VI.

Ueber die Gestalt der Erde.

Von Prof. Wolfers.

(Vortrag, gehalten in der Geographischen Gesellschaft zu Berlin, am 3. September 1859.)

Es würde wahrscheinlich nicht ohne Interesse sein, in einer zusammenhängenden Geschichte auseinander zu setzen, wie die Menschen in der Kenntnifs der Gestalt der Erde von der ursprünglichen scheibenförmigen, vom Flusse Ocean umströmten Form zur gegenwärtig allgemein angenommenen sphäroïdischen Form fortgeschritten sind. Eine solche Darstellung würde nach meiner Meinung interessant sein, allein fürchten Sie nicht, dafs ich Ihre Geduld hierzu in Anspruch nehmen werde. Der Zweck meines heutigen Vortrages besteht vielmehr darin, Sie mit dem Resultate einer ganz neuen Untersuchung bekannt zu machen, wonach die Erde die Form eines Ellipsoïds von drei verschiedenen Axen haben würde. Damit ich aber verstanden werde, mufs ich etwas weiter ausholen.

Sobald man dahin gelangt war, der Erde eine tägliche Umdrehung um ihre Axe zuzuschreiben, wofür ein directer allgemein anschaulicher Beweis durch Foucault erst in unseren Tagen gefunden worden ist, lag der Gedanke nahe, dafs dieselbe eine Gestalt haben werde, welche ein sich drehender Körper unter Einwirkung der zwei vorhandenen Kräfte, einerseits der allgemeinen Schwere, andererseits der aus der Schwungkraft entspringenden Centrifugalkraft annehmen würde. Theoretische Untersuchungen wurden angestellt, um zu prüfen, bei welcher Form diese zwei Kräfte einander das Gleichgewicht halten würden. Sollte auf diese Weise die Erde durch Umdrehung eine regelmäfsige Gestalt angenommen haben, so mufste zugleich vorausgesetzt werden, dafs ihre Materie sich ursprünglich im flüssigen Zustande befunden habe und dafs dieselbe erst nachher durch Abnahme der Temperatur in den starren Zustand übergegangen sei. Auf diese Weise hätte man in's Unbestimmte Untersuchungen anstellen können, allein ob und wie weit die durch Raisonnement und Rechnung gefundenen Resultate mit

der Erfahrung übereinstimmten, dies konnte nur durch eine Untersuchung der wirklich vorhandenen Gestalt ermittelt werden.

Hierzu bieten sich zwei verschiedene Mittel dar, erstens die Bestimmung der Pendellängen, zweitens die Gradmessungen. Bei den ersten kommt es im Wesentlichen auf die Bestimmung der Gröfse, bei den zweiten auf die Bestimmung der Richtung der Schwerkraft hinaus. Es ist nämlich bekannt, dafs ein Pendel desto schneller schwingt, je kürzer es ist. Ferner ist bekannt, dafs die Kraft der Schwere dem Quadrate des Abstandes des angezogenen Punktes vom Schwerpunkte umgekehrt proportional ist. Wenn daher, um sogleich die Extreme in's Auge zu fassen, die Erde an den Polen abgeplattet ist, so mufs bei gleichen Schwingungszeiten ein Pendel an den Polen länger, als am Aequator sein. Dafs dies der Fall sei, haben Pendelversuche dargethan.

Bei den Gradmessungen hingegen kommt es im Wesentlichen auf zwei gesonderte Arbeiten hinaus. Einmal hat man die Länge eines bestimmten Theiles eines Meridianbogens zu messen, dann hat man zu bestimmen, wieviel der Unterschied der an beiden Endpunkten bestimmten Polhöhen beträgt, oder um mich auf andere Weise auszudrücken, der Unterschied der Winkel, welche die Perpendikel an beiden Endpunkten mit der nach dem Pole gerichteten Linie bilden. Unter Perpendikel ist nun die Linie zu verstehen, welche nach dem Mittelpunkte der einzelnen Anziehungspunkte gerichtet ist; mithin ist der obige Ausdruck, dafs bei dieser Operation die Richtung der Schwerkraft in Betracht kommt, gerechtfertigt.

