel stehe und zwar für eine Wage von solcher Grösse, dass ihre eine Schale w ganz nahe über dem Planeten r (oder besser über dem ihn ersetzenden, mit seiner Anziehungskraft versehenen Mittelpuncte) hänge, während die andere Schale w_1 in gleicher Weise zu dem Planeten r_1 (d. h. in gleicher Höhe zu dem diesen ersetzenden, mit dessen Anziehungskraft versehenen Mittelpuncte) gestellt sei. Die Wage für sich betrachtet sei aber, selbst in diesem Bereiche anziehender Weltkörper, keiner Anziehung unterworfen, sondern gleichsam ein mathematischer Gegenstand. Endlich wollen wir auch voraussetzen, dass der Planet r auf Körper in der Schale w_1 und der Planet r_1 auf Körper in der Schale w keine Anziehung ausüben könne.

Ergreifen wir nun irgend einen von den Körpern, welche auf der Oberfläche des Planeten r vorkommen mögen, z. B. den Körper des Namens k, und legen ihn in die leere Schale w, so muss natürlich sich die Schale w auf die Oberfläche des Planeten r senken, während die Schale w_1 noch um soviel höher über der Oberfläche des Planeten r_1 hängend erhalten werden wird. Der Körper k muss aber irgend eine Masse besitzen, sie sei das mfache der Masse, welche in der Masseneinheit des Namens μ enthalten ist; oder, kürzer gesagt, die Masse des Körpers k sei gleich m. Macht der Körper k unter dem Einflusse der constanten Kraft, die von seinem Planeten r herrührt, die Schale w sinken, so muss diese Kraft auch irgend eine Grösse haben; sie sei das p-fache der Krafteinheit des Namens π, oder kürzer, die auf den Körper k einwirkende constante Kraft sei gleich p.

Nach diesen Vorbereitungen gelangen wir zu dem Schlusse: dass, obwohl wir g und g_1 ausdrücklich als voneinander verschieden festgesetzt haben, es dennoch auf dem Planeten r_1 irgend einen Körper des Namens k_1 geben müsste, welcher, wenn wir ihn in die Schale w_1 legen, dann das Gleichgewicht wieder herstellen, d. h. dem in w befindlichen Körper k so entgegen wirken wird, dass der Wagebalken wieder in der parallelen Lage zur Verbindungsgeraden der beiden Planetenmittelpuncte zur Ruhe gelangt. Dieser Körper k_1 muss auch eine Masse besitzen, sie sei das m_1-fache der Masse, welche in der Masseneinheit des Namens μ enthalten ist, d. h. die Masse des Körpers k_1 sei gleich m_1. Die constante Kraft aber, welche die Anziehung des Planeten r_1 auf den Körper k_1 ausübt, sei das p_1-fache der Krafteinheit des Namens π, d. h. die constante Kraft, die auf den Körper k_1 einwirkt, sei gleich p_1.

Aus dem Gesagten folgt unstreitig, dass $p = p_1$ sein muss*). Nun lautet aber ein Satz der Physik: dass, wenn zwei constante Kräfte einander gleich sind, die Massen, auf die sie beziehungsweise einwirken, sich umgekehrt verhalten müssen, wie die beziehungsweisen Endgeschwindigkeiten (Beschleunigungen) der ersten Zeiteinheit, welche jede einzelne der beiden Kräfte der zu ihr gehörigen Masse ertheilt. Dieser Satz ergibt hier angewendet (weil für alle Massen des Planeten r, also auch für die Masse m die Endgeschwindigkeit der ersten Zeiteinheit g und aus analogem Grunde für die am Planeten r_1 befindliche Masse m_1 die Endgeschwindigkeit der ersten Zeiteinheit g_1 ist) die Proportion: $m : m_1 = g_1 : g$ (1)