Sowohl bei der ersten Weise, der Bestimmung der Pendellängen, als auch bei der zweiten, der Gradmessungen, ist man in der neuern Zeit dahin gelangt, die nöthigen Messungen mit einem hohen Grade von Annäherung an die Wahrheit auszuführen. Man könnte daher erwarten, dafs die eine wie die andere Operation auf jedem einzelnen Meridiane ein Resultat ergeben müsse, welches sehr nahe mit dem auf einem anderen Meridiane erhaltenen übereinstimme. Dem ist jedoch nicht so, und wir werden leicht einsehen, dafs es nicht anders sein kann bei den Verhältnissen, welche wirklich stattfinden.

Bei der theoretischen Untersuchung der Gröfse und Richtung der Schwerkraft wird nämlich vorausgesetzt, dafs entweder die Materie der Erde überall in gleichförmiger Dichtigkeit vertheilt sei, oder dafs wenigstens concentrische Schichten der Erde sich einer gleichförmigen Dichtigkeit erfreuen. Weder das Eine noch das Andere findet in der Wirklichkeit statt, und man darf sich hierüber gar nicht wundern. Kennen wir auch nur wenig von dem Innern der Erde, nach dem glücklich gewählten Ausdrucke eines geistreichen Mitgliedes unseres Vereins, nur verhältnifsmäfsig so viel, als die Schale im Vergleich mit

dem ganzen Ei, so wissen wir doch, dafs die festen und flüssigen, die felsigen und sandigen Theile der Erde u. s. w. sehr ungleichförmig vertheilt sind. Aus dieser Ungleichförmigkeit in der Dichtigkeit der einzelnen Theile des Erdkörpers müssen aber nothwendig Unregelmäfsigkeiten in der Bestimmung der Gröfse und Richtung der Schwerkraft hervorgehen, welche keineswegs der mangelhaften Operation bei der Bestimmung derselben zugeschrieben werden dürfen.

Unter diesen Umständen bleibt zur Bestimmung der Gestalt der Erde nichts weiter übrig, als aus der Verbindung mehrerer an verschiedenen Punkten der Erde angestellten Arbeiten diejenige Gestalt der Erde herzuleiten, welche sich am nächsten oder wahrscheinlichsten allen einzelnen Operationen vereint anschliefse. Indem wir nun von der ersten Bestimmungsweise durch die Pendellängen absehen, wollen wir einige der stattgefundenen Verbindungen mehrerer einzelnen Gradmessungen besprechen und sehen, wie weit die einzelnen Resultate unter sich übereinstimmen. Ich bemerke, dafs man hierbei die gemessenen Längen als genau bestimmt anzunehmen pflegt, wofür ein zureichender Grund in der grofsen Genauigkeit und Unabhängigkeit, womit diese Arbeit sich ausführen läfst, vorhanden ist; dafs man dagegen die Werthe der gemessenen Polhöhen so zu verändern sucht, dafs das endliche Resultat das wahrscheinlichste werde. Diese Wahl der zu ändernden Gröfse ist sicher die allein rathsame, weil nach dem Obigen gerade die Werthe, welche sich für die Polhöhen ergeben, in Folge der ungleichförmigen Dichtigkeit der Erde eine gewisse Unregelmäfsigkeit erhalten müssen.

Bezeichnet man die halbe grofse Axe des Erdsphäroïds durch a, die halbe kleine durch b, so pflegt man sowohl den Werth dieser beiden Gröfsen als auch den Werth des Quotienten

$$\frac{a-b}{a}$$

d. h. den aliquoten Theil der halben grofsen Axe, um welchen die halbe grofse Axe die halbe kleine übertrifft, anzugeben.

So hat I. Walbeck 1819 aus 6 Gradmessungen

$$a = 3271819^{\mathrm{T}},5$$
$$b = 3261012,8$$
$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{302,78}$$

II. Schmidt 1829 aus 7 Gradmessungen

$$a = 3271852^{\mathrm{T}},32$$
$$b = 3260853,70$$
$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{297,479} = \frac{1}{N} \text{ wahrsch. Fehler von } N = \pm 10,5,$$

III. Bessel 1837 aus 10 Gradmessungen

$$a = 3271953^{T},854$$
$$b = 3261072,900$$
$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{300,7047} = \frac{1}{N} \text{ w. F. in } N = \pm 4,81,$$

IV. Bessel 1841 aus 10 Gradmessungen, nachdem er die darunter befindliche französische von Fehlern befreit hatte, welche bei deren Berechnung von Seiten der französischen Geometer begangen waren,

$$a = 3272077^{T},14$$
$$b = 3261139,33$$
$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299,1528} = \frac{1}{N} \text{ w. F. in } N = \pm 4,667,$$

V. Airy

$$a = 3272109^{T},404$$
$$b = 3261177,776$$
$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{298,325}$$

gefunden. Das wichtigste Resultat der einzelnen Bestimmungen, die Abplattung, weicht nicht gar sehr von einander ab, der Werth des Nenners N schwankt in runden Zahlen zwischen

303 und 297;

der Unterschied beider Extreme beträgt also nur 6 Einheiten, während der wahrscheinliche Fehler einer einzelnen Bestimmung bis über 10 Einheiten steigt.

Bisher hat man sich mit dem Resultate der zweiten von Bessel ausgeführten Bestimmung begnügt, und nachdem ich schon vor Jahren unsern damaligen Monatsberichten Tabellen einverleibt hatte, welche die Anwendung der Bessel'schen Resultate erleichtern können, sind nachher in dem Berliner astromischen Jahrbuche derartige Tabellen in gröfserer Ausführlichkeit mitgetheilt worden.

Seitdem ist die grofse russische Gradmessung, welche einen Umfang von 25° 20′ 8″,5 hat, vollendet worden, und es hat in der allerneuesten Zeit Herr General von Schubert in den Memoiren der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg eine Abhandlung bekannt gemacht, welche den Titel hat: *Essai d'une détermination de la véritable figure de la terre. Par T. F. de Schubert.* Diese Abhandlung ist noch nicht in meinen Besitz gelangt, nur eine Mittheilung von den Resultaten derselben in No. 1201 der Astronomischen Nachrichten. Hiernach hat Herr v. Schubert mit der bereits erwähnten russischen Gradmessung

die ostindische	von	21°	21′	16″,597	Umfang,
- französische	-	12	22	12,39	-
- vom Cap	-	4	36	48,60	-
- peru'sche	-	3	7	3,455	-
- preufsische	-	1	30	28,980	-
- englische	-	2	50	23,497	-
- pennsylvanische	-	1	28	45,0	-

verbunden, und folgendermafsen aus denselben Resultate hergeleitet. Zunächst aus jeder der drei gröfseren Gradmessungen, der russischen, ostindischen und französischen, indem er jede einzeln in zwei nahe gleiche Theile zerlegte, den Werth der halben kleinen Axe und hernach, weil das letzte Resultat zu sehr von den beiden andern abwich, aus diesen allein

$$b = 3261467^{T},9.$$

Unter Annahme dieses Werthes ging der Verfasser nun weiter und bestimmte, mittelst der Bogen von Peru, Rufsland und Indien, nicht wie früher die halbe grofse Axe, welche allein für ein Umdrehungssphäroïd noch erforderlich ist, sondern vielmehr eine Ellipse zur Darstellung des Aequators der Erde, d. h. die Axen derselben der Gröfse und Lage nach. Er findet

die halbe grofse Axe derselben $a = 3272671^{T},5$ in g. Länge v. Ferro 58° 44′ und 238 44

die halbe kleine Axe $a' = 3272303^{T},2$ in g. Länge v. F. 148 44 und 328 44

Es kann hier nicht, wie oben, von Einer Abplattung die Rede sein, sondern von zweien und es hat sich, unter ähnlicher Bezeichnung wie oben

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{292,109}$$

$$\frac{a'-b}{a'} = \frac{1}{302,004}$$

ergeben. Der letztere Werth bleibt innerhalb der oben gefundenen Grenzwerthe, der erstere geht über sie hinaus.

Der Verfasser zeigt hierauf, wie weit sich vermittelst dieser Werthe die Amplituden (Unterschiede der Polhöhen) der einzelnen Gradmessungen darstellen lassen; er findet folgende Unterschiede:

	Rechnung-Beobachtung:
Bogen von Peru	+ 0″,08
- - Pennsylvanien . .	— 6,69
- - England	— 2,74
- - Frankreich . . .	— 1,61

	Rechnung - Beobachtung:
Bogen vom Cap	— 0,44
- von Preufsen	+ 16,15
- - Rufsland	— 1,29
- - Indien	+ 1,62.