b) Ferner, denke man sich einen Planeten $\mathfrak{r}$, auf welchem die Endgeschwindigkeit der ersten Zeiteinheit $\mathfrak{g}$ ist und einen Planeten $\mathfrak{r}_1$ auf dem $\mathfrak{g}_1$ herrscht, und zwischen beiden Planeten, in derselben früher angeführten Weise, gleichfalls eine Wage aufgestellt: so wird es wieder zwei Körper geben müssen, wovon der eine $\mathfrak{k}$, in der Schale $\mathfrak{w}$ bei $\mathfrak{r}$ liegend, dem anderen $\mathfrak{k}_1$, in der Schale $\mathfrak{w}_1$ bei $\mathfrak{r}_1$ befindlichen, Gleichgewicht hält. Der Körper $\mathfrak{k}$ muss irgend eine Masse besitzen, sie sei, in Masseneinheiten des Namens μ ausgedrückt, gleich $\mathfrak{m}$. Die constante Anziehung, die der Planet $\mathfrak{r}$ auf den Körper $\mathfrak{k}$ beständig äussert, muss aber auch eine Grösse haben, sie sei, nach Krafteinheiten des Namens π gerechnet, gleich $\mathfrak{p}$. Ebenso muss der Körper $\mathfrak{k}_1$ eine Masse besitzen, sie sei, in Masseneinheiten μ ausgedrückt, gleich $\mathfrak{m}_1$; nicht minder muss die constante Anziehung, die der Planet $\mathfrak{r}_1$ auf den

*) Weil p und p_1, in der gleichen Entfernung vom Drehungspuncte nach parallelen (nämlich auf den Wagebalken senkrechten) Richtungen angreifend, sich das Gleichgewicht halten, so muss $p = p_1$ sein.

Körper $\mathfrak{f}_1$ ausübt, auch eine Grösse haben, sie sei, nach Krafteinheiten π, gleich $\mathfrak{p}_1$.

In analoger Weise, wie vorher, ist es daraus wieder einleuchtend, dass, weil $\mathfrak{p} = \mathfrak{p}_1$ sein muss, auch die Proportion

$$\mathfrak{m} : \mathfrak{m}_1 = \mathfrak{g}_1 : \mathfrak{g} \qquad (2)$$

besteht.

c) Gehen wir noch einen Schritt weiter. Stellen wir uns vor, dass nun die Planeten r und $\mathfrak{r}$ zu einem einzigen Planeten R und die Planeten r_1 und $\mathfrak{r}_1$ zu einem einzigen Planeten R_1 vereinigt werden. Dann ist es klar, dass auf dem Planeten R die Endgeschwindigkeit der ersten Zeiteinheit für alle Massen seiner Oberfläche gleich $(g + \mathfrak{g})$ und auf dem Planeten R_1 für alle Massen seiner Oberfläche $(g_1 + \mathfrak{g}_1)$ sein wird. Statt jenen beiden Wagen genügt*) uns jetzt die zuerst angeführte; deren eine Schale w zum Planeten R und die andere w_1 zum Planeten R_1 hinanreichen und deren Balken abermals parallel zur Verbindungsgeraden der Mittelpuncte von R und R_1 ruhen solle, wenn die Wage leer ist. Es ist ferner einleuchtend, dass sich jetzt die Körper k und $\mathfrak{f}$ auf dem Planeten R, k_1 und $\mathfrak{f}_1$ auf dem Planeten R_1 befinden müssen. Es ist begreiflich, dass, wenn der Körper k, der sich auf dem Planeten R befindet, von einer Höhe herabfallen würde, er in der ersten Zeiteinheit die Endgeschwindigkeit $(g + \mathfrak{g})$ erhalten müsste; ebenso auch, dass der Körper $\mathfrak{f}$, der sich ebenfalls dort befindet, fallend, am Ende der Zeiteinheit, ebenfalls die Geschwindigkeit $(g + \mathfrak{g})$ erreichen würde: folglich einleuchtend, dass auch ihre Massen zusammen genommen, nämlich $(m + \mathfrak{m})$ ebenfalls der Beschleunigung $(g + \mathfrak{g})$ unterworfen werden würden. Weil die grossen und kleinen Massen auf einem und demselben Planeten der gleichen Beschleunigung ausgesetzt sind. Aus demselben Grunde folgt, dass auf dem Planeten R_1 die Körper k_1 und $\mathfrak{f}_1$, sowohl einzeln als auch beide zugleich, d. h. die Summe ihrer Massen $(m_1 + \mathfrak{m}_1)$, wenn fallend, am Ende der ersten Zeiteinheit die Geschwindigkeit $(g_1 + \mathfrak{g}_1)$ erhalten müssten.