Während von diesen acht Bogen deren sechs sich sehr nahe darstellen lassen, bleiben bei den zwei Bogen von Pennsylvanien und Preufsen beträchtliche Unterschiede übrig. Mit dem Verfasser stimme ich darin überein, dafs bei der ersteren bereits 1764 ausgeführten Gradmessung Beobachtungsfehler die Schuld tragen mögen. Bei der zweiten, der preufsischen, bemerkt der Verfasser, dafs diese Messung zu den sichersten und genauesten gehört, welche überhaupt ausgeführt sind, und dafs sich der Unterschied nur aus localen Abweichungen der Form der mathematischen Oberfläche der Erde erklären lasse. Ich stimme der Annahme bei, dafs von Beobachtungsfehlern bei dieser Messung und zwar in so beträchtlicher Gröfse nicht die Rede sein könne, allein auch die erforderliche beträchtliche locale Abweichung bei dem geringen Umfange ist mir zweifelhaft. Vielleicht dürfen wir ein competentes Urtheil hierüber von unserem Mitgliede Herrn General-Lieutenant Baeyer erwarten, welcher im Verein mit Bessel jene Messung ausgeführt hat. Im Allgemeinen würde ich es für rathsamer gefunden haben, wenn Herr v. Schubert alle jene Gradmessungen benutzt hätte, um das wahrscheinlichste dreiaxige Ellipsoïd zu ermitteln und dann die übrig bleibenden Fehler dargestellt hätte.

Ehe ich zum Schlufs übergehe, mufs ich mir noch eine Bemerkung zu machen erlauben. Aus der verschiedenen Krümmung einer Ellipse am Endpunkte der kleinen und grofsen Axe geht hervor, dafs derselbe Unterschied in der Polhöhe am Pole einer gröfseren linearen Entfernung als am Aequator entspricht. Aus den bereits erwähnten Tafeln im Jahrbuche für 1852 ersieht man, dafs einer Aenderung von 10′ in der Polhöhe

am Pole	9550	Toisen
- Aequator	9455	-

entsprechen. Aus diesem Grunde unterscheidet man in der Astronomie und Geodäsie zwischen der astronomischen Polhöhe, d. h. dem Winkel zwischen dem Perpendikel und dem Aequator, und der verbesserten Breite, d. h. dem Winkel, welchen der vom Mittelpunkte nach dem Orte der Oberfläche gezogene Radius mit dem Aequator bildet.

Eine ähnliche Unterscheidung würde künftig bei der Bestimmung der geographischen Länge nothwendig werden, wenn diese Ellipticität des Aequators und daher auch der Parallelen sich bestätigen sollte.

Die bisherige Bestimmung der geographischen Länge beruht auf dem einfachen geometrischen Satze, dafs bei einem Kreise die Bogen den Mittelpunktswinkeln proportional sind. Dies findet bei der Ellipse nicht statt, und man müfste alsdann aus dem durch Zeitübertragung gefundenen Längenunterschiede zweier Orte, d. h. dem Winkel am Mittelpunkte, den entsprechenden elliptischen Bogen erst durch Rechnung herleiten. Aus den oben angeführten Werthen, welche Herr v. Schubert für die beiden gröfseren halben Axen der Erde gefunden hat, nämlich

$$a = 3272671^{T},5$$
$$a' = 3272303,2$$

erhält man ähnlich wie oben

$$\frac{a-a'}{a} = \frac{1}{8885},$$

einen im Vergleich mit den vorher angeführten sehr geringen Werth.

Herr v. Schubert führt nun an, dafs die astronomisch bestimmten Längenunterschiede zwischen Pulkowa-Warschau und Pulkowa-Dorpat mit den geodätisch bestimmten

nach Bessel's Ellipsoïd	bis auf	12″,81	und 6″,04
- Schubert's dreiaxigem Ellipsoïd	- -	7,03	- 0,93

übereinstimmen. Wenn diese nähere Uebereinstimmung für die Wahrscheinlichkeit des letztern sprechen soll, so erlaube ich mir zu bemerken, dafs die Correction der Polhöhe

	nach Bessel:	nach Schubert:
bei der preufsischen Messung	auf ± 2″,3	auf ± 16″,1
- - russischen (damals unvollendeten) Messung	- ± 2,6	- ± 1,3
- - ostindischen Messung	- ± 4,0	- ± 1,6

ansteigt. Man könnte daher hieraus auf die entgegengesetzte Ansicht schliefsen.