Wir schliessen weiters, dass, wenn k und $\mathfrak{f}$ in die über R schwebende Schale w und k_1 und $\mathfrak{f}_1$ in die über R_1 schwebende Schale w_1 gelegt werden, Gleichgewicht herrschen muss. Denn es wirkt dann einerseits $(p + \mathfrak{p})$ und anderseits $(p_1 + \mathfrak{p}_1)$; aber aus der Addition zweier früheren Gleichungen ergibt sich $p + \mathfrak{p} = p_1 + \mathfrak{p}_1$, also Gleichgewicht. Wenn wir diese Gleichung berücksichtigen und bedenken, dass bereits gezeigt wurde,

*) Weil wir nämlich stillschweigend voraussetzten, dass die Entfernung von r zu r_1 gleich sei der von $\mathfrak{r}$ zu $\mathfrak{r}_1$ und R zu R_1.

dass die constante Anziehungskraft $(p + \mathfrak{p})$, auf die Masse $(m + \mathfrak{m})$ einwirkend, die Endgeschwindigkeit $(g + \mathfrak{g})$, und die constante Anziehungskraft $(p_1 + \mathfrak{p}_1)$, auf die Masse $(m_1 + \mathfrak{m}_1)$ einwirkend, die Endgeschwindigkeit $(g_1 + \mathfrak{g}_1)$ zu ertheilen fähig ist: so gelangen wir endlich zu dem Schlusse, dass, vermöge des schon bei Gleichung (1) genannten Satzes der Physik, auch die Proportion

$$(m + \mathfrak{m}) : (m_1 + \mathfrak{m}_1) = (g_1 + \mathfrak{g}_1) : (g + \mathfrak{g}) \qquad (3)$$

richtig sein müsste.

Wenn man nun aus der Proportion (1) das m_1 und aus der von (2) das $\mathfrak{m}_1$ ausdrückt, und diese Ausdrücke in die Proportion (3) substituirt, so erhält man schliesslich die Gleichung

$$m = \frac{(g\, g_1\, \mathfrak{g}_1 - g_1^2\, \mathfrak{g})\, \mathfrak{m}}{g\, \mathfrak{g}_1^2 - g_1\, \mathfrak{g}\, \mathfrak{g}_1} \qquad (4).$$

Wir haben im Vorigen drei verschiedene Wägungen betrachtet; wir werden dieselben im Folgenden noch einmal zu Rathe ziehen.

a. Blicken wir zuerst zu der unter a) angeführten Wägung zurück, so begreifen wir, dass ebenso wie sich dort die angezogenen Massen m und m_1 das Gleichgewicht hielten, sich auch ein beliebiges Vielfaches, z. B. q-faches, dieser Massen das Gleichgewicht halten müsste; d. h. dass durch eine Masse $q\, m$, welche in der Schale w liegt, und eine Masse $q\, m_1$, die in w_1 liegt, der Wagebalken ebenfalls parallel zur Verbindungsgeraden der beiden Planetenmittelpuncte in die Ruhelage kommt. Am Planeten r macht die Masse $q\, m$ keine Ausnahme, auch sie ist der dort herrschenden Beschleunigung g unterworfen; und aus gleichem Grunde ist die Masse $q\, m_1$ auf dem Planeten r_1 der Beschleunigung g_1 ausgesetzt. Da aber auf diese beiden Massen die einander gleichen constanten Kräfte $q\, p = q\, p_1$ einwirken, so muss, wegen des bei (1) angeführten Satzes, auch die Proportion $q\, m : q\, m_1 = g_1 : g$ (1')
richtig sein.

b. In analoger Weise, wie eben vorhin, folgt, dass bei der unter b) vorgenommenen Wägung auch die Massen $\mathfrak{q}\, \mathfrak{m}$ und $\mathfrak{q}\, \mathfrak{m}_1$ sich das Gleichgewicht halten müssen, wobei $\mathfrak{q}$ auch ein beliebiges, jedoch vom vorigen q verschiedenes Vielfaches ist; und weil $\mathfrak{q}\, \mathfrak{p} = \mathfrak{q}\, \mathfrak{p}_1$ ist, so ergibt sich wieder der Satz

$$\mathfrak{q}\, \mathfrak{m} : \mathfrak{q}\, \mathfrak{m}_1 = \mathfrak{g}_1 : \mathfrak{g} \qquad (2').$$

c. Wir gelangen somit zu der unter c) vollführten Wägung und erkennen, dass die Masse $(q\, m + \mathfrak{q}\, \mathfrak{m})$, wenn sie in die Wagschale w des Planeten R gelegt wird, mit der Masse

$(q\,m_1 + \mathfrak{q}\,\mathfrak{m}_1)$, wenn diese in die Schale w_1 des Planeten R_1 gegeben wird, ebenfalls im Gleichgewichte stehen muss; weil die beziehungsweisen auf diese Massen einwirkenden Kräfte einander gleich sind, $q\,p + \mathfrak{q}\,\mathfrak{p} = q\,p_1 + \mathfrak{q}\,\mathfrak{p}_1$ ist. Deshalb, und weil, wegen der schon bei c) vorgebrachten, analogen Gründe die Masse $(q\,m + \mathfrak{q}\,\mathfrak{m})$ der Beschleunigung $(g + \mathfrak{g})$ und die Masse $(q\,m_1 + \mathfrak{q}\,\mathfrak{m}_1)$ der Beschleunigung $(g_1 + \mathfrak{g}_1)$ unterworfen ist, folgt der analoge Satz:

$$(q\,m + \mathfrak{q}\,\mathfrak{m}):(q\,m_1 + \mathfrak{q}\,\mathfrak{m}_1) = (g_1 + \mathfrak{g}_1):(g + \mathfrak{g}) \qquad (3')$$

Daraus geht jedoch hervor, dass auch die Gleichung

$$q\,m = \frac{(g\,g_1\,\mathfrak{g}_1 - g_1^2\,\mathfrak{g})\,\mathfrak{q}\,\mathfrak{m}}{g\,\mathfrak{g}_1^2 - g_1\,\mathfrak{g}\,\mathfrak{g}_1} \qquad (4')$$

richtig sein müsste; und damit schliessen wir weiters, dass, weil (4) und (4') coexistirende Gleichungen sind, die Division von (4') durch (4) die Gleichung $q = \mathfrak{q}$ ergibt. Da wir aber ausdrücklich q und $\mathfrak{q}$ nicht als nothwendig einander gleich seiend, sondern als durch alle beliebige Zahlen ersetzbar angezeigt haben, so ergibt sich der unausweichliche Schluss, dass die sechs hier angeführten, analogen Proportionen und die daraus entwickelten Gleichungen (4) und (4') sammt und sonders der Wahrheit nicht angemessen sein können; und da bloss der Satz der Physik, welcher lautet, dass bei gleichen constanten Kräften sich die Massen umgekehrt wie die Beschleunigungen verhalten, zu obigem Widerspruche führte: so ist dieser Satz ein Irrthum. Daraus folgt aber ferner, dass die angebliche Fundamentalgleichung der constanten Kräfte, d. i. $P : P_1 = M\,G : M_1\,G_1$, gleichfalls ein Irrthum ist. Denn würde sie wahr sein, so müsste sie auch für $P = P_1$ gelten*); das gäbe aber $M\,G = M_1\,G_1$ oder $M : M_1 = G_1 : G$, was eben vorhin als unmöglich bewiesen wurde.

---

*) **Weil aus dem unter B Gesagten folgt, dass sich auch die beiden Kräfte $P = P_1$ stets als zwei, in einer solchen wie oben erwähnten Wage, das Gleichgewicht haltende Kräfte darstellen lassen.**