Für jetzt steht nur Folgendes fest. Man hat bisher aus der Verbindung mehrerer einzelnen Gradmessungen ein Umdrehungs-Ellipsoid herzuleiten versucht, welches sich den einzelnen Beobachtungen mehr oder weniger anschlofs. Die übrig bleibenden Unterschiede durften nicht so sehr Fehlern der Beobachtung, als vielmehr Ungleichförmigkeiten in dem Bau der Erde zugeschrieben werden. Wegen des letzteren bleibt die Gelegenheit übrig, ein dreiaxiges Ellipsoïd zu suchen, welches sich allen Beobachtungen so nahe als möglich anschliefst. Aus der folgenden einfachen Betrachtung geht leicht hervor, dafs man eine Anzahl vorliegender Messungen näher durch ein dreiaxiges, als durch ein zweiaxiges Ellipsoïd wird darstellen können. Aus der Algebra ist bekannt, dafs man eine Anzahl unbekannter Gröfsen genau bestimmen

kann, wenn eben so viele von einander unabhängige Gleichungen gegeben sind. Ist die Zahl der Gleichungen kleiner, so wird die Aufgabe unbestimmt, ist jene gröſser, so wird diese überbestimmt. Der letztere Fall findet in der Regel in der Astronomie statt, es giebt aber eine bestimmte Methode, um alsdann diejenigen Werthe der Unbekannten zu ermitteln, welche die wahrscheinlichsten sind, d. h. welche in den gegebenen Gleichungen die kleinsten Fehler übrig lassen. Dieser Fall der Ueberbestimmtheit findet auch hier statt, allein da bei einem Umdrehungssphäroïd nur zwei Gröſsen, die groſse und kleine Axe, bei einem dreiaxigen Ellipsoïd hingegen vier Gröſsen, nämlich die drei Axen und die Lage der gröſsesten, bestimmt werden sollen, so sieht man sofort ein, daſs unter übrigens gleichen Umständen die letztere Aufgabe sich mehr einer bestimmten nähert, also auch die Bedingungsgleichheiten genauer erfüllt werden können.

Einen solchen Versuch hat nun Herr v. Schubert gemacht, und es wird von groſsem Interesse sein, derartige Untersuchungen fortzusetzen. Sollte sich jenes Resultat bestätigen, so wird künftig bei den geographischen Längenbestimmungen eine ähnliche Verbesserung wie bei den Breiten erforderlich werden; indessen können wir in Einer Beziehung ruhig den weiteren Verlauf abwarten, ich meine in Betreff der vorhandenen Karten. Diese werden trotz der alsdann erforderlichen Correction der Längenunterschiede richtig bleiben, dagegen wird ein Streit über den als ersten anzunehmenden Meridian nicht mehr stattfinden; denn durch den Endpunkt der groſsen oder kleinen Axe ist alsdann ebenso ein fester Meridian für die Zählung der Längen auf der Erde selbst gegeben, wie der Aequator für die Breiten. Der Ort dieser Endpunkte ist oben nach den Resultaten des Herrn von Schubert angegeben [1]).

---

[1]) So eben nach beendeter Correctur geht mir eine Mittheilung zu, welche sich zu einem Nachtrage eignet. Herr General v. Schubert hat seine oben Pag. 260 angeführte Abhandlung umdrucken lassen und darin einen Rechnungsfehler berichtigt, welchen er bei der preuſsischen Gradmessung begangen hatte, auſserdem hat er die englische Gradmessung in gröſserer Ausdehnung als früher benutzt. Die Pag. 261 und 262 aufgeführten Unterschiede stellen sich jetzt folgendermaſsen dar:

	Rechnung-Beobachtung:
Bogen von Peru	+ 0″,077
- - England	+ 0,736
- - Frankreich . . .	— 1,607
- vom Cap	— 0,442
- von Preuſsen	+ 1,267
- - Ruſsland . . .	— 1,289
- - Indien	+ 1,619

Von dem gröſseren Unterschiede bei dem Bogen von Pennsylvanien kann man nach dem Obigen absehen, und es fällt mithin jetzt der hauptsächlichste Einwand, welchen man aus dem groſsen beim Bogen von Preuſsen übrig gebliebenen Unterschiede gegen die drei Axen, wie Herr v. Schubert sie gefunden hat, machen konnte, fort.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Zeitschrift für allgemeine Erdkunde

Jahr/Year: 1859

Band/Volume: NS_7

Autor(en)/Author(s): Wolfers

Artikel/Article: VI. Ueber die Gestalt der Erde. 257-265